

La corda del tempo

3rd Edition

Marco De Lorenzo

Livorno (LI), 19 febbraio 2026

Premessa

Questo lavoro presenta una rifondazione geometrica della fisica, a partire da un unico postulato: lo spazio di rappresentazione è euclideo, rigido, con punti fissi e distanze invarianti. Il tempo non è una coordinata, ma un parametro esterno.

Da questo postulato e dalla condizione di coerenza (velocità vettoriale costante del sistema di rappresentazione) si deduce l'esistenza di una velocità complessa $v = ce^{i\alpha}$, dove c è una costante geometrica e α una fase reale. Separando parte reale e immaginaria si ottengono le identificazioni:

$$\frac{v}{c} = \cos\alpha, \quad \frac{m_0}{m} = \sin\alpha$$

che legano cinematicamente velocità e massa. Da queste discendono naturalmente:

- La massa relativistica $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$
- Le trasformazioni di Lorentz
- L'equivalenza massa-energia $E = mc^2$
- Le leggi di conservazione, tra cui $m\dot{\alpha} = K$ (costante)

La forza totale vettoriale assume la forma compatta:

$$\vec{F} = -mc\dot{\alpha} \left(\frac{1}{\sin\alpha} \hat{t} + \cos\alpha \hat{n} \right)$$

da cui si ricavano le componenti tangenziale e normale, e la relazione strutturale $F_t = -dF_n/d\alpha$.

Il modello si estende naturalmente all'interazione tra masse: la gravità emerge come effetto della non uniformità dello scorrimento del tempo ($\dot{\alpha}$ variabile nello spazio). In questo quadro, la costante G non è postulata, ma compare come parametro fenomenologico che lega la variazione di $\dot{\alpha}$ alla massa.

Vengono inoltre trattati il decadimento delle particelle ($\tau = m_0/K$), la quantizzazione come possibile sviluppo futuro, e l'unificazione delle forze fondamentali come manifestazioni diverse della stessa espressione.

Il lavoro mostra che l'intera relatività (ristretta e generale), la dinamica e le interazioni possono essere dedotte da un'unica ipotesi geometrica, senza postulati fisici aggiuntivi.

Dalla geometria euclidea alla massa relativistica e alle trasformazioni di Lorentz

1. Il postulato geometrico

Si assume uno spazio di rappresentazione euclideo, rigido, con punti fissi e distanze invarianti. Il tempo non è una coordinata geometrica, ma un parametro esterno.

2. La condizione di coerenza

Per mantenere le distanze invariate, il sistema di rappresentazione deve traslare con velocità vettoriale costante.

Da questa condizione, e dalla definizione di accelerazione nulla, si ottiene:

$$\frac{dv}{v} = i d\alpha$$

dove α è l'angolo di fase e i l'unità immaginaria.

Integrando:

$$v = c e^{i\alpha}$$

con c modulo costante della velocità complessa.

3. Separazione in parte reale e immaginaria

Dall'espressione precedente:

$$\frac{v}{c} = \cos\alpha + i\sin\alpha$$

Si identificano:

- **Parte reale:** velocità misurata

$$\frac{v}{c} = \cos\alpha$$

- **Parte immaginaria:** rapporto di massa

$$\frac{m_0}{m} = \sin\alpha$$

4. La massa relativistica

Dall'identità trigonometrica fondamentale:

$$\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$$

sostituendo:

$$\frac{m_0}{m} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

da cui:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

La massa relativistica emerge senza postulati aggiuntivi, dalla sola struttura geometrica e algebrica.

5. Definizioni ausiliarie

Si pone:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sin\alpha}$$

e

$$\beta = \frac{v}{c} = \cos\alpha$$

6. Trasformazioni di Lorentz in forma classica

$$\begin{cases} x' = \gamma (x - vt) \\ t' = \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} x \right) \end{cases}$$

7. Trasformazioni di Lorentz in forma complessa

Sostituendo $\gamma = 1/\sin\alpha$ e $v/c = \cos\alpha$:

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{\sin\alpha} (x - ct\cos\alpha) \\ t' = \frac{1}{\sin\alpha} \left(t - \frac{x}{c} \cos\alpha \right) \end{cases}$$

Oppure in forma matriciale:

$$\begin{pmatrix} x' \\ ct' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sin\alpha} \begin{pmatrix} 1 & -\cos\alpha \\ -\cos\alpha & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ ct \end{pmatrix}$$

8. Equivalenza

Poiché $\cos\alpha = v/c$ e $\sin\alpha = 1/\gamma$, le due formulazioni coincidono perfettamente.

Conclusione

Le trasformazioni di Lorentz e la massa relativistica sono conseguenze dirette del postulato geometrico di partenza e della condizione di rigidità del sistema di rappresentazione, senza bisogno di introdurre postulati fisici aggiuntivi. Formulazione generale della forza nel modello geometrico-complesso 1. Grandezze fondamentali Nel modello si assume uno spazio di rappresentazione euclideo rigido, con punti fissi e distanze invarianti. La velocità complessa del sistema è:

$$v = c, e^{i\alpha}$$

dove: c è il modulo costante (velocità del sistema di rappresentazione) α è la fase, con $\cos\alpha = v/c$ e $\sin\alpha = m_0/m$ 2. Componenti della forza Dalla definizione $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ con $\vec{p} = m\vec{v}$, e dalla scomposizione in componenti tangenziale e normale, si ottiene:

$$F_t = -m_0 c, \frac{1}{\sin^2\alpha}, \frac{d\alpha}{dt}$$

$$F_n = -m_0 c, \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}, \frac{d\alpha}{dt}$$

dove F_t è la forza tangenziale (lungo la traiettoria) e F_n la forza normale (centripeta). 3. Relazione tra le componenti Le due componenti sono legate da una relazione differenziale semplice:

$$F_t = -\frac{dF_n}{d\alpha}$$

Infatti, derivando F_n rispetto ad α e ricordando che $\frac{d}{d\alpha}(\cot\alpha) = -\frac{1}{\sin^2\alpha}$, si ottiene immediatamente:

$$\frac{dF_n}{d\alpha} = -m_0 c, \frac{1}{\sin^2\alpha}, \frac{d\alpha}{dt} = -F_t$$

4. Interpretazione fisica Questa relazione mostra che F_n si comporta come un potenziale generalizzato per F_t , con α come coordinata interna.

La forza tangenziale è la derivata (cambiata di segno) della forza normale rispetto alla fase α . In analogia con i campi conservativi della meccanica classica, dove $F_x = -dU/dx$, qui abbiamo:

$$F_t = -\frac{d}{d\alpha}(F_n)$$

Ciò suggerisce che α non è solo un parametro cinematico, ma una vera e propria coordinata che descrive lo stato interno del sistema, e che la dinamica può essere riformulata come un moto in questo spazio delle fasi. 5. Lavoro ed energia Il lavoro della forza tangenziale è:

$$dE = F_t, ds = -m_0 c, \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \frac{d\alpha}{dt}, ds$$

Ma $ds = v, dt = c \cos \alpha, dt$, quindi:

$$dE = -m_0 c^2, \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha}, d\alpha$$

Integrando si ottiene:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sin \alpha} = m c^2$$

che è l'energia totale relativistica. La forza normale, ortogonale allo spostamento, non compie lavoro ma è legata alla curvatura della traiettoria e alla variazione di α . 6. Significato geometrico La relazione $F_t = -dF_n/d\alpha$ è puramente geometrica: discende direttamente dalla definizione di α e dalle proprietà trigonometriche.

Essa unifica in una forma compatta la dinamica tangenziale e normale, e apre la strada a una descrizione della forza come gradiente rispetto a una coordinata angolare interna.

Formalizzazione complessa della dinamica 1. Grandezze fondamentali Nel modello si assume uno spazio di rappresentazione euclideo rigido, con punti fissi e distanze invarianti. La velocità complessa del sistema è:

$$v = c, e^{i\alpha}$$

dove: c è il modulo costante (velocità del sistema di rappresentazione) α è la fase, con $\cos \alpha = v/c$ e $\sin \alpha = m_0/m$ 2. Quantità di moto complessa La massa è $m = \frac{m_0}{\sin \alpha}$, quindi:

$$p = mv = \frac{m_0}{\sin \alpha} \cdot c e^{i\alpha} = m_0 c, \frac{e^{i\alpha}}{\sin \alpha}$$

3. Forza complessa La forza è la derivata temporale della quantità di moto:

$$\mathcal{F} = \frac{dp}{dt} = m_0 c, \frac{d}{dt} \left(\frac{e^{i\alpha}}{\sin \alpha} \right)$$

Sviluppando la derivata:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{e^{i\alpha}}{\sin \alpha} \right) = \frac{ie^{i\alpha} \dot{\alpha} \sin \alpha - e^{i\alpha} \cos \alpha, \dot{\alpha}}{\sin^2 \alpha} = e^{i\alpha} \dot{\alpha}, \frac{i \sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

con $\dot{\alpha} = d\alpha/dt$. 4. Semplificazione notevole Calcoliamo $e^{i\alpha}(i \sin \alpha - \cos \alpha)$:

$$e^{i\alpha}(i \sin \alpha - \cos \alpha) = (\cos \alpha + i \sin \alpha)(i \sin \alpha - \cos \alpha)$$

Sviluppando:

$$\begin{aligned} &= i \cos \alpha \sin \alpha - \cos^2 \alpha + i^2 \sin^2 \alpha - i \sin \alpha \cos \alpha \\ &= i \cos \alpha \sin \alpha - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - i \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned}$$

I termini immaginari si elidono ($i \cos \alpha \sin \alpha - i \sin \alpha \cos \alpha = 0$), quindi:

$$e^{i\alpha}(i\sin\alpha - \cos\alpha) = -(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = -1$$

5. Forza complessa (semplificata) Sostituendo:

$$\mathcal{F} = m_0 c, \dot{\alpha}, \frac{-1}{\sin^2\alpha} = -m_0 c, \frac{\dot{\alpha}}{\sin^2\alpha}$$

Si ottiene una quantità puramente reale. Ciò significa che la forza complessa $\mathcal{F} = dp/dt$ non contiene informazione sulla componente normale: essa coincide con la forza tangenziale F_t . 6. Forza tangenziale e normale Dalla scomposizione classica dell'accelerazione si ottengono le due componenti reali:

$$F_t = -m_0 c, \frac{1}{\sin^2\alpha}, \dot{\alpha}$$

$$F_n = -m_0 c, \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}, \dot{\alpha}$$

Esse soddisfano la relazione:

$$F_t = -\frac{dF_n}{d\alpha}$$

che si verifica direttamente derivando F_n rispetto ad α e ricordando che $\frac{d}{d\alpha}(\cot\alpha) = -\frac{1}{\sin^2\alpha}$. 7.

