

标准宇宙学的一个隐含假设在真实宇宙中可能产生系统性偏差

刘恩俊

贵州省毕节市赫章县实验中学

摘要：本文重点分析以下问题：第一，光经过星系团会“缺失”一部分宇宙学红移：宇宙在膨胀，但星系团在引力束缚下不膨胀，导致穿过星系团的光在穿过星系团时没有发生宇宙学红移；第二，因星系团膨胀，影响过去宇宙平均尺度因子的计算；第三，星系团聚集大量物质，导致空矿区的物质密度降低，而星系团中的物质。虽然也参与制约宇宙膨胀，但对空矿区的膨胀的制约作用影响较小，于是导致不均匀宇宙空矿区膨胀率随时间变化慢，导致我们宇宙的年龄要大于均匀宇宙的年龄，即使是空矿区的膨胀率（从当下往过去算的同一时刻），都低于均匀模型的值，再结合两种模型下哈勃参数随时间变化的图像，说明即使补充上光经过星系团“丢失”的红移量，由均匀模型公式算出的超新星的距离，仍然是小于非均匀模型的值；第四，标准宇宙模型默认使用体积加权平均的哈勃参数代入路径积分公式计算超新星的距离，存在较大的系统性偏差：它使用 FLRW 度规，等效于把宇宙大尺度均匀当做绝对均匀来处理，于是存在一个隐含假设，默认体积平均的哈勃参数等于路径平均哈勃参数，导致距离测算存在较大的系统性偏差。例如在 $z=1$ 时，在我建立的模型中，根据我推导出的路径平均哈勃参数公式和体积平均哈勃参数公式，结合天文观测数据，由路径平均哈勃参数算出的超新星亮度是按均匀模型预测亮度的 75%，而按体积平均算出的亮度是预测亮度的 99.1%。由此说明，星系团形成稳定结构，可能是导致遥远超新星的观测亮度比预测更暗的重要原因。本文是探索性文章，而且还没有经过交叉验证，错误之处请多加批评指正。

中图分类号: P157; P159

关键词: 修正的弗里德曼方程;平均曲率;背反应项;宇宙学红移;路径加权平均哈博参数, 体积加权平均哈博参数。

Abstract: This paper focuses on analyzing the following four aspects: First, light passing through galaxy clusters "lacks" a portion of cosmological redshift. The universe is expanding, but galaxy clusters, bound by gravity, do not expand. Consequently, light traversing a galaxy cluster does not undergo cosmological redshift during its passage through the cluster. Second, the expansion of galaxy clusters affects the calculation of the average scale factor of the universe in the past. Third, galaxy clusters accumulate a large amount of matter, leading to a reduction in the matter density of void regions. Although the matter within galaxy clusters also participates in constraining cosmic expansion, its constraining effect on the expansion of void regions is relatively small. This results in a slower time evolution of the expansion rate in the void regions of an inhomogeneous universe, implying that the age of our universe is greater than that of a homogeneous universe. Even the expansion rate of void regions (at the same time calculated backward from the present) is lower than the value predicted by the homogeneous model. By combining the time evolution curves of the Hubble parameter in both models, this paper demonstrates that even after supplementing the "missing" redshift caused by light passing through galaxy clusters, the distance to supernovae calculated using the homogeneous model formula remains smaller than that derived from the inhomogeneous model. Fourth, the standard cosmological model, which 默认 uses the volume-weighted average Hubble parameter in the path integral formula to calculate supernova distances, has significant systematic biases. It employs the FLRW metric, effectively treating the large-scale uniformity of the universe as absolute uniformity. This introduces an implicit assumption that the volume-averaged Hubble parameter is equal to the path-averaged Hubble parameter, leading to substantial systematic errors in distance measurements. For example, at a certain redshift, in the model established herein, based on the derived formulas for the path-averaged and volume-averaged Hubble parameters combined with astronomical observation data, the supernova brightness calculated using the path-averaged Hubble parameter is 75% of the brightness predicted by the homogeneous model, while that calculated using the volume-averaged Hubble parameter is 99.1% of the predicted brightness. These results suggest that the formation of stable structures in galaxy clusters may be a crucial reason why the observed brightness of distant supernovae is dimmer than predicted. This paper is an exploratory study and has not yet undergone cross-validation. Any errors are welcome to be criticized and corrected.

Keywords: Modified Friedmann Equation ; Mean Curvature ; Backreaction Term ;

Cosmological Redshift ; Path - Weighted Average Hubble Parameter ; Volume - Weighted Average Hubble Parameter.

引言：1998年，科学家索尔·珀尔马特、布莱恩·施密特和亚当·里斯带领的团队分别通过分析超新星的光谱红移量，得到遥远的超新星的观测亮度比预测的更暗从而发现宇宙在加速膨胀。后来又有大量天文观测数据及其分析结果表明宇宙在加速膨胀，但是对宇宙加速膨胀的原因至今仍然没有定论。尽管主流学界认为是暗能量的驱动，但是仍然还是有很多不同的说法。比如有宇宙景观模型，宇宙不均匀结构模型等等，都分别想从不同的角度解释宇宙加速膨胀的问题。本文试着从宇宙大尺度均匀，但小尺度不均匀的角度，解释遥远的超新星的观测亮度比用宇宙均匀模型预测的更暗的现象。

1. 弗里德曼方程以及修正的弗里德曼方程

1.1 弗里德曼方程及加速度方程

1.1.1 弗里德曼方程

弗里德曼方程作为标准宇宙学的核心方程，可以解读为引力对宇宙膨胀的压制作用。其物理逻辑可通过方程形式和能量成分的引力性质展开分析：弗里德曼方程描述了宇宙膨胀速率（哈勃参数 H ）与物质能量密度（ ρ ）、空间曲率（ k ）和宇宙常数（ Λ ）的关系：

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2} \quad [1] \quad (1)$$

其中引力项 $\frac{8\pi G}{3} \rho$ 是物质（包括普通物质和暗物质）的引力贡献，正密度产生吸引力，倾向于减缓膨胀（负加速度）；宇宙常数项 $\frac{\Lambda}{3}$ ：对应暗能量，提供排斥性力（负压力），推动膨胀加速；曲率项： $-\frac{k}{a^2}$ 与宇宙几何相关（ $k=0$ 为平坦宇宙）。

引力压制膨胀的机制：物质密度的引力效应：物质（包括辐射）的密度 ρ 越大，引力吸引越强，直接导致 H^2 的表达式中引力项增大。

1.1.2 加速度方程（弗里德曼第二方程）

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \quad [1] \quad (2)$$

物质主导时期，($\rho \approx 0$)，右侧第一项为负，宇宙膨胀减速。引力好比是宇宙胀的"刹车"，物质密度越高，刹车力越强，膨胀减速的加速度越大。而暗能量相当于油门，踩油门（暗能量）时，是暗能量主导（ Λ 项占优），油门超过刹车，膨胀加速。根据弗里德曼方程，物质密度越小，引力的压制作用越小，抑制宇宙膨胀的作用就越小。

1.1.3 无暗能量的弗里德曼方程 ($\rho \approx 0$) 和加速度方程

现阶段大部分天体物理学家认为，宇宙学常数 Λ 代表暗能量，它负责宇宙后期的加速膨胀，认为宇宙学常数与暗能量或者真空能有关，其密度即使在不断膨胀的背景下也保持不变 (padmanabhan)，假设没有暗能量，弗里德曼方程和加速度方程就简化为如下的表达式：

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} \quad (3)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \quad [1]$$

(4)

其中 ρ 指物质（包括普通物质和暗物质）密度。由 (3) 式的弗里德曼方程和 (4) 式的加速度方程可知，对于无暗能量的物质主导的宇宙，在膨胀阶段，越是早期，宇宙物质密度越大， H 越大，但膨胀减速的加速度也越大，即哈勃参数随时间变化越快。越是晚期，物质密度越小，一方面宇宙的膨胀率越小，另一方面，越是到晚期，减速膨胀的加速度也是越小，即哈勃参数随时间的变化越慢。

