

Jarosław Grabiec 
Piotrków Trybunalski
Poland
kontakt@eko-agnes.pl
(niezależny badacz)

Teoria Zespolonego Pędu w Fazowej Czasoprzestrzeni.

Wprowadzenie nowych pojęć: „Trójkąt Impedancji Orbitalnej”

„Trójkąt Mocy Orbitalnej”

„Współczynnik Zestrojenia Orbitalnego”

Streszczenie.

Opracowanie wprowadza w skali makro **zespoloną postać pędu mechanicznego**, która ujawnia **dualną naturę** pędu oraz uwypatnia jego **wektorową fazę ruchu $\psi(t)$ w czasoprzestrzeni**. Praca oferuje praktyczne narzędzia diagnostyczne oraz jasno opisuje dynamiczną zależność między ruchem rotacyjnym i translacyjnym. Proponuje sprawdzony aparat matematyczny z użyciem liczb zespolonych wykorzystywany przez inżynierów w elektrotechnice, który może również znaleźć zastosowanie w dziedzinie mechaniki orbitalnej upraszczając kalkulacje. Niestandardowe podejście w układzie nieinercyjnym wyjaśnia na przykładzie astrofizyczny mechanizm energetyczny widziany od jego wnętrza. Skupia uwagę Czytelnika na transferze energii w kanale energetycznym **efektu Coriolisa** jako zapętlonego (**uwikłanego**) **mechanizmu sprzężenia** między kanałem energetycznym aktywnym i reaktywnym.

Podejście takie wynika z **ortogonalności w przestrzeni** oraz **fazowości w czasie** niezależnych strumieni energii wyodrębnionych kanałów co uwypatnia podwójną naturę pędu kinetycznego jako wielkości wektorowej opisanej równaniami na płaszczyźnie liczb zespolonych jako suma pędu aktywnego i reaktywnego:

$$p_{\text{zespolony}} = p_{\text{aktywny}} + i p_{\text{reaktywny}} = p_{\text{radialny}} + i p_{\text{tangencjalny}}$$

$$p_Z = p_A + i p_R$$

$$p_Z = m v_r + i m v_\theta$$

$$m v = m (v_r + i v_\theta)$$

Opracowanie nawiązuje do opublikowanego artykułu pt.: „Twierdzenie Orbitalne 2025” (DOI:10.5281/zenodo.17987613), w którym wydzielone zostały dwa niezależne kanały energetyczne (aktywny Ω_A , reaktywny Ω_R) sprzężone wzajemnie w czasoprzestrzeni dynamiczną fazą efektu Coriolisa podczas przykładowego procesu wynoszenia satelity na orbitę.

W klasycznej metodzie naukowej w skali makroskopowej pęd jest przedstawiany zazwyczaj jako wektorowa wielkość rzeczywista $p = mv$. Pęd rotacyjny traktuje się podobnie jako iloczyn skalarny pędu orbitalnego i promienia.

Niniejsze opracowanie wzbogacając znaną wiedzę oferuje doskonalszy formalizm matematyczny, który ujawnia strukturę fazową pędu w czasoprzestrzeni ukrytą w klasycznych różniczkowych równaniach ruchu. Ewolucyjnie uzupełnia dotychczasową metodykę naukową wprowadzając do terminologii astrofizyki nowe pojęcia wielkości zespolonych:

Trójkąt Impedancji Orbitalnej (TIO):

$$Z_{or}(t) = R_{or}(t) + iX_{or}(t)$$

Trójkąt Mocy Orbitalnej (TMO):

$$S_A(t) = P_A(t) + iP_R(t)$$

Współczynnik Zestrojenia Orbitalnego (WZO):

$$\operatorname{tg} \psi(t) = \frac{X_{or}(t)}{R_{or}(t)}$$

Autor bazując na uznanej od dziesięcioleci w elektrotechnice metodzie analizy obwodów w stanie nieustalonym prowadzi do wyodrębnienia w rachunkach mechaniki orbitalnej analogicznych, **zespolonych pojęć**:

- **impedancji orbitalnej** – $Z_{or}(t)$
- **rezystancji orbitalnej** – $R_{or}(t)$
- **reaktancji orbitalnej** – $X_{or}(t)$

Odpowiedniki te są znane również w mechanice drgań ale nie były powszechnie stosowane w astrofizyce podczas analiz dynamicznych procesów orbitalnych. Proponowany formalizm wzmacnia dotychczasową wiedzę, prowadzi do spójnej oceny zjawisk energetycznych zachodzących podczas omawianej dynamicznej fazy lotu oraz

przy dalszym rozwoju jako metody diagnostycznej może stanowić w przyszłości uniwersalne narzędzie do analiz prowadzonych na szerszą skalę (kosmologiczną).

Przejście do dziedziny liczb zespolonych ułatwia zrozumienie wpływu komponentów na cały proces energetyczny jak również porządkuje występujące siły przynależne do odpowiednich kanałów energetycznych. Formalizm tłumaczy z nowej perspektywy pochodzenie dynamicznej fazy sprzężenia procesu w czasoprzestrzeni oraz oferuje pełniejszą interpretację sprzężenia zwrotnego jako mechanicznego (orbitalnego) **współczynnika zestrojenia orbitalnego** $tg \psi(t)$ (alternatywnie $\cos \psi(t)$). Współczynnik ten określa aktualny stopień zakrzywienia geometrii ewoluującego w czasie układu grawitacyjnego jako stosunek pędu reaktywnego $\mathbf{p}_R(t)$ (rotacyjnego) do pędu aktywnego $\mathbf{p}_A(t)$ (translacyjnego). Przejście na płaszczyznę zespoloną (Re, Im) jest wygodne i intuicyjne oraz pozwala jawnie wydzielić i analizować przyporządkowane kanałom energetycznym rozwijane moce mechaniczne: aktywną $\mathbf{P}_A(t)$, reaktywną $\mathbf{P}_R(t)$, wypadkową $\mathbf{S}(t)$.

Opracowanie wyodrębnienia kluczowe wielkości astrofizyczne, wskazuje analogie matematyczne do związków używanych powszechnie w teorii elektrotechniki oraz przenosi odpowiedniki na grunt kosmologii – co może być inspirujące przy próbach uogólnień wielkoskalowych.

Wyjście z proponowanym formalizmem wynika z faktu, iż akceptowana w nauce forma sumowania energii kinetycznych jako wielkości skalarnych w postaci:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

jest w pewnym uproszczeniu dydaktycznym określającym stan układu ale skrywa fazowość oraz dynamikę zjawisk w czasie stanu nieustalonego. Wzór powyższy sumuje energie, które dla układów o zmiennej geometrii w istocie nie są addytywne ani w sensie wektorowym ani fazowym.

1. Wprowadzenie.

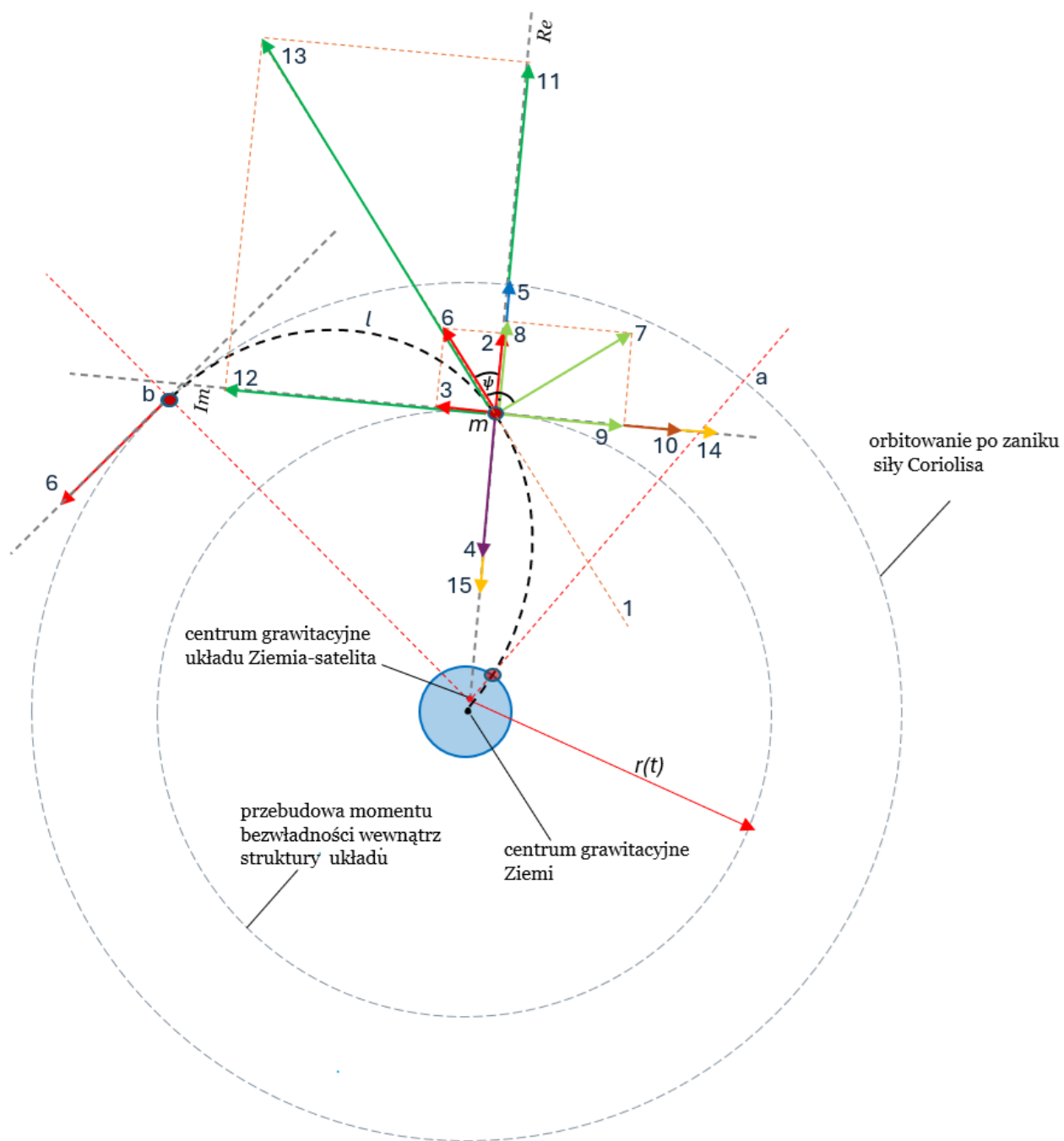
W celu zrozumienia idei zapisu matematycznego pędu zespolonego w skali makro autor odsyła początkowo do zapoznania się z Rys.11 (rozdział.7) gdzie pokazane są możliwe warianty.

W niniejszej pracy rozpatrywany jest ruch satelity o masie $m(t)$ w płaszczyźnie orbitalnej w bazie (r, θ) z rozdzieleniem kanałów energetycznych na aktywny Ω_A (radialny) i reaktywny Ω_R (tangencjalny). Zwrot dodatni osi radialnej jest skierowany na zewnątrz ($+r$), natomiast zwrot dodatni osi stycznej jest zgodny z ruchem przeciwnym do ruchu wskazówek zegara (CCW), tj. w kierunku rosnącego θ ($+\theta$).