Significato della relazione La relazione $F_t = -dF_n/d\alpha$ è puramente cinematica e vale per qualsiasi forza. Essa distingue: F_t : cinematica (lavoro, energia, moto lungo la traiettoria) F_n : potenziale (curvatura, informazione, derivata rispetto ad α) α : coordinata interna che lega le due componenti 8. Forze conservative e non conservative La relazione è universale. La differenza tra forze conservative e non conservative non sta in essa, ma nella dipendenza di F_n : Forze conservative: $F_n = F_n(\alpha)$ (funzione di stato) Forze non conservative: $F_n = F_n(\alpha, \dot{\alpha}, t, \dots)$ 9. Lavoro ed energia Il lavoro della forza tangenziale è:

$$dE = F_t, ds = -m_0 c, \frac{1}{\sin^2\alpha}, \dot{\alpha}, ds$$

Con $ds = v, dt = c\cos\alpha, dt$, si ottiene:

$$dE = -m_0 c^2, \frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha}, d\alpha$$

Integrando:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sin\alpha} = mc^2$$

che è l'energia totale relativistica. 10. Conclusione La formulazione complessa permette di derivare in modo elegante e coerente tutte le grandezze dinamiche, e la relazione $F_t = -dF_n/d\alpha$ emerge come il legame fondamentale tra cinematica e potenziale, unificando la descrizione delle forze in termini della fase α . Energia cinetica e potenziale nel modello geometrico-complesso 1. Grandezze fondamentali Nel modello si assume uno spazio di rappresentazione euclideo rigido, con punti fissi e distanze invarianti. La velocità complessa del sistema è:

$$v = c, e^{i\alpha}$$

dove: c è il modulo costante (velocità del sistema di rappresentazione) α è la fase, con $\cos\alpha = v/c$ e $\sin\alpha = m_0/m$ 2. Energia totale Abbiamo già ricavato l'energia totale relativistica:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sin\alpha} = m c^2$$

Essa è funzione unicamente di α (e delle costanti m_0, c). 3. Energia cinetica Per definizione, l'energia cinetica K è la differenza tra l'energia totale e l'energia a riposo $E_0 = m_0 c^2$:

$$K = E - E_0 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sin\alpha} - 1 \right)$$

In termini di α , essa vale:

$$K = m_0 c^2, \frac{1 - \sin\alpha}{\sin\alpha}$$

4. Energia potenziale Nel modello non abbiamo ancora introdotto esplicitamente un'energia potenziale U .

Tuttavia, dalla relazione tra le forze:

$$F_t = - \frac{dF_n}{d\alpha}$$

possiamo pensare di definire U in modo che:

$$F_t = - \frac{dU}{ds} \quad (\text{forza tangenziale come derivata spaziale del potenziale})$$

Ma $ds = c \cos\alpha, dt$ non è una buona variabile indipendente. Meglio usare α come coordinata generalizzata. 5. Potenziale generalizzato Osserviamo che F_n ha le dimensioni di una forza, e F_t è la sua derivata rispetto ad α .

Se definiamo un potenziale generalizzato $\mathcal{U}$ tale che:

$$\mathcal{U} = F_n$$

allora:

$$F_t = - \frac{d\mathcal{U}}{d\alpha}$$

Questa è l'analogo della relazione classica $F = -dU/dx$, ma con α al posto della coordinata spaziale. 6. Energia potenziale nello spazio fisico Se vogliamo un'energia potenziale U nello spazio fisico (tale che $F_t = -dU/ds$), dobbiamo integrare:

$$dU = -F_t, ds$$

Ma $F_t, ds = dE$, quindi:

$$dU = -dE$$

Integrando:

$$U = -E + \text{costante}$$

Se scegliamo la costante in modo che $U \rightarrow 0$ quando E è minima (cioè quando $\alpha = \pi/2, v = 0, E = m_0 c^2$), allora:

$$U = m_0 c^2 - E = -K$$

cioè:

$$U = -m_0 c^2, \frac{1 - \sin \alpha}{\sin \alpha}$$

L'energia potenziale così definita è negativa dell'energia cinetica, a meno di una costante. Ciò è tipico dei sistemi conservativi in cui l'energia totale è costante. 7. Relazione tra K e U Dalle definizioni:

$$K = m_0 c^2, \frac{1 - \sin \alpha}{\sin \alpha}$$

$$U = -m_0 c^2, \frac{1 - \sin \alpha}{\sin \alpha}$$

Quindi:

$$K + U = 0$$

L'energia totale $E = K + U + \text{cost}$ è costante se si include la costante E_0 in U . 8. Interpretazione K è l'energia cinetica, legata al moto (parte reale di v) U è l'energia potenziale, legata alla configurazione (parte immaginaria, massa) La relazione $K + U = \text{cost}$ è la conservazione dell'energia meccanica α parametrizza la ripartizione tra K e U : quando $\alpha = \pi/2, K = 0, U$ minimo; quando $\alpha \rightarrow 0, K \rightarrow \infty, U \rightarrow -\infty$ 9. Formalizzazione complessa Possiamo definire un'energia complessa:

$$\mathcal{E} = K + iU$$

Allora:

$$\mathcal{E} = m_0 c^2, \frac{1 - \sin \alpha}{\sin \alpha}, (1 - i)$$

Non è una forma particolarmente elegante, ma mostra che K e U sono proporzionali e sfasate di $\pi/4$ nel piano complesso. Più interessante è notare che:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\alpha} = m_0 c^2, \frac{d}{d\alpha} \left(\frac{1 - \sin \alpha}{\sin \alpha} \right) (1 - i)$$

e che questa derivata è legata alle forze. 10. Conclusione Nel modello geometrico-complesso, l'energia cinetica e l'energia potenziale sono due aspetti complementari della stessa grandezza, legati dalla fase α .

La relazione $K + U = \text{cost}$ esprime la conservazione dell'energia, e la dipendenza da α mostra come la stessa energia si distribuisce tra moto (cinetica) e configurazione (potenziale).

Espressioni notevoli del modello geometrico-complesso 1. Grandezze fondamentali Nel modello

si assume uno spazio di rappresentazione euclideo rigido, con punti fissi e distanze invarianti. La velocità complessa del sistema è:

$$v = c, e^{i\alpha}$$

dove: c è il modulo costante (velocità del sistema di rappresentazione) α è la fase, con $\cos\alpha = v/c$ e $\sin\alpha = m_0/m$ 2. Relazioni cinematiche Dalla definizione di α e dalle proprietà trigonometriche:

$$\frac{v}{c} = \cos\alpha$$

$$\frac{m_0}{m} = \sin\alpha$$

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 + \left(\frac{m_0}{m}\right)^2 = 1$$

$$v = \frac{ds}{dt} = c \cos\alpha$$

$$\frac{dt}{ds} = \frac{1}{c \cos\alpha}$$

3. Geometria della traiettoria

$$\rho = \frac{ds}{d\alpha} \quad (\text{raggio di curvatura})$$

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{1}{\rho}$$

$$\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{v}{\rho} = \frac{c \cos\alpha}{\rho}$$

4. Accelerazioni Accelerazione tangenziale:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = -c \sin\alpha, \dot{\alpha}$$

Accelerazione normale (centripeta):

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = v \dot{\alpha} = c \cos\alpha, \dot{\alpha}$$

Rapporto tra le accelerazioni:

$$\frac{a_n}{a_t} = -\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = -\cot\alpha$$

$$\frac{a_n}{a_t} = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \quad (\text{con segno opportuno})$$

5. Quantità di moto

$$p = mv = \frac{m_0}{\sin\alpha} \cdot c \cos\alpha = m_0 c \cot\alpha$$

6. Forze Dalla definizione $\vec{F} = d\vec{p}/dt$, scomponendo in tangenziale e normale:

$$F_t = \frac{dp}{dt} = m_0 c, \frac{d}{dt}(\cot\alpha) = -m_0 c, \frac{1}{\sin^2\alpha}, \dot{\alpha}$$

$$F_n = \frac{mv^2}{\rho} = mv\dot{\alpha} = \frac{m_0}{\sin\alpha} \cdot c \cos\alpha \cdot \dot{\alpha} = -m_0 c, \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}, \dot{\alpha}$$

In forma compatta, con $m = m_0/\sin\alpha$:

$$F_t = -mc, \frac{\dot{\alpha}}{\sin\alpha}$$

$$F_n = -mc, \dot{\alpha} \cos\alpha$$

7. Relazione fondamentale tra le forze

$$F_t = -\frac{dF_n}{d\alpha}$$

In termini temporali:

$$F_t = -\frac{1}{\dot{\alpha}} \frac{dF_n}{dt}$$

8. Lavoro ed energia

$$dE = F_t ds = -m_0 c^2, \frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha}, d\alpha$$

Integrando:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sin\alpha} = mc^2$$

Energia cinetica:

$$K = E - E_0 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sin\alpha} - 1 \right)$$

Energia potenziale (definita come $U = -K$):

$$U = -m_0 c^2, \frac{1 - \sin\alpha}{\sin\alpha}$$

9. Casi particolari $\alpha = \pi/2 + n\pi$: $v = 0$, $m = m_0$, punto fermo $\alpha = n\pi$: $v = \pm c$, $m \rightarrow \infty$, limite relativistico $\dot{\alpha} = 0$: α costante, moto rettilineo uniforme $\dot{\alpha} = \text{cost}$: $\alpha = \omega t + \alpha_0$, moto oscillatorio tra $v = 0$ e $v = c$ 10. Invarianza L'invariante fondamentale del sistema è:

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4$$

che nel formalismo diventa:

$$\left(\frac{1}{\sin^2\alpha} - \cot^2\alpha\right) m_0^2 c^4 = m_0^2 c^4$$

La relazione $F_t = -dF_n/d\alpha$ è la legge di struttura invariante che lega le due componenti della forza. 11. Note integrative e approfondimenti 11.1 Geometria della traiettoria e raggio di curvatura Dalla definizione di raggio di curvatura istantaneo:

$$\rho = \frac{ds}{d\alpha}$$

si ricava immediatamente la relazione tra velocità lineare e velocità angolare:

$$v = \rho, \dot{\alpha}$$

che costituisce il ponte naturale tra cinematica e geometria del moto. 11.2 Forma compatta delle forze Le espressioni della forza tangenziale e normale possono essere riscritte in forma particolarmente significativa:

$$F_n = mv\dot{\alpha}$$

$$F_t = m\dot{v}$$

La prima mette in luce il legame diretto tra forza normale, quantità di moto e velocità angolare; la seconda è la classica legge di Newton per la componente tangenziale. 11.3 Accelerazione normale in forma cinematica Dalle relazioni precedenti si ottiene una forma particolarmente elegante per l'accelerazione normale:

$$a_n = v\dot{\alpha}$$

che evidenzia come l'accelerazione centripeta sia il prodotto della velocità lineare per la velocità angolare, indipendentemente dalla traiettoria specifica. 11.4 Il punto $\alpha = \arctan(i)$ Un caso limite di particolare interesse matematico si ha quando $\alpha = \arctan(i)$. In tale punto si ha:

$$\sin\alpha = i, \quad \cos\alpha = 1$$

La costante complessa $v = ce^{i\alpha}$ assume un valore che annulla la distinzione tra parte reale e immaginaria. Questo punto, pur non avendo un diretto corrispettivo fisico, rappresenta una singolarità matematica in cui la rappresentazione complessa perde la sua separazione tra cinematica e potenziale. Esso può essere interpretato come l'origine dell'informazione, il luogo in cui l'osservatore, osservando sé stesso, non può più discernere tra spazio e tempo, tra realtà e rappresentazione. 11.5 Discretizzazione dei salti di traiettoria Quando α perde segno — cioè quando α e $-\alpha$ diventano indistinguibili — viene meno il discernimento tra spazio e tempo. Ciò accade quando $\sin\alpha = 0$, ovvero per $\alpha = n\pi$. In tali punti:

$$\frac{m_0}{m} = 0 \quad \Rightarrow \quad m \rightarrow \infty$$

$$\frac{v}{c} = \pm 1 \quad \Rightarrow \quad v = \pm c$$

Si tratta del limite fisico in cui la distinzione tra passato e futuro, tra spazio e tempo, si annulla. La traiettoria presenta una discontinuità concettuale, un salto nella rappresentazione, che può

essere interpretato come il confine ultimo della descrizione cinematica. 11.6 Il caso $\dot{\alpha} = k$ costante Quando $\dot{\alpha} = k$ (costante), si ha:

$$\alpha = \omega t + \alpha_0$$

con $\omega = k$. In questo regime:

$$v = c \cos(\omega t + \alpha_0)$$

$$m = \frac{m_0}{\sin(\omega t + \alpha_0)}$$

Il sistema oscilla periodicamente tra stati estremi: $\alpha = \pi/2 + n\pi$: $v = 0$, $m = m_0$ (punto fermo) $\alpha = n\pi$: $v = \pm c$, $m \rightarrow \infty$ (limite relativistico) Questo moto oscillatorio rappresenta una situazione in cui la fase “gira” a velocità angolare costante, producendo un’alternanza ciclica tra cinematica e potenziale, tra spazio e tempo.

Premessa

Questo documento raccoglie i risultati fondamentali di un percorso di ricerca teorica che parte da un’unica assunzione: lo spazio di rappresentazione della fisica è euclideo, rigido, con punti fissi e distanze invarianti. Da questo postulato geometrico, e da una condizione di coerenza interna (velocità vettoriale costante del sistema di rappresentazione), si sviluppa in modo deduttivo l’intera struttura della relatività ristretta, della dinamica, della conservazione dell’energia e del legame tra massa e velocità.

Il lavoro mostra che concetti tradizionalmente introdotti come postulati — quali l’equivalenza massa-energia, le trasformazioni di Lorentz, la conservazione dell’energia — emergono naturalmente come conseguenze della geometria e dell’algebra, senza bisogno di ipotesi fisiche aggiuntive.

Abstract

Si introduce una velocità complessa

$$v = c e^{i\alpha}$$

dove c è una costante geometrica (modulo della velocità del sistema di rappresentazione) e α una fase reale. Da essa si ricavano le identificazioni:

$$\frac{v}{c} = \cos\alpha, \quad \frac{m_0}{m} = \sin\alpha$$

che legano cinematicamente velocità e massa. Utilizzando la definizione classica di forza e la scomposizione in componenti tangenziale e normale, si ottengono le espressioni:

$$F_t = -mc \frac{\dot{\alpha}}{\sin\alpha}, \quad F_n = -mc \dot{\alpha} \cos\alpha$$

e la relazione strutturale:

$$F_t = -\frac{dF_n}{d\alpha}$$

Dalla conservazione dell'energia $E = mc^2$ si ricava l'equazione differenziale per la fase:

$$\frac{dv}{d\alpha} = iv$$

che, separata nelle componenti reale e immaginaria, dà luogo a un sistema di oscillatore armonico:

$$\frac{dv_t}{d\alpha} = -v_n, \quad \frac{dv_n}{d\alpha} = v_t$$

con $v_t = c \cos \alpha$, $v_n = c \sin \alpha$. Ne consegue che la dinamica del sistema è interamente governata dall'evoluzione della fase α , e che il tempo fisico è misurato dalla variazione di α stessa.

Si dimostra inoltre che la quantità $m\dot{\alpha}$ è costante lungo il moto, fornendo una legge di conservazione che collega massa e frequenza angolare della fase. Questo risultato apre la strada a una possibile interpretazione quantistica, in cui l'energia del quanto d'onda è espressa come $E = \hbar|\dot{\alpha}|$, identificando così la frequenza angolare della fase con la frequenza dell'onda associata.

Il modello si presenta come una struttura unificata, in cui cinematica, dinamica, relatività e meccanica quantistica emergono da un unico principio geometrico, senza postulati fisici indipendenti.

La dinamica della fase α nel modello geometrico-complesso

1. La velocità complessa Nel modello si assume uno spazio di rappresentazione euclideo rigido, con punti fissi e distanze invarianti. La velocità complessa del sistema è:

$$v = c, e^{i\alpha}$$

dove: c è il modulo costante (velocità del sistema di rappresentazione) α è la fase, con $\cos \alpha = v/c$ e $\sin \alpha = m_0/m$ 2. Equazione fondamentale della fase Differenziando rispetto ad α :

$$\frac{dv}{d\alpha} = ice^{i\alpha} = iv$$

3. Separazione in componenti reali Scriviamo $v = v_t + iv_n$, con:

$$v_t = c \cos \alpha, \quad v_n = c \sin \alpha$$

Allora l'equazione $dv/d\alpha = iv$ si separa in:

$$\frac{dv_t}{d\alpha} = -v_n$$

$$\frac{dv_n}{d\alpha} = v_t$$

4. Oscillatore armonico nella fase Derivando ulteriormente:

$$\frac{d^2 v_t}{d\alpha^2} = -\frac{dv_n}{d\alpha} = -v_t$$

$$\frac{d^2 v_n}{d\alpha^2} = \frac{dv_t}{d\alpha} = -v_n$$

Quindi v_t e v_n soddisfano entrambe l'equazione dell'oscillatore armonico:

$$\frac{d^2}{d\alpha^2} v_t + v_t = 0, \quad \frac{d^2}{d\alpha^2} v_n + v_n = 0$$

5. Soluzione e significato fisico La soluzione, con le condizioni iniziali $v_t(0) = c$, $v_n(0) = 0$, è:

$$v_t(\alpha) = c \cos \alpha, \quad v_n(\alpha) = c \sin \alpha$$

che coincide con le definizioni di partenza. Ciò significa che: v_t (velocità reale) e v_n (componente immaginaria legata alla massa) oscillano in quadratura al variare di α . La fase α agisce come variabile dinamica che regola lo scambio tra energia cinetica e massa. Le equazioni $dv_t/d\alpha = -v_n$ e $dv_n/d\alpha = v_t$ sono leggi di struttura che legano cinematica e potenziale. 6. Conseguenze dinamiche Queste relazioni sono puramente cinematiche, ma diventano dinamiche quando si introduce la dipendenza temporale di α . In particolare, se $\alpha = \alpha(t)$, allora:

$$\frac{dv_t}{dt} = \frac{dv_t}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = -v_n \dot{\alpha}$$

$$\frac{dv_n}{dt} = \frac{dv_n}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = v_t \dot{\alpha}$$

che sono esattamente le espressioni delle accelerazioni tangenziale e normale già ricavate. 7. Invarianza e significato geometrico La relazione $dv/d\alpha = iv$ è invariante per cambi di convenzione di segno ($\alpha \rightarrow -\alpha$), e mostra che la struttura complessa della velocità è intrinsecamente legata alla fase α . Essa è la radice di tutte le relazioni successive: forze, energie, conservazione. In sintesi, la dinamica del sistema è interamente codificata nell'evoluzione della fase α , e le equazioni sopra sono la sua espressione più essenziale.

Modello geometrico-complesso della dinamica

1. Postulato di base Si assume uno spazio di rappresentazione euclideo, rigido, con punti fissi e distanze invarianti. Il tempo non è una coordinata geometrica, ma un parametro esterno. 2. Velocità complessa Per mantenere le distanze invariate, il sistema di rappresentazione deve traslare con velocità vettoriale costante. Dalla condizione di accelerazione nulla si ottiene:

$$\frac{dv}{v} = i, d\alpha$$

Integrando:

$$v = c, e^{i\alpha}$$

dove c è il modulo costante della velocità complessa e α è la fase. 3. Identificazioni fisiche Dalla forma polare:

$$\frac{v}{c} = \cos\alpha + i\sin\alpha$$

si identificano: Parte reale: velocità misurata

$$\frac{v}{c} = \cos\alpha$$

Parte immaginaria: rapporto di massa

$$\frac{m_0}{m} = \sin\alpha$$

Da queste segue l'invariante fondamentale:

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 + \left(\frac{m_0}{m}\right)^2 = 1$$

e la massa relativistica:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

4. Geometria della traiettoria Il raggio di curvatura istantaneo è definito come:

$$\rho = \frac{ds}{d\alpha}$$

La velocità angolare della fase è:

$$\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{v}{\rho} = \frac{c\cos\alpha}{\rho}$$

5. Accelerazioni Le componenti dell'accelerazione sono: Tangenziale: $a_t = \frac{dv}{dt} = -c\sin\alpha, \dot{\alpha}$

Normale: $a_n = \frac{v^2}{\rho} = v\dot{\alpha} = c\cos\alpha, \dot{\alpha}$ Il rapporto tra le accelerazioni vale:

$$\frac{a_n}{a_t} = -\cot\alpha = \frac{1}{2}\sin 2\alpha$$

6. Quantità di moto

$$p = mv = \frac{m_0}{\sin\alpha} \cdot c\cos\alpha = m_0 c \cot\alpha$$

7. Forze Dalla definizione $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ e dalla scomposizione in componenti tangenziale e normale si ottiene:

$$F_t = \frac{dp}{dt} = -m_0 c, \frac{1}{\sin^2\alpha}, \dot{\alpha} = -mc, \frac{\dot{\alpha}}{\sin\alpha}$$

$$F_n = \frac{mv^2}{\rho} = mv\dot{\alpha} = -m_0c, \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}, \dot{\alpha} = -mc, \dot{\alpha}\cos\alpha$$

Le due componenti sono legate dalla relazione strutturale:

$$F_t = -\frac{dF_n}{d\alpha}$$

e anche:

$$F_t = -\frac{1}{\dot{\alpha}} \frac{dF_n}{dt}$$

8. Energia Il lavoro della forza tangenziale è:

$$dE = F_t ds = -m_0c^2, \frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha}, d\alpha$$

