Специальная теория относительности как эмерджентная структура в евклидовой модели без времени

А. Н. Смирнов

3 ноября 2025 г.

Аннотация

Рассматривается модель, в которой наблюдаемая структура пространства–времени эмерджирует из вещественного скалярного поля, удовлетворяющего уравнению Лапласа в четырёхмерном евклидовом пространстве без выделенного времени и направлений. Наблюдатель описывается как локализованная конфигурация того же поля на гиперплоскостях фолиации; *события* определяются как локальные срабатывания детектора, задаваемые функционалом от конечного числа коэффициентов модового разложения поля и параметров наблюдателя. Показано, что выбор фолиации порождает инерциальные системы отсчёта, а согласованная реконструкция при переходах между ними возможна без введения глобального множества событий, исключительно на основе операционального описания наблюдателя.

Из модели следует, что событийные структуры разных ИСО могут различаться, так что глобального пространства событий не существует. Доказано, что в рамках модели невозможно передать информацию о событии, отсутствующем в данной ИСО, но существующем в другой ИСО. Это приводит к выделению двух типов преобразований. Первые - *прямые преобразования* - описывают фактическую перестройку событийной структуры при смене ИСО. Вторые - *наблюдаемые преобразования* — являются операциональным переописанием, которое выполняет наблюдатель в своей ИСО, исходя из гипотетического допущения о глобальном множестве событий.

Инвариантность всех фолиаций, вытекающая из полной $O(4)$-симметрии уравнения Лапласа, вместе с обоснованным существованием конечной предельной скорости распространения влияний

$v_{\max}$ приводят к наблюдаемым преобразованиям лоренцева вида с инвариантом $v_{\max}$. Тем самым воспроизводятся оба постулата специальной теории относительности, а причинная структура возникает как конус $\|\Delta\mathbf{r}\| = v_{\max}|\Delta t|$ в каждой системе. Результаты демонстрируют, что специальная теория относительности может эмерджировать в рамках строго евклидовой безвременной модели.

1 Введение

1.1 Проблема времени и причинности

В современной фундаментальной физике остаются открытыми три взаимосвязанных вопроса: (1) возможно ли формулирование физической теории при полном *отсутствии времени*; (2) как в этом контексте могут быть определены причинность и измерение; (3) и какова природа наблюдаемой псевдоримановой сигнатуры пространства–времени $(-,+,+,+)$, возникающей при, казалось бы, более естественной евклидовой симметрии. Эти вопросы приобретают особую актуальность в контексте поиска единой теории, объединяющей квантовую теорию и гравитацию, поскольку многие аргументы [1] указывают на то, что в такой теории время должно быть не фундаментальным, а эмерджентным понятием. Близким к этим вопросам является вопрос о природе наблюдателя. В стандартной формулировке наблюдатель трактуется как абстрактный внешний агент, не влияющий на вопрос о том, что существует, измеряющий то, что объективно существует и без присутствия наблюдателя.

Многие подходы (causal sets [2, 3], loop quantum gravity [4], relational frameworks [5] и др.) предполагают отказ от явного времени на уровне уравнений, но сохраняют его в скрытом виде - через частичный порядок, параметр эволюции, логическую структуру «истории» или функциональные зависимости между состояниями. Даже в евклидовых формализмах, таких как путь интеграла, Wick-ротация предполагает возвращение к времени как физической координате.

В отличие от этого, настоящая модель формулируется в четырёхмерном евклидовом пространстве $\mathbb{E}^4$, и в ней отсутствует не только координатное время, но и какая-либо фундаментальная структура, определяющая порядок, развитие или направление. Поле $\Phi(x)$, которое в модели является единственным и детально рассматривается в следующих разделах, подчиняется уравнению Лапласа и задаётся в виде единственной статической конфигурации. Все структуры, традиционно ассоциируемые со временем и причинностью в стандартных теориях, в этой модели не задаются априорно, а определяются взаимодействием наблюдателя с полем. Наблюдатель в этой модели рассматривается не как абстрактное внешнее устройство, а как физически реализуемая структура внутри самой модели (см. раздел 3)

При этом в стандартной квантовой теории поля причинность вводится постулировано, в терминах световых конусов и гиперповерхностей постоянного времени. Эта структура требует априорного выделения времени и метрики Минковского и теряет обоснование, если время не является фундаментальной величиной, а возникает как операциональное следствие. В задачах, связанных с гравитацией, реконструкцией пространства–времени и безвременными формулировками квантовой теории, подобные постулаты теряют применимость и не могут быть универсально обоснованы.

В специальной и общей теории относительности лоренцева структура пространства–времени принимается в качестве исходного предположения. В частности, в СТО она возникает как следствие двух постулатов Эйнштейна — эквивалентности инерциальных систем отсчёта и существования конечной инвариантной скорости, что приводит к метрике Минковского. В ОТО же лоренцева сигнатура метрики предполагается априори при построении уравнений Эйнштейна. Однако теорема о сигнатурах [6] запрещает глобальное преобразование положительно-определённой формы в псевдориманову. Поэтому если в евклидовой модели эмерджирует лоренцева структура, то она может носить лишь *эффективный и локальный характер*. Это особенно важно в подходах, где пространство–время и динамика рассматриваются как эмерджентные явления.

Множество существующих подходов также стремятся устранить время из фундаментальной теории. В частности, в *causal set theory* время сохраняется в виде частичного порядка на событиях, что по сути задаёт ориентированную причинную структуру. В *loop quantum gravity* и формализме *spin foams* эволюция реализуется через переходы между граничными состояниями, а временная ось вводится как параметр внешней интерпретации. В *Page–Wootters mechanism* [7] и *relational quantum mechanics* [5] время определяется через квантовую корреляцию между подсистемами, однако предполагается существование уже постулированного гильбертова пространства состояний и измерительного акта.

В *timeless* подходах, таких как модель Барбура [8], предполагается отказ от параметра времени, но сохраняется конфигурационное пространство или пространственно-временные связи, допускающие восстановление динамики. В *QBism* [9] и *observer-centric QFT* [10] субъект вводится как внешне-интерпретирующая структура, но не как физически реализованное тело в рамках той же теории. Во всех этих случаях, так или иначе, либо сохраняется скрытая форма времени, либо наблюдатель трактуется внешне, см. также сравнение интерпретаций в [11].

Предлагаемая модель радикально отличается: она устраняет не только координатное время, но и любую форму внутреннего порядка или параметра эволюции, при этом моделируя наблюдателя как локализованную конфигурацию самого поля. Все причинные связи, динамика и события возникают *операционально* - из взаимодействия с полем на выбранной фолиации, а не постулируются изначально.

Под операциональностью в данной работе понимается задание физических структур исключительно на основе взаимодействий поля с локализованным наблюдателем, ***регистрируемых самим наблюдателем*** *(то есть оставляющих запись во внутренних регистрах), без обращения к внешнему времени, заранее заданной координатной динамике или априорной метрике. Такая трактовка близка к обычному операциональному подходу в физике [12, 13, 14], но радикализована за счёт включения наблюдателя как внутренней части модели и отказа от априорного времени. Это позволяет формализовать причинность, измерение и наблюдаемые преобразования (см. §3, §5) как внутренние структуры модели.*

В этом смысле модель представляет собой строгую реализацию безвременного формализма с внутренним наблюдателем, из которой выводится специальная теория относительности (СТО). Моделирование наблюдателя как физической части конфигурации позволяет воспроизвести явления, недостижимые в подходах с внешним наблюдателем - от реконструкции причинности до возникновения СТО.

1.2 Евклидовы модели и роль наблюдателя

Евклидовы методы зарекомендовали себя как технически мощные средства, но во всех известных случаях они рассматриваются как вспомогательные - с необходимым возвращением к времени после Wick-ротации. Попытки построить полноценные евклидовы модели с физическим смыслом сталкиваются с трудностями: отсутствует механизм появления причинности, неясна структура событий и её связь с наблюдением, не выведены лоренцевы преобразования и предельная скорость.

Кроме того, в этих подходах наблюдатель либо отсутствует, либо вводится постфактум как внешний агент. В данной работе исследуется возможность описания наблюдателя как физической конфигурации, возникающей в рамках той же модели: через локализованное разложение поля (см. раздел 3). Такой наблюдатель взаимодействует с полем $\Phi(x)$ и, благодаря выбору фолиации, определяет те величины, которые приобретают физическое значение - в том числе структуру событий, последовательность, динамику и причинную связность.

Такой подход позволяет трактовать как причинность, так и измерение не как внешние постулаты, а как операциональные структуры, возникающие внутри модели и зависящие от наблюдателя. При этом сама модель остаётся формально евклидовой, без введения времени или предзаданной динамики.

1.3 Цель и содержание работы

Основная цель данной работы — ввести в дискурс теоретической физики минимальные модели без времени. Мы рассматриваем модель с четырёхмерным евклидовым пространством, на котором задано вещественное поле без выделенных направлений и дополнительных внутренних симметрий. Модель используется как минимально достаточная для демонстрации того, что безвременная конструкция может быть согласована с наблюдаемыми аспектами известной физики. Целью не является построение полной физической теории; мы ограничиваемся анализом ключевых структурных последствий модели.

Объём и ограничения. Мы намеренно *не рассматриваем* инструменты, относящиеся к последующим развитиям математического аппарата СТО и квантовой теории поля: Wick-ротацию, условия Osterwalder–Schrader, интегралы по траекториям, построение полной унитарной динамики и т. п. Также мы не ставим целью вывод полной группы Лоренца; для целей статьи достаточно показать, что *наблюдаемые* преобразования между ИСО имеют лоренцеву форму с инвариантом $v_{\max}$, а оба постулата СТО возникают операционально в рамках модели.

