

Matter Ring Around Nothing – Stability Without a Central Mass

{Schlüsselworte: Sternringe, Gravitierende Ringsysteme, Stabilität ohne Zentralmasse, Akkretionstori,
Klassische Gravitationsmechanik}

Dr.-Ing. Josef Graf, Egg, im November 2025

Abstract:

This study investigates whether rotating rings or full tori of matter can orbit an empty center in a stable configuration, without the need for a central mass such as a black hole or dark matter. Using symmetric mass distributions and classical mechanics, it is shown that the gravitational forces of the ring material can balance the centrifugal forces of its constituents. For a continuous ring, the total mass required is $M_{\text{ring}} = \pi \cdot M_z$, where M_z is the fictitious central mass inferred by an observer. The analysis covers discrete systems (2, 4, 8... bodies) as well as the limiting case of infinitely many particles. Using the Earth-Sun system as an example, it is demonstrated that a stable full torus with a thickness of approximately three Earth radii could replace the Sun's mass. The results suggest that certain observed accretion structures may not require supermassive black holes at their centers.

Motivation:

Sieht man irgendwo im Universum einen Himmelskörper um ein Zentrum kreisen¹, so sind folgende Erklärungsmöglichkeiten üblich:

- ➔ Im besagten Zentrum gibt es eine relativ große zentrale Masse, um die der Himmelskörper kreist. Ist diese Materie nicht sichtbar, so wird sie als „dunkel“ gefordert. Ein schwarzes Loch im Zentrum hätte denselben Effekt.
- ➔ In einem Doppelsternsystem umkreisen die beiden Kandidaten den gemeinsamen Schwerpunkt. Der Schwerpunkt ist fiktiv, dort befindet sich real keine Masse. Besteht das System aus einem Stern und einem nicht sichtbaren zweiten Himmelskörper, so sieht man den Stern um ein Zentrum kreisen, wobei das Zentrum massefrei wäre.

¹ Der Einfachheit halber gehe ich hier von kreisförmigen Bewegungen aus.

Es soll hier gezeigt werden, dass ein Materierung oder ein Materie-Volltorus, bestehend aus differentiell rotierenden Bestandteilen (Gas-, Geröll- und Staubteilchen), um ein Zentrum kreisen kann – obwohl sich im Zentrum schlicht NICHTS befindet!

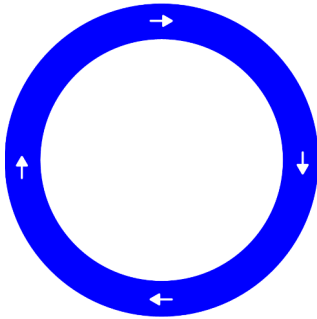


Abbildung 1: Ist es denkbar, dass ein differentiell um ein Zentrum rotierender Materierung ohne Masse im Zentrum auskommt?

Abbildung 1 soll die Fragestellung verdeutlichen – ohne dabei auf Größenverhältnisse zu achten. Entscheidend ist: Materie rotiert um ein Zentrum, in dem sich keine Materie befindet – auch keine Dunkle Materie oder ein Schwarzes Loch.

Ohne zunächst auf die genauen Verhältnisse und Anforderungen einzugehen, kann man sich eine mögliche Existenz einer derartigen Anordnung zumindest plausibel machen:

Denken Sie sich ein beliebiges Materieteilchen innerhalb des Ringes. Dieses Teilchen ist der eigenen Fliehkraft ausgesetzt, die das Teilchen nach außen treiben würde. Gleichzeitig ist das Teilchen aber auch der Schwerkraft ausgesetzt. Diese setzt sich zusammen aus der Summe der Schwerkraften aller anderen Teilchen. Wenn nun die Summe dieser Schwerkraften dem Betrage nach genauso groß ist wie die Fliehkraft, dann bleibt das Teilchen auf seiner Bahn. Zu berücksichtigen ist dabei,

dass es sich um eine symmetrische Struktur handeln soll. Das heißt: wirken von der einen Seite des Ringes in Flugrichtung beschleunigende Kräfte, so werden diese durch entsprechende Kräfte von der anderen Seite bremsend kompensiert.

Ob so etwas funktionieren kann, hängt vom Radius der Struktur ab, der Kreisfrequenz, der ortsabhängigen Dichte und womöglich noch von anderen Parametern.

Vielleicht kann man es auch einleuchtender so formulieren:

- Denken Sie sich ein beliebiges einzelnes Teilchen innerhalb des Ringes, das einsam um eine zentrale Masse M_Z kreist. Die restlichen Teilchen seien verschwunden. Dann ist diese Kreisbahn nur möglich, weil die nach außen gerichtete Fliehkraft auf das Teilchen gerade durch die anziehende Wirkung der zentralen Masse M_Z kompensiert wird.
- Entfernt man nun die zentrale Masse M_Z , fügt die restlichen Teilchen des Ringes wieder so auf, dass die Summe der anziehenden Wirkungen gerade genauso groß ist, wie beim oberen Punkt, dann sind die Verhältnisse für das beobachtete Teilchen genauso wie oben. Dies gilt für alle Teilchen des Ringes!

Abschnitt 1: Wie verhalten sich Himmelskörper, die gravitativ aneinander gebunden sind, aber keine zentrale physikalische Masse im Zentrum haben?

Nehmen wir an, ein sichtbarer Himmelskörper (**M₁**) und ein unsichtbarer Himmelskörper (**M₂**) umkreisen einen gemeinsamen Schwerpunkt Z. Beide Himmelskörper sollen sich dabei in derselben Ebene befinden und dieselbe Kreisfrequenz ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$) besitzen. Der Abstand der beiden Himmelskörper soll zeitlich stabil bleiben → siehe Abbildung 2.