1.2 弗里德曼方程的修正

我们的宇宙虽然通过观测，在大尺度下是平滑均匀的[2]，但是在小尺度下是不均匀的，例如星系团部分的物质密度就远大于除去星系团部分的其它空旷区域的物质密度，所以我们的宇宙不能直接用宇宙均匀模型下的弗里德曼方程分析计算，在宇宙不均匀的情况下，要通

过适当的修正和近似。弗里德曼方程的基本假设：弗里德曼方程基于 FLRW 度规，假设宇宙在大尺度上均匀且各向同性。若宇宙整体不均匀，这一前提被破坏，标准方程不再直接适用。

1.2.1 弗里德曼方程的修正

在探测到宇宙微波背景辐射各向异性之前，人们就知道宇宙结构的存在，在近邻宇宙中绘制形象分布的各种观测清楚地表明，星系在宇宙空间的分布是不均匀的。早期对近邻宇宙的星系红移巡天发现宇宙结构存在网状的模式(Gregory et al .[3] de Lapparent et al .[4], Geller et al .[5]),后来大规模的星系巡天如 2dFGRS(Colless et al .[6])、斯隆数字化巡天 (SDSS)(Tegmark et al [7],2MASS 红移巡天 (Huchra et al [8].) 等进一步证实了宇宙网状结构的存在。从宇宙学 N 体模拟 (Springel et al .[9], Vogelsberger et al .[10], Schaye et al .[11]) 以及对近邻宇宙暗物质分布的贝叶斯重建 (Kitaura [12], Nuza et al .[13]) 中发现，网状的结构在暗物质的分布中甚至更加显著和复杂。

对不均匀的宇宙模型中，德国宇宙学家托马斯.布歇特通过广义相对论的空间平均化方法 (Buchert 平均化) 对弗里德曼方程进行修正，修正后的方程可以写为：

$$\left(\frac{\dot{a}_{eff}}{a_{eff}}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\langle\rho\rangle - \frac{\langle R\rangle}{6} + \frac{Q}{6} \quad (5)$$

其中： a_{eff} ：有效尺度因子，描述局部平均膨胀。在不均匀的宇宙中，它可能因区域不同而具有不同的演化行为，例如空洞和星系团的膨胀速率不同； $\langle\rho\rangle$ ：空间平均物质能量密度（包含普通物质、暗物质等的平均贡献）； $\langle R\rangle$ ：三维空间曲率的平均值，反映局域几何的弯曲程度。由爱因斯坦方程中的空间几何项决定。例如，星系团附近曲率为正，而空洞附近曲率为负。Q：背反应项，表征非均匀结构对膨胀的动力学反馈，定义为：

$$Q = \frac{2}{3}(\langle\theta^2\rangle - \langle\theta\rangle^2) - \langle\sigma\rangle^2 \quad (6)$$

其中： θ ：膨胀速率（局域哈勃参数）； σ^2 ：剪切张量的平方，描述物质流的不均匀形变（如潮汐力导致的各向异性膨胀），若 $Q > 0$ ，非均匀结构的动能（如星系形成时的运动）

会驱动等效加速膨胀（类似暗能量效应）。若 $Q < 0$ ，势能主导（如引力坍缩）会抑制局部膨胀。目前研究表明，背反应项在当今宇宙中较小 $Q \approx 10^{-5} H$ ，但早期宇宙或极端非均匀模型中可能显著。

1.2.2 修正后的弗里德曼加速度方程

$$3\frac{\ddot{a}_D}{a} = -4\pi G\langle\rho\rangle + Q_D \quad (7)$$

与 FLRW 模型不同，加速度不仅有物质密度 $\langle\rho\rangle_D$ 驱动，还受到背反应项 Q_D 的影响，若 $Q_D > 0$ ，背反应可以导致该区域加速膨胀。也就是说，在宇宙整体的膨胀率逐渐降低的情况下，在局部的低密度区域，可以出现局域膨胀率升高的情况，即出现观测到宇宙加速膨胀的情况。例如假设银河系和仙女座星系是两个超大质量的星系，假设它们相隔上百亿光年而不是几百万光年，于是它们之间的引力较弱，在没有暗能量的情况下它们在引力作用下减速远离（由于宇宙膨胀），但是它们附近的小星系，受到它们的吸引加速靠近他们，那我们在银河系就会观测到它们在加速远离我们，观测到宇宙加速膨胀，我们的宇宙在膨胀的过程中，如果宇宙最外层的物质先冷却下来形成超大质量星系，相当于宇宙最外层的星系质量超大，惯性超大，而且相隔上百亿光年，它们虽然在引力的作用下缓慢收缩，但是它们太远我们基本观测不到，或者我们观测到它们，但它们相隔上百亿光年，我们正好是观测到它们减速远离（即当前宇宙标准模型说的宇宙早期的减速膨胀）。我们观测到的是没有它们大的在它们附近的小星系，那些小星系，在它们强大的引力作用下加速离开我们，我们就看见宇宙在加速膨胀。

修正后的弗里德曼方程引入平均曲率和背反应项，将非均匀结构的动力学反馈纳入局域膨胀描述。这一框架为研究非均匀宇宙提供了理论工具，但实际应用中仍需结合具体模型或者数值模拟来量化修正项的影响。

1.2.3. 用修正的弗里德曼方程分析同一时间宇宙不同位置的局域哈博参数

我们用修正的弗里德曼方程，只能近似讨论同一时间宇宙不同位置的局域哈博参数，因为哈勃参数除了与物质密度，位置，有关之外，还与宇宙的年龄有关，所以我们讨论哈博参数与密度的关系时候，我们只能近似讨论同一时刻不同位置因密度不同导致的局域哈博参数，根据修正的弗里德曼方程 (5)，在不均匀的宇宙中，计算同一时刻不同位置的局域哈博参数，密度项 ρ 都是用这一时刻的全宇宙平均物质密度，但是，高密度区域，由于曲率 $\langle R \rangle$ 为正，背反应项 Q 为负，这样就导致高密度区域的局域哈博参数小于平均值，而低密度区域正好相反，曲率 $\langle R \rangle$ 为负，背反应项 Q 为正，这样就导致低密度区域的局域哈博参数大于平均值。对于全宇宙来说，宇宙大尺度平坦，平均曲率近似为 0，背反应项 $Q \approx 10^{-5} H$ ，但是对于局域的某处来说，曲率项和背反应项都会有显著的不同，只是各处综合起来正负相消导致整个宇宙的平均曲率和背反应项都很小。比如宇宙中除去星系团的空旷区域，其平均哈博参数就要比整个宇宙在该时刻的平均哈博参数大，而且空旷区物质密度越小的地方，其局域哈博参数也越大。

2.宇宙中星系团的稳定结构对早期宇宙哈博参数观测计算和理论计算的影响

主要观点：星系团作为引力束缚系统不参与宇宙膨胀；光穿过星系团时未经历宇宙学红移；由此导致的对哈博参数的低估与暗能量的效应混淆。包括以下几点，

纵向影响：因光线经过星系团“丢失”红移量从而“漏测”星系团部分距离；横向影响：因星系团的尺度因子恒为 1 从而影响过去宇宙平均尺度因子的计算继而影响过去某一时刻宇宙的平均哈博参数的计算；星系团聚集大量物质，从而导致空旷区物质密度降低，导致物质之间因引力制约宇宙膨胀的刹车作用减弱。继而导致哈博参数随时间变化的幅度变慢，导致我们用现阶段的哈博参数按照宇宙均匀模型计算的宇宙年龄偏小（下面是分段论述）。