Под *наблюдаемыми преобразованиями* мы интуитивно понимаем правила перепараметризации операциональных координат и регистров, которые строит *наблюдатель-физик*, оставаясь в своей собственной ИСО. В отличие от *прямых* преобразований, описывающих фактическое переразложение поля и тела наблюдателя при смене фолиации (что может изменять множество реконструируемых событий), наблюдаемые преобразования отражают лишь то, как наблюдатель-физик *мысленно реконструирует описание* в другой фолиации, исходя из имеющейся информации и предположения о глобальном пространстве событий. Строгое определение и вывод их формы даны в §5–§6.2.

Для реализации заявленной цели мы показываем, что в строго евклидовой модели с уравнением Лапласа можно:

- формализовать причинность как локальную операциональную структуру, независимую в каждой инерциальной системе отсчёта (ИСО);

- вывести оба постулата специальной теории относительности;

- получить лоренцевы преобразования как *наблюдаемые* преобразования между ИСО.

Конструкция основана на скалярном поле $\Phi(x)$ в $\mathbb{E}^4$, подчинённом уравнению

$$\Delta_{\mathbb{E}^4}\Phi(x) = 0.$$

Поле $\Phi(x)$ рассматривается не как объект, для которого ищется явное решение уравнения поля, а как обобщённая конфигурация, удовлетворяющая этому уравнению в слабом (функциональном) смысле. Нас интересуют не решения как таковые, а физические следствия наложенных операциональных ограничений — в частности, вывод преобразований специальной теории относительности и структур, возникающих при взаимодействии с локализованным наблюдателем.

Поле не содержит фундаментальной динамики или временных параметров и не имеет дополнительных внутренних симметрий помимо евклидовой $O(4)$. Взаимодействие с локализованным наблюдателем (через фолиацию и модовую реконструкцию) позволяет операционально построить события, эволюцию и структуру ИСО.

Основные результаты.

- Формализована причинность как локальная операциональная структура, независимая в каждой ИСО.

- Доказано, что в ИСО невозможно передать информацию о событиях, отсутствующих в её собственной событийной структуре; это обосновывает информационную изолированность ИСО.

- Разграничены два типа преобразований: *прямые* (переразложение при смене фолиации без биекции событий) и *наблюдаемые* (умозрительная перепараметризация, сохраняющая событийность).

- Установлено, что *наблюдаемые преобразования по построению сохраняют событийность* между ИСО, в отличие от прямых, которые могут изменять множество реконструируемых событий.

- Показано, что операциональная запись (информация) наблюдателя не абсолютна: при смене ИСО события могут исчезать или появляться, а реконструкция остаётся согласованной с причинной структурой внутри каждой ИСО (§5).

- Операционально воспроизведены оба постулата специальной теории относительности для наблюдаемых преобразований:

  - эквивалентность всех ИСО (инвариантность формы законов);

  - существование конечной предельной скорости причинного взаимодействия $v_{\max}$, общей для всех наблюдателей.

- Получены *наблюдаемые* преобразования между ИСО лоренцевого вида с инвариантом $v_{\max}$.

Структура статьи. Разделы 2–3 задают постановку модели и определение наблюдателя. В 4 строятся ИСО и вводится понятие относительной скорости. В 5 анализируются типы преобразований при смене ИСО (прямые и наблюдаемые) и даётся кинематический вывод постулатов СТО. В 6 выводятся лоренцевы преобразования как наблюдаемые. В 7 обсуждается операциональная информация наблюдателя и её перестройка. Раздел 8 описывает ограничения модели, 9 — заключение и перспективы.

2 Фундаментальная постановка

2.1 Евклидово пространство $\mathbb{E}^4$

В качестве основы модели рассматривается четырёхмерное вещественное евклидово пространство $\mathbb{E}^4$, наделённое стандартной метрикой δ_{AB} сигнатуры $(+,+,+,+)$, где латинские индексы $A, B = 1, \dots, 4$. Данное пространство не содержит выделенных направлений, координат, временных осей или причинной структуры. Геометрия $\mathbb{E}^4$ инвариантна относительно полной группы ортогональных преобразований $O(4)$, что обеспечивает максимально возможную симметрию без введения дополнительных структур.

Выбор размерности четыре мотивирован тем, что минимальная размерность, при которой возможно воспроизведение наблюдаемой структуры пространства–времени специальной теории относительности, совпадает с размерностью физического пространства–времени. Таким образом, $\mathbb{E}^4$ выступает в качестве наиболее естественного кандидата для реконструкции релятивистской кинематики из безвременной модели.

Любая гиперплоскость в $\mathbb{E}^4$ задаётся уравнением

$$n_A x^A = s,$$

где n_A — единичный нормальный вектор, а s — вещественный параметр. Такие гиперплоскости будут играть роль фолиаций, используемых наблюдателем для операционального определения событий. Формальное введение фолиации и её свойства будут подробно рассмотрены в следующем разделе.

2.2 Базовое поле модели и уравнение Лапласа

Нам требуется уравнение для поля, удовлетворяющее следующим условиям: отсутствие выделенных направлений, евклидова $O(4)$-симметрия, отсутствие внутренних симметрий и гладкость решений. Единственным дифференциальным оператором второго порядка, полностью инвариантным относительно группы $O(4)$ и не выделяющим направлений, является лапласиан. Поэтому уравнение Лапласа выступает не просто в качестве рабочего примера, а как выбор, обеспечивающий максимальную симметрию и минимальные допущения.

При этом дальнейшие построения опираются лишь на его структурные свойства - локальность, линейность и гармоничность, - так что любое уравнение с аналогичными свойствами привело бы к тем же операциональным следствиям.

На $\mathbb{E}^4$ задано вещественное скалярное поле $\Phi(x)$, удовлетворяющее уравнению

$$\Delta_{\mathbb{E}^4}\Phi(x) = 0, \tag{1}$$

где $\Delta_{\mathbb{E}^4} = \delta^{AB}\partial_A\partial_B$ — лапласиан евклидова пространства.

Это уравнение не содержит выделенного времени, не задаёт внутренней динамики, не содержит внутренних симметрий и выделенных направлений, и не включает взаимодействий — ни линейных, ни нелинейных. Решение $\Phi(x)$ предполагается фиксированным однозначно, включая граничные условия. Это отражает тот факт, что в безвременной модели невозможно задать независимые начальные условия: всё содержание модели определяется единственной конфигурацией поля, без апелляции к эволюции.

2.3 Отсутствие времени и причинной структуры

В модели не вводится никаких дополнительных структур, которые определяли бы направление эволюции, порядок событий или динамические переменные. Это означает полное отсутствие времени — как координатного, так и параметра эволюции. Поле $\Phi(x)$ трактуется как конфигурация на $\mathbb{E}^4$, определяемая условиями уравнения Лапласа и граничными условиями, без апелляции к какой-либо внутренней динамике.

Таким образом, ни поле, ни пространство $\mathbb{E}^4$ в фундаментальной постановке не содержат причинных связей. Понятия причинности и последовательности событий будут вводиться не как исходные, а как эмерджентные структуры, возникающие только на уровне операционального описания. В частности, роль наблюдателя как источника согласованной причинной реконструкции будет формализована в следующем разделе.

2.4 Цель построения

Задача настоящего раздела заключается в формализации минимальной сцены, на которой будет определяться последующее операциональное описание. На фундаментальном уровне в модель не закладываются физические величины, события, симметрии или уравнения движения. Всё, что может быть интерпретировано как пространство–время, материя или динамика, должно возникать исключительно как результат взаимодействия локализованной структуры поля с его глобальной конфигурацией. В дальнейшем такая локализованная структура будет формализована как *наблюдатель*.

3 Наблюдатель и операциональное определение событий

3.1 Фолиация и направление переноса

Фолиация евклидова пространства $\mathbb{E}^4$, задаваемая гиперплоскостями $n_A x^A = s$ (см. (2)), разбивает пространство на семейство трёхмерных гиперплоскостей $\Sigma_s^{(\mathbf{n})}$, ортогональных выбранному вектору n_A и параметризованных вещественным скаляром s. Выбор направления n_A фиксирует инерциальную систему отсчёта, а параметр s в этой системе играет роль *операционального времени* — внутреннего параметра эволюции, возникающего только относительно данной фолиации.

Каждая гиперплоскость интерпретируется как «момент времени» в соответствующей инерциальной системе отсчёта (ИСО). Позже будет показано, что разные ориентации нормали $\mathbf{n}$ соответствуют разным ИСО. Здесь $\mathbf{n}$ - вектор, n_A - его компоненты, $n^A := \delta^{AB} n_B$, и $n_A n^A = 1$.

Фиксированная ориентация n_A определяет направление *переноса* между срезами, а выбор фолиации задаёт структуру локального темпорального упорядочивания. Таким образом, направление времени в модели не задано заранее, а возникает операционально: относительно выбранной ориентации гиперплоскостей, с которой ассоциируется система отсчёта наблюдателя.

Определение (причинная реконструкция). Для фиксированного наблюдателя O и выбранной фолиации $\Sigma_s^{(\mathbf{n})}$ с нормалью $\mathbf{n}$ *причинной реконструкцией* будем называть процедуру, которая по локальной информации о поле Φ в области $\Omega_O \subset \Sigma^3$ строит согласованное описание множества событий E_O и их упорядочивания $\preceq_O$ относительно направления переноса $\mathbf{n}$. Конкретный механизм выделения событий будет дан ниже (см. подраздел 3.4).

Требование причинной реконструкции. Каждая операциональная ИСО связана с выбором фолиации $\Sigma_s^{(\mathbf{n})}$ и нормали $\mathbf{n}$. Чтобы реконструкция событий в данной ИСО была согласована с принципом причинности, требуется:

(i) разложение поля $\Phi(x)$ по модам данной фолиации построено так, что отдельные моды u_α локализованы в пределах гиперплоскости Σ^3 и допускают локальный перенос вдоль $\mathbf{n}$ по параметру s (линейное преобразование коэффициентов $a_\alpha(s)$, см. (8) ниже) с эффективной скоростью v, ограниченной сверху общей величиной $v_{\max}$[1].