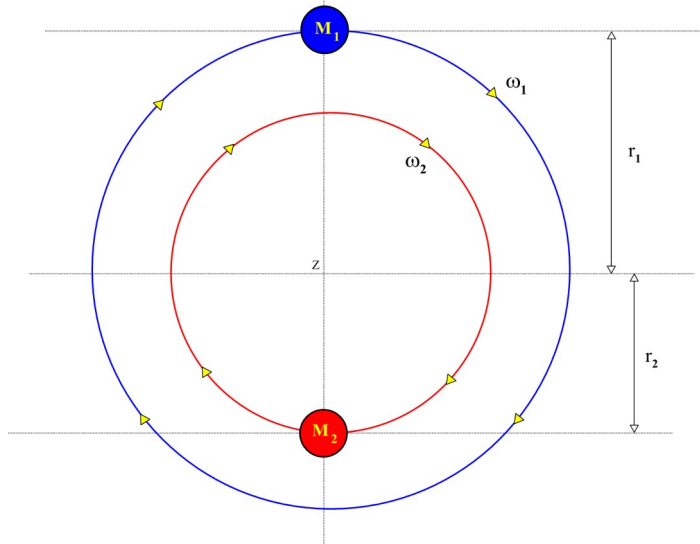


Abbildung 2: Zwei Massen M_1 und M_2 mögen in einer gemeinsamen Ebene um das Zentrum Z rotieren. Hierzu müssen beide Kreisfrequenzen gleich groß sein und die Summe aus den beiden Zentrumsabständen muss zeitlich stabil sein. Das Baryzentrum Z unterliege dabei keiner Beschleunigung → Der Schwerpunktsatz ist gültig.

Erster Fall: M_2 sei dunkel und ein Beobachter sieht nur M_1 um Z kreisen, die Kreisfrequenz und der Abstand r_1 vom Zentrum seien bekannt. Der beobachtende Astronom würde eine Dunkle Masse M_Z im Mittelpunkt der Kreisbahn fordern und könnte diese über die bekannten Keplerschen Gesetze auch berechnen. Die Größe von M_1 spielt dabei keine Rolle und könnte auch aus den hier vorhandenen Daten nicht bestimmt werden.

Man erhält für M_Z :

$$M_Z = 4 \cdot \pi \cdot \gamma_0 \cdot \omega^2 \cdot r_1^3 \quad (1)^2$$

Zweiter Fall: Beide Massen M_1 und M_2 seien sichtbar, aber unbekannt. In diesem Fall lassen sich aus den vorhandenen Daten beide Massen errechnen. Die Herleitung für diese Berechnung ist hinlänglich bekannt, aber ich möchte sie dennoch hier in einem allgemeinen Fall anführen, da das Ergebnis zielführend ist im Hinblick auf die eigentlich zu untersuchenden Materieringe, die ich einführend erwähnt habe.

blick auf die eigentlich zu untersuchenden Materieringe, die ich einführend erwähnt habe.

Der Schwerpunktsatz lautet:

$$M_1 \cdot r_1 = M_2 \cdot r_2 \quad (2)$$

Weiterhin ist für eine Kreisbewegung von M_1 notwendig, dass sich die Fliehkraft und die Gravitationskraft (durch M_2) gerade aufheben →

$$\frac{M_1 \cdot M_2}{4 \pi \cdot \gamma_0} \cdot \frac{1}{(r_1 + r_2)^2} = M_1 \cdot \omega^2 \cdot r_1 \quad (3)$$

Gleichung 3 lässt sich nach M_2 auflösen und man erhält:

$$M_2 = 4 \cdot \pi \cdot \gamma_0 \cdot \omega^2 \cdot r_1 \cdot (r_1 + r_2)^2 \quad (4)$$

² $\gamma_0 := \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot G_N}$ mit G_N entspricht der Newtonschen Gravitationskonstante

Nun definiere ich eine Konstante k , die gerade dem Verhältnis von r_2 zu r_1 entsprechen soll $\rightarrow$

$$k := \frac{r_2}{r_1} \quad (5)$$

Der Schwerpunktsatz (Gleichung 2) impliziert dadurch auch ein Massenverhältnis:

$$k := \frac{M_1}{M_2} \quad (6)$$

Setzt man Gleichung 5 in Gleichung 4 ein, so erhält man:

$$M_2 = 4 \cdot \pi \cdot \gamma_0 \cdot \omega^2 \cdot r_1^3 \cdot (1+k)^2 \quad (7)$$

M_2 enthält dabei Größen, die bereits in Gleichung 1 definiert wurden: die Größe M_Z , die diejenige Masse im Zentrum sein müsste, wenn man nur die Angaben von M_1 zur Verfügung hätte. Man erhält aus Gleichung 7 mit Gleichung 1:

$$M_2 = M_Z \cdot (1+k)^2 \quad (8)$$

und mit Gleichung 6 folgt:

$$M_1 = M_Z \cdot k \cdot (1+k)^2 \quad (9)$$

Nun kann man eine Tabelle aufstellen, in denen die auf M_Z normierten Massen in Abhängigkeit von k berechnet werden:

Tabelle 1

$k \rightarrow$	0	0,5	1	2	3	4	5	10	100
M_1 / M_Z	0	1,125	4	18	48	100	180	1210	$1,02 \cdot 10^6$
M_2 / M_Z	1	2,25	4	9	16	25	36	121	10201

Die Varianten $k=0$, $k=1$ und $k=2$ sind in Abbildung 3 dargestellt.

Diskussion:

- **$k = 0$:** In diesem Fall kreist eine Masse M_1 um ein Zentrum. Dies entspricht gerade dem „ersten Fall“ von Seite 3. Die Masse M_1 kann dabei eine beliebige Größe haben. Entscheidend ist, dass sich im Zentrum der Kreisbewegung ein Himmelskörper der Masse M_Z befinden muss.
- **$k = 1$:** Hier stehen sich zwei gleich große Massen gegenüber und sie umkreisen ein gemeinsames Zentrum – den Schwerpunkt der beteiligten Massen. Damit dies funktionieren kann, müssen die beiden Massen M_1 und M_2 gerade vier mal so groß sein, wie die Masse M_Z , die im Falle $k=0$ als Zentrumsmasse bestimmt wurde.