Układ należy rozpatrywać tak, że rotacja obydwu ciał satelita-Ziemia odbywa się względem osi zaznaczonej czerwonym punktem określającym wspólny geometryczny środek równowagi grawitacyjnej wg Rys.1 – dla satelity punkt ten jest praktycznie w pobliżu środka Ziemi. Analiza w bazie zespolonej dotyczy stanu nieustalonego manewru wynoszenia satelity na orbitę, w którym wektory prędkości i sił zmieniają zarówno wartość jak i kierunek w czasie a kluczowym zagadnieniem jest **wewnętrzne sprzężenie fazowe w czasoprzestrzeni między składową radialną i tangencjalną** prędkości.

W kolejnych rozdziałach formalizm impedancyjny i mocowy traktowany jest jako narzędzie porządkujące istniejące równania ruchu oraz ujawniające strukturę fazową procesu.

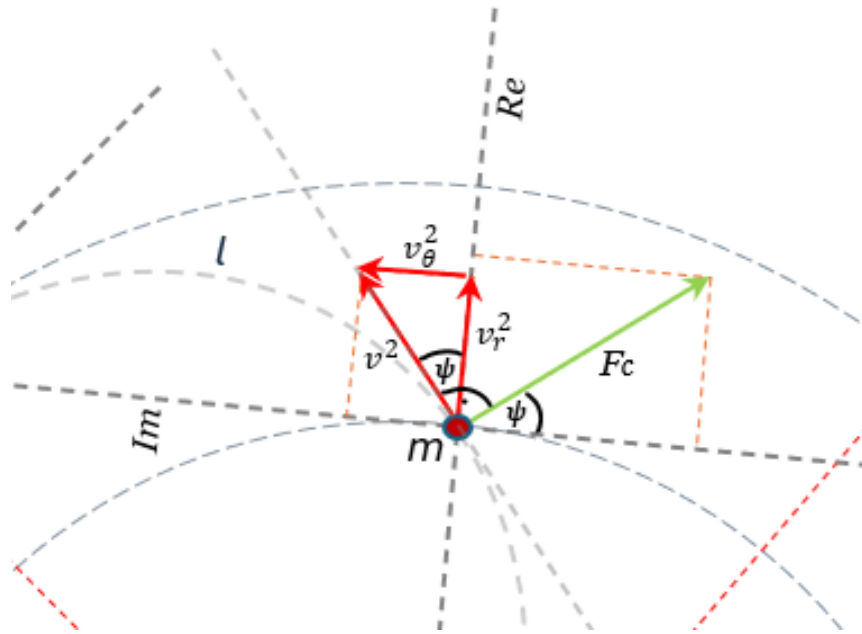
Rys.1 jako przykład fizyczny pokazuje start rakiety wynoszącej satelitę na orbitę okołozemską. Na spirali wznoszenia l pokazano wektor główny (6) prędkości $v(t)$, wektor (2) prędkości radialnej $v_r(t)$ oraz prędkości stycznej (3) (tangencjalnej) $v_\theta(t)$ zaznaczone kolorem czerwonym.



Rys.1 (poglądowy, nie zawiera skali)

Opis Rys 1:

- 1 – oś styczna w punkcie analizy do spirali wznoszenia l
- 2 – prędkość radialna $v_r(t)$
- 3 – prędkość tangencjalna $v_\theta(t)$
- 4 - siła dośrodkowa grawitacji $F_g(r)$
- 5 – siła odśrodkowa $F_{od}(t)$
- 6 – prędkość główna w punkcie analizy $v(t)$
- 7 - główna siła Coriolisa w punkcie analizy $F_c(t)$
- 8 - składowa radialna (aktywna) siły Coriolisa
- 9 – składowa tangencjalna (reaktywna) siły Coriolisa
- 10 – siła Eulera $F_{eu}(t)$
- 11 - ciąg radialny rakiety $T_r(t)$
- 12 – ciąg tangencjalny rakiety $T_\theta(t)$
- 13 – ciąg główny rakiety $T(t)$
- 14 – siły tłumiące tangencjalne $\Delta F_\theta(t)$
- 15 – siły tłumiące radialne $\Delta F_r(t)$
- a,b – punkty wyznaczające zakres rzutowania na łuk l



Rys.2

Prędkości rzutowane (2 oraz 3) wynoszonego satelity są zatem dwiema składowymi (v_r, v_θ) w przestrzeni głównego wektora prędkości (6) leżącego na prostej stycznej do trajektorii spirali w punkcie analizy. W ujęciu geometrycznym wg Rys.2 otrzymujemy:

$$v^2 = v_r^2 + v_\theta^2 \quad [1]$$

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2}$$

Rozważając tradycyjnie rozkład wektorowy po wymnożeniu obydwu stron równania przez masę satelity otrzymujemy zależność na pęd rozłożony:

$$mv^2 = mv_r^2 + mv_\theta^2$$

W ujęciu zespolonym równanie [1] przyjmuje zatem postać:

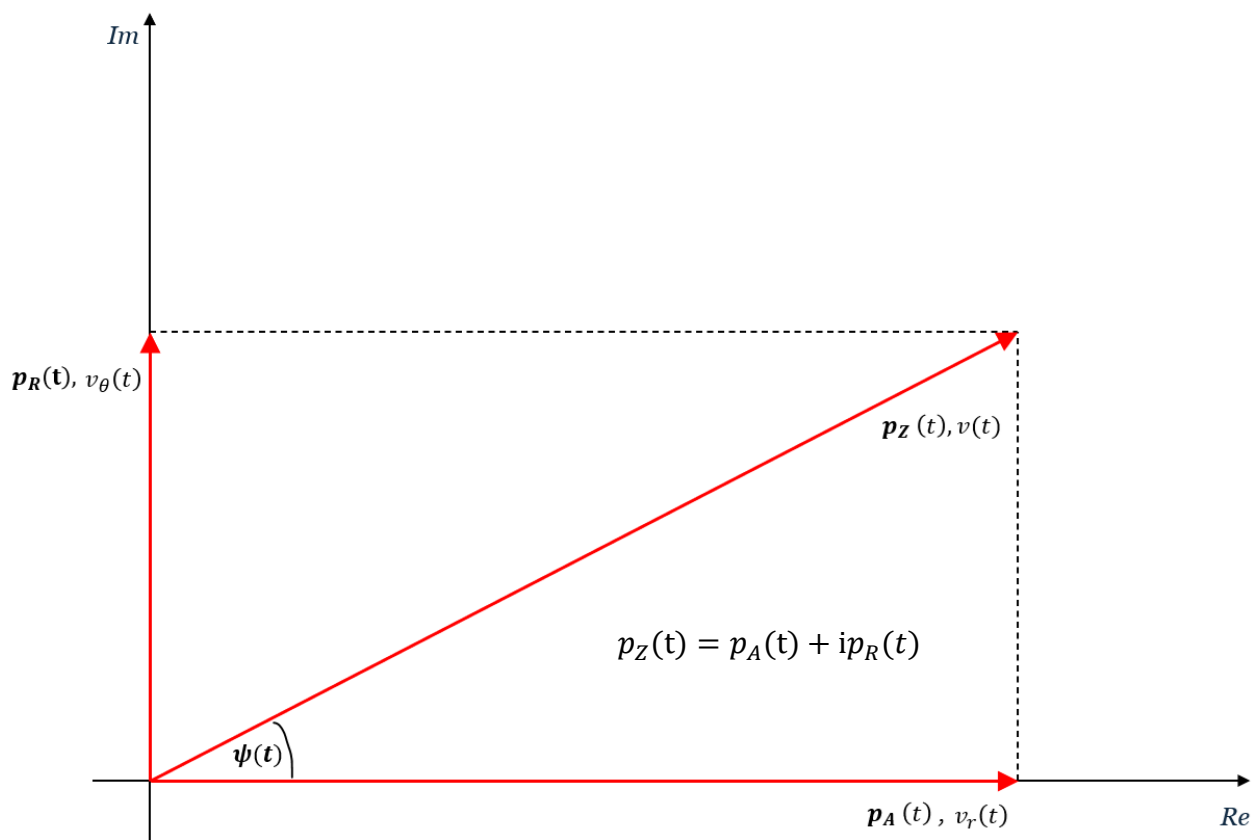
$$v(t) = v_r(t) + i v_\theta(t)$$

Po wymnożeniu obydwu stron powyższego równania przez masę $m(t)$ wnoszonego satelity otrzymamy zespoloną formę pędu rozłożonego na osiach Re oraz Im . Od tej chwili w rozważaniach używać będziemy tylko nomenklatury związanej z zespolonymi wielkościami tj.: pędem aktywnym $p_A(t)$ na osi Re oraz pędem reaktywnym $p_R(t)$ na osi Im jako nośnikami energii:

$$m(t)v(t) = m(t)v_r(t) + i m(t)v_\theta(t)$$

$$p_Z(t) = p_A(t) + i p_R(t)$$

Na Rys.3 przedstawiona została płaszczyzna zespolona określająca składowe prędkości $v(t)$ oraz pędu $p_Z(t)$ rzutowane na osie Re oraz Im , określone wzorem powyżej.



Rys.3

2. Trójkąt Impedancji Orbitalnej (TIO) – wprowadzenie.

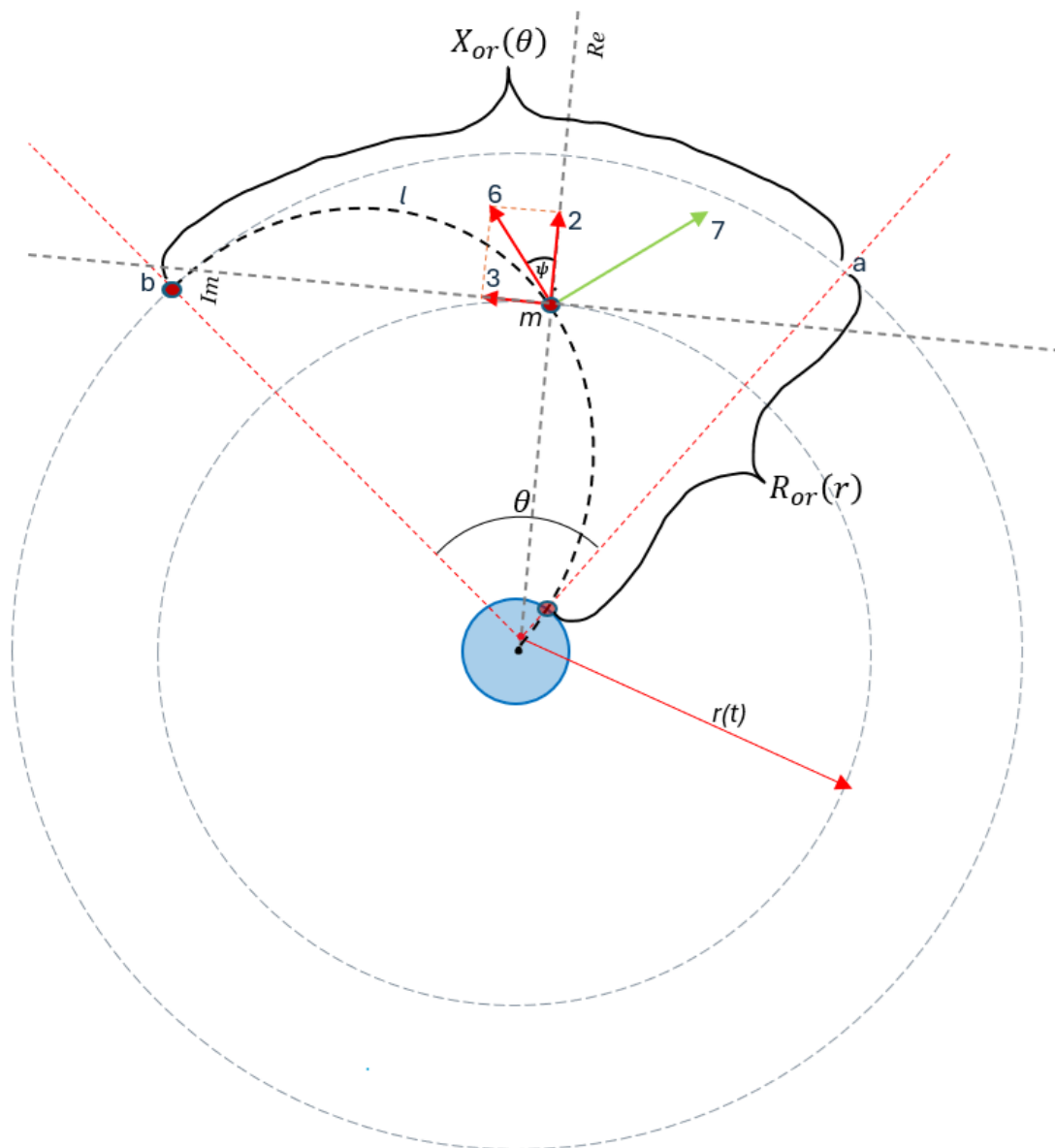
Autor wprowadza do analiz układów w astrofizyce pojęcie **trójkąta impedancji orbitalnej (TIO)** uwidocznionego na Rys.4. Narzędzie to znane jest fizyce pod nazwą *trójkąta impedancji mechanicznej* w rachunkach mechaniki tradycyjnej (masa-tłumik-sprężyna) opisujących przebiegi harmoniczne lub stany nieustalone związane z odpowiedzią układu na zadany impuls mechaniczny. Matematyczną formę trójkąta impedancji orbitalnej (TIO) przedsatwia wzór:

$$Z_{or}(t) = R_{or}(t) + iX_{or}(t)$$

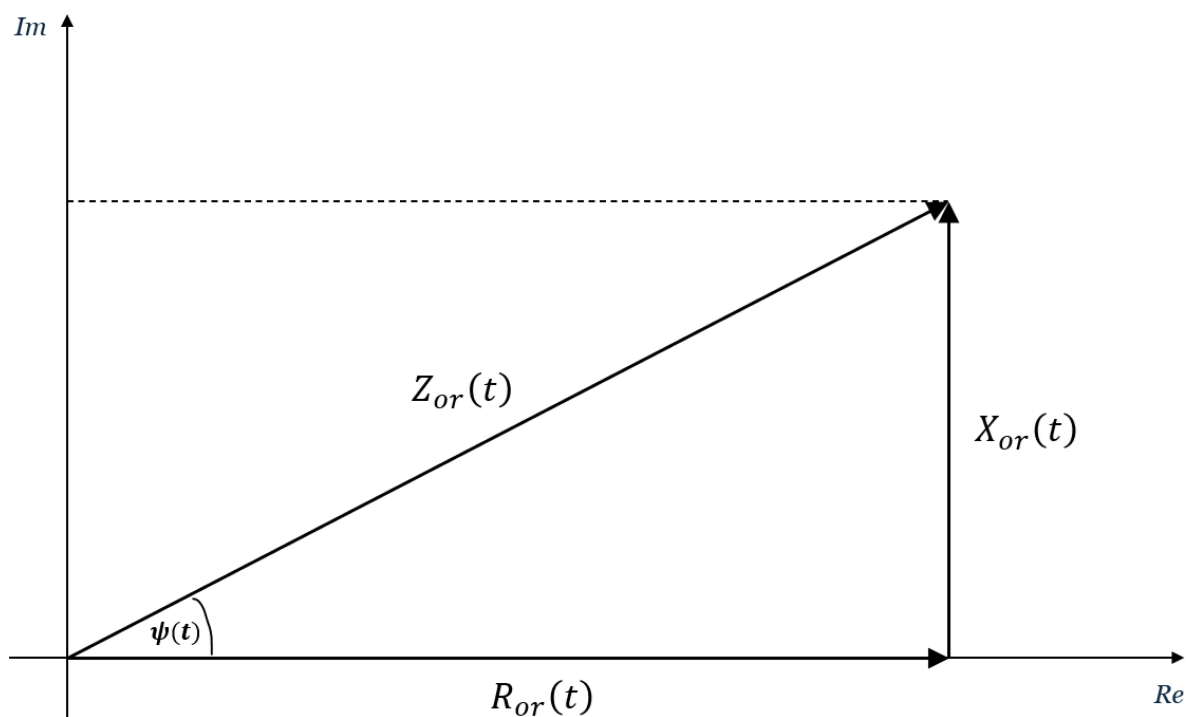
Pozwala on jawnie rozdzielić niezależne, nieliniowe elementy układu i podzielić na składowe:

- **rezystancję orbitalną $R_{or}(t)$** - dyssypatywną, związaną w czasie manewru z mocą uwalnianą w kanale aktywnym traconą **przeciwko grawitacji** i **oporum powierza**, odpowiedzialną za magazynowanie energii potencjalnej aktywnej Ω_A .
- **reaktancję orbitalną $X_{or}(t)$** - związaną z mocą uwalnianą w kanale reaktywnym traconą na **budowę momentu pędu** układu orbitalnego, odpowiedzialną za magazynowanie energii rotacyjnej reaktywnej Ω_R .

Fizyczny sens przyporządkowania do trajektorii lotu zarówno rezystancji orbitalnej $R_{or}(r)$ oraz reaktancji orbitalnej $X_{or}(\theta)$ zilustrowano na Rys.4.



Rys.4



Rys.5

Autor podkreśla, iż zarówno zespolona rezystancja orbitalna $R_{or}(t)$ jak i zespolona reaktancja orbitalna $X_{or}(t)$ posiadają w zagnieżdżeniu swoje składowe cząstkowe (będzie to wykazane w dalszej części pracy) co sprzyja mapowaniu procesu wynoszenia, rozdzielaniu składników przypisując im własne wkłady energetyczne obciążające wypadkową zespoloną impedancję $Z_{or}(t)$.

Formalizm zespolony oparty na wyodrębnieniu *trójkąta impedancji orbitalnej* (TIO) z jego impedancją wypadkową $Z_{or}(t)$ eksponuje natychmiast ortogonalność zjawisk w przestrzeni i umożliwia bezpośrednią wizualizację **przesunięcia fazowego** $\psi(t)$ w czasie między procesami zachodzącymi w kanałach energetycznych Ω_A i Ω_R . Podkreśla to fundamentalną rangę **efektu Coriolisa**. W standardowej analizie wektorowej fazowość pozostaje ukryta w składnikach równań różniczkowych i klasycznych równaniach ruchu. Wprowadzenie kąta fazowego:

$$\psi(t) = \arctg \left(\frac{X_{or}(t)}{R_{or}(t)} \right)$$

oraz zależność matematyczną **współczynnika zestrojenia orbitalnego**:

$$\tg \psi(t) = \frac{X_{or}(t)}{R_{or}(t)}$$

$$\cos \psi(t) = \frac{R_{or}(t)}{Z_{or}(t)}$$

dostarcza zatem mierzalnych wskaźników stopnia sprzężenia między translacją (kanał Ω_A) a rotacją (kanał Ω_R) w procesie wynoszenia, analogicznie do współczynnika mocy $\cos \psi(t)$ w obwodach elektrycznych. Stanowi to pomost interdyscyplinarny oferujący sprawdzone narzędzie do analizy dynamiki procesów orbitalnych w stanie nieustalonym, co jest ograniczone przy użyciu standardowych formuł energetycznych opisujących raczej stany „przed” i „po”. Parametr **$tg \psi(t)$** pełni rolę dynamicznego wskaźnika postępu manewru orbitalnego określającego stopień dostrojenia układu. Jego wartość chwilowa wskazuje, w jakiej fazie procesu znajduje się układ między startem ($tg \psi(t) = 0$, $\cos \psi(t) = 1$) umożliwiając np. predykcję trajektorii i lepszą optymalizację sterowania ciągiem. Osiągnięcie kołowej orbity docelowej dla energii skumulowanej wynosi $tg \psi(t) = 0,46$, $\cos \psi(t) = 0,89$ odpowiadające rzutom energii na dwie ortogonalne osie formalizmu (Re/Im).

2.1 Rezystancja orbitalna $R_{or}(t)$ – składowe obciążenia.

W mechanice klasycznej występuje znane pojęcie *rezystancji mechanicznej* R_m jako stosunek wypadkowej siły tłumiącej (oporu) do prędkości w danej chwili:

$$R_m = \frac{F}{v}$$

Podążając za tą zasadą możemy również wydzielić tożsame składniki występujące w mechanice orbitalnej. Zatem dla kanału aktywnego uwzględniając zwroty wektorów wyliczymy **wypadkową rezystancję orbitalną $R_{or}(t)$** jako stosunek sumy wszystkich sił **tłumiących radialnych** występujących w kanale aktywnym (które musi pokonać rakietę ciągiem $T_r(t)$ do prędkości radialnej $v_r(t)$ ciała:

$$R_{or}(t) = \frac{\sum F_r(t) \text{ tłumiące}}{v_r(t)}$$

Jeśli wrócimy do Rys.1 zauważymy, że siły tłumiące (przeciwdziałające ruchowi radialnemu) operujące w kanale aktywnym to:

- siła gawitacji, $F_{grav}(r(t))$ (4),
- siły oporów, $\Delta F_r(t)$ (15)

Biorąc pod uwagę wyłącznie kanałowe siły tłumiące wypadkowa **rezystancja orbitalna** $R_{or}(t)$ w kanale aktywnym (radialnym) przedstawina zostanie zależnością:

$$R_{or}(t) = \frac{F_{grav}(r(t)) + \Delta F_r(t)}{v_r(t)}$$

2.2 Reaktancja orbitalna $X_{or}(t)$ - składowe obciążenia.

Ortogonalność w przestyrzeniu kanału reaktywnego pozwala identycznie traktować mechaniczny stosunek $R_m = \frac{F}{v}$ ale uznawany tu jako reaktancję orbitalną. Zatem dla kanału reaktywnego wyliczymy **wypadkową reaktancję orbitalną** $X_{or}(t)$ jako stosunek sumy wszystkich sił **tłumiących stycznych** (tangencjalnych) występujących w kanale reaktywnym, które musi pokonać rakieta ciągiem $T_\theta(t)$ do prędkości stycznej $v_\theta(t)$ ciała:

$$X_{or}(t) = \frac{\sum F_\theta(t) \text{ tłumiące}}{v_\theta(t)}$$

Jeśli wrócimy do Rys.1 zauważymy, że siły tłumiące operujące w kanale reaktywnym to:

- siła Eulera $F_{eu}(t)$ (10) , zawsze styczna (prostopadła do promienia)
- składowa tangencjalna głównej siły Coriolisa $F_{cr}(t)$ (9), (prostopadła do promienia)
- inne siły ewentualnych start $\Delta F_\theta(t)$ (14)

Wypadkowa **reaktancja orbitalna** $X_{or}(t)$ w kanale reaktywnym (stycznym) przedstawina zostanie zależnością wg Rys.1:

$$X_{or}(t) = \frac{F_{eu}(t) + \Delta F_\theta(t) + F_{c\theta}(t)}{v_\theta(t)}$$