(ii) уравнение, которому подчиняется поле $\Phi(x)$, допускает такие локальные моды и сохраняет их эволюционную согласованность вдоль любого направления $\mathbf{n}$;

(iii) переход между близкими ИСО (малыми поворотами фолиации) не разрушает согласованную событийную структуру: при $\theta \to 0$, где $\theta = \arccos(\mathbf{n}\cdot\mathbf{n}')$, множества событий в $\mathbf{n}$ и $\mathbf{n}'$ совпадают тождественно.

[1]Под $v_{\max}$ понимается предельная скорость взаимодействия в реконструируемом пространстве–времени; её универсальность для всех фолиаций вытекает из условий согласованности, а конечность будет обоснована в разделе 6.

Эти условия операциональны: они вытекают из требования воспроизводимости событийной структуры и согласованности между фолиациями. Причинность не постулируется априори, а возникает как условие допустимости реконструкции при наличии ограничения на скорость передачи взаимодействий.

Отметим, что условия (i)–(iii) сформулированы для идеализированного разложения на всей гиперплоскости Σ^3_s. В операциональном смысле для наблюдателя достаточно разложения, локализованного в компактной области $\Omega \subset \Sigma^3_s$, что будет введено и обосновано в следующем подразделе 3.2.

Допустимость разложений и конфигураций. Не всякое решение (1) допускает причинную реконструкцию. Рассматривается подмножество решений $\mathcal{S} \subset \ker \Delta$, допускающих разложение по модам фолиации Σ^3 и удовлетворяющих:

- **(a)** локализуемость мод u_α в области гиперплоскости Σ^3;
- **(b)** возможность событийной интерпретации взаимодействий между модами поля и модами тела наблюдателя;
- **(c)** сохранение согласованной реконструкции при малом повороте $\mathbf{n}$.

Тем самым допустимость конфигурации поля определяется не только выполнением уравнения, но и операциональной реализуемостью разложения по модам с причинной структурой.

3.2 Локализация наблюдателя

Наблюдатель не является внешним агентом: он описывается как локализованная структура в $\mathbb{E}^4$ внутри конфигурации поля $\Phi(x)$. Фиксируется фолиация

$$\Sigma^3_s = \{\, x \in \mathbb{E}^4 \mid n_A x^A = s \,\}, \qquad s \in \mathbb{R}, \tag{2}$$

далее $\mathbf{n}$ обозначает тот же единичный вектор, а n_A — его компоненты; мера d^3x на Σ^3_s индуцирована евклидовой метрикой. Также фиксируется локальная область $\Omega \subset \Sigma^3_s$, компактная по трём направлениям, которая задаёт рабочую область для разложения поля на моды. Именно в пределах этой области формируется операционально доступное описание событий (в физическом смысле её можно рассматривать как аналог наблюдаемой части Вселенной). Для тела конкретного наблюдателя используется область $\Omega_O \subset \Omega$.

Проекции поля и терминология. На Σ_s^3 выбирается ортонормированный набор функций $\{u_\alpha(x)\}_{\alpha\in\Lambda} \subset L^2(\Sigma_s^3)$, локализованный в Ω (для любых α, β: $\int_{\Sigma_s^3} u_\alpha u_\beta \, d^3x = \delta_{\alpha\beta}$). Под *модами поля* на срезе понимаем элементы этого фиксированного базиса. Локальная конфигурация поля раскладывается по базису:

$$\Phi(x)\big|_\Omega = \sum_{\alpha\in\Lambda} a_\alpha(s)\, u_\alpha(x), \tag{3}$$

где коэффициенты

$$a_\alpha(s) = \int_{\Sigma_s^3} u_\alpha(x)\,\Phi(x)\,d^3x = \int_\Omega u_\alpha(x)\,\Phi(x)\,d^3x, \tag{4}$$

так как $\operatorname{supp} u_\alpha \subset \Omega$, а мера d^3x индуцирована евклидовой метрикой на $\Sigma_s^{(\mathbf{n})}$. Для явного указания ориентации фолиации пишем при необходимости $a_\alpha^{(\mathbf{n})}(s)$. Вектор $\mathbf{a}(s) = (a_\alpha(s))$ будем называть *локальным представлением поля в базисе мод*; он не вводит новых степеней свободы по отношению к Φ.

Тело наблюдателя и внутренние моды. Физический носитель наблюдателя O задаётся *ортонормированным* локализованным набором его *внутренних мод* (профилей чувствительности) $\{\chi_\beta(x)\}_{\beta\in\Lambda_{\text{obs}}} \subset L^2(\Sigma_s^3)$, подпространством $\mathcal{H}_{\text{obs}} := \operatorname{span}\{\chi_\beta\}$, и координатами $\mathbf{b}(s) = (b_\beta(s))$ на том же срезе. В общем случае внутренние моды не совпадают с базисом полевых мод, но могут быть представлены как локальные линейные комбинации базисных мод поля (см. следующий абзац); это гарантирует сопоставимость описаний разными наблюдателями. Детекторная матрица чувствительности $\rho^{(O)}$ связывает $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ и используется ниже для операционального определения события (см. (12)).

Единый опорный базис и межнаблюдательная совместимость в ИСО. Если два наблюдателя в одной и той же фолиации $\Sigma_s^{(\mathbf{n})}$ используют несогласованные базисы, то наблюдение одного наблюдателя другим становится неоднозначным, и прямое сопоставление результатов теряет определённость. Поэтому в каждой ИСО фиксируется общий *опорный* ортонормированный базис $\{u_\alpha\}_{\alpha\in\Lambda} \subset L^2(\Sigma_s^{(\mathbf{n})})$, одинаковый для всех наблюдателей на данном срезе. Внутренние моды любого наблюдателя выражаются как локальные линейные комбинации элементов этого базиса:

$$\chi_\beta(x) = \sum_{\alpha\in\Lambda} C_{\beta\alpha}^{(O)}\, u_\alpha(x), \qquad b_\beta(s) = \sum_{\alpha\in\Lambda} C_{\beta\alpha}^{(O)}\, a_\alpha(s), \tag{5}$$

где матрица $C^{(O)}$ имеет локальную (по области Ω_O) поддержку. Тем самым все операционально наблюдаемые величины выражаются через один и тот же набор коэффициентов $a_\alpha(s)$, что обеспечивает межнаблюдательную совместимость в пределах данной ИСО.

Операциональное определение тела. Под *телом наблюдателя* понимаем кортеж $(\Omega_O, \{\chi_\beta\}_{\beta\in\Lambda_{\rm obs}}, \rho^{(O)}, I^{(O)}_{\rm thr})$, где $\operatorname{supp}\chi_\beta \subset \Omega_O$, а событие фиксируется пороговым критерием (11)–(12). Возмущения поля, почти ортогональные $\operatorname{span}\{\chi_\beta\}$ или дающие сигнал ниже $I^{(O)}_{\rm thr}$, операционально не фиксируются в записи.

Операциональные записи (информация). Записи реализуются как выделенные регистры $\mathbf{m}(s) \subset \mathbf{b}(s)$ внутреннего состояния тела. Операционально доступная информация наблюдателя на срезе — это пара

$$\mathbf{I}^{(\mathbf{n})}(s) := \big(\mathbf{a}^{(\mathbf{n})}(s),\, \mathbf{m}(s)\big). \tag{6}$$

При смене фолиации информационное состояние и записи наблюдателя могут перестраиваться. Соответствующие преобразования подробно рассматриваются в §5.

3.3 Инвариантность оператора переноса и эмерджентность причинности

Для любого направления фолиации n_A введём коэффициенты

$$a^{(n)}_\alpha(s) = \int_\Omega u_\alpha(x)\, \Phi(x)\, d^3x, \qquad \alpha \in \Lambda, \tag{7}$$

где $\{u_\alpha\}$ — опорный базис функций, локализованных в рабочей области $\Omega \subset \Sigma^{(n)}_s$.

Из требований к операциональной реконструкции внутри данной ИСО следует локальный линейный перенос

$$a^{(n)}_\alpha(s{+}ds) = \sum_{\beta\in\Lambda} A^{(n)}_{\alpha\beta}[\Phi;\, s]\; a^{(n)}_\beta(s), \tag{8}$$

где индексы $\alpha, \beta \in \Lambda$ пробегают множество мод опорного базиса $\{u_\alpha\}$. Матрица $A^{(n)}_{\alpha\beta}[\Phi;\, s]$ зависит только от *локальной* конфигурации поля Φ в окрестности области наблюдения на срезе $\Sigma^{(n)}_s$. Для перехода к внутренним модам наблюдателя O используются коэффициенты $b_\beta(s)$ и матрицы $C^{(O)}$, связывающие подмножество $\Lambda_O \subset \Lambda$ с Λ (см. раздел 3.2).

Условие согласованности реконструкции при малом повороте фолиации (см. п. (iii) в требованиях причинной реконструкции) означает, что используется не новый базис для каждой гиперплоскости, а один и тот же набор функций, определяемый фиксированным правилом построения, вытекающим из условий причинной реконструкции. То есть базис $\{u_\alpha\}$ выбирается из допустимого класса ортонормированных функций, обеспечивающих локализуемость, событийную интерпретацию и непрерывность при повороте фолиации. В противном случае при $\theta \to 0$ появлялись бы несогласованные преобразования, нарушающие непрерывность реконструкции событий.

Поэтому инвариантность относительно поворотов $O(4)$ редуцируется к равенству компонент матриц переноса:

$$A_{\alpha\beta}^{(\mathbf{n}')}[\Phi;\,\cdot\,] \;\equiv\; A_{\alpha\beta}^{(\mathbf{n})}[\Phi;\,\cdot\,]. \tag{9}$$

Это условие формулируется *исключительно* для коэффициентов $a_\alpha^{(n)}$ и не предполагает существования глобального сопоставления событий между ИСО.