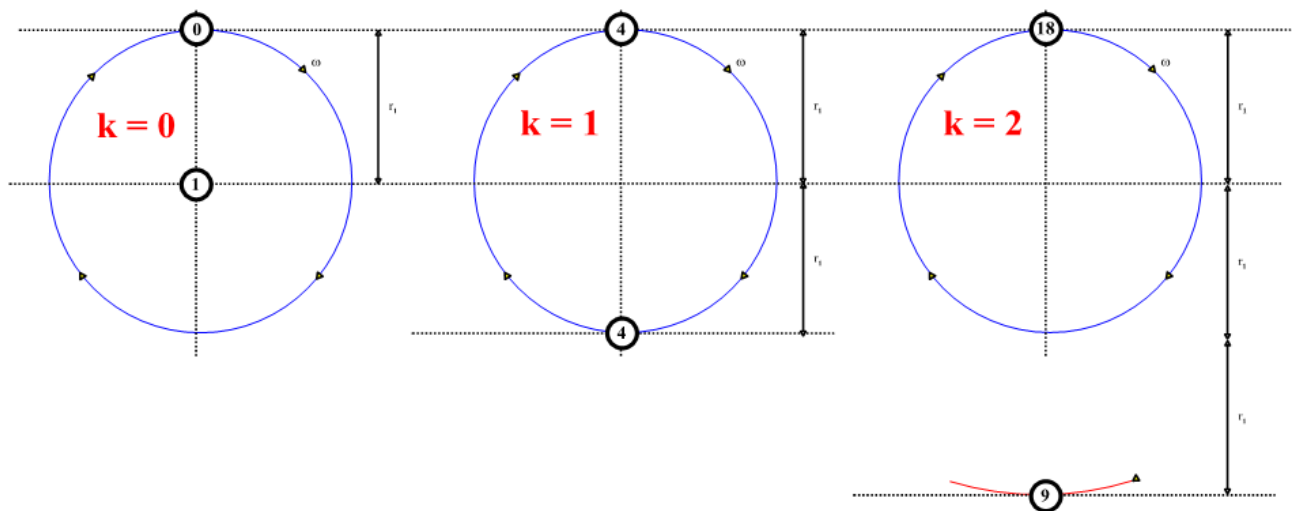


Abbildung 3: Zu sehen sind die Varianten $k=0$, $k=1$ und $k=2$ aus Tabelle 1. Die Masse M_1 findet sich in der Darstellung immer oben. Die im Himmelskörper jeweils eingetragene Zahl ist das Vielfache der Masse M_Z . Vielleicht wäre es schöner gewesen, die Größen der einzelnen Massen durch entsprechend große Kreise darzustellen, aber die Skizze würde dadurch unübersichtlicher werden.

- **$k = 2$:** Ist der Bahnradius von M_2 gerade doppelt so groß wie der der Masse M_1 , dann muss der innere Himmelskörper M_1 das Achtzehnfache von M_Z sein, der äußere Himmelskörper M_2 muss das Neunfache von M_Z betragen.

Interessant finde ich den Fall $k=1$, bei dem sich zwei Massen genau gegenüber stehen. Hier drängt sich doch förmlich die Frage auf, ob nicht auch eine Konstellation mit 4 Himmelskörpern denkbar wäre. Alle vier Himmelskörper sollten dabei gleichmäßig über die Kreisbahn verteilt sein und alle sollen die gleiche Masse besitzen. Wenn dies mit vier Himmelskörpern klappt, dann wohl auch mit 8 oder 16 oder 32,...vielleicht sogar mit unzählig vielen, die gleichmäßig um die Kreisbahn verteilt sind – quasi ein Ring oder auch ein Volltorus. Wie wären die Anforderungen an die einzelnen Massestückchen? Wie groß wäre die insgesamt um ein NICHTS rotierende Masse?

Abschnitt 2: Wie verhalten sich gleichmäßig über einen Radius verteilte Himmelskörper, die um den gemeinsamen Schwerpunkt kreisen?

In einem ersten Schritt soll untersucht werden, inwiefern eine Konstellation von vier gleich großen Massen, die symmetrisch um ein Zentrum verteilt sind und sich alle in derselben Ebene befinden sollen, zu einem stabilen Resultat führen.

Gegeben seien also vier gleich große Massen unbekannter Größe, die im Abstand r um 90° versetzt um ein Zentrum kreisen. Bekannt sei auch die Kreisfrequenz ω . Zum besseren Verständnis der Herleitung wähle ich für die Massen unterschiedliche Bezeichnungen.

Für die Masse M_0 gilt exemplarisch (siehe Abbildung 4):

- Die Masse M_0 ist der Zentrifugalkraft ausgesetzt

$$\vec{F}_{Z0} = M_0 \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \vec{e}_y \quad (10)$$

- Die Massen M_1 , M_2 und M_3 üben auf M_0 anziehende Wirkungen aus. Diese Kräfte sind additiv.
- Die gravitative Kraft von M_2 auf M_0 beträgt:

$$\vec{F}_{G20} = -\frac{M_2 \cdot M_0}{4 \pi \gamma_0} \cdot \frac{1}{(2 \cdot r)^2} \cdot \vec{e}_y \quad (11)$$

- Beziehungsweise:

$$\vec{F}_{G20} = -\frac{M_2 \cdot M_0}{4 \pi \gamma_0} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{1}{4} \vec{e}_y \quad (12)$$

- Bei den Massen M_1 und M_3 ist zu berücksichtigen, dass auch Kräfte in x-Richtung vorhanden sind. Diese kompensieren sich jedoch gegenseitig, da die eine Kraft nach links zieht, die andere nach rechts. Es genügt also, nur die Kräfte in y-Richtung zu beurteilen.
- Die gravitative Kraft von M_1 auf M_0 beträgt in y-Richtung:

$$\vec{F}_{G10} = -\frac{M_1 \cdot M_0}{4 \pi \gamma_0} \cdot \frac{1}{(d)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{e}_y \quad \text{mit } d = r \cdot \sqrt{2} \quad (13)$$