2.3 Impedancja orbitalna $Z_{or}(t)$ – wypadkowa impedancja obciążenia.

Wielkości $\sum F_r(t)$ oraz $\sum F_\theta(t)$ oznaczają siły tłumienia kanałowego czyli dodatnie wartości strat, które należy pokonać wymuszeniem rakiety $T(t)$. Dlatego podczas obliczenia dynamicznych spadków sił kanałowych ich wkład do równań w układzie odniesienia $(+r$ i $+\theta)$ będą miały odpowiednio znak ujemny. Przedstawione powyżej zależności prezentują zatem wypadkową impedancję orbitalną:

$$Z_{or}(t) = R_{or}(t) + iX_{or}(t)$$

$$Z_{or}(t) = \frac{F_z(t)}{v_z(t)} = \frac{\sum F_r(t)tłumiące}{v_r(t)} + i \frac{\sum F_\theta(t)tłumiące}{v_\theta(t)} = \frac{F_{grav}(r(t)) + \Delta F_r(t)}{v_r(t)} + i \frac{F_{eu}(t) + \Delta F_\theta(t) + F_{c\theta}(t)}{v_\theta(t)}$$

Dla powyższej formy zespolonej możemy obliczyć **moduł impedancji orbitalnej** $Z_{or}(t)$ jako:

$$|Z_{or}(t)| = \sqrt{R_{or}^2(t) + X_{or}^2(t)}$$

Forma wykładnicza *impedancji orbitalnej* $Z_{or}(t)$ przedstawiona zostanie zatem wzorem:

$$Z_{or}(t) = |Z_{or}(t)|e^{j\psi(t)}$$

gdzie

$$\psi(t) = \arctan\left(\frac{X_{or}(t)}{R_{or}(t)}\right)$$

W powyższych zależnościach $R_{or}(t)$ i $X_{or}(t)$ opisują chwilowe pasywne parametry orbitalne kanałów Ω_A i Ω_R . Składowe ciągu $T_r(t)$, $T_\theta(t)$ widocznej w dalszej części pracy traktowane są jako wymuszenie sterujące (źródłowe) i nie wchodzi do definicji impedancji. Dla liczenia siły ciągu netto F_{netto} znaki „minus” przy ekspansji nie są cechą „rodzaju siły”, tylko wynikiem ich projekcji na osie.

Autor zwraca uwagę, że w fazie **ekspansji** układu (czyli właśnie jest wynoszenie na orbitę), gdy energia jest dostarczana przez układ napędowy, zwroty wektorów sił w bazie (r, θ) są zgodne z przyjętą orientacją odniesienia i odpowiadają schematowi przedstawionemu na Rys. 1. W tej samej bazie i przy odwróconym kontrakcyjnym reżimie dynamicznym (deorbitacji) źródłem ruchu staje się pole grawitacyjne, co prowadzi do zmiany relacji między kanałem aktywnym i reaktywnym. W szczególności dochodzi do odwrócenia znaku sił składowych związanych z przyspieszeniami nieustalonymi (w tym członu Eulera) w porównaniu do fazy wynoszenia. W tym ujęciu szczególnego znaczenia nabiera ponownie siła Coriolisa, interpretowana jako **człon sprzęgający kanały Ω_A i Ω_R** , który może odpowiadać za zwrotną redystrybucję strumieni energii pomiędzy składową radialną i styczną ruchu w zależności od kierunku ewolucji trajektorii (ekspansja/kontrakcja). W ramach przyjętego modelu i definicji

kanałów, analiza sugeruje, że **energia rotacyjna (reaktywna) pełni rolę pośrednią** w redystrybucji energii aktywnej (jak energia bierna w elektrotechnice podczas dystrybucji energii czynnej). Będzie to szerzej eksponowane w dalszej części równań macierzowych opisujących krosfunkcyjną i dwukierunkową rolę siły Coriolisa.

2.4 Przyspieszenie zespolone $a_z(t)$ – dekompozycja na składową aktywną (radialną) $a_r(t)$ i reaktywną (tangencjalną) $a_\theta(t)$.

Wprowadzenie impedancji orbitalnej $Z_{or}(t)$ umożliwia również zaimplementowanie zespolonej formy przyspieszenia kinetycznego dla każdego kanału z osobna. Dla ekspansji układu jakim jest wynoszenie na orbitę (zwiększenie momentu bezwładności $I(t)$ i zwiększenie momentu pędu $L(t)$) siły:

- siła odśrodkowa $F_{od}(t)$ (5)
- składowa radialna głównej siły Coriolisa $F_{cr}(t)$ (8)

w wyniku przyspieszania rotacji nie są wliczane do sił tłumiących. Przeciwnie, stają się one siłami wspomagającymi ruch radialny i należy je zaliczyć do sił źródłowych. Ich wartości zmieniają się w czasie w miarę gdy satelita zbliża się do zadanej orbity. Siła odśrodkowa wciąż narasta jednak składowa radialna siły Coriolisa mimo, iż zachowuje zwrot wektora (na zewnątrz) maleje wraz z $v_r(t)$ aby na orbicie ostatecznie osiągnąć wartość zero. Wówczas nastaje równowaga sił kanałowych i zanika ruch radialny, ustala się równowaga kinematyczna. W takiej chwili kanał radialny jest „zamknięty” a jego rezystancja orbitalna $R_{or}(t)$ formalnie dąży do nieskończoności i kanał nie przenosi ruchu ekspansywnego.

Przyspieszenie radiane $a_r(t)$ wyliczymy względniacząc dla sił tłumiących **w kanale aktywnym** znakowanie ujemne wyrażone wzorem poniżej:

$$a_r(t) = \frac{\sum F_{\text{netto radialna}}(t)}{m(t)} = \frac{\sum F_{\text{ciagu radialna}}(t) - \sum F_{\text{tłumienia radialna}}(t)}{m(t)}$$

gdzie

$$F_{\text{netto radialna}}(t) = [T_r(t) + F_{od}(t) + F_{cr}(t)] - [F_{\text{grav}}(r(t)) + \Delta F_r(t)]$$

zatem

$$a_r(t) = \frac{[T_r(t) + F_{od}(t) + F_{cr}(t)] - [F_{\text{grav}}(r(t)) + \Delta F_r(t)]}{m(t)}$$

We wzorze jak powyżej zauważymy, że bilans sił w liczniku dąży stopniowo do zera zatem siła netto przyspieszająca (opóźniająca) ruch radialny $F_{\text{netto radialna}}(t)$ dąży do wartości 0 , zatem przyspieszenie $a_r(t)$ również dąży do zera.

Przyspieszenie tangencjalne $a_\theta(t)$ analogicznie wyznaczymy w kanale reaktywnym:

$$a_\theta(t) = \frac{\sum F_{\text{netto tangencjalne}}(t)}{m(t)} = \frac{\sum F_{\text{ciagu tangencjalna}}(t) - \sum F_{\text{tłumienia tangencjalne}}(t)}{m(t)}$$

gdzie

$$F_{\text{netto tangencjalna}}(t) = [T_\theta(t)] - [F_{eu}(t) + \Delta F_\theta(t) + F_{c\theta}(t)]$$

zatem

$$a_\theta(t) = \frac{[T_\theta(t)] - [F_{eu}(t) + \Delta F_\theta(t) + F_{c\theta}(t)]}{m(t)}$$

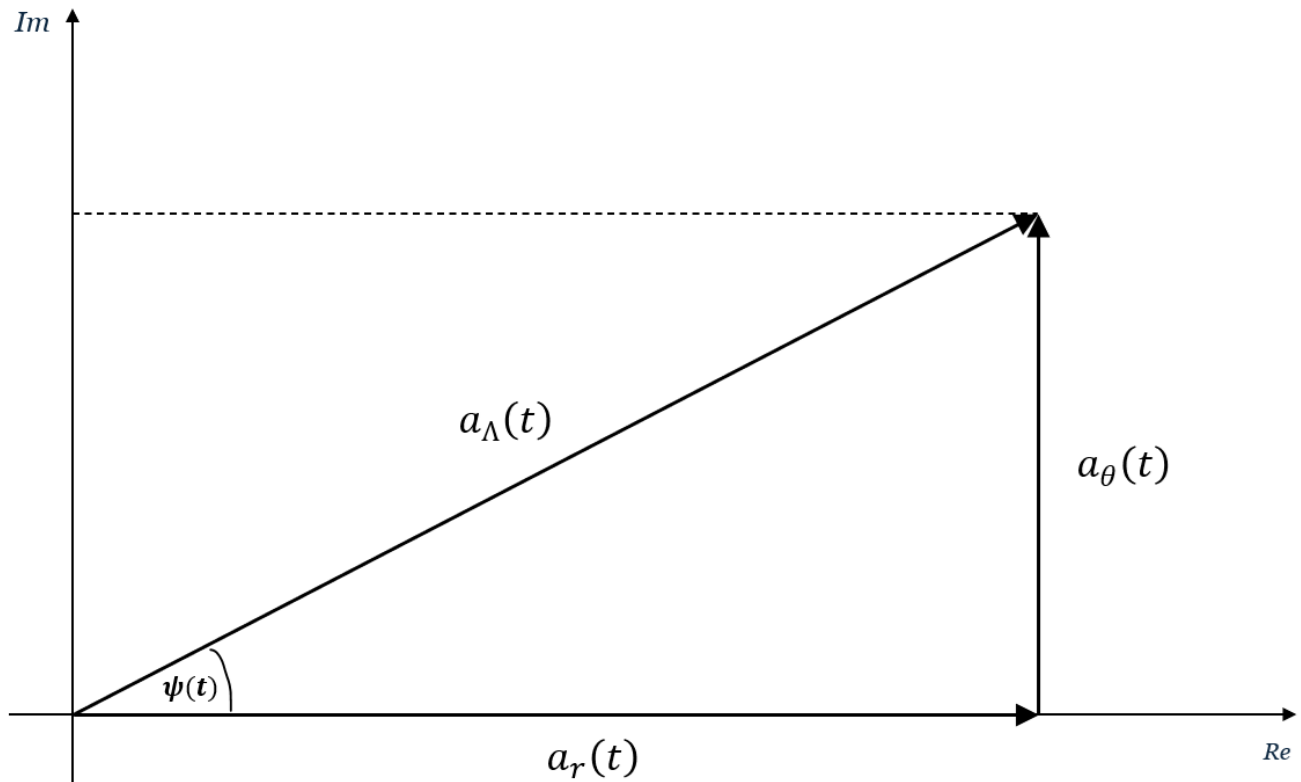
Z przedstawionych powyżej formuł uzyskujemy również zależność zespoloną przyspieszenia w postaci:

$$a_z(t) = a_r(t) + i a_\theta(t)$$

$$a_z(t) = \frac{[T_r(t) + F_{od}(t) + F_{cr}(t)] - [F_{grav}(r(t)) + \Delta F_r(t)]}{m(t)} + i \frac{[T_\theta(t)] - [F_{eu}(t) + \Delta F_\theta(t) + F_{c\theta}(t)]}{m(t)}$$

Po przegrupowaniu otrzymujemy:

$$a_z(t) = \frac{[T_r(t) + F_{od}(t) - F_{grav}(r(t)) - \Delta F_r(t) + F_{cr}(t)]}{m(t)} + i \frac{T_\theta(t) - F_{eu}(t) - \Delta F_\theta(t) - F_{c\theta}(t)}{m(t)}$$