Ремарка 1 (О интерпретации инвариантности оператора переноса)**.** *При переходе между фолиациями поворот $\mathbf{n} \to \mathbf{n}'$ понимается не как преобразование координат в фиксированном базисе, а как замена самого семейства гиперплоскостей $\Sigma_s^{(\mathbf{n})} \to \Sigma_s^{(\mathbf{n}')}$. Базис $\{u_\alpha\}$ на каждой гиперплоскости определяется по одному и тому же правилу построения $\mathcal{U}[\Phi;\mathbf{n},s]$, зависящему только от локальных свойств поля и направления нормали, и* не преобразуется вращением. *Поворот фолиации изменяет аргументы функций, но не сами функции базиса, которые строятся заново для новой фолиации тем же методом. Поэтому операторы переноса $A_{\alpha\beta}^{(\mathbf{n})}[\Phi;\cdot]$ и $A_{\alpha\beta}^{(\mathbf{n}')}[\Phi;\cdot]$ совпадают тождественно, что выражает* инвариантность*, а не ковариантность, закона переноса при смене фолиации.*

Инвариантность закона переноса следует из $O(4)$-симметрии поля Φ в сочетании с фиксированным правилом построения опорного базиса $\mathcal{U}[\Phi;\mathbf{n},s]$.

Отметим, что для целей статьи достаточно взять произвольный базис, удовлетворяющий описанным выше требованиям. Построение полной теории может потребовать наложения дополнительных условий.

Эмерджентность причинности. Таким образом, принцип причинности в каждой ИСО реализуется как условие операциональной согласованности: наблюдатель способен реконструировать причинную структуру тогда и только тогда, когда существует соответствующее локальное разложение поля и инвариантный перенос (8)–(9). Несмотря на отсутствие фундаментального времени, темпоральное направление и причинная структура возникают как операциональные сущности, определяемые выбором фолиации и допустимостью реконструкции.

3.4 Определение события

Перед тем, как определить что такое событие в модели, рассмотрим некоторые проблемы, которые имеются с определением события. Запишем некоторые допущения, которые будут необходимы для определения события.

Реальные детекторы, космические аппараты и т.п., располагаются на масштабах не больше размеров Солнечной системы, что пренебрежимо мало по сравнению с размерами наблюдаемой части Вселенной. Использование этой аналогии позволяет, в пределах одной ИСО, считать рабочую область Ω одинаковой для всех покоящихся наблюдателей. Далее, мы считаем что в каждой ИСО наблюдаемое пространство Ω, пространство в котором возможна причинная реконструкция, одинаково для всех наблюдателей, неподвижных относительно этой ИСО.

Рассматривая современные физические теории, можно отметить, что в квантовой физике, в отличие от классической, нет единого, общепринятого и полноценного определения *события*, которое было бы независимым от наблюдателя или процесса измерения. Существует несколько ведущих интерпретаций квантовой механики, и каждая по-своему определяет "событие".

В рамках модели, очевидно, что все наблюдаемые явления зависят от наблюдателя и от измерения наблюдателем. При этом, так как у нас нет цели построить полную теорию для модели, то нужно будет найти какие-то упрощения для рассмотрения, которые бы при этом сохраняли наиболее важные для нас свойства модели.

При формулировке понятия *события* необходимо решить несколько задач.

(i) Операциональное происхождение. Событие должно возникать как результат взаимодействия наблюдателя с полем, а не как заранее заданная онтологическая сущность: событие определяется как конфигурация взаимодействия между модами поля и внутренними модами наблюдателя, которая приводит к дискретному обновлению его внутреннего состояния (запись в регистрах), фиксируемому самим наблюдателем. При этом наблюдатель может фиксировать лишь локальный результат измерения, но на его основе выстраивать сеть причин и событий, которые, согласно реконструкции, привели к данному измерению.

Эта сеть всегда является реконструкцией, а не объектом, существующим независимо. Таким образом, событие может интерпретироваться как произошедшее далеко за пределами тела наблюдателя. Аналогично, наблюдая квант света, пришедший от звезды, наблюдатель операционально реконструирует сеть событий, приведшую к излучению этого кванта.

(ii) Согласованность между описаниями разного масштаба. Поскольку наблюдатель имеет конечную протяжённость и спектральные ограничения, взаимодействие с полем описывается проекцией на конечномерное подпространство. Определение события должно быть устойчивым при укрупнении/уточнении модовых разложений (не зависеть от выбранной «точности»).

(iii) Достаточность для целей статьи. Определение должно быть схематичным (без построения полной теории измерений), но сохранять свойства, необходимые для вывода предельной скорости и лоренцевой формы наблюдаемых преобразований.

(iv) Классический режим. Для упрощения анализа будем рассматривать режим, в котором множества событий совпадают (в смысле изоморфизма частично упорядоченных множеств) для всех наблюдателей, неподвижных в данной ИСО (см. ниже). Это не приводит к глобальному пространству событий, объединяющему разные ИСО. Мы называем такой режим классическим, поскольку в классической физике множества событий одинаковы для всех наблюдателей.

Наблюдатель, проведя наблюдение, делает предположения о том, что же он наблюдал. Основное, что пока неясно в рамках модели – это с чем связаны события. В квантовой физике события связаны с частицами, которые возникают на основе калибровочных симметрий. В этой модели калибровочные симметрии не получены, и, с учетом целей статьи, их и не требуется получать. Тогда можно сказать, что наблюдатель, при измерении, наблюдает следствия каких-то событий, которые происходят в области Ω. Это та область, для которой он может реконструировать причинно-следственные связи. Теперь, делаем следующее допущение: в модели существует некоторая математическая конструкция, играющая роль аналога частиц в квантовой физике, с которой связываются события. Поиск этой математической конструкции не является целью данной статьи. Тогда можно сказать, что при наблюдении возникает причинно-следственная сеть. С учетом рассмотрения классического режима, уходим от рассмотрения событий, зависящих от наблюдателя, переходим к событиям, общим для наблюдателей в этой же ИСО. То есть, возникает некоторый аналог causal set, но свой в каждой ИСО.

Как будет показано далее, модель допускает согласованную реконструкцию событийности при переходах между ИСО (разные направления фолиации). Хотя события определяются относительно конкретного наблюдателя и его ИСО, согласие между ИСО обеспечивается совместимостью реконструкций; соответствующие *наблюдаемые* преобразования оказываются лоренцевыми. Как мы ранее упоминали, из модели следует, что переход между ИСО описывается не одним, а двумя типами преобразований. Обоснование этого имеется далее.

Хотя определить событие, через уравнения, в модели является сложной задачей, требующей построения полной теории, определить акт измерения проще. Измерение должно приводить к некоторому изменению информации наблюдателя в его теле, зависящему от разложений поля и тела наблюдателя.

Определение измерения. Пусть наблюдатель O фиксирует фолиацию Σ_s, подпространство $\mathcal{H}^{(O)}_{\mathrm{field}} = \mathrm{span}\{u_\alpha : \alpha \in \Lambda_O\} \subset L^2(\Sigma_s)$, где $\Lambda_O \subset \Lambda$, и набор своих внутренних мод $\{\chi_\beta\}$. Его *детекторный (считывающий) функционал* задаётся локальным скалярным функционалом

$$\mathcal{R}_O(s) \;=\; F_O\big(\mathbf{a}(s), \mathbf{b}(s)\big), \tag{10}$$

где $\mathbf{a}(s) = (a_\alpha(s))_{\alpha\in\Lambda_O}$ и $\mathbf{b}(s) = (b_\beta(s))$ — коэффициенты соответствующих разложений на Σ_s.

Актом измерения $\mathsf{M}_O(s_0)$ называется момент s_0, при котором

$$\mathcal{R}_O(s_0) \;\geq\; I^{(O)}_{\mathrm{thr}}, \tag{11}$$

где $I^{(O)}_{\mathrm{thr}} > 0$ — порог чувствительности. При выполнении этого условия один из двоичных регистров памяти m_j дискретно переключается $0\to 1$. Акт измерения локализован в Ω_O.

Ремарка 2. *Возможны уточнения критерия (например, условия экстремума или сглаживание), однако для целей статьи достаточно порогового условия* (11).

Такой функционал можно понимать как аналог фотоэлемента: если комбинация сигналов превышает порог чувствительности, детектор щёлкает, фиксируя единицу в памяти.

Пример (билинейный функционал). В качестве частного случая (10) можно использовать билинейную форму

$$\mathcal{M}_O(s) = \sum_{\alpha,\beta} \rho^{(O)}_{\alpha\beta}\, a_\alpha(s)\, b_\beta(s), \tag{12}$$

где $\rho^{(O)}$ — матрица чувствительности; тогда $\mathcal{R}_O = \mathcal{M}_O$.

Устойчивость к укрупнению. При переходе к более грубому описанию (объединение мод в эффективные комбинации) функционал $\mathcal{R}_O$ переписывается через новые коэффициенты, а критерий (11) сохраняется. Тем самым определение измерения не зависит от уровня детальности.

Разделение понятий. Будем различать *локальный акт измерения* (детекторный клик внутри тела наблюдателя Ω_O) и *событие* как элемент причинной сети в рабочей области Ω ($\Omega_O \subset \Omega$).

Definition 3.1 (Событие в модели)**.** Событием *называется вершина* $E \in V_{\text{obs}} \cup V_{\text{rec}}$ *причинной сети* $\mathcal{C}_{\mathbf{n}} = (V, \prec)$ *в рабочей области* Ω*, где:*

- $V_{\text{obs}} = \{\mathsf{M}_O(s_k)\} \subset \Omega_O$ *- наблюдаемые (локальные) вершины, порождаемые актами измерения;*
- $V_{\text{rec}} \subset \Omega$ *- реконструируемые вершины, для которых существует операциональная причинная связь с хотя бы одним* $\mathsf{M}_O(s_k)$*, согласованная с допустимым действием оператора переноса* (8)*.*

Порядок $\prec$ *интерпретируется как «может повлиять на», определяется в рамках ИСО и не требует глобального множества событий.*

Замечание. Акт измерения $\mathsf{M}_O(s)$ — это *локальный триггер* записи (вершины V_{obs}), а «событие» в общем смысле — элемент сети $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$, включающий как локальные измерения, так и реконструируемые вершины V_{rec}. Таким образом, события вне тела наблюдателя не отождествляются с измерениями, а входят как реконструированные элементы, полученные из данных измерений и правил реконструкции.