- Daraus folgt:

$$\vec{F}_{G10} = -\frac{M_1 \cdot M_0}{4 \pi \gamma_0} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \vec{e}_y \quad (14)$$

- Analog beträgt die gravitative Kraft von M_3 auf M_0 in y-Richtung:

$$\vec{F}_{G30} = -\frac{M_3 \cdot M_0}{4 \pi \gamma_0} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \vec{e}_y \quad (15)$$

- Auf die Masse M_0 wirken demnach drei Gravitationskräfte in y-Richtung ein, die addiert werden müssen:

$$\vec{F}_{G0} = \vec{F}_{G10} + \vec{F}_{G20} + \vec{F}_{G30} \quad (16)$$

- Berücksichtigt man die Gleichheit aller vier Massen, so erhält man:

$$\vec{F}_{G0} = -\frac{M^2}{4\pi\gamma_0 r^2} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \vec{e}_y \quad (17)$$

- Gravitationskraft und Fliehkraft müssen sich bei M_0 gerade aufheben $\rightarrow$

$$\vec{F}_{Z0} + \vec{F}_{G0} = 0$$

- Die vektorielle Betrachtung entfällt dadurch und mit den Gleichungen 10 (mit $M=M_0$) und 17 erhält man:

$$\frac{M^2}{4\pi\gamma_0 r^2} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = M \cdot \omega^2 \cdot r \quad (18)$$

- Diese Gleichung lässt sich nach M auflösen und unter Verwendung von Gleichung 1 (mit $r_1=r$) schreiben als:

$$M = \frac{M_Z}{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)} \quad \text{----->} \quad M \simeq 1,045 \cdot M_Z \quad (19)$$

- Die Gesamtmasse M_{zirk} , die nun um den Mittelpunkt kreist, wäre damit gegeben durch:

$$M_{\text{zirk}} = 4 \cdot M_Z \quad \text{----->} \quad M_{\text{zirk}} \simeq 4,18 \cdot M_Z \quad (20)$$

- Wichtiger Hinweis:** Diese Betrachtung wurde exemplarisch für die Masse M_0 abgeleitet, aber sie gilt natürlich genauso für jede andere Masse, die sich auf dem Umfang befindet.

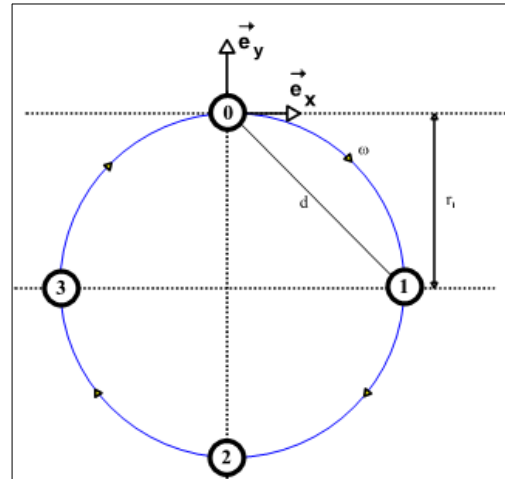


Abbildung 4: Vier gleich große Massen M_0, M_1, M_2 und M_3 mögen jeweils um 90° versetzt ein Zentrum umrunden. Bei nur zwei Massen ist dies z.B. bei Doppelsternsystemen möglich. Wäre es auch für vier Massen denkbar? Wie groß müssten die Massen dann sein?

Die Frage ist nun: Was ist, wenn nicht 4 Massen kreisen, sondern 8 oder 16,...? Die Rechnungen hierzu möchte ich nicht näher ausführen, aber die Ergebnisse in einer Tabelle darstellen:

Tabelle 8.2

Anzahl von Himmelskörpern innerhalb des Umfanges	Einzelmassen in Vielfachen von M_Z	Summe der rotierenden Massen in Vielfachen von M_Z
2	4	8
4	1,045	4,18
8	0,442	3,54
16	0,207	3,32
360	$8,73 \cdot 10^{-3}$	3,14

Der Tabelle nach zu urteilen, werden mit einer Zunahme von Einzelmassen die Massen immer kleiner, aber die Summe der insgesamt auf dem Umfang rotierenden Masse scheint einem Grenzwert zuzustreben. Es sieht bis hier ganz so aus, als läge dieser Grenzwert bei einer homogenen Massenbelegung gerade bei

$$M_{\text{zirk}} = \pi \cdot M_Z$$

Integrale Herangehensweise: Betrachtet wird eine beliebige Masse m , die sich auf dem Umfang der Kreisbahn befinden soll. Diese Masse ist der Summe der anziehenden Wirkungen aller im Umfang befindlichen Masseteilchen ausgesetzt.

Für die Berechnung verwende ich eine auf die Länge bezogene Masse ρ_L , die folgendermaßen definiert sein soll:

$$M_{\text{zirk}} = \oint \rho_L \cdot ds = \rho_L \cdot 2\pi \cdot r \quad (21)$$

M_{zirk} sei dabei die Gesamtmasse, die im Abstand r um ein Zentrum kreist und 'ds' sei ein differentielles Wegstück entlang der Umlaufbahn. Für die Nomenklatur der Berechnungen verweise ich auf Abbildung 5.

Auf die Masse m wirkt eine Zentrifugalkraft, die beschrieben werden kann als:

$$\vec{F}_{Zm} = m \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \vec{e}_y \quad (22)$$

Die Summe aller Gravitationskräfte, die auf die Probemasse m in y -Richtung einwirken, ist gegeben durch:

$$\vec{F}_{Gm} = -2 \cdot \frac{m}{4\pi \cdot \gamma_0} \int_0^\pi \frac{\vec{r}_m}{|\vec{r}_m|^3} \cdot \rho_L \cdot d\vec{r}_m \cdot \vec{e}_y \quad (23)$$

Der Vorfaktor „2“ kommt daher, dass nur bis π integriert wird. Um auch die linke Seite des Kreises zu berücksichtigen muss mit 2 multipliziert werden. Weiterhin kann die wegunabhängige, längenbezogene Masse ρ_L vor das Integral gezogen werden.