2.1.纵向影响

光线经过星系团没有发生宇宙学红移，“丢失”了一部分宇宙学红移量（即如果超新星的光是没经过星系团而到达地球就要增加红移），从而导致“漏测”了一部分光路的路程：

星系团是引力束缚系统，在引力的束缚下不参与宇宙膨胀。既然星系团不参与宇宙膨胀，光线在星系团中穿行时候就不会发生宇宙学红移，导致我们根据穿过星系团的光谱的宇宙学红移来计算距离时候就“漏测”了光经过的星系团部分的距离（而且除去星系团之外的空旷区部分的距离也没测准确，但这在后面讨论，而且还有后面介绍的不均匀结构导致平均膨胀率相同的情况下不均匀模型宇宙年龄偏大的影响）。

银河系到仙女座星系之间的距离大约 250 万光年，它们都在引力作用下快速靠近，说明它们是引力束缚的系统，这说明，宇宙虽然在膨胀，但是在星系团这个层面上，还是引力占据主导地位，被引力束缚，没有参与宇宙膨胀。星系团之间的距离会因为宇宙膨胀不断变大，但是星系团的几何尺寸基本不变。用逆向思维可知，早期宇宙星系团之间的距离较近，星系团之间的距离应该比现在星系之间的距离小得多。越是早期的宇宙，星系团尺寸在星系团距离中所占比例就越大，而且星系团尺寸在数百万光年到数千万光年之间，所以这个占比是一个相对较大的量（对观测到的哈勃参数的计算会有较大影响）。因为星系团没有发生宇宙膨胀，传到地球上的遥远的超新星的光穿过星系团时候自然就不会发生宇宙学红移，它发生宇宙学红移的路段是除去星系团的星系团之外的空旷区部分距离。而如果我们认为宇宙大尺度是均匀的，假设星系团像正方体网格那样均匀分布于宇宙中，那么由于宇宙的膨胀，星系团之间的距离不断拉大，根据尺度因子来计算，就会导致越遥远的超新星，它的光传到地球时候在星系团中经过的不发生宇宙学红移的路段占整个路段的比例就越大，导致在星系团中传播的光波不被拉长的时间与光传播的总时间的比值越大。这样，就会导致我们用标准烛光结合哈勃定律和光源亮度测算非常遥远处（上百亿光年）到地球路段的平均哈勃参数时候因为不发生宇宙学红移的路段的影响，导致测算遥远的区域（上百亿光年）到地球的平均哈勃参

数偏小，因为光经过星系团时候不发生宇宙学红移，而我们认为整个光路上都贡献宇宙学红移。而且这个因素导致的平均哈博参数偏小和暗能量导致的较近处由于暗能量的贡献宇宙晚期的哈博参数增大产生的效应是非常相似的，即都是导致相同红移量下光度距离的增大。导致到底是暗能量使得当下宇宙加速膨胀还是光在星团内传播不发生宇宙学红移从而影响了我们的观测，使得我们认为宇宙在加速膨胀，我们对这两个问题区分不清。或者说，有暗能量，但是因为有这个因素的影响，暗能量的影响到底有多大，我们不能量化。下面是在假设宇宙中星系团是均匀分布的情况下，遥远处哈博参数（相当于我们测出的是认为星系团和空旷区都贡献红移量的平均哈博参数）的计算：

假设星系团均匀分布在宇宙中，当下相邻星系团中心间距为 L ，星系团直径为 d ，超新星光谱的宇宙学红移量为 z 处的真正参与宇宙膨胀的空旷区的真实的哈博参数为 H （同一时刻不同位置的空旷区域哈勃参数是不同的，这里是做近似处理），假设没有暗能量（这里其实有无暗能量都是一样），求观测到的哈博参数（即根据观测到的红移量，然后假设宇宙是均匀的计算出的遥远处的哈博参数，）

模型：星系团均匀分布，当前星系团中心间距为 L ，直径为 d ，星系团不参与宇宙膨胀；真实膨胀区域：星系团之间的空间，真实哈勃参数为 H （无暗能量，物质主导，简化为空旷区是物质分布均匀），；观测假设：观测者误认为宇宙均匀膨胀，忽略星系团非膨胀区域。

有效膨胀比例：在红移 z 处，星系团边缘之间的物理距离为：
$$\frac{L-d}{1+z}$$

星系团中心之间的物理距离为：

$$L_{phys}(z) = \frac{L-d}{1+z} + d$$

设有效膨胀路径（排除星系团直径 d 部分的路径）占比为 $f(z)$ ，有

$$f(z) = \frac{L_{phys}(z) - d}{L_{phys}(z)} = \frac{\frac{L-d}{1+z} + d - d}{\frac{L-d}{1+z} + d} = 1 - \frac{1+z}{\frac{L}{d} + z}$$

$$\text{即: } f(z) = 1 - \frac{1+z}{\frac{L}{d} + z} \quad (8)$$

观测哈勃参数 H_{obs} 推导: 观测者认为全路径都膨胀, 但实际仅按 $f(z)$ 比例膨胀, 故:

$$H_{obs} = H \cdot f(z) = H \left(1 - \frac{1+z}{\frac{L}{d} + z} \right)$$

即观测到的哈勃参数 (即认为光经过的全路径都膨胀得出的值,) 为:

$$H_{obs} = H \left(1 - \frac{1+z}{\frac{L}{d} + z} \right) \quad (9)$$

物理意义: 星系团占比越高 (d / L 大且 z 越大), 按照均匀模型考虑测出的遥远处的哈勃参数与空旷区真实值相比就越小。也就是说, 从此公式可知, 即使在遥远的过去空旷区的哈勃参数比较大, 但是由于我们默认光经过星系团时候也发生宇宙学红移, 星系团也参与贡献膨胀, 即我们是按照光经过的全路径都参与贡献宇宙学红移来算, 导致我们算出遥远的过去哈勃参数较小。认为遥远的过去的哈勃参数与当下的哈勃参数之间的关系不遵循无暗能量的宇宙模型。

上面 (9) 式简单变形得:

$$H = \frac{H_{obs}}{1 - \frac{1+z}{\frac{L}{d} + z}},$$

从此公式可知, 空洞区域的局域哈勃参数大于认为光经过星系团时也贡献宇宙学红移量的平均哈勃参数值, 而且红移量越大的过去, 空洞区域的哈勃参数比测出的哈勃参数大的越多, 导致我们认为根据测算, 越久远的过去, 红移量越大, 哈勃参数比无暗能量的预测值小

的越多，因为我们认为宇宙大尺度均匀，然后默认光经过星系团时候该贡献宇宙学红移。感觉必须要引入暗能量。但其实，可能可以不引入暗能量或者说至少不需要引入如此多的暗能量，因为有一部分不是暗能量的贡献，而是宇宙虽然大尺度均匀但小尺度不均匀造成的，因为根据修正的弗里德曼方程，宇宙中空旷区域因为物质密度小，有曲率项和被反应项的贡献导致空旷区域的哈博参数要大于该时刻的平均值，而且，由于宇宙膨胀，空旷区域越来越大，导致星系团部分对空旷区域的阻碍膨胀能力越来越小，产生的效果相当于给空旷区域注入了暗能量。

例如，假设星系团均匀分布在宇宙中，当下相邻星系团中心间距为 $L=2$ 亿光年，星系团直径为 $d=0.16$ 亿光年，假设没有暗能量，我们分别计算红移量分别为 1、3、6 时候的观测亮度与预测亮度的比值：

基本概念：光度距离 d_L ：根据天体的固有亮度 L 和观测到的通量，计算公式为：

$$d_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi F}}$$

在宇宙学中， d_L 与红移 z 和宇宙膨胀历史相关；哈勃定律：描述宇宙膨胀速率，当前哈勃常数 $H_0 \approx 70 \text{ km/s/Mpc}$ 。在无暗能量的爱因斯坦-德西特模型（EdS， $S_m = 1$ ）中，哈勃参数随红移变化为：

$$H(z) = H_0(1+z)^{3/2} \tag{10}$$

共动距离 $r(z)$ 与哈勃参数的关系：

$$r(z) = c \int_0^z \frac{dz}{H(z)} = c \int_0^z \frac{dz}{H_0(1+z)^{3/2}}$$

$$\text{化简得：} r(z) = \frac{2c}{H_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}}\right)$$