Как пример: Наблюдатель может зафиксировать фотон (V_{obs}), а затем реконструировать событие его излучения далёкой звездой (V_{rec}).

Причинная сеть. Элементы сети $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ не ограничиваются телом наблюдателя: они трактуются как следствия взаимодействий в рабочей области Ω. В каждой ИСО возникает *сеть событий*

$$\mathcal{C}_{\mathbf{n}} = \{\mathsf{E}_i\}, \tag{13}$$

снабжённая отношением причинного порядка $\mathsf{E}_i \prec \mathsf{E}_j$, если E_i может операционально повлиять на E_j через допустимое действие оператора переноса (8) при фиксированной фолиации $\Sigma_s^{(\mathbf{n})}$. Локальные акты измерения $\mathsf{M}_O(s)$ образуют подмножество вершин $V_{\text{obs}} \subset \mathcal{C}_{\mathbf{n}}$, а реконструируемые вершины V_{rec} дополняют сеть. Память наблюдателя реализуется как упорядоченное подмножество $\{m_j\} \subset V_{\text{obs}}$.

Классический режим. В приближении, которое мы называем классическим режимом, предполагается, что для всех наблюдателей, неподвижных в данной ИСО, множества событий совпадают: $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ не зависит от наблюдателя. Такое приближение позволяет игнорировать различия, связанные с локализацией и спектральными ограничениями, и упростить вывод лоренцевых преобразований. При смене ИСО множества событий могут различаться, и глобального унифицированного пространства событий не возникает. Далее в статье мы рассматриваем только классический режим, за исключением тех мест, где явно указано иное.

Интерпретация. Таким образом, определение события не сводится к онтологической «точке в пространстве–времени», а может быть интерпретировано как элемент дискретной причинной сети, возникающей из взаимодействия поля и наблюдателя. Отличие от традиционных моделей типа *causal sets* заключается в том, что здесь каждая ИСО имеет собственную сеть $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$. Согласованность между ними обеспечивается совместимостью реконструкций при переходе между ИСО, что будет рассмотрено далее.

Ремарка 3 (Наблюдатель как часть событийной структуры)**.** *Аналогично подходам, используемым в теориях типа causal sets, наблюдатель может быть описан не только через модовое состояние, но и как часть самой событийной структуры: его конфигурация выделяет подмножество событий, доступных для реконструкции в данной ИСО. В отличие от используемых в causal sets подходах, эти события зависят от выбранной фолиации, и при её изменении подмножество перестраивается.*

4 Инерциальные системы отсчёта и относительная скорость

4.1 Фолиации как ИСО

В отсутствие времени и динамики каждое направление фолиации в $\mathbb{E}^4$, заданное единичным вектором n_A, определяет локальную событийную структуру, возникающую в результате взаимодействия наблюдателя с полем. Такая структура полностью задаётся выбором гиперплоскостей $n_A x^A = s$, ортогональных n_A, и операциональной интерпретацией s как эмерджентного операционального времени, возникающего из взаимодействия наблюдателя с полем.

В рамках данной модели под *инерциальной системой отсчёта* (ИСО) понимается направление фолиации n_A, относительно которого могут быть согласованно определены события, причинность и наблюдаемые величины через локализованное разложение поля и его взаимодействие с телом наблюдателя. Все ИСО в данной работе трактуются именно в этом, операциональном, смысле.

Ни одна из ИСО не является физически выделенной: модель инвариантна относительно полной группы ортогональных преобразований $O(4)$, и различие между ИСО возникает только как различие в выборе направления реконструкции. В дальнейшем будет показано, что переходы между направлениями фолиации порождают согласованные преобразования наблюдаемых величин, формально совпадающие с преобразованиями Лоренца.

Операциональный принцип инерции. Каждое тело в модели представлено как локализованная совокупность мод базового поля, определяемая на гиперплоскостях выбранной фолиации. Его *движение* в фиксированной ИСО описывается как последовательность событий, возникающих в результате взаимодействия тела с глобальной конфигурацией поля $\Phi(x)$.

Далее, $\Sigma_s \equiv \Sigma_s^{(\mathbf{n})}$. Если последовательность событий вдоль параметра s изменяет свою геометрию в гиперплоскостях Σ_s - например, наблюдается смещение или искривление траектории тела, - такое поведение интерпретируется как *ускорение*. Согласно операциональному подходу, ускорение требует наличия *причины*, то есть дополнительного взаимодействия тела с модами поля, не входящими в его собственное подпространство (локализованное разложение, определяющее тело). Такое взаимодействие интерпретируется как *внешнее* по отношению к телу и приводит к отклонению событийной траектории от инерциальной.

Таким образом, если в ИСО тело сохраняет равномерное и прямолинейное движение (в терминах согласованной последовательности событий), это означает отсутствие внешнего воздействия и, следовательно, отсутствие причины для изменения его поведения. В этом смысле, причинность в модели реализуется через отклонения от инерциальности: каждое ускорение операционально связано с дополнительным взаимодействием.

Следовательно, при отсутствии внешнего воздействия событийная траектория тела остаётся прямолинейной и равномерной в выбранной ИСО. Это соответствует операциональной формулировке принципа инерции: *если на тело не действует причина, его реконструируемое поведение* *в данной ИСО остаётся неизменным.* Таким образом, инерциальность трактуется как устойчивость событийной структуры тела при фиксированной конфигурации поля и заданном направлении фолиации.

4.2 Переход между ИСО и определение относительной скорости

Пусть заданы две инерциальные системы отсчёта (ИСО), соответствующие фолиациям вдоль направлений n_A и n'_A. Эти направления связаны ортогональным преобразованием евклидова пространства:

$$n'_A = R_A{}^B n_B, \qquad R \in O(4). \tag{14}$$

Удобно ввести ортогональные проекторы на гиперплоскости срезов:

$$P_{\mathbf{n}} := \nVdash - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}, \qquad P_{\mathbf{n}'} := \nVdash - \mathbf{n}' \otimes \mathbf{n}'.$$

Здесь $\nVdash$ — тождественный оператор на $\mathbb{E}^4$, а $\otimes$ — тензорное произведение. Мы также используем обозначение $\Sigma_s^{(\mathbf{n})} := \{x \in \mathbb{E}^4 \mid \mathbf{n}\cdot x = s\}$.

При малом переносе $\Delta x = \mathbf{n}\, ds$ в ИСО $\mathbf{n}$ имеем при наблюдении из ИСО $\mathbf{n}'$: поперечный сдвиг в гиперплоскости $\Sigma^{(\mathbf{n}')}$ равен $\Delta \mathbf{r}' = P_{\mathbf{n}'} \Delta x$ с нормой $\|\Delta \mathbf{r}'\| = ds \sin\theta$, а приращение параметра s' в ИСО $\mathbf{n}'$ равно $ds' = \mathbf{n}' \cdot \Delta x = ds \cos\theta$, где $\cos\theta = \mathbf{n}\cdot\mathbf{n}'$.

Каждое направление фолиации n_A задаёт набор гиперплоскостей $n_A x^A = s$, интерпретируемых как «моменты времени» в данной ИСО. События определяются как локальные взаимодействия в пределах этих гиперплоскостей. Однако проекции одних и тех же точек $x \in \mathbb{E}^4$ на гиперплоскости двух разных фолиаций, например $n_A x^A = s$ и $n'_A x^A = s'$, различаются. Это приводит к операционально фиксируемому смещению событий при последовательном переносе вдоль направления n_A, если n'_A наклонён относительно n_A.

Такое расхождение естественно интерпретировать как *наблюдаемую относительную скорость* между ИСО, определённую как отношение поперечного сдвига к приращению эмерджентного времени в сопоставляемой ИСО (с учётным фактором размерности v_t):

$$v(\theta) \;=\; v_t \, \frac{\|\Delta \mathbf{r}'\|}{ds'} \;=\; v_t \, \tan\theta, \tag{15}$$

где v_t — масштабная константа, фиксирующая связь параметра переноса с единицей наблюдаемого времени (будет зафиксирована в разделе 6). В пределе $\theta \to 0$ имеем $v \to 0$, а при $\theta \to \frac{\pi}{2}$ скорость формально неограниченно возрастает, что согласуется с тем, что глобального пространства событий в модели нет.

Таким образом, относительная скорость между ИСО определяется исключительно углом между их фолиациями. В пределе $\theta \to 0$ соответствующие пространства–времена становятся локально согласованными.

4.3 Следствие: множество пространств–времен

Поскольку фолиации n_A и n'_A приводят к различным разложениям поля и, следовательно, к различным наборам событий, каждое направление n_A задаёт своё собственное *пространство–время* со своей собственной причинно-следственной структурой, под которой в модели понимается причинная сеть $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ с её порядком $\prec$. Между этими пространствами нет единого согласованного отображения на уровне событий. Модель не содержит глобального пространства событий: имеются лишь локальные проекции, специфичные для каждой ИСО.

Строго говоря, отсутствует биекция между $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ и $\mathcal{C}_{\mathbf{n}'}$ (см. также Прил. A); сопоставимы лишь локальные реконструкции событий, согласованные при $\theta \to 0$.

Наблюдаемая скорость возникает как относительное расхождение событий между этими пространствами при перпендикулярных сдвигах гиперплоскостей. В пределе $\theta \to 0$ пространства–времена становятся локально согласованными, что будет использоваться при выводе наблюдаемых преобразований, формально эквивалентных преобразованиям Лоренца.

5 Наблюдаемые преобразования и постулаты СТО

5.1 Обобщённый принцип причинности

В классической формулировке причинность опирается на глобальное пространство событий. В настоящей модели такого глобального пространства не постулируется; причинность определяется *операционально* в каждой ИСО отдельно (см. §3). Как результат, из модели следует обобщение принципа причинности.