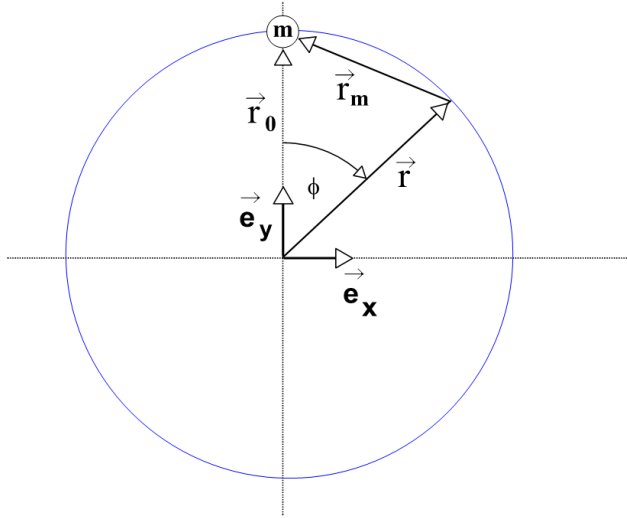


Abbildung 5: Festlegung der Winkel und Vektoren zur Berechnung der integralen Gravitationskraft, die auf die Probemasse m in y -Richtung einwirkt.

$$\vec{r}_0 = r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$\vec{r} = r \cdot \begin{pmatrix} \sin \phi \\ \cos \phi \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$\vec{r}_m = \vec{r}_0 - \vec{r} = r \cdot \begin{pmatrix} -\sin \phi \\ 1 - \cos \phi \end{pmatrix} \quad (26)$$

$$|\vec{r}_m| = r \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{1 - \cos \phi} \quad (27)$$

$$\frac{\vec{r}_m}{|\vec{r}_m|^3} = \frac{1}{r^2 \cdot 2^{1,5} \cdot (1 - \cos \phi)^{1,5}} \cdot \begin{pmatrix} -\sin \phi \\ 1 - \cos \phi \end{pmatrix} \quad (28)$$

Von Gleichung 28 wird lediglich der y -Anteil verwendet, da sich die x -Anteile kompensieren.

$$\frac{\vec{r}_m}{|\vec{r}_m|^3} \cdot \vec{e}_y = \frac{1}{r^2 \cdot 2^{1,5} \cdot \sqrt{(1 - \cos \phi)}} \quad (29)$$

Weiterhin gilt:

$$\frac{d\vec{r}_m}{d\phi} \cdot d\phi = r \cdot \begin{pmatrix} -\cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix} \cdot d\phi \quad (30)$$

All dies eingesetzt in Gleichung 23 ergibt:

$$\vec{F}_{Gm} = -2 \cdot \frac{m \cdot \rho_L}{4 \pi \cdot y_0} \int_0^\pi \frac{1}{r^2 \cdot 2^{1,5} \cdot \sqrt{(1 - \cos \phi)}} \cdot r \cdot \begin{pmatrix} -\cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix} \cdot d\phi \cdot \vec{e}_y \quad (31)$$

Dies lässt sich noch vereinfachen:

$$|(\vec{F}_{Gm})|_{\text{nur } y\text{-Richtung}} = \frac{m \cdot \rho_L}{2^{2,5} \pi \cdot y_0} \cdot \frac{1}{r} \cdot \int_0^\pi \frac{\sin \phi}{\sqrt{(1 - \cos \phi)}} \cdot d\phi \quad (32)$$

Das Integral liefert gerade den Wert $2^{1,5} \rightarrow$

$$|(\vec{F}_{Gm})|_{\text{nur } y\text{-Richtung}} = \frac{m \cdot \rho_L}{2 \pi \cdot y_0} \cdot \frac{1}{r} \quad (33)$$

Setzt man dies nun gleich dem Betrag von Gleichung 22, so ergibt sich eine Bestimmungsgleichung für ρ_L :

$$\frac{m \cdot \rho_L}{2 \pi \cdot \gamma_0} \cdot \frac{1}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot r \quad (34)$$

Und unter Verwendung von M_Z (siehe Gleichung 1) erhält man schließlich:

$$\rho_L = \frac{M_Z}{2r} \quad (35)$$

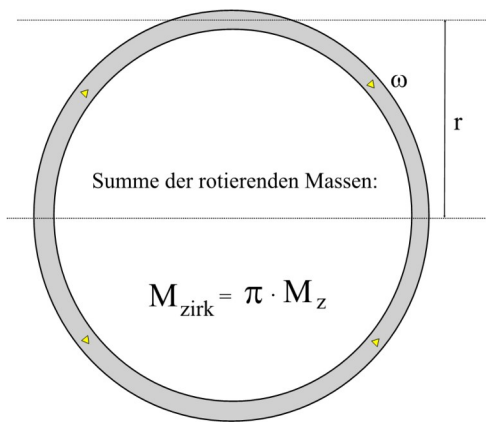


Abbildung 6: Zirkuliert eine homogene Masse M_{zirk} differentiell um ein Zentrum, so ist der „Orbit“ genau derselbe, als wenn sich eine Masse M_Z im Zentrum befinden würde.

Und für die insgesamt kreisende Masse erhält man – wie bereits erwartet - mit Gleichung 21:

$$M_{zirk} = \oint \rho_L \cdot ds = \frac{M_Z}{2r} \cdot 2 \pi \cdot r = \pi \cdot M_Z \quad (36)$$

In Abbildung 6 wird dieses Ergebnis verdeutlicht. Damit eine kleine, einzelne Masse m um ein Zentrum zirkulieren kann, muss eine entsprechend große Masse M_Z im Zentrum gefordert werden.

Kreisen jedoch „viele“ kleine Massen m um ein Zentrum und beträgt die insgesamt rotierende Masse das π -fache der oben erwähnten Zentrumsmasse, dann ist die Zentrumsmasse nicht mehr nötig, da die auf jedes Massestück einwirkende Gravitationskraft genauso groß ist wie die einer zentralen Masse!