光度距离与共动距离的关系为： $d_L(z) = (1+z) \cdot r(z)$

代入上式得：

$$d_L(z) = \frac{2c}{H_0} (1+z) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}}\right) \quad (11)$$

光在星系团中传播，不发生宇宙学红移，“丢失”的红移量与空旷区红移量的占比：应该用积分的方法来计算，但用积分来算是要分段积分，比较复杂，这里我们用下面的公式近似计算，设“丢失”的红移量为 ∇z ，近似有如下的关系式：

$$\frac{L-d + \frac{L-d}{1+z}}{z} = \frac{2d}{\nabla z}$$

解得：
$$\nabla z = \frac{2zd}{L-d + \frac{L-d}{1+z}} \quad (12)$$

整段光路上“应该”有的红移量：

$$z' = z + \nabla z \quad (13)$$

当 $z=1$ 时：

$$\nabla z = \frac{2zd}{L-d + \frac{L-d}{1+z}} = \frac{2 \times 1 \times 0.16}{2 - 0.16 + \frac{2 - 0.16}{1+1}} = 0.1159$$

$$z' = z + \nabla z = 1.1159$$

$$d(z) = \frac{2c}{H_0} (1+1) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+1}}\right) = 1.1711 \frac{c}{H_0}$$

$d_L(z')$ 近似用宇宙均匀模型公式算出：

$$d_L(z') = \frac{2c}{H_0} (1+1.1159) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+1.1159}}\right) = 1.3225 \frac{c}{H_0}$$

观测与预测的亮度比为：

$$\frac{L_{\text{观测}}}{L_{\text{预测}}} = \left[\frac{d_L(z)}{d_L(z')}\right]^2 = 78.41\%$$

当 $z=3$ 时：

$$\nabla z = \frac{2zd}{L-d + \frac{L-d}{1+z}} = \frac{2 \times 3 \times 0.16}{2 - 0.16 + \frac{2 - 0.16}{1+3}} = 0.4174$$

$$z' = z + \nabla z = 3.4174$$

$$d(z) = \frac{2c}{H_0} (1+3) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+3}}\right) = 4 \frac{c}{H_0}$$

$$d(z') = \frac{2c}{H_0} (1+3.4174) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+3.4174}}\right) = 4.6314 \frac{c}{H_0}$$

$$\frac{L_{\text{观测}}}{L_{\text{预测}}} = \left[\frac{d_L(z)}{d_L(z')}\right]^2 = 74.59\%$$

当 $z = 6$ 时:

$$\nabla z = \frac{2zd}{L-d + \frac{L-d}{1+z}} = \frac{2 \times 6 \times 0.16}{2 - 0.16 + \frac{2 - 0.16}{1+6}} = 0.9131$$

$$z' = z + \nabla z = 6.9131$$

$$d_L(z) = \frac{2c}{H_0} (1+6) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+6}}\right) = 8.7086 \frac{c}{H_0}$$

$$d_L(z') = \frac{2c}{H_0} (1+6.9131) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+6.9131}}\right) = 10.2001 \frac{c}{H_0}$$

$$\frac{L_{\text{观测}}}{L_{\text{预测}}} = \left[\frac{d_L(z)}{d_L(z')}\right]^2 = 72.89\%$$

上面的计算仅仅是考虑光在星系团中传播不发生宇宙学红移，因“丢失”红移而“漏测”了距离造成的观测亮度与预测亮度的关系，而且补充上“丢失”的红移量后的光度距离，我们仍然使用均匀模型的光度距离公式计算。实际情况中还要考虑其它因素的影响，以及光度距离公式不再是均匀模型的公式，所以观测亮度与预测亮度的百分比还要改变。从上面的计算可以看出，红移量越大，观测亮度与预测亮度的比值越小。即越是高红移处，观测亮度比预测越暗的多。但是从上面的计算中，在高红移区域，亮度比随着红移量的升高而变暗的幅度不大，与实际观测的现象不吻合，产生这种不吻合的原因，一方面说明可能还是需要引入动态暗能量，另一方面是受后面介绍的宇宙不均匀结构导致空旷区哈博参数变化幅度变缓的影响（通过后面的分析可知，由于不均匀结构，导致空旷区的物质密度变小，导致空旷区制

约宇宙膨胀的因素减弱，于是使得空旷区膨胀率随时间变化变慢，使得当下我们的虽然大尺度均匀但小尺度不均匀的宇宙的年龄比相同膨胀率的均匀宇宙的年龄要大，相同年龄下不均匀宇宙的哈博参数随时间变化都比均匀宇宙慢，现在我们宇宙的年龄更大，宇宙年龄越大哈博参数随时间变化就越慢，使得当下我们宇宙的哈博参数随时间变化更缓慢，上面我们是把“丢失”的红移量求出后仍然用均匀模型的光度距离公式近似计算非均匀模型的光度距离，当红移量大了后，比如说红移量为 3 或者 6，就不能再用均匀模型的光度距离公式近似计算了，因为此时均匀模型的哈博参数迅速增大了，而非均匀模型哈博参数随时间变化仍然缓慢，用均匀模型的光度距离公式算出的光度距离就比真实的光度距离小的多了。)。但通过上面的计算也说明星系团对观测亮度的影响是不容忽视的。

2.2. 横向影响

因星系团的尺度因子恒为 1 从而影响过去宇宙平均尺度因子的计算，继而影响过去某一时刻宇宙的平均哈博参数的计算。

我们的宇宙在上百亿年左右就基本形成了稳定的星系星系团结构，由于星系团被引力束缚不参与宇宙膨胀，它的尺度因子恒为 1，而在某一时刻宇宙的平均尺度因子应该是不膨胀的星系团部分和膨胀的空旷区域的尺度因子按体积加权平均，这样就影响了宇宙的平均尺度因子的计算从而影响了宇宙的平均哈博参数，使得越是遥远的过去，宇宙的平均哈勃参数比当时空旷区膨胀部分实际哈博参数小的越多。下面我们具体计算一下：

在考虑非膨胀区域（星系团）对宇宙平均尺度因子的影响时，若膨胀区域的尺度因子为 a ，非膨胀区域的体积占比为 f （当前时刻 $a = 1$ ），则整个宇宙的平均尺度因子 a_{avg} 可通过以下步骤推导：

体积加权平均的定义：假设宇宙当前总体积为 $V_0 = 1$ （归一化），其中膨胀区域：当前体积为 $1 - f$ ，尺度因子为 a ，其体积随 a 膨胀，即膨胀后体积为 $(1 - f)a^3$ 。非膨胀区域：

体积为 f ，始终固定不变。因此，宇宙在空旷区尺度因子为 a 时的总体积为： $V(a) =$

膨胀区体积 + 非膨胀区体积 $= (1 - f)a^3 + f$ ，平均尺度因子定义为宇宙总体积相对于当前

体积比的三次根：

$$a_{avg}^3 = \frac{V(a)}{V_0} = (1 - f)a^3 + f \quad (14)$$

对 a_{avg}^3 求导，结合膨胀区哈博参数 $H = \frac{\dot{a}}{a}$ 得到：

$$3a_{avg}^2 \dot{a}_{avg} = 3(1 - f)a^2 \dot{a}$$

$$\text{代入 } \dot{a} = Ha \text{ 并化简； } H_{avg} = \frac{\dot{a}_{avg}}{a_{avg}} = \frac{(1 - f)Ha^3}{(1 - f)a^3 + f}$$

$$\text{即} \quad : \quad H_{avg} = \frac{(1 - f)Ha^3}{(1 - f)a^3 + f}$$

(15)

$$\text{其中 } f = \left(\frac{d}{L}\right)^3$$

物理意义：若宇宙无不膨胀区域 ($f = 0$): $H_{avg} = H$ ，与标准模型一致。完全不全
不膨胀区域 ($f = 1$): $H_{avg} = 0$ ，无膨胀。当前时刻 ($a = 1$): $H_{avg} = H(1 - f)$ ，反映
膨胀区域的贡献被稀释。