Обобщение заключается в отказе от неявного постулата глобального пространства событий и в явном введении *внутреннего* наблюдателя как части модели. Мы используем нотацию §3: $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ — операционально реконструируемое множество событий для фолиации с нормалью $\mathbf{n}$, а $\mathbf{a}^{(\mathbf{n})}(s) = (a_\alpha^{(\mathbf{n})}(s))$ — *локальное представление поля в базисе мод*, эволюционирующее по переносу (8). Под углом $\theta(\mathbf{n}, \mathbf{n}')$ понимаем угол между нормалями, $\cos\theta = \mathbf{n}\cdot\mathbf{n}'$.

Обобщённый принцип причинности (как следствие модели).

(G1) **Локальность по ИСО.** Причинность определяется и применяется *отдельно* в каждой ИСО $\mathbf{n}$, без апелляции к глобальному пространству событий.

(G2) **Согласованность при малых поворотах.** При $\theta(\mathbf{n}, \mathbf{n}') \to 0$ реконструкции событий согласуются: $\mathcal{C}_\mathbf{n} \triangle \mathcal{C}_{\mathbf{n}'} \to \varnothing$, где $A \triangle B$ — симметрическая разность множеств; см. §3, пункт (iii).

Пояснение. (G1) непосредственно следует из операционального определения событий/информационного состояния на каждой фолиации, (G2) — из требования согласованности реконструкции при малых поворотах (§3, пункт (iii), и из использования классического режима для событий).

Как следует из описанного, принцип причинности применяется отдельно и независимо для каждой ИСО, что допускает различия в причинно-следственных связях между ИСО (см. также Утверждение 5.1 ниже).

5.2 Принцип причинности и наблюдатель

Напомним, что мы рассматриваем события в классическом режиме, при необходимости используем свойства полной модели. Как было ранее получено, каждой ИСО соответствует свое множество событий (13) с причинными отношениями между ними. Наблюдатель и вся располагаемая им информация является частью этого множества.

В классическом режиме наблюдатель оперирует непосредственно элементами $\mathcal{C}_\mathbf{n}$ своей фолиации. В общем случае такие события фиксируются через функционалы от локального представления поля в базисе мод $\mathbf{a}^{(\mathbf{n})}(s)$, эволюционирующего по (8). Любое сообщение от внешних, по отношению к наблюдателю, но внутренних для модели систем, также проявляется как изменение этих функционалов при условии сохранения причинности (см. §5.1).

Утверждение 5.1 (Недостижимость нереконструируемых событий)**.** *Пусть наблюдатель O находится в инерциальной системе отсчёта (ИСО)* $\mathbf{n}$ *и оперирует множеством событий $\mathcal{C}_\mathbf{n}$, реконструируемым в пределах* *своей фолиации $\{\Sigma_s^{(\mathbf{n})}\}$. Тогда никакая конечная композиция допустимых локальных операций, определённых в ИСО* $\mathbf{n}$*, не может сделать операционально доступным событие, которое не принадлежит множеству* $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$.

Доказательство. Работаем в классическом режиме, при котором множество событий $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ фиксировано для всех наблюдателей данной ИСО (см. §3.4). Рассмотрим три класса возможных действий наблюдателя:

1. *Локальный перенос.* Эволюция коэффициентов $a_\alpha^{(\mathbf{n})}(s)$ подчиняется закону переноса (8), действующему в пространстве коэффициентов и локальному на $\Sigma_s^{(\mathbf{n})}$. Он не может породить событие вне текущей сети $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$, поскольку его действие ограничено допустимой областью реконструкции и не изменяет множество событий, а лишь перестраивает их внутренние связи.

2. *Композиция допустимых локальных операций.* Любая конечная композиция таких операций — функционалов от $\mathbf{a}^{(\mathbf{n})}(s)$ и $\mathbf{b}^{(O,\mathbf{n})}(s)$, локальных на $\Sigma_s^{(\mathbf{n})}$ — остаётся внутри алгебры наблюдаемых величин в ИСО $\mathbf{n}$. Эти операции не расширяют область определения сети $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ и не создают новых вершин вне неё.

3. *Поворот фолиации.* Переход к другой ИСО $\mathbf{n}' = R\mathbf{n}$ описывается прямым преобразованием $D_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}'}$ (см. (16)), которое заменяет всю сеть $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ на новую сеть $\mathcal{C}_{\mathbf{n}'}$. Поскольку смена фолиации не является операцией, допустимой в ИСО $\mathbf{n}$, и между $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ и $\mathcal{C}_{\mathbf{n}'}$ отсутствует биекция (см. Прил. A), событие $E' \in \mathcal{C}_{\mathbf{n}'} \backslash \mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ не может быть отображено в $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ никакой конечной последовательностью операций внутри $\mathbf{n}$.

Следовательно, событие $E \notin \mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ не может быть операционально реконструировано или зафиксировано наблюдателем в ИСО $\mathbf{n}$ никакой конечной последовательностью локальных действий, допускаемых законом переноса и условиями причинной реконструкции (§3). $\square$

Отсюда следует: наблюдатель не может операционально подтвердить наличие событий, отсутствующих в его текущей ИСО, ни через обмен сигналами с наблюдателями в других ИСО, ни через последующий переход в другую ИСО.

Это и есть фундамент для преобразований нового типа, наблюдаемых преобразований, которые, как будет показано далее, являются лоренцоподобными.

5.3 Два типа преобразований

В отсутствие глобального пространства событий переход между различными инерциальными системами отсчёта (ИСО), соответствующими направлениям фолиации n_A и n'_A, может трактоваться двумя способами.

Формальные определения.

- **Прямые преобразования** описывают действие евклидовой симметрии на конфигурацию поля и направление фолиации. Переход от ИСО $\mathbf{n}$ к ИСО $\mathbf{n}'$ означает замену среза $\Sigma_s^{(\mathbf{n})}$ на $\Sigma_{s'}^{(\mathbf{n}')}$ и, как следствие, перестройку реконструируемого множества событий. Так как глобального множества событий нет, биекции между $\mathcal{C}_\mathbf{n}$ и $\mathcal{C}_{\mathbf{n}'}$ не существует: прямые преобразования просто сопоставляют каждому срезу новое множество событий в повернутой фолиации.

  Для обозначения прямых преобразований будем использовать

  $$D_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}'} : \; \mathcal{C}_\mathbf{n} \;\longmapsto\; \mathcal{C}_{\mathbf{n}'}, \tag{16}$$

  что соответствует замене семейства срезов $\Sigma_s^{(\mathbf{n})} \mapsto \Sigma_{s'}^{(\mathbf{n}')}$ и последующей реконструкции множества событий $\mathcal{C}_{\mathbf{n}'}$.

- **Наблюдаемые преобразования** описывают гипотетическую смену ИСО в интерпретации фиксированного наблюдателя, остающегося в своей системе. Наблюдатель не имеет доступа к событиям, отсутствующим в его собственной сети $\mathcal{C}_\mathbf{n}$ (Утв. 5.1), и потому вынужден исходить из предположения о существовании глобального множества событий. Это позволяет ему построить преобразования, которые по построению сохраняют событийность. В общем случае, без использования упрощения классического режима, они зависят от наблюдателя O и задаются операторами

  $$\mathcal{O}^{(O)}_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}'} : \; \mathbf{b}^{(O,\mathbf{n})}(s) \mapsto \mathbf{b}^{(O,\mathbf{n}')}(s), \tag{17}$$

  действующими на подпространство состояний $\mathbb{B}_O$. В *классическом режиме* (см. §3.4), где множество событий $\mathcal{C}_\mathbf{n}$ одинаково для всех наблюдателей в данной ИСО, зависимость от O исчезает, и наблюдаемые преобразования редуцируются к универсальному оператору

  $$M_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}'} : \; (t, \mathbf{r}) \mapsto (t', \mathbf{r}'). \tag{18}$$

  Эти преобразования по построению сохраняют событийность и именно они используются в дальнейшем при выводе лоренцоподобных преобразований (см. §6.2).

Интуитивное описание.

- **Наблюдаемые преобразования** — это переописание, выполняемое наблюдателем в своей ИСО. Используя гипотетическое предположение о глобальном пространстве событий, он интерпретирует результаты так, как если бы одни и те же события сохранялись при переходе между ИСО. Наблюдаемые преобразования не связаны с фактической сменой ИСО наблюдателя.

- **Прямые преобразования**, напротив, описывают действие евклидовой симметрии на поле и фолиацию. При переходе к другой ИСО множество событий $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ заменяется на $\mathcal{C}_{\mathbf{n}'}$. В этом переходе часть событий, ранее реконструированных, может перестать входить в сеть, а новые события могут появляться, так что информационное состояние наблюдателя изменяется.

Новизна подхода. Ключевой элемент, ведущий к появлению двух типов преобразований, - невозможность передать в ИСО информацию о событии, которое отсутствует в этой ИСО, но присутствует в другой. В стандартной формулировке СТО и ОТО такого разделения не проводится: преобразования координат одновременно считаются и прямыми (фактическими), и наблюдаемыми. В предлагаемой модели разграничение *прямых* и *наблюдаемых* преобразований является новым элементом: оно возникает как следствие информационной изолированности ИСО и отсутствия глобального множества событий. В этом смысле наблюдаемые преобразования можно рассматривать как интерпретацию перехода между ИСО со стороны наблюдателя, тогда как прямые преобразования описывают действие симметрий на конфигурацию поля.

5.4 Инвариантность операционального закона взаимодействия

Ранее была показана инвариантность локального закона переноса коэффициентов $a_\alpha^{(\mathbf{n})}$ поля (см. (9)), что выражает одинаковость законов физики во всех ИСО. Однако сами наблюдаемые величины зависят от выбора функционалов и параметров тела наблюдателя, и *a priori* не очевидно, что их динамика также будет инвариантной. Поэтому необходимо показать, что инвариантность переносится и на уровень *операциональных* величин, то есть на наблюдаемые функционалы и операторы $\mathbf{b}^{(O)}$. Тем самым устанавливается, что одинаковую форму во всех ИСО имеют не только уравнения для фундаментального поля, но и законы взаимодействия, фиксируемые самим наблюдателем.