Um dies zu verdeutlichen wähle ich Daten der Erde und der Sonne. Nehmen wir dabei der Einfachheit halber an, nur die Erde umkreist die Sonne auf einer idealen Kreisbahn, weitere Planeten seien nicht vorhanden. Ein externer Beobachter sieht dabei die Erde in einem Abstand r zur Sonne kreisen, die Umlaufzeit betrage 365 Tage. Dieser externe Beobachter kann mit Gleichung 1 die Sonnenmasse bestimmen, die Erdmasse spielt hier keinerlei Rolle:

$$M_{Sonne} = M_Z = 4 \cdot \pi \cdot \gamma_0 \cdot \omega^2 \cdot r^3 \quad (37)$$

Daten Erde $\leftrightarrow$ Sonne:

$$\text{Abstand Sonne/Erde} = r = 1 \text{ AE} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m} \quad (38)$$

$$\omega = \frac{2 \pi}{T} = \frac{2 \pi}{86400 \cdot 365 [\text{s}]} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1} \quad (39)$$

Gleichungen 38 und 39 in Gleichung 37 eingesetzt, ergibt für die so errechnete Masse der Sonne einen Wert von:

$$M_{\text{Sonne}} = M_Z = 4 \cdot \pi \cdot \gamma_0 \cdot \omega^2 \cdot r^3 = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad (40)$$

Und nun nehmen wir an, dass nicht ein einzelner Planet (die Erde) um die Sonne kreist, sondern dass homogene Materie in einer differentiellen Rotation um ein NICHTS kreist. Der Abstand zum Mittelpunkt der Kreisbahn und die Umlaufdauer eines einzelnen Partikels sollen dabei genauso groß sein, wie vorher.

Nach Gleichung 36 ist dies möglich, wenn die insgesamt rotierende Masse gerade das π -fache der (ursprünglichen) Sonnenmasse beträgt.

Um eine Vorstellung davon zu bekommen, was das heißt, soll zunächst überlegt werden, ob eine Aneinanderreihung von Erden um die Sonne ausreichen würde, um diese Bedingung einzuhalten. Die Frage ist also: Wie viele Erden hätten auf dem Umlauf um die Sonne sozusagen Platz? Sie Z diese Anzahl:

$$Z = \frac{2\pi r}{2 \cdot r_E} = \pi \cdot \frac{r}{r_E} = 3,14 \cdot \frac{1,5 \cdot 10^{11}}{6,38 \cdot 10^6} = 73.824 \quad (41)$$

Man könnte also auf den Umfang der Erdbahn um die Sonne 73.824 Erden gleichmäßig verteilen. Aber wie groß wäre dann die insgesamt rotierende Masse, wenn man für die Erdmasse einen Wert von $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ annimmt?

$$M_{\text{zirk}} = Z \cdot 6 \cdot 10^{24} = 73.824 \cdot 6 \cdot 10^{24} = 4,4 \cdot 10^{29} \text{ kg} < \pi \cdot M_Z = 3,14 \cdot 2 \cdot 10^{30} = 6,28 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad (42)$$

Das heißt: Reiht man im Bahnumfang der Erde um die Sonne eine Erde nach der anderen, dann ist die insgesamt rotierende Masse um etwa eine Größenordnung zu klein.

Man kann die Frage auch so stellen: Stellen Sie sich vor, es kreist Materie in Form eines (Fahrrad-) Schlauches (Volltorus) um einen Mittelpunkt mit differentieller Gravitation. Ein Volltorus besitzt zwei Radien: einen kleinen Radius r_T (dies entspricht der „Dicke“ des Schlauches) und einen großen Radius r (entspricht in etwa dem Radius einer Felge). Das Volumen eines Volltorus ist:

$$V_{\text{Torus}} = 2 \cdot \pi^2 \cdot r_T^2 \cdot r \quad (43)$$

Wie groß müsste r_T sein, damit die Masse des Volltorus gerade das π -fache der (ursprünglichen) Sonnenmasse beträgt. Die spezifische Dichte des Volltorus sei dabei dieselbe wie die der Erde ($\rho_E = 5.514 \text{ kg/m}^3$). Dies lässt sich aus folgender Gleichung vereinfacht ermitteln:

$$\rho_E = \frac{M_{\text{zirk}}}{\text{Volumen}} = \frac{\pi \cdot M_Z}{V_T} = \frac{\pi \cdot M_{\text{Sonne}}}{2 \cdot \pi^2 \cdot r_T^2 \cdot r} \quad (44)$$

Aufgelöst nach r_T erhält man:

$$r_t = \sqrt{\frac{M_{\text{Sonne}}}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \rho_E}} \quad (45)$$

Als Zahlenwert für den inneren Volltorusradius r_t erhält man 19.644 km. Der Radius wäre demnach etwa dreimal so groß wie der Radius der Erde.

Leider lässt sich das Ergebnis wegen der völlig unterschiedlichen Größenordnungen nicht maßstabsgetreu zeichnen – deshalb vielleicht noch einmal in Worten:

- Die Erde umkreist die Sonne im Abstand 1AE innerhalb eines Jahres.
- Ersetzt man nun die Erde durch einen Volltorus um die Sonne, dessen „Dicke“ etwa dem dreifachen Durchmesser der Erde entspricht und entfernt die Sonne, so sieht man einen Volltorus im Abstand von 1AE innerhalb eines Jahres um ein Zentrum kreisen – im Zentrum befindet sich NICHTS!

Irgendwie erinnert das an eine Akkretionsscheibe bzw. einen Akkretions-Volltorus. Vielleicht ist dort im Zentrum ja auch NICHTS und nicht etwa ein Schwarzes Loch!?

Abschnitt 3: Unter welcher Voraussetzung kann sich ein schnell rotierender kugelförmiger Himmelskörper in einen sich stabil drehenden Volltorus verwandeln?