示例：若 $d = 10MPC$ ， $L = 100MPC$ ，则 $f = 0.001$ 。当 $a = 1$ 时：

$$H_{avg} = \frac{(1 - f)Ha^3}{(1 - f)a^3 + f} = H \cdot \frac{0.999 \cdot 1^3}{0.999 + 0.001} = 99.9\%H$$

当 $a = 0.5$ 时

$$H_{avg} = \frac{(1 - f)Ha^3}{(1 - f)a^3 + f} = H \cdot \frac{0.999 \cdot 0.5^3}{0.999 \cdot 0.5^3 + 0.001} = 99.2\%H$$

当 $a = 0.25$ 时

$$H_{avg} = \frac{(1 - f)Ha^3}{(1 - f)a^3 + f} = H \cdot \frac{0.999 \cdot 0.25^3}{0.999 \cdot 0.25^3 + 0.001} = 93.9\%H$$

当 $a = 0.15$ 时

$$H_{avg} = \frac{(1-f)Ha^3}{(1-f)a^3 + f} = H \cdot \frac{0.999 \cdot 0.15^3}{0.999 \cdot 0.15^3 + 0.001} = 77.1\%H$$

通过体积加权平均的哈勃参数的定义,可直接导出某时刻含非膨胀区域的宇宙平均哈勃参数。此公式适用于局部固定结构(不膨胀区域)已知的宇宙学计算。从此公式可以看出,当宇宙空旷区尺度因子较大时,宇宙的平均哈勃参数非常接近于空旷区的值,即使当空旷区尺度因子较小时,例如当 $a = 0.25$ 时,平均哈勃参数和空旷区哈勃参数相差都还很小,这就是标准宇宙学模型中认为大尺度均匀的宇宙可以看成绝对均匀的宇宙来处理的原因吧。因为他们认为大尺度均匀的宇宙某时刻的平均哈勃参数和均匀模型的非常接近?

公式(15)中的尺度因子 a ,我们还可以把它换成用光谱的红移量 z 来表示,根据尺度因子与光谱红移量的关系有

$$1 + z = \frac{1}{a} \quad (16)$$

结合(15)和(16)可得

$$H_{avg} = \frac{(1-f)H}{(1-f) + f(1+z)^3} \quad (17)$$

(17)式表示光谱红移量为 z 处的宇宙平均哈勃参数与红移量以及空旷区哈勃参数的关系。

我们分析一下上面(17)式与(9)的式的得出的结果:对均匀宇宙,两式算出的结果一样,说明观测到的哈勃参数就等于该处(该时刻)的哈勃参数,对于大尺度均匀而小尺度不均匀的宇宙,(9)式算出的结果就小于(17)式算出的结果,例如,我们仍然用上面示例的数据即: $d = 10 \text{MPC}$, $L = 100 \text{MPC}$,当 $z = 1$ 时,由(9)式得 $H_{obs} = 0.818H$,由(17)式得 $H_{avg} = 0.992H$;而当 $z = 3$ 时,由(9)式得 $H_{obs} = 0.714H$,由(17)式得 $H_{avg} = 0.939H$ 。

即因为星系团对光的宇宙学红移的屏蔽导致我们根据宇宙大尺度均匀然后就按均匀模型来处理的观测计算到的遥远处的哈博参数要小于遥远的过去的宇宙平均哈博参数（当然，对于不均匀宇宙，我们讲的观测到的哈博参数，实际上是时间跨度横跨上亿光年的那段时间的光路上的平均哈博参数）。

我们这里介绍的星系团的横向影响和纵向影响，和后面介绍的标宇宙学模型默认使用体积加权平均哈勃参数而不是使用路径平均哈勃参数来进行路径积分的影响是一样的。

2.3. 星系团结构导致减速膨胀的加速度减慢

星系团聚集大量物质，从而导致空旷区物质密度降低，导致空旷区物质之间引力制约宇宙膨胀的刹车作用减慢，而星系团的物质对空旷区的制约膨胀的影响有一种鞭长莫及的感觉（即影响相对较小）。

根据修正的弗里德曼加速度方程 (7) 可知，由于物质密度和被反应项的影响，就会导致空旷区虽然也可能还是减速膨胀，但是减速膨胀的加速度减慢。和物质密度分布均匀的宇宙相比，假设在形成稳定星系团之前均匀宇宙模型和不均匀宇宙模型的各项参数都相同，哈博参数也是相同的，但不均匀宇宙因为形成了星系团，尽管可以认为星系团是均匀分布于宇宙中，即宇宙大尺度是均匀的，但是因为小尺度的不均匀，因为星系团已经形成了稳定结构不参与宇宙膨胀，故整个宇宙减速膨胀的加速度就由空旷区的加速度决定，而空旷区因为制约宇宙膨胀的物质密度变小，还有背反应项和曲率项的贡献，经过上百亿年的积累，有稳定结构的实际宇宙模型的平均哈博参数就会比均匀模型的哈博参数大。现在我们用标准烛光测出的哈博参数和用宇宙微波背景辐射算出的哈博参数有较大的偏差，应该就有这方面的原因，当然还有我们银河系所在的本星系群处在一个宇宙大空洞中等因素的影响。

假设当下我们的宇宙有两个模型（即两个模型的初始状态完全一样），一个是均匀模型，另一个是大尺度均匀但小尺度不均匀的模型即我们宇宙的真正模型，假设当下均匀模型的哈

勃参数和不均匀宇宙模型的平均哈勃参数相同（两个宇宙诞生的时间不同，因不均匀模型哈勃参数随时间变化慢，所以不均匀模型的宇宙年龄要更大），因当下不均匀宇宙模型的平均哈勃参数非常接近空矿区的值：由（15）式可知，如果按星系团直径是星系团之间距离的1/10计算，有 $H_{avg} = 0.999H_0$ ，其中 H_0 是当下空旷区的和哈勃参数（平均），即可得当下空旷区的哈勃参数与均匀模型的基本相同。而不均匀模型中，即使宇宙年龄相同，哈勃参数随时间变化都要慢，而现在不均匀模型的宇宙年龄更大，哈勃参数随时间变化更慢，即我们真实的宇宙中，哈勃参数随时间变化比均匀模型的更慢，故越久远，空旷区的哈比参数也是越小于均匀模型的值的，实际计算是分段积分，我们可以做如下近似证明，考虑成空旷区是连续的情况，有