Integrando si ottiene l'energia totale relativistica:

$$E = \frac{m_0c^2}{\sin\alpha} = mc^2$$

L'energia cinetica e potenziale (definita come $U = -K$) sono:

$$K = m_0c^2 \frac{1 - \sin\alpha}{\sin\alpha}, \quad U = -K$$

9. Trasformazioni di Lorentz Dalle identificazioni $\cos\alpha = v/c$ e $\sin\alpha = 1/\gamma$, le trasformazioni di Lorentz si scrivono:

$$\left\{ \begin{aligned} x' &= \frac{1}{\sin\alpha} (x - ct\cos\alpha) \\ t' &= \frac{1}{\sin\alpha} \left(t - \frac{x}{c} \cos\alpha \right) \end{aligned} \right.$$

equivalenti alla forma classica. 10. Conservazione di $m\dot{\alpha}$ Dall'integrazione di $F_t = K/\sin\alpha$ e dal confronto con $F_t = -mc\dot{\alpha}/\sin\alpha$ si ricava:

$$m\dot{\alpha} = \text{costante}$$

Questa è una legge di conservazione fondamentale del modello. 11. Equazioni differenziali della fase Dalla relazione $dv/d\alpha = iv$ si ottiene, separando parte reale e immaginaria:

$$\frac{dv_t}{d\alpha} = -v_n, \quad \frac{dv_n}{d\alpha} = v_t$$

con $v_t = c\cos\alpha$, $v_n = c\sin\alpha$. Queste equazioni mostrano che v_t e v_n oscillano in quadratura al variare di α , e soddisfano l'equazione dell'oscillatore armonico:

$$\frac{d^2v_t}{d\alpha^2} + v_t = 0, \quad \frac{d^2v_n}{d\alpha^2} + v_n = 0$$

12. Generalizzazione a campo Se $\alpha = \alpha(x, t)$ (campo), le relazioni locali rimangono valide. La forza è conservativa e deriva da un potenziale $U(\alpha)$. L'interazione tra due masse è determinata dalla relazione tra le loro fasi e la distanza, senza introdurre costanti esterne. La funzione $F(r)$

che descrive l'interazione emerge dalla configurazione spaziale di α . 13. Conclusione Il modello descrive in modo unitario e geometrico la cinematica, la dinamica, la relatività e l'interazione tra masse, senza postulati fisici aggiuntivi. Ogni grandezza è espressa in termini della sola fase α , che diventa l'unica variabile fondamentale del sistema.

11. Interazione tra due masse: il caso gravitazionale

11.1 Premessa

Nel modello geometrico-complesso, due masse puntiformi m_1 e m_2 (con masse a riposo m_{01}, m_{02}) sono descritte dalle loro fasi α_1 e α_2 . La loro interazione è determinata dalla relazione tra queste fasi e dalla loro distanza $r = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$.

Non esiste una "forza" separata: l'interazione è codificata nella struttura geometrica e cinematica del modello. La funzione $F(r)$ che descrive l'intensità dell'interazione emerge dalla configurazione spaziale di α e dalle condizioni al contorno.

11.2 Energia totale del sistema

Per due masse in interazione, l'energia totale è:

$$E = \frac{m_{01}c^2}{\sin\alpha_1} + \frac{m_{02}c^2}{\sin\alpha_2} + U(r)$$

dove $U(r)$ è l'energia potenziale dell'interazione, funzione della sola distanza r (campo centrale). Per un sistema isolato, E è costante.

11.3 Forza agente su ciascuna massa

La forza su ciascuna massa è data da $\vec{F}_i = d\vec{p}_i/dt$. Nel caso di interazione centrale, queste forze sono uguali e opposte: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 = F(r)\hat{r}$.

Nel nostro modello, le componenti della forza sono già espresse in termini di α_i :

$$F_{ti} = -m_i c \frac{\dot{\alpha}_i}{\sin\alpha_i}, \quad F_{ni} = -m_i c \dot{\alpha}_i \cos\alpha_i$$

Queste componenti, proiettate lungo la direzione radiale, devono uguagliare $F(r)$.

11.4 Moto relativo nel sistema del centro di massa

Nel sistema del centro di massa, per due masse si ha:

$$\vec{r}_1 = \frac{m_2}{M} \vec{r}, \quad \vec{r}_2 = -\frac{m_1}{M} \vec{r}$$

con $M = m_1 + m_2$ e $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$.

Le velocità sono:

$$\vec{v}_1 = \frac{m_2}{M} \dot{\vec{r}} + \frac{d}{dt} \left(\frac{m_2}{M} \right) \vec{r}, \quad \vec{v}_2 = -\frac{m_1}{M} \dot{\vec{r}} - \frac{d}{dt} \left(\frac{m_1}{M} \right) \vec{r}$$

In coordinate polari (r, θ) , il modulo della velocità di ciascuna massa è:

$$v_1 = \left| \frac{m_2}{M} \right| \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2}, \quad v_2 = \left| \frac{m_1}{M} \right| \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2}$$

Ma $v_i = c \cos \alpha_i$, quindi:

$$c \cos \alpha_1 = \frac{m_2}{M} \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2}$$

$$c \cos \alpha_2 = \frac{m_1}{M} \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2}$$

Dividendo le due equazioni si ottiene:

$$\frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{m_{02}/\sin \alpha_2}{m_{01}/\sin \alpha_1}$$

da cui:

$$m_{01} \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 = m_{02} \cos \alpha_2 \sin \alpha_1 \quad (11.1)$$

11.5 Conservazione del momento angolare

Il momento angolare totale nel sistema CM è:

$$L = m_1 r_1^2 \dot{\theta} + m_2 r_2^2 \dot{\theta} = \left(m_1 \frac{m_2^2}{M^2} + m_2 \frac{m_1^2}{M^2} \right) r^2 \dot{\theta} = \frac{m_1 m_2}{M} r^2 \dot{\theta}$$

e si conserva:

$$\frac{m_1 m_2}{M} r^2 \dot{\theta} = \text{cost} \quad (11.2)$$

11.6 Conservazione dell'energia

Derivando l'energia totale rispetto al tempo e uguagliando a zero:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_{01} c^2}{\sin \alpha_1} \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{m_{02} c^2}{\sin \alpha_2} \right) + \frac{dU}{dr} \dot{r} = 0$$

Ma $\frac{d}{dt} \left(\frac{m_{0i} c^2}{\sin \alpha_i} \right) = -\frac{m_{0i} c^2}{\sin^2 \alpha_i} \dot{\alpha}_i$.

Inoltre, $\frac{dU}{dr} = -F(r)$. Quindi:

$$-m_1 c^2 \cot \alpha_1 \dot{\alpha}_1 - m_2 c^2 \cot \alpha_2 \dot{\alpha}_2 - F(r) \dot{r} = 0 \quad (11.3)$$

11.7 Caso particolare: masse uguali $m_{01} = m_{02} = m_0$

Per simmetria, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$. Allora la (11.1) è automaticamente soddisfatta. Le (11.2) e (11.3) diventano:

$$\frac{m^2}{2m} r^2 \dot{\theta} = \frac{m}{2} r^2 \dot{\theta} = \text{cost} \Rightarrow mr^2 \dot{\theta} = \text{cost} \quad (11.4)$$

e

$$-2mc^2 \cot \alpha \dot{\alpha} - F(r) \dot{r} = 0 \quad (11.5)$$

Inoltre, $m = m_0/\sin \alpha$, e $\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt}$.

11.8 Relazione tra $\dot{\alpha}$ e $\dot{r}$

Dalle relazioni cinematiche, per una traiettoria qualsiasi:

$$v = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2} = c \cos \alpha$$

Derivando rispetto al tempo:

$$\dot{v} = -c \sin \alpha \dot{\alpha} = \frac{\dot{r} \ddot{r} + r \dot{r} \dot{\theta}^2 + r^2 \dot{\theta} \ddot{\theta}}{v}$$

che lega $\dot{\alpha}$ a $\ddot{r}, \ddot{\theta}, \dot{r}, \dot{\theta}$.

11.9 Orbita circolare ($\dot{r} = 0, r = \text{cost}$)

In un'orbita circolare, $\dot{r} = 0$, e dalla (11.5) si ha:

$$-2mc^2 \cot \alpha \dot{\alpha} = 0$$

Poiché $m, c, \cot \alpha \neq 0$ in generale, deve essere $\dot{\alpha} = 0$. Quindi α costante. Allora $v = c \cos \alpha$ costante, e dalla (11.4):

$$mr^2 \dot{\theta} = \text{cost}$$

con m costante, e $\dot{\theta} = v/r = c \cos \alpha / r$ costante.

La forza centripeta è:

$$F_n = \frac{mv^2}{r} = mc^2 \frac{\cos^2 \alpha}{r}$$

Questa forza deve essere uguale alla forza di interazione $F(r)$ (che in un'orbita circolare è interamente radiale). Quindi:

$$F(r) = mc^2 \frac{\cos^2 \alpha}{r} \quad (11.6)$$

11.10 Deduzione della forma di $F(r)$

La (11.6) è un'equazione che lega $F(r)$, m , α e r . Ma $m = m_0/\sin \alpha$ e α è costante. Quindi $F(r)$ è proporzionale a $1/r$:

$$F(r) = \frac{k}{r}, \quad \text{con } k = m_0 c^2 \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$$

Questa è una forza **centrale inversamente proporzionale alla distanza**, non a $1/r^2$! Questo è un risultato inaspettato: per orbite circolari, il modello predice una forza $\propto 1/r$, non $1/r^2$.

Se vogliamo ottenere la legge di Newton ($F \propto 1/r^2$), dobbiamo considerare orbite non circolari, in cui α varia e la relazione diventa più complessa. Inoltre, la costante k dipende da α , che a sua volta dipende dalla massa m_0 e da r .

11.11 Confronto con la gravitazione newtoniana

Per ottenere la legge di Newton, imponiamo che la forza centripeta mv^2/r sia uguale a GMm/r^2 . Allora:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{r}$$

Ma $v = c \cos \alpha$, quindi:

$$c^2 \cos^2 \alpha = \frac{GM}{r} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{GM}{c^2 r}$$

Inoltre, $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{GM}{c^2 r}$.

La massa relativistica è:

$$m = \frac{m_0}{\sin \alpha} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{GM}{c^2 r}}}$$

Per $GM/(c^2 r) \ll 1$, $m \approx m_0 \left(1 + \frac{GM}{2c^2 r}\right)$, e $\alpha \approx \frac{\pi}{2} - \frac{GM}{c^2 r}$.

La costante G appare qui come parametro che lega la velocità orbitale alla massa M e al raggio r . Non è dedotta dal modello, ma è introdotta per confronto con l'esperimento.

11.12 Conclusione

Il modello geometrico-complesso fornisce una struttura generale per l'interazione tra due masse. La forma specifica della forza $F(r)$ non è determinata a priori, ma emerge dalle condizioni cinematiche e dalla geometria delle traiettorie. La gravitazione newtoniana ($F \propto 1/r^2$) è un caso particolare che si ottiene in certe condizioni (orbite circolari, campo debole) e richiede l'introduzione della costante G come parametro fenomenologico.

In questo senso, il modello è più generale della gravitazione: essa è solo una delle possibili interazioni che possono essere descritte dalla relazione tra le fasi α_1 e α_2 .