Man denke sich einen gleichmäßig rotierenden, homogenen und kugelförmigen Himmelskörper mit folgenden Daten (der Index K stehe hierbei für „Kugel“):

Eigenrotation $\vec{\omega}_K$ Masse M_K Radius r_K

Hieraus abgeleitete Größen:

$$\text{Volumen } V_K = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_K^3 \quad (46)$$

$$\text{Spezifische Dichte } \rho_K = \frac{M_K}{V_K} = \frac{3 \cdot M_K}{4 \cdot \pi \cdot r_K^3} \quad (47)$$

$$\text{Drehimpuls (Drehachse durch den Mittelpunkt)} \quad \vec{L}_K = \frac{2}{5} \cdot M_K \cdot \vec{\omega}_K \cdot r_K^2 \quad (48)$$

Und nun mache man folgendes Gedankenexperiment: Nehmen wir an, die sich drehende Kugel wandelt sich im Laufe der Zeit (warum und wie auch immer!) in einen sich drehenden Volltorus um. Wie müssten die Bedingungen an den Volltorus lauten?

Vereinfachend habe der Volltorus einen großen Außenradius und einen – im Vergleich dazu – extrem kleinen Innenradius³. Dann kann man diese Struktur beschreiben als einen um ein Zentrum kreisenden (dünnen) Ring mit folgenden Eigenschaften (der Index R stehe hierbei für „Ring“):

Rotation $\vec{\omega}_R$ Masse M_R Radius r_R

$$\text{Drehimpuls (Drehachse durch den Mittelpunkt)} \quad \vec{L}_R = M_R \cdot \vec{\omega}_R \cdot r_R^2 \quad (49)$$

Die Gesamtmasse soll sich beim Übergang von der Kugel auf den Volltorus nicht verändert haben, so dass $M_K = M_R$ gesetzt werden muss. Weiterhin soll die Rotationsachse der Kugel dieselbe sein, wie die des Volltorus (bzw. des Ringes).

Der Drehimpuls muss beim Übergang von der Kugel auf den Ring erhalten bleiben, so dass die Gleichungen 48 und 49 gleichgesetzt werden müssen. Berücksichtigt man dabei den Massenerhalt und die gleich gebliebene Drehachse, so erhält man:

$$\text{Drehimpulserhaltungssatz} \quad \omega_R \cdot r_R^2 = \frac{2}{5} \cdot \omega_K \cdot r_K^2 \quad (50)$$

Da die Daten der Kugel fix sein sollen, könnten sich demnach im Prinzip beliebig viele Tori bilden, denn Gleichung 50 ist **eine** Gleichung mit **zwei** Unbekannten.

Klar ist:

- Der Radius des Ringes sollte deutlich größer als der Radius der Kugel gewählt werden.
- Damit würde aber die Rotation des Ringes deutlich kleiner werden als die Rotation der Kugel.
- Dies erwartet man aber auch – in Analogie zur Pirouette.

Fraglich ist:

- Ist ein sich bildender Volltorus (vereinfachend Ring) bei jedem beliebigen Radius und zugehöriger Rotationsfrequenz nach Gleichung 50 stabil?
- Damit ein Ring stabil ist, müssen sich an jedem Punkt des Ringes Gravitationsbeschleunigung und Zentrifugalbeschleunigung die Waage halten. Dreht sich der Ring in diesem Sinne zu schnell, so „fliegt“ er auseinander, dreht er sich zu langsam, so fällt er in sich zusammen.

Um diese Frage zu klären, benötigt man demnach noch eine weitere Gleichung! Diese wurde in Abschnitt 2 aber bereits abgeleitet. Dort wurde gezeigt, dass stabile Rotationen möglich sind, wenn gilt (nach Gleichung 36 und Abbildung 6):

$$M_{\text{zirk}} = \pi \cdot M_Z \quad (51)$$

3 Fahrradschlauchvergleich: dünner Schlauch auf großer Felge

M_{Zirk} ist hierbei die Masse des Ringes und damit die Masse der Kugel. Für M_Z verwendet man Gleichung 1 mit entsprechend angepassten Variablen:

$$M_Z = 4 \cdot \pi \cdot \gamma_0 \cdot \omega_R^2 \cdot r_R^3 \quad (52)$$

Damit erhält man:

$$M_K = 4 \cdot \pi^2 \cdot \gamma_0 \cdot \omega_R^2 \cdot r_R^3 \quad (53)$$

Mit den Gleichungen 53 und 50 hat man nun **zwei** Gleichungen mit den **zwei** Unbekannten ω_R und r_R . Die Gleichungen sind damit eindeutig lösbar und man erhält:

$$r_R = \left(\frac{4}{5} \cdot \pi \cdot \omega_K \cdot r_K^2 \right)^2 \cdot \frac{\gamma_0}{M_K} \quad (54)$$

$$\omega_R = \frac{5^3 \cdot M_K^2}{2^7 \cdot \pi^4 \cdot \gamma_0^2 \cdot \omega_K^3 \cdot r_K^6} \quad (55)$$

Die Gleichungen 54 und 55 sind jedoch recht unhandlich. Besser ist es, einen Proportionalitätsfaktor zwischen r_R und r_K einzuführen⁴:

$$\text{Sei } r_R = k \cdot r_K \text{ mit } k > 1 \quad (56)$$

Dann lässt sich Gleichung 50 schreiben als:

$$\omega_R = \frac{2}{5 \cdot k^2} \cdot \omega_K \quad (57)$$

und aus Gleichung 53 wird:

$$M_K = 4 \cdot \pi^2 \cdot \gamma_0 \cdot \omega_R^2 \cdot (k \cdot r_K)^3 \quad (58)$$

Setzt man nun Gleichung 57 in 58 ein und verwendet zusätzlich Gleichung 47, so erhält man eine Bestimmungsgleichung für den Proportionalitätsfaktor k :

$$k = \frac{12 \cdot \pi \cdot \gamma_0}{25 \cdot \rho_K} \cdot \omega_K^2 \quad (59)$$

→ Mit Gleichung 59 lässt sich damit eindeutig bestimmen, um wie viel größer der Radius des Ringes im Verhältnis zum Radius der Kugel sein muss. Für die Daten der Kugel sind hierzu nur die Rotationsfrequenz und die spezifische Dichte erforderlich. Der Ring wird dabei umso größer, je kleiner die Dichte der Kugel ist und je schneller die Rotation der Kugel – letzteres sogar quadratisch.