$$\int_{t_{emit}}^{t_0} H(t) dt = \ln(1 + z) \quad (18)$$

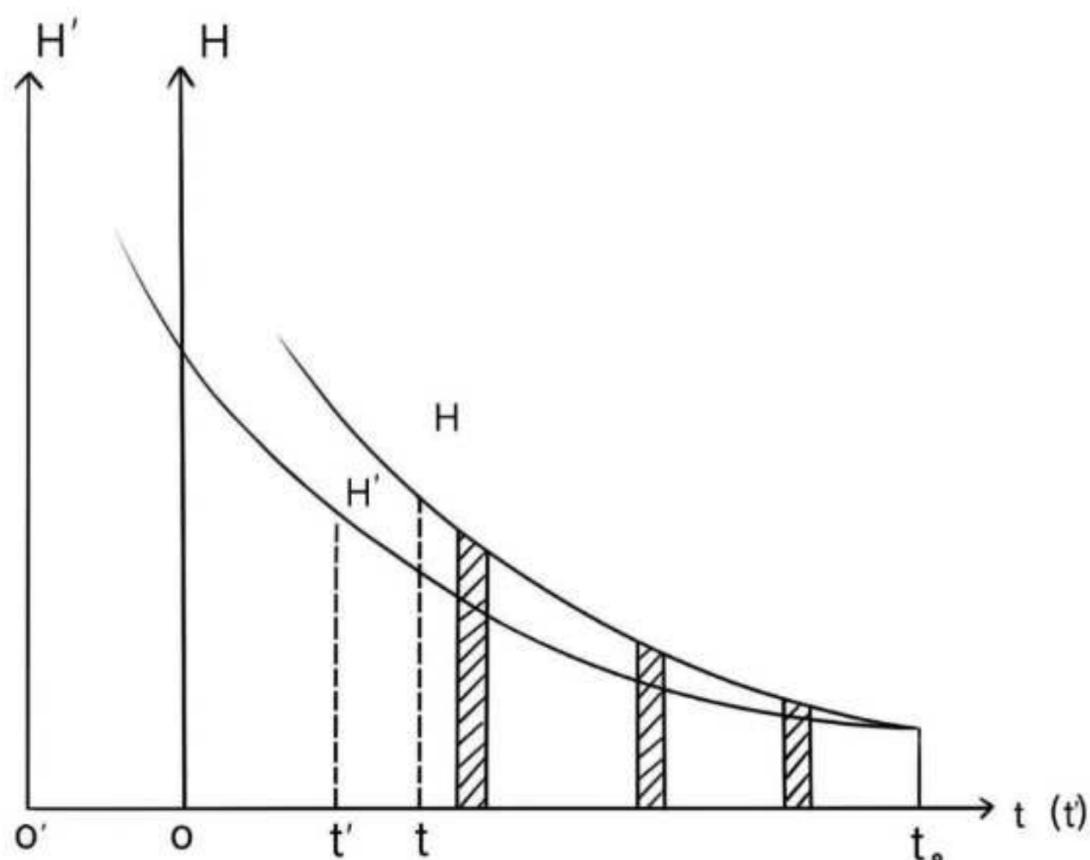
根据（18）我们可以得到，因非均匀模型空旷区哈勃参数随时间变化慢，红移量相同处，非均匀模型空旷区的哈博参数小于均匀模型的值。我们在（18）式中，加上光经过星系团“丢失”的红移量，得到

$$\int_{t_{emit}}^{t_0} H(t) dt = \ln(1 + z + \nabla z) \quad (19)$$

从（19）式可以看出，我们在均匀模型和不均匀模型下都加上一个“丢失”红移量，则因在不均匀模型中因空旷区哈勃参数随时间变化慢，所以产生相同的红移量不均匀模型就需要更长的时间，所以前面我利用（11）式来粗略计算把光经过星系团“丢失”的红移量“补偿”回来后光经过的总的光度距离，从而算观测亮度与预测亮度的比值的时候，因为（11）式是均匀模型中的光度距离公式而不是非均匀模型的公式，在低红移时候哈勃参数随时间变化都很慢，所以低红移时候就吻合的比较好，而高红移时候，例如 $z = 3$ 和 $z = 6$ 处，算出的结果和观测值相差就很大了，原因很是高红移处，均匀模型的哈勃参数随时间变化很快了，而非均

匀模型的哈勃参数随时间变化还很慢。

我们也可以把“丢失”的红移量求出来，画出两个模型下哈勃参数随时间变化的图像（示意图），如图所示：



其中 $H-t$ 图像表示均匀宇宙模型中哈勃参数随时间变化的图像， $H'-t'$ 图像表示不均匀模型空旷区的哈勃参数随时间变化的图像，阴影部分对应的的时间是光经过星系团的时间。 $H-t$ 图像中产生相同红移量（原来红移量加上“丢失”的红移量的总和）的那段时间内图像与坐标轴所围成的面积表示 $\int_{t_{emit}}^{t_0} H(t) dt$ ，要总红移量相等，则此面积要相等，故从图像可以直观看出产生相同的总红移量的所用时间，非均匀模型的要大于均匀模型的；非均匀模型空旷区的哈勃参数也是要小于均匀模型的。而越久远，根据 (15) 式，该时刻宇宙平均哈勃参数就更小于均匀模型的值了！再根据公式 (9) 得到我们观测到的哈勃参数就更是比均匀模型小的更多了！对于均匀宇宙模型，有

$$H = H_0(1+z)^{3/2}$$

由于不均匀宇宙模型中，空旷区的哈勃参数随时间变化慢，于是对于不均匀模型中的空

旷区哈勃参数有

$$H < H_0(1 + z + \nabla z)^{3/2} \quad (20)$$

20)

公式中 ∇z 表示光经过星系团时候“丢失”的红移量。

把 (20) 式代入 (9) 式得

$$H_{obs} < H_0 \left(1 - \frac{1+z}{\frac{L}{d} + z}\right) (1 + z + \nabla z)^{3/2} \quad (21)$$

21)

(21) 式说明我们的宇宙中遥远处的哈勃参数的观测值与当前哈勃参数的关系。

把 (20) 式代入 (17) 式得

$$H_{avg} < H_0 \frac{(1-f)}{(1-f) + f(1+z)^3} (1 + z + \nabla z)^{3/2} \quad (22)$$

(22)

(22) 式说明我们宇宙在红移为 z 处的的平均哈勃参数与当前哈勃参数的关系。

3. 总结以上几个方面的因素的综合影响

考虑无暗能量下的因星系团的尺寸导致纵向影响，横向影响，以及减速膨胀的加速度减慢等方面的综合影响。

在假设无暗能量的情况下，我们预测非常遥远的超新星的亮度，是根据宇宙学原理，把宇宙看成是大尺度均匀的，是根据弗里德曼方程，由于越遥远的地方，代表的是越久远的过去，哈勃参数要越大，于是超新星越是遥远，它的光传到地球上的过程中其光路上的平均哈勃参数就越大，相同红移量下的光度距离就越小，即我们是按照大尺度均匀就等效为完全均匀模型来预测的。而我们观测非常遥远的超新星的亮度，是因为宇宙大尺度是虽然可以看成均匀的，但小尺度不均匀，有大量的星系团分布在宇宙中，因为星系团没有膨胀，光穿过星系团

没有发生宇宙学红移，因为星系团的直径很大，在数百万光年至数千万光年之间，根据公式 (9)，越是遥远的过去，我们观测到的哈勃参数就比真实的哈勃参数小的越多，这样，我们用哈勃定律计算出的观测距离比预测距离大，以及空旷区的哈勃参数因空旷区物质密度减小而导致其随时间变化减慢等，这样就导致我们对超新星的观测亮度比预测亮度更暗（这和暗能量产生的效果极其相似）。

我们考虑以上几个方面的因素的综合影响，特别星系团的稳定结构造成的纵向影响，横向影响以及星系团聚集大量质量导致空旷区物质密度降低从而导致空旷区哈勃参数随时间变化减慢，产生的效果都和暗能量产生的效果高度相似。我们由 (9) 式和 (17) 式可知，某处观测到的哈勃参数都比该处（该处对应时刻）的平均哈勃参数小，例如： $z=1$ 处，星系团之间距离取 2 亿光年，星系团直径取 0.16 亿光年，我们观测到宇宙的哈勃参数（即我们把宇宙看成是均匀的认为星系团部分光路也贡献红移量的哈勃参数），根据 (9) 式算出的值为 $85.2\%H$ ，而该处的平均哈勃参数由 (17) 式可算出为 $99.7\%H$ ，在 $z=3$ 处，由 (9) 式算出为 $74.2\%H$ ，而由 (17) 式算出的值为 $96.8\%H$ ，其中 H 为该处空旷区的哈勃参数。即一方面宇宙由于形成了星系团的稳定结构，平均哈勃参数比空旷区的哈勃参数减小了，但是即使 $z=3$ ，宇宙平均哈勃参数与空旷区的值都非常接近，但是我们观测到的遥远处的哈勃参数比空旷区的值就小的多了；另一方面，根据前面的分析，有稳定星系团的不均匀结构的宇宙，即使大尺度均匀，认为星系团均匀分布于宇宙中，但是因为空旷区的物质密度减小了，制约宇宙膨胀的刹车作用减弱了，导致即使是相同宇宙年龄下，不均匀模型的平均哈勃参数随时间变化都要较慢，而我们的宇宙由均匀模型和不均匀模型膨胀到当下，变成当下的哈勃参数，不均匀宇宙模型的宇宙年龄要更大，不均匀宇宙模型的哈勃参数随时间变化随时间变化更慢，所以我们的不均匀宇宙中，超新星的光经过相同的时间宇宙学红移量比均匀宇宙中要更小，经过相同的光度距离宇宙学红移量要更小，产生相同的宇宙学红移量的观测亮度与按均