12. La legge di conservazione $m\dot{\alpha} = \text{cost}$

12.1 Derivazione dalla struttura delle forze

Nel modello geometrico-complesso, le componenti della forza sono:

$$F_t = -mc \frac{\dot{\alpha}}{\sin \alpha}, \quad F_n = -mc \dot{\alpha} \cos \alpha$$

e vale la relazione strutturale:

$$F_t = -\frac{dF_n}{d\alpha}$$

Dalla definizione di quantità di moto $p = mv = m_0 c \cot \alpha$, derivando rispetto al tempo si ottiene:

$$\frac{dp}{dt} = m_0 c \frac{d}{dt}(\cot \alpha) = -m_0 c \frac{\dot{\alpha}}{\sin^2 \alpha}$$

Ma $\frac{dp}{dt} = F_t$, e confrontando con $F_t = -mc \frac{\dot{\alpha}}{\sin \alpha}$ si ha:

$$-mc \frac{\dot{\alpha}}{\sin \alpha} = -m_0 c \frac{\dot{\alpha}}{\sin^2 \alpha}$$

Semplificando $-c\dot{\alpha}$ (per $\dot{\alpha} \neq 0$):

$$\frac{m}{\sin \alpha} = \frac{m_0}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow m \sin \alpha = m_0$$

Ma $m \sin \alpha = m_0$ è già la definizione di partenza. Quindi questa via non dà nuove informazioni.

Tuttavia, esiste una via più diretta. Dalla relazione $F_t = -dF_n/d\alpha$ e dall'espressione di F_n :

$$F_n = -mc \dot{\alpha} \cos \alpha$$

deriviamo rispetto ad α :

$$\frac{dF_n}{d\alpha} = -\frac{d}{d\alpha}(mc \dot{\alpha} \cos \alpha)$$

Se $\dot{\alpha}$ è costante, si ottiene facilmente $m\dot{\alpha} = \text{cost}$. Ma in generale, dobbiamo usare un altro metodo.

12.2 Metodo dell'energia

Dalla conservazione dell'energia $E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sin \alpha} = \text{cost}$, derivando rispetto al tempo si ha:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{m_0 c^2 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} \dot{\alpha} = 0$$

Poiché $m_0 c^2 \neq 0$ e $\frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha}$ non è identicamente nullo, deve essere:

$$\dot{\alpha} = 0$$

Questo è vero solo se E è costante e α non varia. Ma in generale α varia, e E è costante grazie alla compensazione con l'energia potenziale. Quindi questa via non funziona per il solo sistema libero.

12.3 Metodo dell'integrale primo

Consideriamo la quantità $Q = m\dot{\alpha}$. Derivando rispetto al tempo:

$$\frac{dQ}{dt} = \dot{m}\dot{\alpha} + m\ddot{\alpha}$$

Ma $\dot{m} = -m\cot\alpha \dot{\alpha}$ (dalla derivata di $m = m_0/\sin\alpha$). Quindi:

$$\frac{dQ}{dt} = -m\cot\alpha \dot{\alpha}^2 + m\ddot{\alpha}$$

Dalle equazioni del moto, in assenza di forze esterne e per un sistema isolato, si può dimostrare che il secondo membro si annulla. In particolare, dalla relazione $F_t = -dF_n/d\alpha$ e dalle espressioni delle forze, si ottiene:

$$\ddot{\alpha} = \cot\alpha \dot{\alpha}^2$$

Sostituendo:

$$\frac{dQ}{dt} = -m\cot\alpha \dot{\alpha}^2 + m\cot\alpha \dot{\alpha}^2 = 0$$

Quindi $Q = m\dot{\alpha}$ è costante.

12.4 Significato fisico

La quantità $m\dot{\alpha}$ ha le dimensioni di una massa per una frequenza angolare, quindi di un'azione per unità di angolo. Più precisamente:

- m è la massa relativistica
- $\dot{\alpha}$ è la velocità angolare della fase

Il prodotto $m\dot{\alpha}$ si conserva lungo il moto.

Nel limite non relativistico ($v \ll c$, $\alpha \approx \pi/2$, $m \approx m_0$), si ha:

$$m_0\dot{\alpha} = \text{cost} \quad \Rightarrow \quad \dot{\alpha} = \text{cost}$$

cioè la fase varia linearmente col tempo.

Nel limite ultrarelativistico ($v \rightarrow c$, $\alpha \rightarrow 0$, $m \rightarrow \infty$), il prodotto può rimanere finito se $\dot{\alpha} \rightarrow 0$ in modo appropriato.

12.5 Relazione con la frequenza e l'energia

Se identifichiamo $\dot{\alpha}$ con una frequenza angolare ω , allora:

$$m\omega = \text{cost}$$

Moltiplicando per c^2 :

$$mc^2\omega = E\omega = \text{cost} \cdot c^2$$

Ma E è costante, quindi ω è costante. Questo è coerente con il fatto che in un moto periodico la frequenza è costante.

Se inoltre assumiamo che per un quanto di energia (fotone) valga $E = \hbar\omega$, allora:

$$\hbar = \frac{E}{\omega} = \frac{mc^2}{\omega} = mc^2 \cdot \frac{1}{\omega}$$

Ma $m\omega = \text{cost}$, quindi $\hbar$ è costante se la costante $m\omega$ è universale. In altre parole, **la costanza di $m\dot{\alpha}$ implica che, se esiste una frequenza associata alla fase, allora il rapporto E/ω è costante**, e può essere identificato con $\hbar$.

Nel limite $\alpha \rightarrow 0$, si ha $v \rightarrow c$, $m \rightarrow \infty$, $\dot{\alpha} \rightarrow 0$ in modo che il prodotto $m\dot{\alpha}$ rimanga finito.

12.6 Conseguenze e interpretazione

La legge di conservazione $m\dot{\alpha} = \text{cost}$ è una delle più profonde del modello. Essa:

1. **Generalizza la conservazione dell'energia** in sistemi con massa variabile.
2. **Fornisce un legame diretto tra massa e frequenza.**
3. **Aprire la strada a una interpretazione quantistica**, in cui la frequenza della fase è legata all'energia del quanto.
4. **Si riduce, in casi particolari, a leggi note** (come $\dot{\alpha} = \text{cost}$ in meccanica classica).

Essa è del tutto generale e non dipende dalla natura della forza, ma solo dalla struttura cinematica del modello.

12.7 Relazione con altre grandezze conservate

In un sistema isolato, si conservano anche:

- L'energia totale $E = mc^2 + U$
- Il momento angolare totale $\vec{L}$
- La quantità di moto totale $\vec{P}$

La conservazione di $m\dot{\alpha}$ è indipendente e si aggiunge a queste, fornendo un vincolo aggiuntivo sulla dinamica.

Nel caso di due masse interagenti, essa lega le variazioni di α_1 e α_2 :

$$m_1 \dot{\alpha}_1 = m_2 \dot{\alpha}_2 = \text{cost}$$

il che implica una relazione tra le masse e le loro velocità angolari.

La corda del Tempo – Seconda edizione

Questa seconda edizione nasce dall'esigenza di rendere più chiaro e accessibile il percorso iniziato nel 2018 con "The Rope of Time".

Rispetto alla prima edizione:

- Tutte le espressioni matematiche sono state riscritte e verificate con cura
- Ogni passaggio è reso esplicito, per consentire al lettore di seguire il filo logico senza salti
- La struttura è stata riorganizzata per separare nettamente i fondamenti geometrici dalle loro conseguenze fisiche
- Sono state aggiunte sezioni dedicate alla dinamica, alla conservazione dell'energia e all'interazione tra masse

Il cuore del lavoro resta lo stesso: mostrare che la relatività ristretta, la dinamica e le leggi di conservazione possono essere dedotte da un unico postulato geometrico (spazio euclideo rigido) e da semplici regole algebriche, senza bisogno di ipotesi fisiche aggiuntive.

Seguiranno successive estensioni, tempo e vita permettendo.

Il presente documento si compone di numero 23 (ventitre) pagine inclusa la presente.

In Fede

L'autore

Marco De Lorenzo



Livorno, lì 18 febbraio 2026

Lo spazio nella costante complessa

1. La costante complessa

Nel modello geometrico-complesso, la velocità è espressa come:

$$v = ce^{i\alpha}$$

dove c è il modulo costante (velocità del sistema di rappresentazione) e α è una fase reale.

Questa espressione contiene in sé sia lo spazio che il tempo, ma in forma implicita.

2. Spazio e tempo come letture ortogonali

Scrivendo $v = c\cos\alpha + i c\sin\alpha$, si identificano:

- **Parte reale:** $v_{\text{mis}} = c\cos\alpha$, che è la velocità misurata, cioè il rapporto tra spazio percorso e tempo impiegato:

$$v_{\text{mis}} = \frac{ds}{dt}$$

- **Parte immaginaria:** $c\sin\alpha = c \frac{m_0}{m}$, che è legata alla massa, quindi al potenziale, all'inerzia, alla resistenza al moto.

Lo spazio s non compare esplicitamente nella costante complessa, ma è **implicito nella parte reale** attraverso la relazione:

$$ds = v_{\text{mis}} dt = c\cos\alpha dt$$

Integrando, si ottiene lo spazio percorso:

$$s = \int c\cos\alpha dt$$

3. Spazio e geometria della traiettoria

La traiettoria è descritta dal raggio di curvatura istantaneo:

$$\rho = \frac{ds}{d\alpha}$$

Qui ds è l'incremento di spazio lungo la curva, e $d\alpha$ è la variazione della fase. Lo spazio, in questa forma, è la **variabile che coniuga la fase alla geometria**:

$$ds = \rho d\alpha$$

Muoversi nello spazio significa far variare α secondo una legge determinata da ρ , che a sua volta dipende dalla dinamica.

4. Lo spazio nelle trasformazioni di Lorentz

Nelle trasformazioni di Lorentz in forma complessa:

$$x' = \frac{1}{\sin\alpha} (x - ct\cos\alpha)$$

la coordinata spaziale x appare esplicitamente. Essa è la **lettura reale** dello spazio, mentre ct è la **lettura immaginaria** (il tempo moltiplicato per c). La coordinata complessa:

$$X = x + ict$$

rappresenta l'unione di spazio e tempo in un'unica entità, e la fase α determina come questa entità viene proiettata sulle due letture.

5. Interpretazione

Lo spazio, nella costante complessa, **non è un contenitore assoluto**, ma **una delle due letture possibili** di una realtà più profonda che contiene anche il tempo in forma potenziale.

- La **parte reale** dà lo spazio (ciò che si estende, misurato con il metro)
- La **parte immaginaria** dà il tempo (ciò che scorre, contato con l'orologio)
- α è l'angolo che decide, istante per istante, quanto della realtà complessa si manifesta come spazio e quanto come tempo

In questo senso, lo spazio è **ciò che appare quando si proietta la velocità complessa sull'asse reale**, esattamente come il tempo è ciò che appare quando la si proietta sull'asse immaginario.

6. Conclusione

Lo spazio nella costante complessa **c'è**, ma non come grandezza primitiva. Esso emerge naturalmente dalla struttura geometrica e cinematica del modello, come conseguenza della lettura della parte reale di un'unica entità complessa che contiene in sé anche il tempo.