Rys.6

Podobnie jak dla trójkąta impedancji wyliczymy tu moduł przyspieszenia oraz jego wersję wykładniczą:

$$|a_{\Lambda}(t)| = \sqrt{a_r^2(t) + a_{\theta}^2(t)}$$

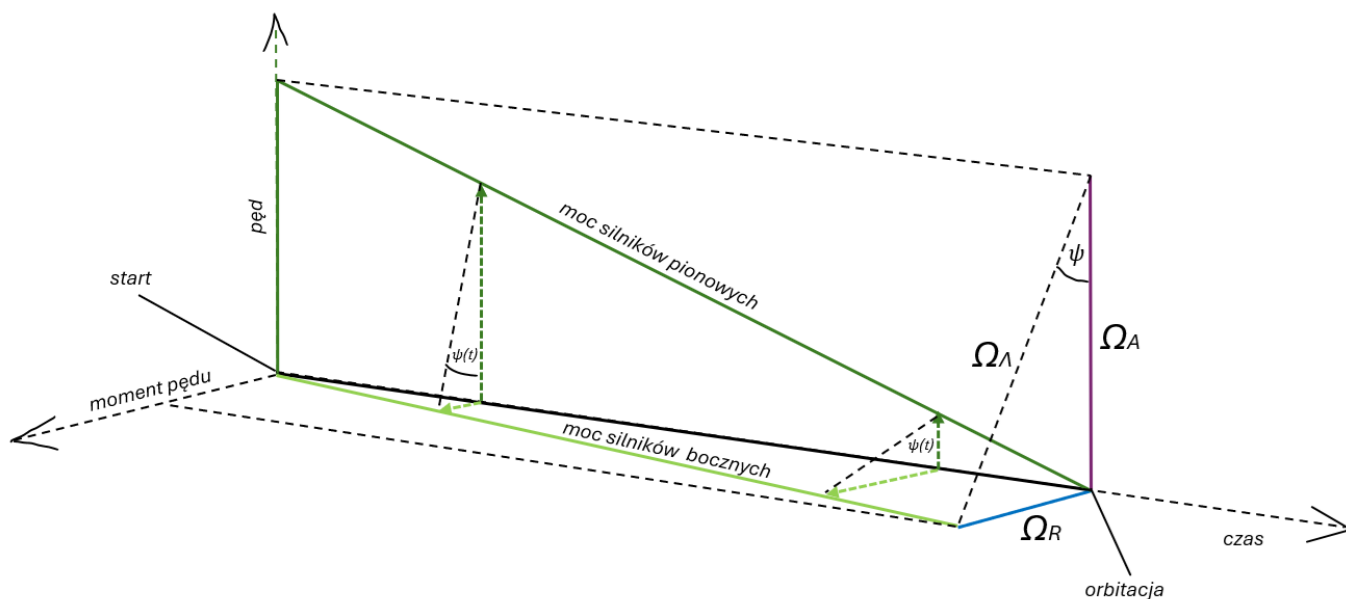
$$a_z(t) = |a_{\Lambda}(t)|e^{j\psi(t)}$$

gdzie

$$\psi(t) = \arctg\left(\frac{X_{or}(t)}{R_{or}(t)}\right) = \arctg\left(\frac{a_{\theta}(t)}{a_r(t)}\right)$$

3. Trójkąt Mocy Orbitalnej (TMO) – wprowadzenie.

Podczas wnoszenia na orbite silniki ciągu pionowego i bocznego rakiety pracują ze zmienną mocą co przedstawia Rys.7 poniżej.



Rys.7 (ilustracyjny)

Dlatego po wprowadzeniu terminu *trójkąta impedancji orbitalnej* (TIO) naturalnym krokiem staje się przejście do opisu mocy w kanałach energetycznych.

Autor definiuje nowe pojęcie: zespolony **trójkąt mocy orbitalnej (TMO)** jako:

$$S_A(t) = P_A(t) + iP_R(t)$$

gdzie $P_A(t)$ reprezentuje traconą **moc w kanale aktywnym** :

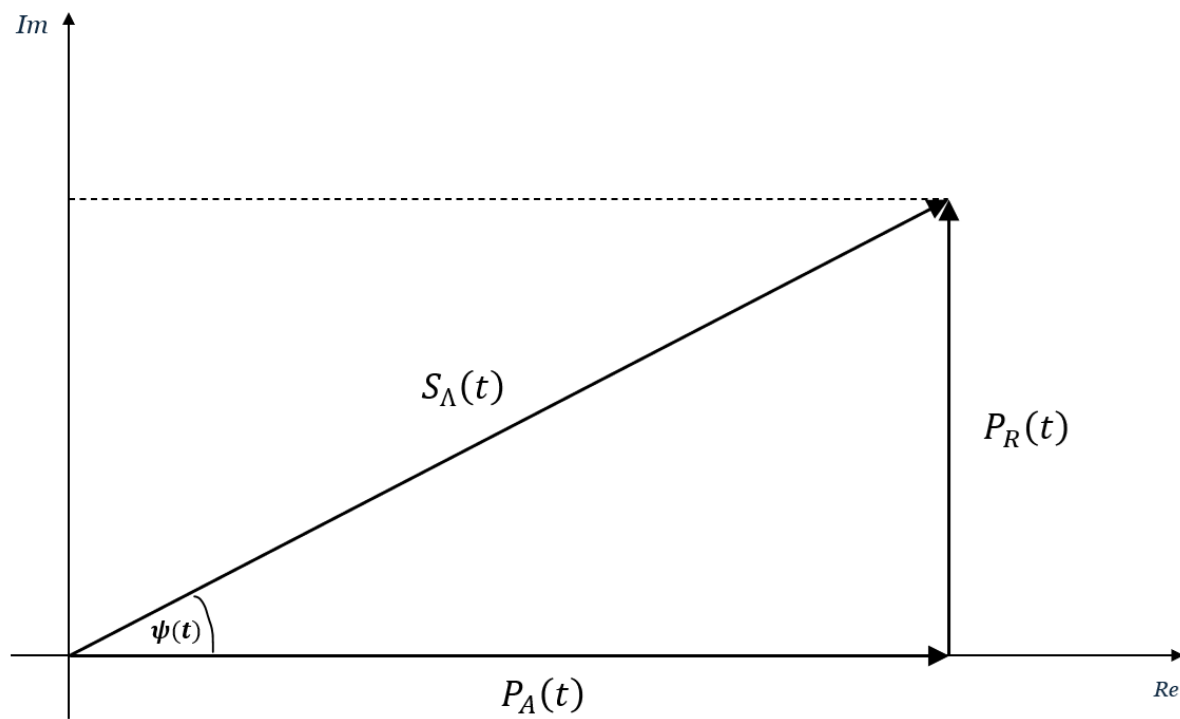
- praca przeciw grawitacji
- praca przeciw oporom atmosfery
- opory wiatru etc.

zaś $P_R(t)$ reprezentuje wydatkowaną **moc w kanale reaktywnym**:

- praca na budowę orbitalnego momentu pędu przeciw składowej tangencjalnej siły Coriolisa zmiany momentu bezwładności podukładu jakim jest satelita
- praca przeciwko sile Eulera
- ewentualne inne straty

Porządkuje to ostatecznie globalny bilans mocy manewru, wyrażony wprost w języku energetycznym obydwu kanałów.

Na Rys.8 pokazano trójkąt mocy orbitalnej (TMO) :



Rys.8

Identyczne zależności matematyczne uzyskamy poprzez porównanie z wyprowadzeniami w TIO prezentując wskaźniki fazowości:

$$|S_{\Lambda}(t)| = \sqrt{P_A^2(t) + P_R^2(t)}$$

$$S_{\Lambda}(t) = |S_{\Lambda}(t)|e^{j\psi(t)}$$

$$\psi(t) = \arctan\left(\frac{P_R(t)}{P_A(t)}\right)$$

$$\tan \psi(t) = \frac{P_R(t)}{P_A(t)}$$

$$\cos \psi(t) = \frac{P_A(t)}{S_A(t)}$$

W tradycyjnym ujęciu moc mechaniczna to iloczyn siły i prędkości:

$$P_m = Fv$$

Najważniejsze sprzężenie Impedancja Orbitalna $\Leftrightarrow$ Moc Orbitalna określa główną zależność energetyczną dla mocy kanałowych jak poniżej.

Aktywna moc kanałowa oraz energia kanałowa:

$$P_A(t) = \sum F_r(t) v_r(t)$$

$$\Omega_A = \int P_A(t) dt = \int \sum F_r(t) v_r(t)$$

Reaktywna moc kanałowa oraz energia kanałowa:

$$P_R(t) = \sum F_\theta(t) v_\theta(t)$$

$$\Omega_R = \int P_R(t) dt = \int \sum F_\theta(t) v_\theta(t)$$

Zespolona moc orbitalna:

$$S_A(t) = \sum F_r(t) v_r(t) + i \sum F_\theta(t) v_\theta(t)$$

Siły netto ciagu w kanale aktywnym:

$$\sum F_r(t) = \sum F_{\text{netto radialne}}(t) = \sum F_{\text{ciągu radialne}}(t) - \sum F_{\text{tłumienia radialne}}(t)$$

$$\sum F_r(t) = [T_r(t) + F_{\text{od}}(t) + F_{\text{cr}}(t)] - [F_{\text{grav}}(r(t)) + \Delta F_r(t)]$$

$$\sum F_r(t) = [T_r(t) + F_{\text{od}}(t)] - [F_{\text{grav}}(r(t)) + \Delta F_r(t)] + F_{\text{cr}}(t)$$

Siły netto ciągu w kanale reaktywnym:

$$\sum F_{\theta}(t) = \sum F_{\text{netto tangencjalne}}(t) = \sum F_{\text{ciągu tangencjalne}}(t) - \sum F_{\text{tłumienia tangencjalne}}(t)$$

$$\sum F_{\theta}(t) = [T_{\theta}(t)] - [F_{eu}(t) + \Delta F_{\theta}(t) + F_{c\theta}(t)]$$

$$\sum F_{\theta}(t) = [T_{\theta}(t)] - [F_{eu}(t) + \Delta F_{\theta}(t)] - F_{c\theta}(t)$$

Pełny wzór na moc zespoloną zapiszemy następująco:

$$S_{\Lambda}(t) = P_A(t) + iP_R(t)$$

$$S_{\Lambda}(t) = \sum F_r(t) v_r(t) + i \sum F_{\theta}(t) v_{\theta}(t)$$

$$S_{\Lambda}(t) = \underbrace{[[T_r(t) + F_{od}(t)] - [F_{grav}(r(t)) - \Delta F_r(t)] + F_{cr}(t)] v_r(t)}_{\substack{Re: P_A(t) \\ \text{ekspansja}} + i \underbrace{[[T_{\theta}(t)] - [F_{eu}(t) - \Delta F_{\theta}(t)] - F_{c\theta}(t)] v_{\theta}(t)}_{\substack{Im: P_R(t) \\ \text{rotacja}}}$$

Współczynnik zestrojenia orbitalnego (WZO) jest zatem stosunkiem energii rotacji do energii ekspansji układu:

$$\text{tg } \psi(t) = \frac{\text{energia rotacji}(t)}{\text{energia ekspansji}(t)} = \frac{v_{\theta}(t)}{v_r(t)} = \frac{a_{\theta}(t)}{a_r(t)} = \frac{P_R(t)}{P_A(t)} = \frac{p_R(t)}{p_A(t)}$$

$$\text{tg } \psi(t) = \frac{[[T_{\theta}(t)] - [F_{eu}(t) - \Delta F_{\theta}(t)] - F_{c\theta}(t)] v_{\theta}(t)}{[[T_r(t) + F_{od}(t)] - [F_{grav}(r(t)) - \Delta F_r(t)] + F_{cr}(t)] v_r(t)}$$

Macierz przejścia poniżej opisuje ekspansję układu rotującego:

$$\Sigma F(t) = \Sigma F_{\text{netto}}(t) = \Sigma F_{\text{ciągu}}(t) - \Sigma F_{\text{tłumienia}}(t) + / - \Sigma F_{\text{Coriolisa}}(t)$$

$$\Sigma F(t) = \begin{bmatrix} \Sigma F_r(t) \\ \Sigma F_\theta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_r(t) \\ T_\theta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{od}(t) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -F_{grav}(r(t)) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -F_{eu}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\Delta F_r(t) \\ -\Delta F_\theta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +F_{cr}(t) \\ -F_{c\theta}(t) \end{bmatrix}$$

↓

ciąg

↓

siła
odśrodkowa

↓

grawitacja

↓

siła
Eulera

↓

opory

↓

siła
Coriolisa

Moc kanałowa rozłoży się w następujący sposób:

$$P(t) = [F_r(t) \quad F_\theta(t)] \begin{bmatrix} v_r(t) \\ v_\theta(t) \end{bmatrix}$$

Powyższa macierz przejścia w paradygmacie „obserwacji od środka” przedstawia siłę Coriolisa jako fundamentalnego operatora sprzęgającego. Pełni ona rolę mechanicznego konwertera mocy między ortogonalnymi kanałami: translacyjnym (aktywnym) oraz rotacyjnym (reaktywnym). Strukturalnie jej rola w sprzężeniu ruchu kanałowego jest analogiczna do sprzężenia pól elektrycznego i magnetycznego w równaniach Maxwella: podobnie jak zmiana jednego pola generuje drugie, tak ewolucja jednej składowej pędu zespolonego wymusza poprzez Coriolisa kontrolowaną redystrybucję energii do kanału ortogonalnego, bez zmiany energii całkowitej układu.