匀模型无暗能量计算的预测亮度的比值，比加上光经过星系团“丢失”的红移量后按照均匀模型公式计算观测亮度算出的比值还要偏小。这和暗能量产生的效应很相似（当然，宇宙中也可能真有暗能量，但是因为星系团的稳定结构产生的影响和暗能量产生的影响很相似，也会使得我们对暗能量到底产生多大的影响我们估计不足）。

4. 标准宇宙学模型的光度距离公式计算真实的宇宙存在较大的系统性偏差产生系统性偏差

标准宇宙学模型存在一个隐含假设，即根据宇宙学原理，宇宙在大尺度上是均匀的，由此默认了路径加权平均的哈勃参数与体积加权平均的值相等，默认使用体积加权平均的哈勃参数代入路径积分公式去计算大尺度均匀的宇宙中超新星的距离，这在绝对均匀的宇宙中是正确的，因为在绝对均匀的宇宙中这两个值是完全一样的不存在区别，而在大尺度均匀小尺度不均匀的宇宙中就会存在系统性偏差，因为在只是大尺度均匀而小尺度不均匀的宇宙中存在着路径加权平均与体积加权平均的哈勃参数不同的区别了，存在路径加权平均的哈勃参数小于体积加权平均的哈勃参数，此时再默认使用体积加权平均的哈勃参数代入路径积分的公式，由此导致超新星的真实距离被低估，产生一个较大的系统性偏差。而正确的做法是用路径加权平均的哈勃参数代入计算。

4.1 体积加权平均哈勃参数与路径加权平均哈勃参数

在计算超新星的距离时，我们是通过路径积分来计算的，此时我们必须要知道哈勃参数随时间变化的函数表达式，对于均匀宇宙模型，全宇宙各个不同位置在同一个时刻哈勃参数都是一样的，哈勃参数随时间变化的表达式都是一样的，即对于绝对均匀的宇宙，全宇宙只有唯一一个哈勃参数随时间变化的表达式，我们理所当然的用这个表达式代入路径积分公式算超新星到我们的距离。但是对于不均匀宇宙，同一时刻宇宙中不同位置的哈勃参数是不同的，不同位置哈勃参数随时间变化的表达式也是不同的，那为了通过路径积分算出超新星的

光度距离，我们就需要找到一个全宇宙某时刻的平均哈勃参数随时间变化的表达式，于是我们就需要定义某时刻全宇宙的平均哈勃参数，那我们怎样定义某时刻全宇宙的平均哈勃参数呢？其实平均哈勃参数有各种定义，比如按体积加权平均和按路径加权平均以及按质量加权平均等，按体积加权平均定义的平均哈勃参数，我们可以这样定义：某时刻不同区域的哈勃参数与区域体积乘积的总和与全宇宙总体积的比值；按路径加权平均的哈勃参数，我们可以这样定义，就是从某时刻取一个极短的时间，求出这极短的时间内全宇宙不同位置不同方向哈勃参数与光经过的路径乘积的总和与总路径的比值。我们计算超新星的距离，是计算超新星的光经过的路径的长度，自然应该用按路径平均的哈勃参数计算，对于绝对均匀的宇宙，按路径加权平均和按体积加权平均算出的平均哈勃参数是完全一样的，都等于那个时刻全宇宙的那个唯一的哈勃参数，所以均匀宇宙相当于没有路径平均哈勃参数与体积平均哈勃参数的区别，但是对于大尺度均匀而小尺度不均匀的宇宙，按路径加权平均的哈勃参数就是小于体积加权平均的哈勃参数的，为了说明问题，我们仍然建立星系团像正方体网格均匀分布于宇宙中，当下星系团直径为 d ，星系团之间距离为 L 的这个模型为大尺度均匀而小尺度不均匀的最简单的宇宙模型，经过推导得到，上面的公式 (9) 算出的我们观测到的哈勃参数，其实就是红移量为 z 处的按路径加权平均的哈勃参数，这里为了强调，我们用 H_{path} 表示路径

加权平均哈勃参数，把 (9) 式中的 $\frac{L}{d}$ 用 (17) 式中的 f 表示得

$$H_{path} = H \left(1 - \frac{1+z}{\frac{1}{f^3 + z}} \right) \quad (23)$$

公式 (23) 就是星系团均匀分布于宇宙中的这种最简单的理想状态下的大尺度均匀而小尺度不均匀的宇宙模型中红移量为 z 处的按路径平均的哈勃参数的表达式。

其中 H_{path} 表示红移量为 z 位置的路径平均哈勃参数，而 H 表示该位置空旷区的哈勃参数。而 (17) 式算出的红移量为 z 时宇宙的平均哈勃参数其实就是那时的体积平均哈勃参数，

所以我们直接把 H_{avg} 换成体积加权平均的哈勃参数 H_{vol} 得

$$H_{vol} = \frac{(1-f)H}{(1-f) + f(1+z)^3} \quad (24)$$

4.2. 标准模型默认了用体积加权平均的哈勃参数代入路径积分的公式

标准宇宙学 (Λ CDM 模型) 的整个数学大厦都建立在宇宙学原理之上: 即宇宙在大尺度上是均匀且各向同性的。数学基础: FLRW 度规, 整个模型的基础是弗里德曼-勒梅特-罗伯逊-沃尔克度规。这个度规的唯一变量是尺度因子 $a(t)$, 它是一个只随时间变化、而与空间位置无关的函数。这意味着, 在标准模型中, 哈勃参数 H 是一个全局的、统一的量。在宇宙中的任何一点、在任何时刻, 这个值都是相同的。在这个框架下, “体积加权平均”和“路径加权平均”是同一个概念, 因为宇宙没有不均匀性, 从 (23) 和 (24) 中可知, 当 $f=0$ 时候, 即宇宙完全均匀时, 路径加权平均哈勃参数和体积加权平均哈勃参数是完全一样的, 而宇宙只是大尺度均匀而小尺度不均匀时候, 明显有路径加权平均哈勃参数明显小于体积加权平均的哈勃参数。

而我们的标准宇宙学模型根据宇宙大尺度均匀, 而用 (17) 式算出的体积加权平均哈勃参数和空旷区的哈勃参数又非常接近, 于是就认为大尺度均匀小尺度不均匀的宇宙, 和绝对均匀的宇宙非常接近, 就把宇宙大尺度均匀小尺度不均匀处理成宇宙绝对均匀的情况, 那哈勃参数自然要用体积平均哈勃参数了, 即实际上默认了某时刻的平均哈勃参数用体积加权平均, 相当于把 (24) 代入路径积分公式, 而实际上应该把 (23) 式代入。下面我们再来算一下用 (23) 式和 (24) 式中的哈勃参数算出的光度距离计算出观测亮度与预测亮度的区别: 当我们用 (23) 式中的路径平均哈勃参数来算超新星距离时候, 因为不是连续函数, 所以我们近似算一下平均哈勃参数, 进行一下估算, 我们用初末位置的和除以 2 近似当做平均值, 取上面假设的 $L=2$ 亿光年, $d=0.16$ 亿光年, 则由 (23) 式可得, $z=0$ 有 $H_{path1} = 0.92H$, $z=1$ 时 $H_{path2} = 0.818H$, 红移量由 0 到 1 这段路径上的路径平均哈勃参数近似为