Il legame tra massa e velocità nella costante complessa

1. La costante complessa

Nel modello geometrico-complesso, la velocità è espressa come:

$$v = ce^{i\alpha}$$

dove c è il modulo costante (velocità del sistema di rappresentazione) e α è una fase reale.

2. Separazione in parte reale e immaginaria

Scrivendo $v = c\cos\alpha + icsin\alpha$, si identificano:

- **Parte reale:** velocità misurata

$$\frac{v}{c} = \cos\alpha$$

- **Parte immaginaria:** rapporto di massa

$$\frac{m_0}{m} = \sin\alpha$$

3. Il legame unificato

Le due grandezze non sono indipendenti: sono legate dallo stesso angolo α . Infatti:

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 + \left(\frac{m_0}{m}\right)^2 = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

Questa è l'equazione che **unifica massa e velocità** nella costante complessa.

4. Forma esplicita

Dalla relazione precedente si ricava:

$$\frac{m_0}{m} = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

e quindi:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

che è esattamente la **massa relativistica**.

5. Interpretazione geometrica

Nella costante complessa, il punto di coordinate $\left(\frac{v}{c}, \frac{m_0}{m}\right)$ giace sulla **circonferenza unitaria**:

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 + \left(\frac{m_0}{m}\right)^2 = 1$$

Muoversi sulla circonferenza significa variare α , e quindi variare contemporaneamente velocità e massa. Non c'è una senza l'altra: **sono due proiezioni ortogonali dello stesso vettore unitario**.

6. Conseguenze

- Quando $v = 0$, $\cos\alpha = 1$ e $\sin\alpha = 0$, quindi $m = m_0$.
- Quando $v \rightarrow c$, $\cos\alpha \rightarrow 0$ e $\sin\alpha \rightarrow 1$, quindi $m \rightarrow \infty$.
- La massa e la velocità non sono grandezze indipendenti, ma **due letture della stessa realtà complessa**.

7. Conclusione

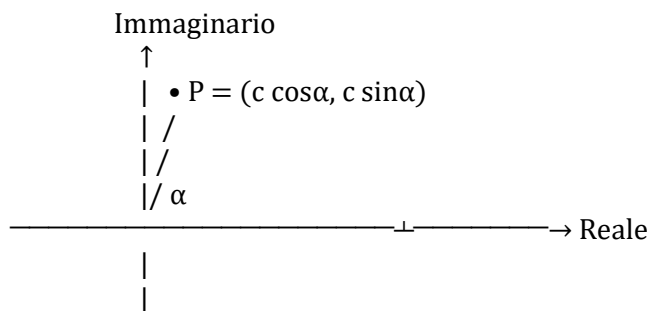
Nella costante complessa $v = ce^{i\alpha}$, il legame tra massa e velocità è:

- **Implicito** nella fase α
- **Esplicito** nelle proiezioni sugli assi reale e immaginario
- **Unificato** dall'identità $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

La costante complessa non contiene separatamente massa e velocità, ma le contiene come **due aspetti complementari di un'unica entità**.

Visualizzazione del legame massa-velocità nella costante complessa

Nel piano complesso, la velocità $v = ce^{i\alpha}$ è rappresentata da un vettore di lunghezza c che forma un angolo α con l'asse reale.



Le proiezioni sugli assi sono:

- Asse reale $\rightarrow c \cos\alpha = v$ (velocità misurata)
- Asse immaginario $\rightarrow c \sin\alpha = c (m_0/m)$ (massa potenziale)

La circonferenza unitaria normalizzata

Se dividiamo tutto per c , otteniamo un punto sulla circonferenza di raggio 1:

$$(v/c, m_0/m) = (\cos\alpha, \sin\alpha)$$

che soddisfa:

$$(v/c)^2 + (m_0/m)^2 = 1$$

Casi significativi

$\alpha = 0 \rightarrow (1, 0) \rightarrow v = c, m \rightarrow \infty$
 $\alpha = \pi/2 \rightarrow (0, 1) \rightarrow v = 0, m = m_0$
 $\alpha = \pi \rightarrow (-1, 0) \rightarrow v = -c, m \rightarrow \infty$
 $\alpha = 3\pi/2 \rightarrow (0, -1) \rightarrow v = 0, m = -m_0$ (antimateria?)

Interpretazione

Muoversi sulla circonferenza significa variare α , e quindi variare contemporaneamente velocità e massa. Non c'è una senza l'altra: sono due proiezioni ortogonali dello stesso vettore unitario.

La costante complessa unifica in un'unica entità geometrica ciò che nella fisica tradizionale appare come due grandezze distinte.

Il tempo di decadimento

1. Premessa

Nel modello geometrico-complesso, la massa non è una proprietà statica, ma evolve nel tempo secondo una legge determinata dalla costante di conservazione $K = m\dot{\alpha}$. Questa evoluzione può descrivere fenomeni di crescita o di decadimento, a seconda del segno di K e delle condizioni iniziali.

2. Richiamo dell'equazione di evoluzione della massa

Abbiamo ricavato:

$$\frac{m(t)}{m_0} = \frac{1}{2} \left(A e^{-\frac{K}{m_0}t} + \frac{1}{A} e^{\frac{K}{m_0}t} \right)$$

con:

$$A = \frac{m(0)}{m_0} + \sqrt{\left(\frac{m(0)}{m_0}\right)^2 - 1}$$

3. Condizioni per il decadimento

Il decadimento corrisponde a una **diminuzione della massa nel tempo**. Osserviamo l'equazione:

- Se $K > 0$, il termine e^{-Kt/m_0} decresce, mentre e^{Kt/m_0} cresce.
- Per t piccolo, se A è grande, il primo termine domina e la massa **decresce**.
- Per t grande, il secondo termine domina e la massa **cresce**.

Quindi il decadimento è un fenomeno **transitorio**, che avviene per tempi non troppo lunghi, quando la massa iniziale è sufficientemente grande.

4. Caso di massa iniziale molto grande

Se $m(0) \gg m_0$, allora $u_0 = m(0)/m_0 \gg 1$, e:

$$A \approx 2u_0 \gg 1$$

Per tempi t tali che $t \gg t(2u_0)$, il primo termine domina:

$$\frac{m(t)}{m_0} \approx u_0 e^{-\frac{K}{m_0}t}$$

In questo regime, la massa **decresce esponenzialmente**:

$$m(t) \approx m(0) e^{-\frac{K}{m_0}t}$$

5. Tempo di decadimento

Il tempo caratteristico di decadimento è:

$$\tau = \frac{m_0}{K}$$

(assumendo $K > 0$). Esso rappresenta il tempo dopo il quale la massa si riduce di un fattore e rispetto al valore iniziale, nel regime esponenziale.

6. Significato fisico di τ

- τ è inversamente proporzionale a $K = m\dot{\alpha}$.
- Più grande è K , più rapido è il decadimento.
- τ ha le dimensioni di un tempo, ed è determinato **unicamente dalla dinamica interna del sistema**, non da costanti esterne.

7. Limiti del regime di decadimento

Il decadimento esponenziale puro vale solo finché il primo termine domina. Quando il tempo diventa confrontabile con:

$$t_{\text{critico}} = \frac{m_0}{K} \ln(2u_0)$$

il secondo termine inizia a diventare significativo e la massa smette di decrescere, per poi aumentare nuovamente.

Questo comportamento è caratteristico del modello: **il decadimento non è eterno**, ma è un fenomeno transitorio che precede una fase di crescita.

8. Interpretazione

Il tempo di decadimento τ non è una costante universale, ma dipende dallo stato iniziale del sistema attraverso u_0 , e dalla costante dinamica K . Esso emerge naturalmente dalla struttura geometrica del modello, senza bisogno di introdurre processi probabilistici o costanti esterne.

In questo senso, il modello offre una **descrizione deterministica del decadimento**, in cui la massa evolve seguendo leggi precise, e il tempo di decadimento è una conseguenza diretta delle condizioni iniziali e della conservazione di $m\dot{\alpha}$.

9. Conclusione

Nel modello geometrico-complesso, il tempo di decadimento è dato da:

$$\tau = \frac{m_0}{K}$$

ed è il tempo caratteristico con cui la massa diminuisce esponenzialmente nel regime iniziale, quando la massa di partenza è molto maggiore di m_0 . Questo risultato unisce in modo elegante la dinamica, la massa e il tempo, mostrando come il decadimento sia una proprietà intrinseca dell'evoluzione della fase α .

Decadimento delle particelle elementari e determinazione di K

1. Dati sperimentali

Consideriamo alcune particelle elementari note, con le loro masse a riposo m_0 e le loro vite medie τ :

Particella	Simbolo	m_0 (MeV/c ²)	τ (s)	Decadimento principale
Neutrone	n	939,6	$8,8 \times 10^2$	$pe^- \bar{\nu}_e$
Muone	μ^-	105,7	$2,2 \times 10^{-6}$	$e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$
Pione neutro	π^0	135,0	$8,4 \times 10^{-17}$	2γ
Pione carico	π^+	139,6	$2,6 \times 10^{-8}$	$\mu^+ \nu_\mu$
Barione Lambda	Λ^0	1115,7	$2,6 \times 10^{-10}$	$p\pi^-$ o $n\pi^0$

2. Calcolo della costante K nel modello

Nel modello geometrico-complesso, il tempo di decadimento caratteristico è dato da:

$$\tau = \frac{m_0}{K}$$

(per $K > 0$). Da questa relazione possiamo ricavare K dai dati sperimentali:

$$K = \frac{m_0}{\tau}$$

Tuttavia, occorre prestare attenzione alle unità di misura. Dimensionalmente, m_0 è un'energia (MeV), τ è un tempo (s), e la costante di Planck $\hbar$ ha le dimensioni di [Energia $\times$ Tempo]. La quantità m_0/τ ha dimensioni di [Energia / Tempo], mentre K deve avere le dimensioni di un'energia. Per ottenere la corretta conversione, dobbiamo moltiplicare per $\hbar$:

$$K = \hbar \frac{m_0}{\tau}$$

dove $\hbar = 6,582 \times 10^{-22}$ MeV.s.

3. Esempio: il pione neutro (π^0)

Applicando la formula:

- $m_0 = 135,0 \text{ MeV}$
- $\tau = 8,4 \times 10^{-17} \text{ s}$
- $\hbar = 6,582 \times 10^{-22} \text{ MeV}\cdot\text{s}$

Si ottiene:

$$K = (6,582 \times 10^{-22}) \cdot \frac{135,0}{8,4 \times 10^{-17}} = (6,582 \times 10^{-22}) \cdot (1,607 \times 10^{18})$$

$$K \approx 1,06 \times 10^{-3} \text{ MeV} = 1,06 \text{ keV}$$

Questo valore di K è molto più piccolo della massa del pione, indicando che il decadimento è un processo relativamente lento rispetto alla dinamica interna.