4 ACHTUNG: Dieses „k“ hat nichts mit dem „k“ aus Abschnitt 1 zu tun !!!

Wichtig dabei ist: Erhält man für einen gewählten kugelförmigen Himmelskörper einen k-Wert kleiner als 1, dann ist eine Umwandlung einer Kugel in einen stabilen Volltorus nicht möglich!

Drei Beispiele hierzu – die Erde, die Sonne und der Saturn: Gegeben seien jeweils die spezifische Dichte ρ und die Eigenrotationsperiode T (mittlerer siderischer Tag). Daraus errechnet werden die Kreisfrequenz ω und der k-Wert nach Gleichung 59.

	ρ [kg/m ³]	T [d]	ω [1/s]	k-Wert
Erde	5.515	1	$7,27 \cdot 10^{-5}$	$1,72 \cdot 10^{-3}$
Sonne	1.408	25,38	$2,87 \cdot 10^{-6}$	$1,05 \cdot 10^{-5}$
Saturn	700	0,444	$1,64 \cdot 10^{-4}$	0,07

Da der k-Wert in allen drei Beispielen kleiner als 1 ist, ist eine Umwandlung von einer Kugel auf einen stabilen Volltorus nicht möglich!

Man kann sich nun auch die Frage stellen, wie schnell sich z.B. Saturn drehen müsste, damit man einen k-Wert von 10 erhält, d.h. man löst Gleichung 59 nach ω_K auf und erhält als notwendige Rotationsdauer einen Wert von 53 Minuten (statt etwa 10,7 Stunden).

Die Berechnungen zu oben erwähntem Beispiel zum sich schnell drehenden Saturn ergeben insgesamt:

- Würde sich **Saturn** in 53 Minuten um die eigene Achse drehen, so könnte sich der Planet quasi umwandeln (wie auch immer...) in einen stabilen Volltorus, dessen größerer Radius (Analogie: Felgenradius beim Fahrradschlauch) beim Zehnfachen das Saturnradius liegen würde, der kleinere Radius (Analogie: Schlauchradius) läge bei 15% des Saturnradius. Die Umlaufzeit des Volltorus um die Drehachse läge bei 9,2 Tagen.
- Der Volltorus wäre dabei stabil und sein Drehmoment wäre dasselbe wie beim ursprünglichen Saturn.
- Bei den Berechnungen wurde davon ausgegangen, dass die spezifische Dichte des Volltorus dieselbe ist wie die des Saturn. Wäre die Dichte kleiner, so würde sich am großen Radius des Volltorus „nichts“ ändern, aber der kleine Radius r_T (siehe Gleichung 43) des Volltorus würde entsprechend größer werden. Hinweis: Bei den Zahlenwerten wurde auch Gleichung 43 verwendet.
- Weiterer Hinweis: Es gibt nur eine einzige Bahn für den Volltorus. Diese ist vorgegeben durch die Rotationsdauer und die spezifische Dichte des Himmelskörpers!
- Hier verwendete Formeln, die leicht abgeleitet werden können:

$$r_T = r_K \cdot \sqrt{\frac{2}{3 \cdot \pi \cdot k}} \quad T_R = T_K \cdot \frac{5 \cdot k^2}{2}$$

Schlussfolgerungen

Die durchgeführte Analyse zeigt, dass **stabile Materieringe um ein leeres Zentrum** grundsätzlich möglich sind. Die Gravitationswirkung der Ringmaterie selbst kann die Zentrifugalkräfte der Teilchen kompensieren und so eine Rotation um ein NICHTS ermöglichen.

- Für einen homogenen, kontinuierlichen Ring muss die **Gesamtmasse** das π -fache der fiktiven Zentralmasse M_z betragen, die ein externer Beobachter annehmen würde.
- Die Stabilität des Rings erfordert eine **hohe Symmetrie** und eine **homogene Massenverteilung**.
- Die Untersuchung des **Übergangs von einer Kugel zu einem Ring** unter Erhalt von Masse und Drehimpuls zeigt, dass dies bei bekannten Himmelskörpern wie Erde, Sonne oder Saturn nicht spontan erfolgen kann – die erforderlichen Rotationsgeschwindigkeiten wären um Größenordnungen zu hoch.
- Die Ergebnisse werfen die Frage auf, ob **bestimmte beobachtete Akkretionsscheiben** tatsächlich supermassereiche Schwarze Löcher im Zentrum benötigen oder ob sie als **stabilisierte Materieringe** interpretiert werden könnten.

Diese Arbeit beschränkt sich bewusst auf eine **klassisch-mechanische Betrachtung**. Für eine vollständige Stabilitätsanalyse wären **relativistische Effekte**, insbesondere **Gravitomagnetismus**, in einem zweiten Schritt zu untersuchen.

Conclusions

The analysis presented demonstrates that **stable matter rings orbiting an empty center** are theoretically feasible. The gravitational pull of the ring material itself can balance the centrifugal forces of its particles, enabling rotation around nothing.

- For a homogeneous, continuous ring, the **total mass** must be π times the fictitious central mass M_z that an external observer would infer.
- Ring stability requires **high symmetry** and a **homogeneous mass distribution**.
- The study of the **transition from a sphere to a ring** under conservation of mass and angular momentum shows that this cannot occur spontaneously for known celestial bodies such as Earth, the Sun, or Saturn – the required rotational velocities would be orders of magnitude too high.
- The results raise the question of whether **certain observed accretion disks** truly require supermassive black holes at their centers, or whether they could be interpreted as **stabilized matter rings**.

This work deliberately limits itself to a **classical mechanical treatment**. A complete stability analysis would require the inclusion of **relativistic effects**, particularly **gravitomagnetism**, in a subsequent step.