W przeciwieństwie do ujęć klasycznych w inercjalnym układzie odniesienia, gdzie siła ta jest często traktowana jako pozorny efekt, niniejszy formalizm ukazuje ją jako niebywałe kanałowe **dynamiczne sprzęgło fazowe**. Jeśli pominąć opory atmosfery okazuje się, że sprzężenie to może całkowicie zarządzać redystrybucją strumieni mocy chwilowej w warunkach ewolucji momentu bezwładności $I(t)$ układu, stanowiąc fizyczny mechanizm wymiany energii między składową aktywną a reaktywną pędu zespolonego. Współczesna fizyka, dążąc do maksymalnej unifikacji zapisu matematycznego, oparła analizę energetyczną na paradygmacie skalarnym (np. sumowanie energii kinetycznej jako $\Sigma E_k = \frac{1}{2}mv^2$ oraz na wektorach rzeczywistych pędu i momentu pędu. Chociaż podejście to jest matematycznie spójne w stanach ustalonych, wykazuje ono interpretacyjną słabość w analizie stanów nieustalonych, stając się „nieczułym” na strukturalną fazowość procesu. Dominacja skalarnych bilansów energii maskuje ortogonalność strumieni mocy oraz wzajemne przesunięcia fazowe między składowymi ruchami, co uniemożliwia pełną diagnostykę dynamiki transferu energii w złożonych układach orbitalnych.

Wprowadzony formalizm definiuje **fazową czasoprzestrzeń orbitalną** jako wielowymiarową **rozmaitość różniczkowalną** $\mathcal{M}_{\text{orbital}}$, opisaną przez zbiór

zmiennych (r, θ, t, ψ) na płaszczyźnie zespolonej. W tej strukturze czwarty wymiar, reprezentowany przez kąt fazowy $\psi(t)$, nie jest jedynie parametrem pomocniczym, lecz główną funkcją stanu kodującą rozkład energii między ortogonalnymi kanałami pędu.

$$\mathcal{M}_{orbital} = \left\{ (r, \theta, t, \psi) \mid \psi(r, \theta, t) = \arctan \left(\frac{p_R(r, \theta, t)}{p_A(r, \theta, t)} \right) \right\}$$

Rozmaitość ta posiada naturalną projekcję na trójwymiarową przestrzeń fizyczną (r, θ, t) , jednakże jej pełny opis wymaga uwzględnienia wewnętrznej fazy dynamicznej, która ujawnia stopień zakrzywienia trajektorii toru grawitacyjnego. Dodatkowy wymiar $tg\psi(t)$ pełni rolę informacyjną, precyzyjnie mapując ewolucję struktury, umożliwiając jawne śledzenie transformacji pędu aktywnego w reaktywny i na odwrót. W konsekwencji trajektoria satelity przestaje być postrzegana jedynie jako krzywa w przestrzeni euklidesowej, stając się **geodezyjną w fazowej czasoprzestrzeni**.

4. Uwikłanie równań

Analiza dynamiki manewru orbitalnego ujawnia silnie nieliniowe, wzajemnie sprzężone (uwikłanie) zależności między składową radialną i styczną ruchu, co prowadzi do głęboko zapętłonej struktury równań ruchu w czasie.

$$v_\theta(t) = r(t) \frac{d\theta}{dt}$$

$$v_r(t) = \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{d\theta}{dr} = \frac{v_\theta(t)}{r(t)}$$

Siła Coriolisa jest z natury „zespolona” jako przekładnia fazowa, mimo że nie wnosi do układu dodatkowej energii, modyfikuje rozkład istniejących strumieni mocy wprowadzając krzyżowy wkład do członów przyspieszenia zarówno w kanale aktywnym Ω_A , jak i reaktywnym Ω_R . Kluczowe jest to że:

- składowa radialna zależy od tangencjalnej, $F_{cr} = +2m\omega v_\theta$, ($a_{cr} = +2\omega a_{c\theta}$)

- składowa tangencjalna zależy od radialnej, $F_{c\theta} = -2m\omega v_r$, ($a_{c\theta} = -2\omega a_{cr}$)

Jej radialny wkład ułatwia ucieczkę z pola grawitacyjnego podczas ekspansji bądź ułatwia powrót podczas kontrakcji. Dopiero po przejściu do opisu zespolonego, zdefiniowanego przez pęd:

$$p_Z(t) = p_A(t) + ip_R(t)$$

oraz moc :

$$S_A(t) = P_A(t) + iP_R(t)$$

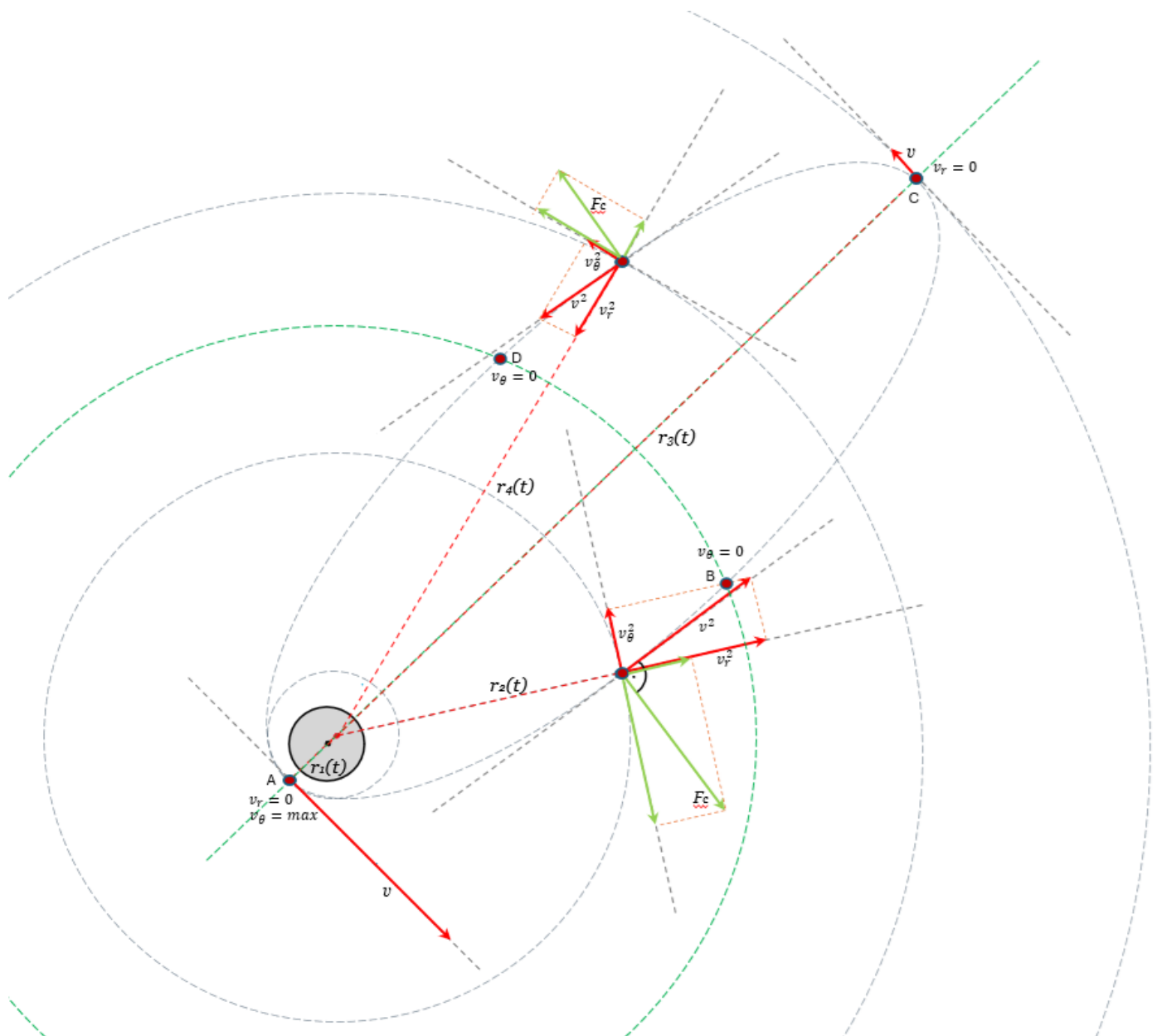
rola siły Coriolisa staje się przejrzysta: działa ona jak wewnętrzny **operator sprzężenia fazowego**, który z odmiennymi znakami wiąże składowe przyspieszenia radialnego i stycznego, a więc efektywnie steruje przepływem energii między kanałami. Zmiana tych znaków przy przejściu między reżimem ekspansji (wynoszenie) a reżimem kontrakcji (deorbitacja) wskazuje, że siła Coriolisa pełni funkcję dwukierunkowego sprzęgła, zdolnego zarówno do „zasilania” przepływu od translacji radialnej do rotacji, jak i odwrotnie od rotacji do translacji. Jednocześnie siła grawitacji $F_{\text{grav}}(r)$ zależy bezpośrednio od promienia $r(t)$, który sam jest funkcją czasu, co oznacza, że cały układ jest formalnie nieliniowy i jawnie zależny od czasu, a grawitacja pełni rolę zmiennego w czasie obciążenia energetycznego kanału aktywnego Ω_A . W efekcie powstaje złożony, wielowymiarowy system dynamiczny, w którym ewolucja procesu jest determinowana przez współzależne zmiany geometrii (r, θ), lokalnego pola grawitacyjnego, orientacji ciągu oraz fazowego sprzężenia między kanałami Ω_A i Ω_R , opisanymi jednym parametrem zestrojenia orbitalnego $\psi(t)$.