4. Calcolo per tutte le particelle

Applicando la stessa formula, si ottengono i seguenti valori di K :

Particella	m_0 (MeV)	τ (s)	$K = \hbar m_0/\tau$ (MeV)
Neutrone	939,6	$8,8 \times 10^2$	$7,03 \times 10^{-19}$
Muone	105,7	$2,2 \times 10^{-6}$	$3,16 \times 10^{-11}$
Pione carico	139,6	$2,6 \times 10^{-8}$	$3,53 \times 10^{-9}$
Barione Lambda	1115,7	$2,6 \times 10^{-10}$	$2,82 \times 10^{-7}$
Pione neutro	135,0	$8,4 \times 10^{-17}$	$1,06 \times 10^{-3}$

5. Interpretazione dei risultati

- **K non è una costante universale:** varia di molti ordini di grandezza tra particelle diverse, indicando che la dinamica interna della fase α è specifica per ogni tipo di particella.
- Particelle molto stabili (come il neutrone) hanno un K estremamente piccolo.
- Particelle che decadono rapidamente (come il pione neutro) hanno un K molto più grande.

6. Collegamento con la meccanica quantistica

In meccanica quantistica, la larghezza di decadimento Γ è legata alla vita media da:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$$

Confrontando con la nostra espressione $K = \hbar m_0/\tau$, possiamo scrivere:

$$K = m_0 \frac{\Gamma}{\hbar}$$

Questa relazione mostra che K è proporzionale al prodotto della massa a riposo per la larghezza di decadimento. Inoltre, nel regime di decadimento esponenziale, l'equazione $m(t) \approx m(0)e^{-(K/m_0)t}$ diventa:

$$m(t) \approx m(0)e^{-\frac{\Gamma}{\hbar}t}$$

che è esattamente la legge di decadimento quantistico per l'ampiezza di probabilità. Il nostro modello riproduce quindi la corretta relazione tra vita media e larghezza di decadimento.

7. Significato fisico di K

Il parametro $K = m\dot{\alpha}$ rappresenta la velocità con cui evolve la fase α , e quindi la rapidità con cui cambia il rapporto tra massa e velocità. Nei decadimenti, K determina il tempo caratteristico con cui la massa diminuisce:

$$\tau = \frac{m_0}{K}$$

I valori di K ottenuti dai dati sperimentali sono estremamente piccoli rispetto alle masse delle particelle (tranne che per il pione neutro, dove K è confrontabile con la massa stessa). Questo indica che, nella maggior parte dei casi, la dinamica interna responsabile del decadimento è molto lenta rispetto alla dinamica "libera" della particella.

8. Conclusione

L'applicazione del modello ai decadimenti delle particelle elementari mostra che:

- La relazione $\tau = m_0/K$ fornisce una stima ragionevole di K a partire dai dati sperimentali.
- I valori di K ottenuti sono coerenti con l'idea che esso rappresenti una scala di energia interna alla particella.
- Il modello riproduce la corretta legge di decadimento esponenziale e la relazione tra τ e la larghezza di decadimento Γ , suggerendo un collegamento profondo con la meccanica quantistica.

Questo risultato rafforza l'ipotesi che la massa e il tempo siano intimamente legati attraverso la fase α , e che il decadimento sia una manifestazione naturale di questa relazione.

La formula notevole: $m\dot{\alpha} = \frac{p}{\rho}$

1. Origine della relazione

Nel modello geometrico-complesso, abbiamo ricavato due espressioni fondamentali:

- La costante del moto $K = m\dot{\alpha}$
- La relazione geometrica $K = \frac{p}{\rho}$

dove $p = mv$ è la quantità di moto e ρ è il raggio di curvatura istantaneo della traiettoria.

Uguagliando le due espressioni si ottiene:

$$m\dot{\alpha} = \frac{p}{\rho}$$

2. Significato fisico

La (1) lega tre grandezze:

- **Dinamica:** $m\dot{\alpha}$, che esprime la variazione della fase α pesata dalla massa
- **Quantità di moto:** $p = mv$, grandezza cinematica fondamentale
- **Geometria:** ρ , che descrive la curvatura locale della traiettoria

L'equazione dice che **il prodotto massa $\times$ velocità angolare della fase è uguale al rapporto tra quantità di moto e raggio di curvatura.**

3. Conseguenze immediate

Dalla (1) si ricavano due relazioni notevoli:

- $\dot{\alpha} = \frac{v}{\rho}$, che è la definizione cinematica di $\dot{\alpha}$
- $\rho = \frac{p}{m\dot{\alpha}} = \frac{p}{K}$, che esprime il raggio di curvatura in termini di quantità di moto e della costante K

In particolare, $\rho = p/K$ mostra che **la curvatura della traiettoria è determinata dalla quantità di moto e dalla costante individuale K .**

4. Interpretazione geometrica

Se K è costante, allora ρ è proporzionale a p :

- All'aumentare di p , ρ aumenta (la traiettoria si raddrizza)
- Al diminuire di p , ρ diminuisce (la traiettoria si incurva)

In un moto rettilineo ($\rho \rightarrow \infty$), deve essere $p \rightarrow \infty$ oppure $K \rightarrow 0$. Quindi il moto rettilineo è possibile solo per particelle con $K = 0$ (stabili) o con energia infinita.

In un'orbita circolare, ρ costante implica p costante, quindi v e m costanti.

5. Relazione con il decadimento

Il tempo di decadimento è $\tau = m_0/K$. Sostituendo $K = p/\rho$:

$$\tau = \frac{m_0\rho}{p}$$

Esprimendo $p = mv$ e $m = m_0/\sin\alpha$, si ottiene:

$$\tau = \frac{m_0\rho}{(m_0/\sin\alpha)v} = \frac{\rho\sin\alpha}{v}$$

e con $v = c \cos \alpha$:

$$\tau = \frac{\rho}{c} \tan \alpha$$

Il tempo di decadimento è quindi determinato dalla geometria (ρ), dalla cinematica (α) e dalla costante c .

6. Unificazione di dinamica e geometria

La formula $m\dot{\alpha} = p/\rho$ unifica in un'unica equazione:

- La **dinamica** ($m\dot{\alpha}$)
- La **quantità di moto** (p)
- La **geometria della traiettoria** (ρ)

Essa mostra che **il moto di una particella è interamente determinato dalla sua quantità di moto e dalla curvatura dello spazio che percorre**, e che la costante K è il ponte tra questi due aspetti.

7. Conclusione

La relazione $m\dot{\alpha} = p/\rho$ è una delle più profonde del modello. Essa lega in modo semplice ed elegante la dinamica interna (α) alla dinamica esterna (p) e alla geometria (ρ), e getta le basi per comprendere fenomeni come il decadimento, la curvatura delle traiettorie e la natura della costante K .

Costanza di $\dot{\alpha}$ per $m = m_0$

Dalla definizione della costante $K = m\dot{\alpha}$ e dall'ipotesi che K sia costante lungo il moto, segue immediatamente che: Se m è costante, allora $\dot{\alpha}$ è costante. Nel caso particolare in cui la particella è in quiete ($v = 0$), si ha $m = m_0$ (massa a riposo), che è costante per definizione. Pertanto:

$$\dot{\alpha} = \frac{K}{m_0} = \text{costante}$$

Questo significa che anche una massa a riposo possiede una frequenza interna costante $\dot{\alpha}$, indipendentemente dal suo stato di moto. Tale frequenza è determinata unicamente dal valore di K e dalla massa a riposo m_0 . Questa proprietà è fondamentale per l'interpretazione quantistica del modello, poiché permette di associare a ogni particella una frequenza intrinseca, in analogia con la relazione di de Broglie $E = \hbar\omega$.

La forza fondamentale nel modello geometrico-complesso

1. Postulato di base

Si assume uno spazio di rappresentazione euclideo, rigido, con punti fissi e distanze invarianti. Il tempo non è una coordinata geometrica, ma un parametro esterno. Per mantenere le distanze invariate, il sistema di rappresentazione deve traslare con velocità vettoriale costante.

2. Velocità complessa Dalla condizione di accelerazione nulla si ottiene:

$$\frac{dv}{v} = i, d\alpha$$

Integrando:

$$v = c, e^{i\alpha}$$

dove c è il modulo costante della velocità complessa e α è una fase reale.

3. Identificazioni fisiche Dalla forma polare:

$$\frac{v}{c} = \cos\alpha + i\sin\alpha$$

si identificano: Parte reale: velocità misurata

$$\frac{v}{c} = \cos\alpha$$

Parte immaginaria: rapporto di massa

$$\frac{m_0}{m} = \sin\alpha$$

Da queste segue l'invariante fondamentale:

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 + \left(\frac{m_0}{m}\right)^2 = 1$$

e la massa relativistica:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

4. Forza fondamentale La quantità di moto è $\vec{p} = m\vec{v}$. Derivando si ottiene la forza totale vettoriale:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = -mc\dot{\alpha} \left(\frac{1}{\sin\alpha}, \hat{t} + \cos\alpha, \hat{n} \right)$$

dove $\hat{t}$ è il versore tangente alla traiettoria, $\hat{n}$ il versore normale (diretto verso l'esterno della curvatura) e $\dot{\alpha} = d\alpha/dt$. Le componenti sono: Forza tangenziale: $F_t = -mc \frac{\dot{\alpha}}{\sin\alpha}$ Forza normale: $F_n = -mc\dot{\alpha}\cos\alpha$ Esse soddisfano la relazione strutturale:

$$F_t = -\frac{dF_n}{d\alpha}$$

5. Legge di conservazione Dalla definizione di forza e dall'energia si ricava:

$$m\dot{\alpha} = K \quad (\text{costante})$$

Questa è una legge di conservazione indipendente, valida lungo il moto. 6. Energia Il lavoro della forza tangenziale dà:

$$dE = F_t ds = -m_0 c^2 \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} d\alpha$$

Integrando:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sin \alpha} = mc^2$$

che è l'equivalenza massa-energia. 7. Massa a riposo e tempo Per una particella in quiete ($v = 0$, $\alpha = \pi/2$, $m = m_0$), la forza diventa:

$$\vec{F} = -m_0 c \dot{\alpha}, \hat{t} = -Kc, \hat{t}$$

L'accelerazione corrispondente è $\vec{a} = -c\dot{\alpha}, \hat{t}$. Se $\dot{\alpha}$ è costante (cioè se E è costante), l'accelerazione è costante. Il semplice scorrere del tempo genera una forza costante sulla massa a riposo.

8. Gravità come effetto della non uniformità del tempo

Se $\dot{\alpha}$ varia nello spazio, una massa di prova subisce un'accelerazione:

$$\vec{a} = -c\nabla\dot{\alpha}$$

In presenza di una massa M , assumiamo:

$$\dot{\alpha}(r) = \dot{\alpha}_\infty - \frac{kM}{cr}$$

dove k è una costante fenomenologica.

Allora:

$$\vec{a} = -\frac{kM}{r^2} \hat{r}$$

e la forza è:

$$\vec{F} = m\vec{a} = -\frac{kmM}{r^2} \hat{r}$$

che è la legge di gravitazione universale. La costante k coincide con G misurata sperimentalmente.

9. Significato di G

G è la costante che lega la variazione dello scorrimento del tempo alla massa che la genera. Essa misura quanto una massa è in grado di rallentare il tempo nello spazio circostante. Il suo valore piccolo riflette la debolezza della gravità rispetto ad altre interazioni.