Lemma 5.2 (Инвариантность операционального закона)**.** *Пусть* $A^{(\mathbf{n})}_{\alpha\beta}[\Phi; s]$ *определён переносом* (8) *для допустимого базиса, удовлетворяющего условию (iii). Тогда для любых* $\mathbf{n}, \mathbf{n}'$ *и всех* s *справедливо*

$$A^{(\mathbf{n})}_{\alpha\beta}[\Phi; s] \equiv A^{(\mathbf{n}')}_{\alpha\beta}[\Phi; s],$$

то есть локальный операциональный закон взаимодействия/переноса инвариантен при поворотах фолиации. Если детектор задан функционалом $F_O(\mathbf{a}, \mathbf{b})$*, локальным на* Σ_s*, то наблюдаемый оператор*

$$\mathcal{O}^{(O)}_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}'} : \ \mathbf{b}^{(O,\mathbf{n})}(s) \mapsto \mathbf{b}^{(O,\mathbf{n}')}(s) \tag{19}$$

также инвариантно определяется без обращения к данным в $\mathbf{n}'$*.*

Доказательство. $O(4)$-инвариантность уравнения Лапласа и условие (iii) обеспечивают один и тот же допустимый класс базисов при поворотах, что даёт (9). Локальность F_O и инвариантность (9) влекут определённость оператора (19). □

Это соответствует *первому постулату специальной теории относительности* в операциональной формулировке:

> Законы физики имеют одну и ту же операциональную форму
> во всех инерциальных системах отсчёта.

5.5 Ограничение на предельную скорость

В рамках данной модели причинность определяется как операционально согласованная реконструкция событий в пределах одной инерциальной системы отсчёта (ИСО). Из этого определения следует ограничение на максимальную скорость, с которой может распространяться наблюдаемое причинное влияние, не нарушая согласованности реконструкции. Это условие не является прямым следствием уравнения Лапласа, а вводится как необходимое требование непротиворечивого описания наблюдаемой истории. Тем самым исключаются решения уравнения Лапласа, которые формально допустимы, но не обеспечивают согласованную причинную структуру. Необходимость существования предельной скорости можно рассматривать как условие самой возможности операционального описания событийности наблюдателем.

Если такая максимальная скорость $v_{\max}$ существует, то из симметрии $O(4)$ скалярного поля следует, что её значение одинаково во всех ИСО. Важно подчеркнуть, что $v_{\max}$ ограничивает скорость причинных связей только внутри одной ИСО. Он не накладывает ограничений на относительные скорости $v(\theta)$ между различными ИСО, которые определяются углом между направлениями фолиации. Значения $v(\theta)$, превышающие $v_{\max}$, не приводят к противоречию: они лишь означают, что сети событий в данных ИСО существенно различаются и не могут быть согласованы напрямую. Для наблюдателя такие скорости не имеют операционального смысла, поскольку он ограничен собственной событийной структурой. Иными словами, $v_{\max}$ не следует смешивать с относительной скоростью $v(\theta)$ между ИСО, вводимой ранее.

Так, например, при перпендикулярной ориентации фолиаций двух ИСО в *прямом* сопоставлении конфигураций возникающие расхождения не ограничены. Однако в *наблюдаемом* описании события по определению считаются сохраняющимися при переходе между ИСО, а причинные связи внутри каждой ИСО ограничены $v_{\max}$; именно это ограничение имеет операциональный смысл.

Максимальная скорость $v_{\max}$ определяется структурой мод наблюдателя и ограничениями на согласованную проекцию конфигурации поля на выбранную фолиацию. Она носит строго операциональный характер: наблюдатель не может интерпретировать два события как причинно связанные, если их реконструкция требует превышения $v_{\max}$ в его собственной координатной структуре.

Величина $v_{\max}$ в принципе может быть вычислена из уравнения для поля и структуры допустимых мод наблюдателя. Однако для этого требуется построение полной теории, что выходит за рамки настоящей работы.

В следующем разделе (§6) $v_{\max}$ будет сопоставлена с масштабным параметром временной нормировки, который определяется согласованностью реконструкций при малых переходах между ИСО. Поскольку согласованность возможна только при конечном значении этого параметра, отсюда будет показано, что и $v_{\max}$ должна быть конечной.

Таким образом, $v_{\max}$ представляет собой внутренний предел операциональной причинности в данной ИСО. Он не зависит от выбора координат, процедур регистрации или других наблюдателей и соответствует *второму постулату специальной теории относительности* в операциональной формулировке:

> Существует предельная скорость $v_{\max}$, одинаковая во всех ИСО, которая ограничивает причинные связи внутри каждой ИСО

и обеспечивает согласованность операциональной реконструкции событий.

6 Вывод преобразований Лоренца из операциональной структуры

6.1 Ограничения на класс реконструкций

В этом разделе рассматриваются случаи операциональной реконструкции, при которых:

- направление операционального времени задаётся единичным вектором $\mathbf{n} \in \mathbb{E}^4$, $\|\mathbf{n}\| = 1$;
- операциональное пространство событий отождествляется с гиперплоскостью $\Sigma^{(\mathbf{n})} := \{x \in \mathbb{E}^4 \mid \mathbf{n} \cdot x = \mathrm{const}\}$, ортогональной $\mathbf{n}$, при этом фактическая реконструкция ограничена рабочей областью $\Omega \subset \Sigma^{(\mathbf{n})}$;
- метрика на $\Sigma^{(\mathbf{n})}$ берётся индуцированной евклидовой; расстояние в срезе между $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 \in \Sigma^{(\mathbf{n})}$ есть $\lambda = \|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\|$.
- рассматривается упрощение классического режима из определения события, то есть множество событий $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ в любой ИСО одинаково для всех наблюдателей, неподвижных относительно неё.

Замечание об ограничении причинных связей. В рамках модели реконструкция событий должна сохранять причинную согласованность. Это требует, чтобы два пространственно разделённых события на расстоянии λ в $\Sigma^{(\mathbf{n})}$ могли рассматриваться как причинно связанные только при выполнении

$$t \ \geq \ \frac{\lambda}{v_{\max}}\,,$$

где t — операциональное время между событиями (см. (20)), а $v_{\max}$ — предельная скорость причинного взаимодействия в данной ИСО. Это ограничение не постулируется, а возникает как следствие требования операциональной согласованности реконструкции (см. также условие согласованности при малых поворотах, §5.1).

Инвариантность величины $v_{\max}$ во всех допустимых реконструкциях является следствием полной $O(4)$-симметрии уравнения Лапласа и *инвариантности правила переноса коэффициентов* (см. (8)): поскольку все направления в $\mathbb{E}^4$ физически эквивалентны, предельная скорость взаимодействий, определяемая внутри фолиации, не может зависеть от ориентации гиперплоскости.

Это фундаментальное свойство дополняется требованием непрерывности для прямых преобразований: при $\theta = 0$ множества событий совпадают тождественно, $\mathcal{C}_{\mathbf{n}} = \mathcal{C}_{\mathbf{n}'}$, а при $\theta \to 0$ симметрическая разность стремится к пустому множеству,

$$\mathcal{C}_{\mathbf{n}} \triangle \mathcal{C}_{\mathbf{n}'} \;\to\; \varnothing.$$

В наблюдаемом описании этому соответствует предел $v \to 0$ и операциональная неразличимость реконструкций (см. §5.1).

6.2 Операциональный вывод преобразований Лоренца

Как было ранее показано, в модели возникает два типа преобразований. Первый тип, прямые преобразования, это то, как события при переходе между ИСО преобразуются "на самом деле". Иными словами, прямые преобразования описывают фактическую перестройку множества событий при переходе между ИСО. Информацию о том, какие события имеются в одной ИСО а какие в другой ИСО можно было бы узнать, если бы между ИСО была возможна передача информации о событиях, которых нет в этой ИСО но имеются в какой-то другой ИСО. Однако, как мы ранее показали (5.1), передача такой информации невозможна. Можно говорить, что в рамках этой модели между ИСО возникает некоторая информационная изолированность. Вся информация наблюдателя ограничена информацией ИСО наблюдателя, той ИСО, относительно которой он неподвижен. Второй тип преобразований, наблюдаемые преобразования, это преобразования при гипотетической смене ИСО. Смена ИСО при таких преобразованиях не происходит. Наблюдатель-физик, на основании информации в его ИСО, строит преобразования, которые описывают гипотетическую смену ИСО, описывает что, на основании его данных, происходит в других ИСО. Поэтому, наблюдаемые преобразования по построению сохраняют событийность при гипотетической смене ИСО. Подчеркнем, что это операциональное сохранение событийности (наблюдатель исходит из предположения о том, что события одни и те же), но не фактическое совпадение множеств событий.

Разница между прямыми и наблюдаемыми преобразованиями достаточно нетривиальна. Еще раз подчеркнем, что ключевое свойство модели, приводящее к разделению преобразований перехода между ИСО на прямые и наблюдаемые это невозможность передачи информации о событиях, которых нет в ИСО наблюдателя но которые есть в некоторой другой ИСО.

Наблюдаемые преобразования между ИСО будем обозначать через $M_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}'}: \quad (t,\mathbf{r}) \mapsto (t',\mathbf{r}')$ (см. (18)). Эти операторы описывают гипотетическую смену фолиации от направления $\mathbf{n}$ к направлению $\mathbf{n}'$ в интерпретации наблюдателя, остающегося в своей ИСО. По построению $M_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}'}$ действуют линейно на координаты $(t,\mathbf{r})$, полученные из нормировки (20).

Для построения наблюдаемых преобразований, необходимы некоторые свойства, которые ранее уже были получены. Запишем их здесь явно.