W szczególności jeśli założymy w reżimie swobodnym (bez wymuszeń w trakcie $T_r(t)=T_\theta(t) = 0$ oraz strat na opory $\Delta F_r = \Delta F_\theta = 0$) składowe pędu $\mathbf{p}_A$ i $\mathbf{p}_R$ tworzą układ sprzężony, który raz pochłonawszy energię ruchu przechodzi do fazy swobodnie oscylującej czego przykładem jest orbita eliptyczna. Ewolucja w czasie $\mathbf{p}_A/\mathbf{p}_R$ jest opisana relacjami różniczkowymi wynikającymi z geometrii ruchu, zachowania pędu i zachowania momentu pędu, prowadzi do ciągłej oscylacyjnej redystrybucji energii między kanałem radialnym i stycznym (aktywnym /reaktywnym). Proces ten wynika wyłącznie z interakcji trzech sił: siły odśrodkowej, siły grawitacji oraz projekcji na osie Re/Im siły Coriolisa. Wówczas wektor główny pędu zespolonego (reprezentujący fazowo stałą wewnętrzną energię układu oscylującego) waha się na płaszczyźnie zespolonej. Jego rzuty na oś Re oraz Im ulegają wydłużaniu i skracaniu a kąt fazowy $\psi(t)$ zmienia się cyklicznie w czasie. Mamy wtedy do czynienia z „osylatorem grawitacyjnym” z energią ruchu uwięzioną w strukturze i oscylującą między kanałami Coriolisa:

$$p_A(t) = mv_r(t)$$

$$p_R(t) = mv_\theta(t)$$

Sytuację tą pokazuje Rys.9 poniżej.



Rys.9

Jeśli założymy brak wymuszeń $T(t)$ i oporów $\Delta F(t)$ czyli ruch swobodny- wówczas moment pędu się zachowuje a jego pochodna w czasie wynosi zero (czyli pochodna iloczynu ramienia r i pędu reaktywnego wynosi zero)

$$\frac{dL}{dt} = 0$$

Różniczkując zupełnie powyższe równanie otrzymujemy:

$$0 = \frac{d}{dt} [r(t)p_R(t)] = r(t) \frac{dp_R(t)}{dt} + p_R(t) \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dp_R(t)}{dt} = -\frac{p_R(t)}{r(t)} \frac{dr}{dt}$$

Ponieważ $v_r(t) = \frac{dr}{dt}$ oraz $p_A(t) = mv_r(t)$ otrzymujemy równanie:

$$\frac{dp_R(t)}{dt} = -\frac{p_R(t)}{r(t)} v_r(t) = -\frac{p_R(t)}{m r(t)} p_A(t)$$

A więc można przekształcić do postaci:

$$p_A(t) = -\frac{m r(t)}{p_R(t)} \frac{dp_R(t)}{dt}$$

$$p_A(t) = m \frac{dr(t)}{dt}$$

$$\frac{dp_A}{dt} = m \frac{d^2 r(t)}{dt^2}$$

5. Pulsacja mocy w układzie orbitalnym swobodnym .

5.1 Orbita eliptyczna.

Podukład jakim jest satelita podlega na orbicie eliptycznej oscylacjom. Prędkość radialna $v_r(t)$ oraz tangencjalna $v_\theta(t)$ nie jest stała a energia jest przekierowywana między kanałami energetycznymi w sposób naprzemienny. Odpowiadają za to obydwie zmienne człony wzoru na siłę Coriolisa $+F_{cr}(t)$ oraz $-F_{c\theta}(t)$. Moc chwilowa nie jest stała i wyraża się zapisem:

$$S_A(t) = P_A(t) + iP_R(t)$$

Gdzie chwilowa moc całkowita układu wynosi:

$$|S_A(t)| = \sqrt{P_A^2(t) + P_R^2(t)} = \sqrt{\left((-F_{grav}r(t) + F_{od}(t) + F_{cr}(t))v_r(t)\right)^2 + \left(-F_{c\theta}(t)v_\theta(t)\right)^2}$$

Ponieważ:

$$\Omega_A(t) = \int P_A(t)dt = \int \left((-F_{grav}r(t) + F_{od}(t) + F_{cr}(t))v_r(t) \right) dt$$

$$\Omega_R(t) = \int P_R(t)dt = \int (-F_{c\theta}(t)v_{\theta}(t))dt$$

to energia przetworzona w układzie za cały okres obrotu będzie zapisana wyrażeniem:

$$\Omega_{\Lambda}(t) = \sqrt{\Omega_A^2(t) + \Omega_R^2(t)} = var.$$

$$\operatorname{tg} \psi(t) = \frac{\Omega_R(t)}{\Omega_A(t)} = \frac{\int (-F_{c\theta}(t)v_{\theta}(t))dt}{\int \left((-F_{grav}r(t) + F_{od}(t) + F_{cr}(t))v_r(t) \right) dt} = var.$$

Należy zauważyć, że w czasie pełnego obrotu po elipsie moc orbitalna reaktywna $P_R(t)$ dwukrotnie zmienia znak w punktach B oraz D (analogicznie do mocy biernej w elektrycznym układzie idealnej cewki).

5.2 Orbita kołowa.

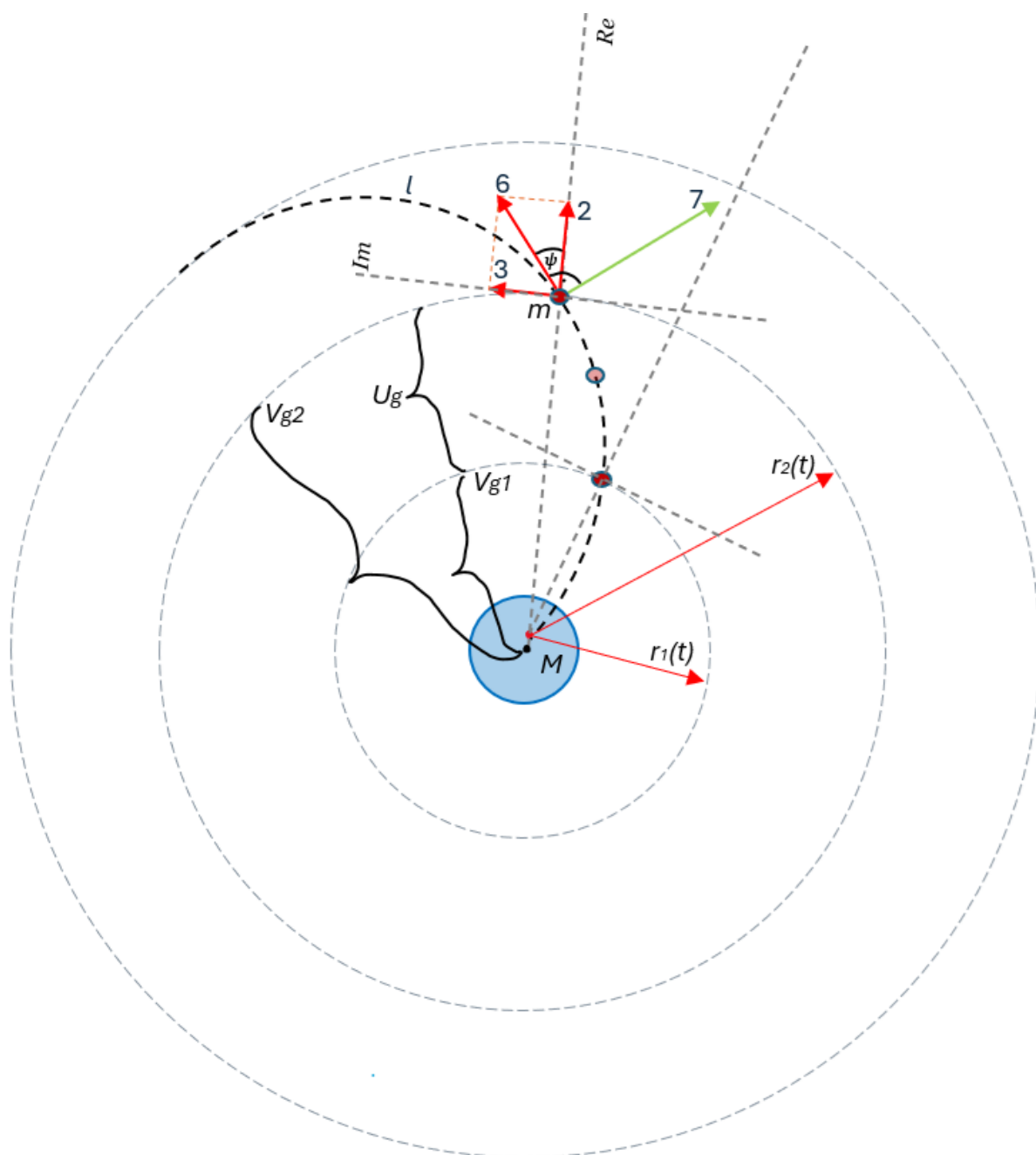
W przypadku stabilnej orbity kołowej energia $\Omega_{\Lambda}(t)$ jest stała w czasie. Wynika to z zaniku prędkości radialnej w kanale aktywnym $v_r(t) = 0$ po osiągnięciu stabilnej orbity. Wobec tego pozostaje tylko jedna składowa prędkości $v_{\theta}(t) = const$. Człon siły Coriolisa $+F_{cr}(t) = 0$, zatem przepływ mocy między kanałami nie występuje. W tym przypadku układ posiada jedynie uwięzioną energię aktywną i reaktywną. Wskaźnik zestrojenia orbitalnego (WZO) dla każdej stabilnej orbity za jeden obrót wynosi dla energii:

$$\operatorname{tg} \psi(t) = \frac{\Omega_R(t)}{\Omega_A(t)} = \frac{\int (-F_{c\theta}(t)v_{\theta}(t)) dt}{\int \left((-F_{grav}r(t) + F_{od}(t) + F_{cr}(t))v_r(t) \right) dt} \approx 0,46 = const.$$

Orbita kołowa uzyskuje stabilność w tym samym czasie gdy zachodzą jednocześnie dwa warunki : człon w liczniku $-F_{c\theta}(t) = 0$ a w mianowniku składniki się zrównują $F_{grav}r(t) = F_{od}(t)$ przy $+F_{cr}(t) = 0$, ustaje przepływ energii w kanałach Coriolisa.

6. Pole odśrodkowe – obliczanie napięcia orbitalnego U_{or}

Izoformizm matematyczny pozwala wprowadzić odpowiednik pojęcia siły elektromotorycznej z dziedziny elektrotechniki w dziedzinie orbitalnej jako siły grwitemotorycznej (SGM), której pochodznie objaśnia Rys.10.



Rys.10

Na podstawie powyższego Rys.9 obliczymy odpowiednio dwa składniki polowe dla dwóch przykładowych promieni orbitalnych r_1 oraz r_2 :

- 1) **Potencjał Grawitacyjny $V_g(\mathbf{r})$** - jako klasyczne grawitacyjne przyspieszenie dośrodkowe, która jako „studnia grawitacyjna” ma charakter przyciągający do centrum:

$$V_g(r) = -\frac{GM}{r(t)}$$

- 2) **Potencjał Odśrodkowy $V_{od}(\mathbf{r})$** - jako odpychająca bariera w postaci przyspieszenia odśrodkowego, które w układzie nieinercyjnym wirującym ma postać:

$$V_{od}(r) = \frac{(v_\theta(t))^2}{r(t)}$$

Potencjał odśrodkowy (przyspieszenie odśrodkowe) jest brakującym ogniwem poszukiwanym w analogii do teorii pola elektrycznego. Podobnie jak w elektrostatyce, gdzie próbny ładunek umieszczony w niejednorodnym polu elektrycznym doznaje siły proporcjonalnej do gradientu potencjału, tak masa satelity wprowadzona do fazowej czasoprzestrzeni orbitalnej doświadcza siły wypadkowej proporcjonalnej do gradientu pól grawitacyjnego i odśrodkowego. Przeniesienie ładunku między ekwipotencjalnymi powierzchniami w polu E wymaga pracy przeciw sile elektrycznej. Analogicznie, przemieszczenie satelity o masie $m(t)$ między dwoma potencjałami orbitalnymi ($V_{gr} + V_{odr}$) w fazowo ewoluującej geometrii trajektorii wymusza dostarczenie energii w formie ciągu rakietowego.