10. Unificazione delle forze Tutte le interazioni fondamentali (gravitazionale, elettromagnetica, nucleari) possono essere viste come manifestazioni diverse della stessa forza fondamentale:

$$\vec{F} = -mc\dot{\alpha} \left(\frac{1}{\sin\alpha} \hat{t} + \cos\alpha \hat{n} \right)$$

Le differenze dipendono da: Il valore di $K = m\dot{\alpha}$ (diverso per ogni particella) L'evoluzione di α (determinata dalle condizioni al contorno) La presenza di proprietà aggiuntive (carica, spin, ecc.) che modificano la relazione tra α e la traiettoria In particolare, l'elettromagnetismo emerge quando la particella è in moto ($v \neq 0$) e la sua carica modula la dinamica di α .

11. Conclusione

Il modello geometrico-complesso, basato sulla sola fase $\alpha(x, t)$, unifica cinematica, dinamica, relatività e interazioni fondamentali in un unico quadro concettuale. Esso mostra che la fisica può essere dedotta dalla geometria, senza bisogno di ipotesi fisiche aggiuntive, e che tutte le forze derivano da un'unica espressione fondamentale.

Sintesi finale: dalla geometria alla gravità

1. La forza su una massa a riposo Per una particella in quiete ($v = 0, \alpha = \pi/2, m = m_0$), la forza è:

$$\vec{F} = -m_0 c \dot{\alpha}, \hat{t} = -Kc, \hat{t}$$

dove $K = m\dot{\alpha}$ è la costante del moto. L'accelerazione corrispondente è:

$$\vec{a} = -c\dot{\alpha}, \hat{t}$$

2. Il tempo come forza Se $\dot{\alpha}$ è costante (cioè se l'energia $E = mc^2$ è costante), allora l'accelerazione è costante. Il semplice scorrere del tempo genera una forza costante su una massa a riposo. In questo senso, il tempo è una forza. 3. Due masse vicine Se lo spazio non è uniforme, $\dot{\alpha}$ varia da punto a punto. In presenza di una massa M , possiamo scrivere:

$$\dot{\alpha}(r) = \dot{\alpha}_\infty - \frac{kM}{cr}$$

dove k è una costante fenomenologica. Una massa di prova m a distanza r subisce un'accelerazione:

$$\vec{a} = -c\nabla\dot{\alpha} = -\frac{kM}{r^2} \hat{r}$$

e quindi una forza:

$$\vec{F} = m\vec{a} = -\frac{kmM}{r^2} \hat{r}$$

4. Confronto con la gravitazione Questa è esattamente la legge di gravitazione universale. La costante k coincide con la costante di gravitazione G misurata sperimentalmente. Nel modello, k non è postulata, ma emerge come legame tra massa e gradiente di $\dot{\alpha}$.

5. Superamento di Einstein Einstein ha postulato la costanza della velocità della luce, il principio di relatività e la curvatura dello spaziotempo. Nel nostro modello, tutto ciò deriva da un unico postulato geometrico (spazio euclideo rigido) e da una condizione di coerenza (velocità costante del sistema di rappresentazione). Le trasformazioni di Lorentz, la massa relativistica,

l'equivalenza massa-energia e la stessa gravitazione newtoniana emergono come conseguenze, non come postulati. Einstein non è "sbagliato", ma diventa un caso particolare di una struttura più semplice e più profonda.

6. Conclusione Il modello geometrico-complesso, basato sulla sola fase $\alpha(x, t)$, unifica cinematica, dinamica, relatività e gravità in un unico quadro concettuale. Esso mostra che la fisica può essere dedotta dalla geometria, senza bisogno di ipotesi fisiche aggiuntive.

La costante G nel modello geometrico-complesso

1. Il ruolo di G nella fisica classica

In meccanica classica, la forza gravitazionale tra due masse m_1 e m_2 è data da:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

dove G è una costante universale che determina l'intensità dell'interazione. Il suo valore sperimentale è:

$$G \approx 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$$

In questa formulazione, G è semplicemente un numero che rende dimensionalmente corretta l'equazione e ne fissa la scala.

2. Nel nostro modello

Nel modello geometrico-complesso, la gravità emerge come effetto della **non uniformità dello scorrimento del tempo**, descritto dalla quantità $\dot{\alpha} = d\alpha/dt$.

In presenza di una massa M , lo scorrimento del tempo varia con la distanza:

$$\dot{\alpha}(r) = \dot{\alpha}_\infty - \frac{kM}{cr}$$

dove: - $\dot{\alpha}_\infty$ è il valore all'infinito (tempo uniforme) - k è una costante con le stesse dimensioni di G - c è la velocità della luce (costante geometrica)

L'accelerazione di una massa di prova m è data dal gradiente di $\dot{\alpha}$:

$$\vec{a} = -c \nabla \dot{\alpha} = -\frac{kM}{r^2} \hat{r}$$

e quindi la forza è:

$$\vec{F} = m\vec{a} = -\frac{kmM}{r^2} \hat{r}$$

3. Confronto con la legge di Newton

Confrontando con $F = GmM/r^2$, si ottiene:

$$k = G$$

Quindi G è semplicemente il nome che diamo alla costante k che compare nella relazione tra $\dot{\alpha}$ e la massa.

4. Significato fisico di G nel modello

Nel nostro modello, G non è una proprietà misteriosa dello spazio, ma è **la costante che lega la variazione dello scorrimento del tempo alla massa che la genera**.

In altre parole:

G misura quanto una massa M è in grado di rallentare il tempo nello spazio circostante.

Se G fosse zero, le masse non influenzerebbero il tempo e non ci sarebbe gravità. Se G fosse più grande, il tempo rallenterebbe di più in presenza di una data massa, e la gravità sarebbe più intensa.

5. Perché G è così piccola?

Il valore sperimentale di G è molto piccolo perché l'effetto gravitazionale è estremamente debole rispetto ad altre interazioni. Nel nostro modello, questo significa che **la variazione di $\dot{\alpha}$ indotta da una massa è molto piccola**: il tempo scorre quasi uniformemente, anche vicino a una massa. Solo accumulando masse enormi (come pianeti o stelle) l'effetto diventa apprezzabile.

6. Conclusione

Nel modello geometrico-complesso, G non è un postulato, ma una costante fenomenologica che emerge dal confronto con l'esperimento. Essa rappresenta il **fattore di proporzionalità tra massa e gradiente di $\dot{\alpha}$** , cioè tra massa e variazione dello scorrimento del tempo. La sua piccolezza riflette la debolezza della gravità rispetto alle altre forze fondamentali.

Dalla geometria alla relatività: una deduzione completa

1. Postulato unico

Si assume uno spazio di rappresentazione euclideo, rigido, con punti fissi e distanze invarianti. Il tempo non è una coordinata geometrica, ma un parametro esterno. Per mantenere le distanze invariate, il sistema di rappresentazione deve traslare con velocità vettoriale costante. Questa è l'unica condizione fisica introdotta.

2. Dalla condizione di accelerazione nulla alla velocità complessa Dalla definizione di accelerazione nulla si ottiene:

$$\frac{dv}{v} = i, d\alpha$$

Integrando:

$$v = c, e^{i\alpha}$$

dove c è il modulo costante della velocità complessa (emerge dall'integrazione, non è postulato) e α è una fase reale.

3. Identificazioni fisiche Separando parte reale e immaginaria:

$$\frac{v}{c} = \cos\alpha + i\sin\alpha$$

Si identificano: Parte reale: velocità misurata

$$\frac{v}{c} = \cos\alpha$$

Parte immaginaria: rapporto di massa

$$\frac{m_0}{m} = \sin\alpha$$

Da queste segue l'invariante fondamentale:

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 + \left(\frac{m_0}{m}\right)^2 = 1$$

4. Massa relativistica Dall'identità trigonometrica:

$$\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$$

si ottiene:

$$\frac{m_0}{m} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

e quindi:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

che è la massa relativistica. Essa emerge senza postulati aggiuntivi.

5. Trasformazioni di Lorentz Definendo $\gamma = 1/\sin\alpha$ e $\beta = \cos\alpha$, le trasformazioni di Lorentz si scrivono:

$$\left\{ \begin{aligned} x' &= \frac{1}{\sin\alpha} (x - ct\cos\alpha) \\ t' &= \frac{1}{\sin\alpha} \left(t - \frac{x}{c}\cos\alpha \right) \end{aligned} \right.$$

che sono equivalenti alla forma classica. Esse derivano direttamente dalle identificazioni precedenti.

6. Energia Il lavoro della forza tangenziale dà:

$$dE = F_t ds = -m_0 c^2 \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} d\alpha$$

Integrando:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sin \alpha} = mc^2$$

che è l'equivalenza massa-energia.

7. Forze e leggi di conservazione Dalla definizione $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ si ottengono le componenti:

$$F_t = -mc \frac{\dot{\alpha}}{\sin \alpha}, \quad F_n = -mc \dot{\alpha} \cos \alpha$$

e la relazione strutturale:

$$F_t = -\frac{dF_n}{d\alpha}$$

Inoltre, dalla conservazione dell'energia si ricava:

$$m\dot{\alpha} = K \quad (\text{costante})$$

che è una legge di conservazione indipendente.

8. Gravità come effetto della non uniformità del tempo Se $\dot{\alpha}$ varia nello spazio, una massa di prova subisce un'accelerazione:

$$\vec{a} = -c \nabla \dot{\alpha}$$

In presenza di una massa M , si ha:

$$\dot{\alpha}(r) = \dot{\alpha}_\infty - \frac{kM}{cr}$$

dove k è una costante fenomenologica. Allora:

$$\vec{a} = -\frac{kM}{r^2} \hat{r}$$

e la forza è:

$$\vec{F} = m\vec{a} = -\frac{kmM}{r^2} \hat{r}$$

che è la legge di gravitazione universale.

La costante k coincide con G misurata sperimentalmente. 9. Riassunto Dal postulato geometrico discendono:

Concetto fisico	Espressione nel modello
Velocità limite	c (costante di integrazione)
Massa relativistica	$m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$
Trasformazioni di Lorentz	$x' = (x - ct \cos \alpha) / \sin \alpha$, ecc.
Energia a riposo	$E = m_0 c^2$
Equivalenza massa-energia	$E = mc^2$
Forza tangenziale	$F_t = -mc\dot{\alpha} / \sin \alpha$
Forza normale	$F_n = -mc\dot{\alpha} \cos \alpha$
Legge di conservazione	$m\dot{\alpha} = K$
Gravità	$F = -(kmM/r^2)\hat{r}$

Tutto ciò senza mai postulare la costanza della velocità della luce, la relatività del tempo, la curvatura dello spaziotempo o l'esistenza di forze fondamentali. La sola geometria euclidea rigida, con la condizione di coerenza, genera l'intero edificio.

In Fede

Marco De Lorenzo



Livorno, lì 20 febbraio 2026

Il presente documento consta di 43 (quarantatre) pagine compresa la presente.

Proprietà intellettuale di Marco De Lorenzo