$H_{\text{平}} = 0.869H$ ，根据哈勃定律近似估算，可得超新星的观测量度约为预测亮度的 75%，而如果按 (24) 式估算， $z=0$ 时 $H_{\text{vol.1}} = 0.999H$ ， $z=1$ 时 $H_{\text{vol.2}} = 0.992H$ ， $H_{\text{平}} = 0.9955H$ ，由此得超新星观测亮度是预测的 99.1%，这说明，用体积加权平均的哈勃参数，大尺度均匀和绝对均匀的宇宙模型标准模型算出的超新星亮度偏差是比较小的，但用路径加权平均的哈勃参数来算，大尺度均匀和绝对均匀的宇宙，亮度偏差就比较大了，而标准模型因为默认了用体积加权平均的哈勃参数当做路径加权平均的哈勃参数，代入路径积分的公式，使得算出的超新星到地球的光度距离产生一个较大的系统性偏差，使得超新星的观察亮度比用均匀模型算出的预测亮度暗的多。

标准模型默认使用了体积加权平均的哈勃参数，这样星系团的体积对整个宇宙平均哈勃参数的影响就非常小了，再把星系团看成是一个点，这样就把大尺度均匀的宇宙看成绝对均匀的宇宙来处理了，这样导致了标准宇宙学在计算超新星的光度距离时产生了较大的系统性偏差，

标准宇宙学模型因为默认使用了体积加权平均哈勃参数代入路径积分公式导致超新星的光度距离产生系统性偏差，宏观上就体现为因为星系团对宇宙学红移的屏蔽效应，导致星系团对宇宙的纵向影响和横向影响不同上面。

5. 结论.

由于宇宙结构虽然大尺度均匀，但小尺度不均匀，由于星系团作为引力束缚系统不参与宇宙膨胀；光穿过星系团时未经历宇宙学红移；由此会导致对过去空旷区哈勃参数的低估而且与暗能量产生的效应混淆。导致我们对暗能量的具体功效能达到多大估计不准确。星系团不参与宇宙膨胀的影响表现在 4 个方面：第一，对穿过星系团的光的宇宙学红移有避风港作用，光只要进入星系团就不发生宇宙学红移；第二，由于光子经过星系团没有宇宙学红移，导致我们观测到的哈勃参数小于宇宙真实的体积平均哈勃参数（我们观测到的其实是路径平

均哈勃参数)；第三，由于星系团的形成，导致空旷区物质密度小于宇宙平均值，直接导致空旷区减速膨胀的加速度小于均匀模型对应的值，导致相同的均匀和不均匀模型的宇宙膨胀到当下，不均匀模型的宇宙年龄更大。，星系团不参与宇宙膨胀的效应和暗能量的效应是高度相似的；第四：导致过去任意时刻对应的宇宙平均尺度因子增大，从而导致该时刻宇宙的体积平均哈勃参数和路径平均哈勃参数都降低，但因为体积平均哈勃参数很接近空旷区的值，标准模型又默认使用体积平均哈勃参数来进行路径积分，导致标准模型的光度距离公式算出的超新星距离出现较大的系统性偏差。导致标准模型认为宇宙中必须要有暗能量来加速宇宙的膨胀。其实，即使宇宙在加速膨胀，也可能是在背反映理论的动力学范围内能够达到的加速膨胀，结合宇宙时间景观模型和薄引力透镜理论等的分析，可能我们的宇宙不一定必须要有暗能量的贡献[14]

或者说即使要暗能量也要不了如此多的暗能量，因为标准模型因为默认使用了体积加权平均的哈勃参数导致的系统性偏差必然存在，只是看这个系统性偏差到底能够达到多大的影响的问题。

5.预测：

5.1.即使用星系红移巡天测出的遥远处的哈博参数也是不准确的

因为路径积分中包含了未参与膨胀的星系团的路径，即星系红移巡天测出的平均哈勃参数也是偏小的，是不膨胀的星系团部分和膨胀的空旷区部分的平均值。

5.2.哈博参数具有各向异性

由于星系团大尺度分布均匀，但小尺度不均匀，所以，各个方向的哈博参数有偏差，我们接收到的超新星的光传到地球的光路上星系团越密，那个方向的哈博参数的观测值就越小，即哈博参数具有各向异性。

5.3.星系团效应与暗能量的区别：

星系团效应具有各向异性，而暗能量是各项同性的；星系团效应对过去的高红移区域影响显著，而暗能量是近期的宇宙才显示影响。

5.4 验证宇宙中是否有暗能量的方法

建立模型（无暗能量均匀模型）推导出宇宙膨胀到星系团形成时候的哈博参数，然后按星系团均匀分布于宇宙中，根据标准烛光测出的哈博参数算出星系团形成至今的时间，再根据此时间算均匀模型无暗能量下的哈博参数，看看能否相差现在用标准烛光和用宇宙微波背景辐射算出的差距，如果能够达到这样大的差距，那说明没有暗能量也是完全可以的，若是不能达到这样大的差距，那说明还是要有暗能量，但应该有动态暗能量来补充。

本文还只是一个宇宙模型，还有很多地方没有细化，而且没有经过宇宙微波背景辐射，重子声学振荡，薄引力透镜等等的检验，发表本文的目的，是想和同行分享，探讨我提出的四个创新点是否合理，有没有一点价值。错误之处在所难免，请多多批评指教。

参考文献

- [1]. 李刚. 宇宙网络结构中空洞和星系团性质的相关研究[D]. 北京：北京科学技术大学，2023.
- [2]. Planck Collaboration, Ade P A R, Aghanim N, et al. Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results [J / OL], 2014,571:A1. DOI :10.1051/0004-6361/201321529.
- [3]. Gregory S A , Thompson L A . The Coma /A1367 supercluster and its environs .[J / OL].1978,222:784-799.DOL:10.1086/156198.
- [4]. de Lapparent V , Geller M J , Huchra J P . A Slice of the Universe [J / OL)..1986,302:L1. DOI :10.1086/184625
- [5]. Geller M J , Huchra J P . Mapping the Universe [J / OL] . Science ,1989,246(4932):897-903. DOI :10.1126/science246.4932.897
- [6]. Coll ess M . Peterson B A . Jackson C ,et al . The 2dF Galaxy Redshift Survey : Final Data Release [J / OL], arXiv e - prints ,2003: astro - ph /0306581. DOI :10.48550/arXiv. astro - ph /0306581
- [7]. Teg mark M . Bla nton M R , Strauss M A , er al The Three - Dimensional Power Spectrum of Galaxies from the Sloan Digital Sky Survey [J / OL],2004.606(2):702-740.DOI:10.1086/382125
- [8]. Huchra J P . Macri L M , Masters K L , et al . The 2MASS Redshift Survey-Description and DataRelease [J/OL],2012.199(2):26.Doi 10.1088/0067-0049/199/2/26.
- [9]. Springel V . White S D M . Jenkins A . et al . Simulations of the formation , evolution and clustering of galaxies and quasars [j/OL].2005,435(7042):629-636.DOI:10.1038/nature03597.

- [10]. Vogelsberger M . Genels, spring et al .Introducing the Mustris Project: simulating the coevolution of dark and visible matter in the Universe [J / OL],2014,444(2).1518-1547 DOI 10.1093/mnras/stu1536
- [11]. Schaye J . Crain R A , Bower M G , et al . The EAGLE project : simulating the evolution and assembly of galaxies and their environments [J / OL],2015.446(1):521-554.DOI:10.1093/ mnras /stu2058
- [12]. Kitaura F S . The initial conditions of the universe from constrained simulations[J/ OL].2013,429:L84-L88.DOI:10.1093/mnras/s1s029
- [13]. Nuza S E . Kitaura F S , HeB S , et al . The cosmic web of the Local Universe: cosmic variance , matter content and its relation to galaxy morphology [J / OL]..2014,445(1):988-1001.DOI:10.1093/mnras/stu1746.
- [14].爱因斯坦著张倩绮译.相对论[M]北京.北京理工大学出版社,2017(8): 82-84. 115-116