Napięcie orbitalne $U_{or}(r)$ panujące między wybranymi punktami trajektorii wznoszenia wg Rys.10 obliczymy w następujący sposób:

$$V_{g1}=V_{1\text{ grawitacyjny}} + V_{1\text{ odśrodkowy}}$$

$$V_{g2}=V_{2\text{ grawitacyjny}} + V_{2\text{ odśrodkowy}}$$

$$U_{or}(r)=V_{g2}(r)-V_{g1}(r)=\left(-\frac{GM}{r_2(t)}+\frac{(v_{\theta 2}(t))^2}{r_2(t)}\right)-\left(-\frac{GM}{r_1(t)}+\frac{(v_{\theta 1}(t))^2}{r_1(t)}\right)$$

Powyższe zależności pozwalają na sformułowanie prawa Ohma $I = \frac{U}{Z}$ dla obliczeń orbitalnych jako:

$$p_Z = \frac{U_{or}}{Z_{or}}$$

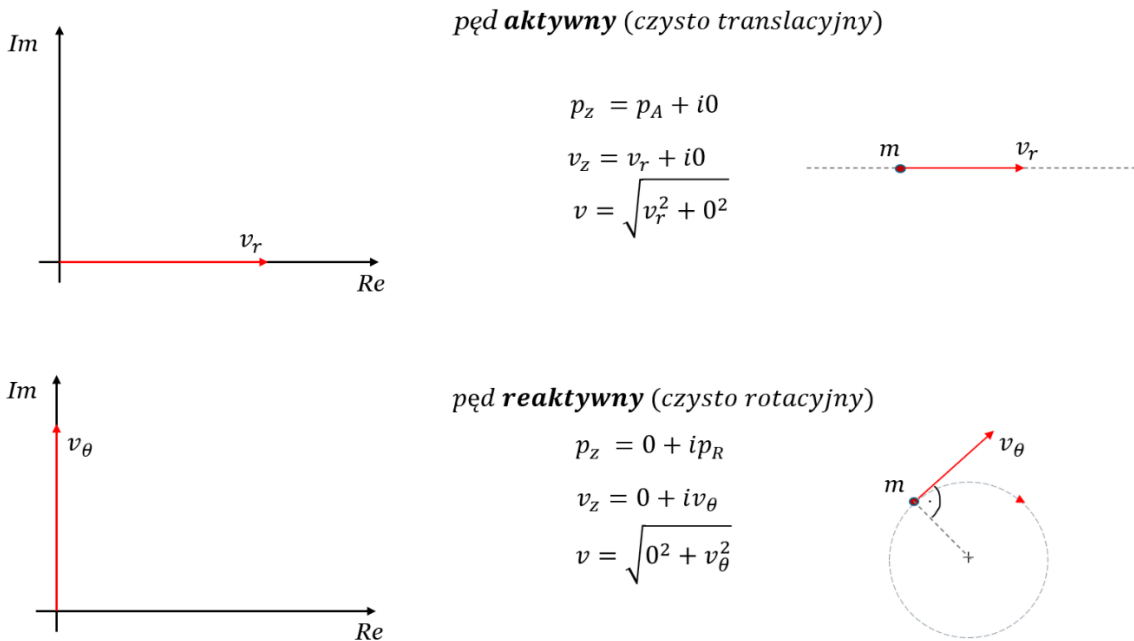
Analogie obydwu dziedzin fizyki przedstawia *Tab.1*:

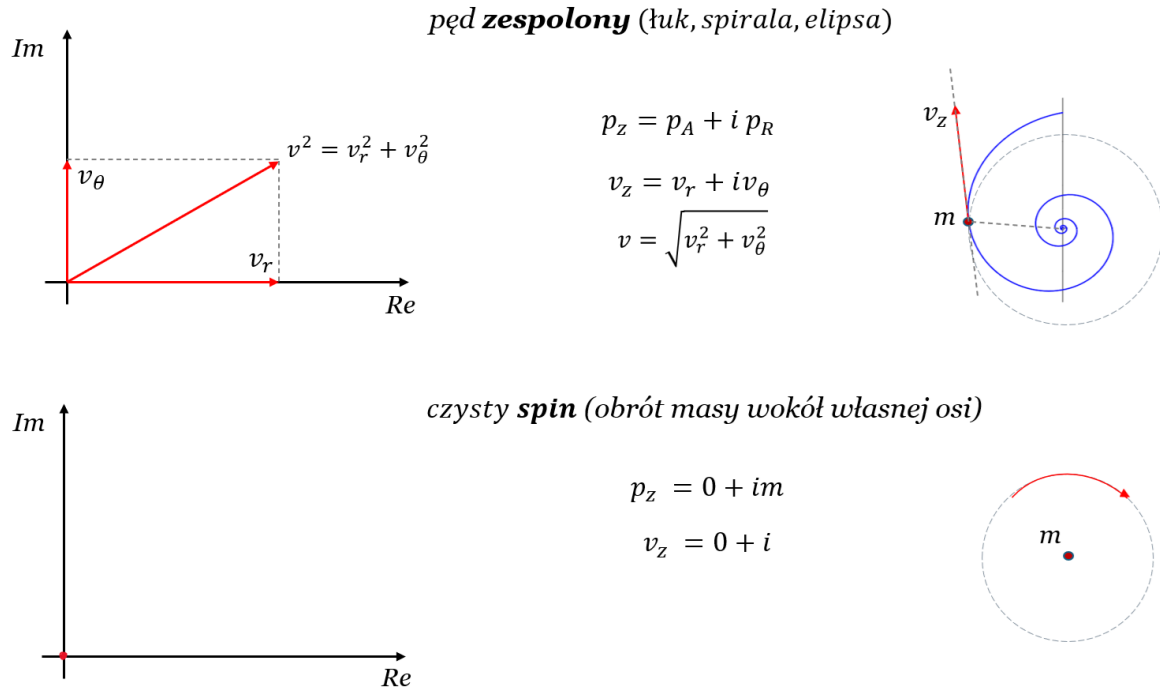
Teoria Elektrotechniki	Teoria Pędu Zespólonego
$I = \frac{U}{Z}$	$p_Z = \frac{U_{or}}{Z_{or}}$
$P = UI \cos \psi$	$P_A = U_{or} p_Z \cos \psi$
$Q = UI \sin \psi$	$P_R = U_{or} p_Z \sin \psi$
$S = P + jQ$	$S_A = P_A + iP_R$
$Z = R + jX$	$Z_{or} = R_{or} + iX_{or}$
$tg \psi = \frac{X}{R}$	$tg \psi = \frac{X_{or}}{Z_{or}}$

Tab.1

7. Interpretacja geometryczna pędu zespolonego.

Rys.11 poniżej przedstawia interpretację pędu na płaszczyźnie zespolonej:





Rys.11

8.Podsumowanie.

- Powyższe narzędzia dagnostyczne pokazują, że „koszt wejścia na orbitę” nie jest jedną liczbą, lecz sumą geometryczną intensywności dwóch ortogonalnych strumieni mocy, co naturalnie prowadzi do interpretacji fazowej procesu.
- Współczynniki $\cos\psi(t)$ i $\tg\psi(t)$ stają się w tym ujęciu mierzalnymi wskaźnikami zestrojenia układu: mówią, jaką część chwilowej mocy $\mathbf{P}_A(t)$ pochłania kanał $\mathbf{\Omega}_A$, a jaką część mocy $\mathbf{P}_R(t)$ pochłania $\mathbf{\Omega}_R$, oraz jak zmienia się to w czasie manewru.
- Wnoszona wartość dydaktyczna TMO polega na tym, że łączy on intuicję energetyczną z formalizmem TIO: ten sam kąt fazowy $\psi(t)$ opisuje zarówno „impedancyjny” opór układu na zmianę stanu, jak i „mocową / kanałową” strukturę dostarczanej energii.
- Głębsza dekompozycja mocy aktywnej $\mathbf{P}_A(t)$ oraz mocy $\mathbf{P}_R(t)$ na części składowe ujawnia interakcje wewnętrzne i co najważniejsze wyjaśnia krosfunkcyjne działanie siły Coriolisa jako integratora / sprzęgła między składowymi.
- Dzięki temu TMO działa jak „diagnostyka procesu”: zamiast oceniać jedynie stan końcowy, można śledzić ewolucję rozkładu mocy między kanałami w trakcie fazy nieustalanej.

- W praktyce daje to język do dyskusji o sterowaniu ciągiem: optymalizacja trajektorii może być formułowana jako kształtowanie przebiegu $P_A(t)$ i $P_R(t)$ oraz kontrola przebiegu $\psi(t)$, a nie tylko dopasowanie parametrów na końcu lotu. Wzór ogólny poniżej w członie Coriolisa manifestuje przeciwne znaki w kanałach zależnie od reżimu.

9.Literatura.

„Maszyny Elektryczne” , autor Antoni Plamitzer ,Wydawnictwo Naukowo-Techniczne ,Wydanie VII, rok 1982.

„Elektrotechnika Teoretyczna” ,autor Karol Lubelski, Skrypty Politechniki Częstochowskiej (1917-1987)

„Elektrotechnika Teoretyczna” , autor Stanisław Bolkowski , Wydawnictwo Naukowe PWN

„Krótka Historia Czasu” , autor Stephen Hawking , Wydawnictwa Alfa, (1990)

10.Notacja

- Ω_A : energia aktywna (związana z pędem translacyjnym)
- Ω_R : energia bierna (związana z pędem rotacyjnym)
- Ω_A : energia całkowita (wypadkowy ruch kinetyczny)
- r : promień orbity
- R : promień Ziemi
- m : masa satelity
- M : masa Ziemi
- v_r : prędkość radialna (kanał aktywny)
- G : stała grawitacyjna
- E_p : energia potencjalna (notacja konwencjonalna)
- E_k : energia kinetyczna (oznaczenie konwencjonalne)
- E_{total} : całkowita energia (oznaczenie konwencjonalne)
- v_θ : prędkość styczna(kanał reaktywny)
- F_c : siła Coriolisa
- F_{grav} : siła grawitacyjna

- v_{orb} : prędkość orbitalna
- l : długość łuku (odcinek orbity)
- τ_C : moment siły Coriolisa
- W_C : energia w „kanale energetycznym” Coriolisa
- p_r – pęd radialny
- L – moment pędu
- p_z – pęd zespolony
- F_{cr} – składowa radialna siły Coriolisa
- P_A – moc mechaniczna aktywna
- P_R – moc mechaniczna reaktywna
- S_Λ - moc mechaniczna wypadkowa
- R_{or} – rezystancja orbitalna (kanał aktywny)
- X_{or} – reaktancja orbitalna (kanał reaktywny)
- Z_{or} – Impedancja orbitalna wypadkowa
- p_A – pęd aktywny (w kanale aktywnym)
- p_R – pęd reaktywny (w kanale reaktywnym)
- T_r – ciąg radialny rakiety (kanał aktywny)
- T_θ – ciąg tangencjalny rakiety (kanał reaktywny)