(I) Сохранение событийности (по определению). Наблюдаемые преобразования построены так, что для фиксированного наблюдателя в ИСО $\mathbf{n}$ они сохраняют исходы любых допустимых процедур регистрации и обработки. Иными словами, событие, реконструированное в $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$, остаётся тем же событием и при гипотетическом переходе к $\mathbf{n}'$. Это условие не вводится как дополнительный постулат, а отражает саму операциональную конструкцию наблюдаемых преобразований.

(R) Регулярность семейства преобразований. Для наблюдаемых преобразований $M_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}'}$ выполняются следующие свойства:

(i) тождественность при $v=0$: если направления совпадают, $\mathbf{n}=\mathbf{n}'$, то $M_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}} = \nVdash$;

(ii) $M_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}'}$ зависит непрерывно и дифференцируемо от параметра перехода. В модели этот параметр задаётся углом между направлениями $\mathbf{n}$ и $\mathbf{n}'$, а в наблюдаемом описании он эквивалентен относительной скорости v. Производная по этому параметру также непрерывна;

(iii) композиционность: $M_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}''} = M_{\mathbf{n}'\to\mathbf{n}''} \circ M_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}'}$.

Эти свойства следуют из самой операциональной конструкции и линейности правила переноса и не вводятся как дополнительные постулаты.

Операциональная нормировка времени. Рассмотрим два события $x_1, x_2 \in \mathbb{E}^4$ на срезах $\Sigma^{(\mathbf{n})}_{s_1}, \Sigma^{(\mathbf{n})}_{s_2}$. Обозначим $\Delta x := x_2 - x_1$ и введём проекцию на нормаль $\mathbf{n}$:

$$t \;:=\; \frac{\ell}{v_t}, \qquad \ell \;:=\; \mathbf{n}\cdot\Delta x = s_2 - s_1, \tag{20}$$

где $v_t > 0$ — масштабный параметр (будет отождествлён с $v_{\max}$ ниже), а пространственная компонента задаётся $\mathbf{r} := P_{\mathbf{n}}\Delta x$, $P_{\mathbf{n}} := \mathbb{1} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}$.

Theorem 6.1 (Лоренцоподобность наблюдаемых преобразований)**.** *Пусть выполнены (I) и (R), а также существует инвариантная скорость $v_{\max} \in (0, \infty]$, одинаковая во всех ИСО. Тогда для любого фиксированного направления $\hat{\mathbf{u}} \subset \Sigma^{(\mathbf{n})}$ семейство наблюдаемых переходов, параметризуемое относительной скоростью v вдоль $\hat{\mathbf{u}}$, образует однопараметрическую группу линейных преобразований $(t, \mathbf{r}) \mapsto (t', \mathbf{r}')$, и имеет одну из двух форм:*

(i) если $v_{\max} < \infty$, то сохраняется квадратичная форма

$$Q(t, \mathbf{r}) := v_{\max}^2 t^2 - \|\mathbf{r}\|^2, \qquad Q(t', \mathbf{r}') = Q(t, \mathbf{r}), \tag{21}$$

и преобразование имеет вид

$$\gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{v_{\max}^2}}}, \qquad \begin{aligned} t' &= \gamma\left(t - \frac{v}{v_{\max}^2} r_\parallel\right), \\ r'_\parallel &= \gamma\,(r_\parallel - vt), \\ \mathbf{r}'_\perp &= \mathbf{r}_\perp, \end{aligned} \tag{22}$$

то есть наблюдаемые преобразования имеют лоренцеву форму с инвариантом $v_{\max}$;

(ii) если $v_{\max} = \infty$, то нулевой конус вырождается, и предельная форма — преобразования Галилея: $t' = t$, $r'_\parallel = r_\parallel - vt$, $\mathbf{r}'_\perp = \mathbf{r}_\perp$. Позже будет показано, что этот случай в модели невозможен.

Эти условия являются стандартными для вывода преобразований Лоренца (или их пределов), поэтому приведём лишь эскиз доказательства.

Эскиз доказательства. Условия (R) обеспечивают линейность и блочную структуру относительно разложения $\mathbf{r} = r_\parallel \hat{\mathbf{u}} + \mathbf{r}_\perp$: смешивание возможно лишь в плоскости $(t, r_\parallel)$, а $\mathbf{r}_\perp$ преобразуется ортогонально (однородность и изотропия среза).

Условие (I) вместе с существованием инвариантной скорости $v_{\max}$ означает сохранение нулевого конуса $\|\mathbf{r}\| = v_{\max}|t|$. В случае $v_{\max} < \infty$ это даёт сохранение двух независимых нулевых направлений $r_\parallel = \pm v_{\max} t$; линейное преобразование, сохраняющее их, имеет лоренцев вид (22). Если же $v_{\max} = \infty$, конус вырождается и остаётся галилеев предел.

Композиционность и условие $M(0) = \mathbb{1}$ (из (R)) исключают нетривиальные множители, поэтому форма (21) сохраняется точно. $\square$

6.3 Нормировка времени и исключение галилеевой ветви

Как установлено в Теореме 6.1, наблюдаемые преобразования допускают две возможные формы: лоренцеву (ветвь (i)) при конечной инвариантной скорости $v_{\max} < \infty$ и галилееву (ветвь (ii)) при $v_{\max} = \infty$. Ниже показано, что в рамках модели возможна только первая из них.

Предел малых скоростей. Используем ранее введённую нормировку временной координаты через масштабный параметр v_t, см. (20). При сравнении двух фолиаций, заданных направлениями $\mathbf{n}$ и $\mathbf{n}'$, угол θ между ними связан с наблюдаемой относительной скоростью v соотношением

$$\tan\theta \;=\; \frac{v}{v_t}. \tag{23}$$

Для малых углов, когда $\tan\theta \approx \theta$, отсюда следует

$$\theta \;\approx\; \frac{v}{v_t}. \tag{24}$$

Поскольку вся событийность формируется в проекциях на выбранную фолиацию, согласованность требует, чтобы при $v \to 0$ (то есть при бесконечно малом повороте) наблюдаемые исходы любой фиксированной процедуры регистрации совпадали при описании в ИСО $\mathbf{n}$ и $\mathbf{n}'$ (см. условие (iii) в §5.1). Это возможно тогда и только тогда, когда нулевые конусы в обеих системах касаются друг друга при $\theta \to 0$. Если $v_t < v_{\max}$, то при малом θ исключаются допустимые связи (часть событий ошибочно выходит за пределы конуса), а если $v_t > v_{\max}$, наоборот, допускаются запрещённые связи. В обоих случаях возникает операционально наблюдаемая несогласованность. Единственный согласованный вариант — совпадение масштабного параметра v_t с максимально допустимой скоростью причинного взаимодействия $v_{\max}$:

$$v_t \;=\; v_{\max}. \tag{25}$$

При рассмотрении бесконечно малого поворота мы опираемся на свойства прямых преобразований, вытекающие из требований причинной реконструкции; полученный результат уточняет свойства наблюдаемых преобразований.

Физическая интерпретация. Если бы $v_t < v_{\max}$, время оказалось бы «растянутым», и наблюдатель исключал бы допустимые связи. Если же $v_t > v_{\max}$, допускались бы связи, несовместимые с реконструкциями в других ИСО. В обоих случаях даже бесконечно малый поворот фолиации вёл бы к операционально наблюдаемой несогласованности.

Невырожденность шкалы времени.

Утверждение 6.2 (Невырожденность $\Rightarrow v_t < \infty$). *Если $v_t = \infty$, то временная шкала вырождается: для любого конечного сдвига вдоль нормали $\ell = \mathbf{n}{\cdot}\Delta x$ имеем $t = \ell/v_t \equiv 0$. Кроме того, из* (23) *следует, что при любом конечном v угол между фолиациями равен $\theta = \arctan(v/v_t) = 0$, так что различные ИСО неразличимы. Наконец, инвариант Q из* (21) *вырождается в $Q = -\|\mathbf{r}\|^2$: исчезает нулевой конус и невозможна причинная классификация событий. Это противоречит требованию регулярности у тождественного преобразования. Следовательно, $v_t < \infty$.*

Доказательство. Редукция к абсурду: при $v_t = \infty$ получаем одновременно $t \equiv 0$, $\theta = 0$ и вырождение Q; каждое из этих следствий противоречит условиям регулярности и существованию ненулевого причинного конуса. □

Следствие. Из Утв. 6.2 следует $v_t < \infty$. Совместно с (25) это даёт $v_{\max} = v_t < \infty$, поэтому в Теореме 6.1 реализуется ветвь (i). Тем самым галилеев предел ($v_{\max} \to \infty$) исключается, и наблюдаемые преобразования имеют лоренцоподобную форму (22).

6.4 Вывод

Таким образом, в пределах рассматриваемого класса реконструкций и при выполнении условий (I) и (R) (см. Теорему 6.1), получены наблюдаемые преобразования лоренцподобного вида. Оба постулата специальной теории относительности — эквивалентность инерциальных систем и инвариантность конечной предельной скорости — возникают здесь не как аксиомы, а как следствие операциональной реконструкции.

Эта реконструкция опирается на три основания:

- полную $O(4)$-симметрию базового поля (уравнение Лапласа);
- операциональное определение событий через наблюдателя и его информационное состояние;
- применение причинности отдельно в каждой ИСО и невозможность доступа к событиям, отсутствующим в данной ИСО.

После установления $v_t = v_{\max}$ (см. (25)), что исключает галилеев предел, полученные наблюдаемые преобразования формально совпадают с преобразованиями Лоренца при замене $c \mapsto v_{\max}$. Они описывают наблюдаемую событийную структуру в каждой ИСО как эмерджентную, без априорного введения метрики Минковского, фундаментальной временной координаты или глобального пространства событий. Таким образом, специальная теория относительности воспроизводится как операционально согласованная структура в безвременной модели на базе уравнения Лапласа (ср. [15]).

Отметим также, что полный вид прямых преобразований в рамках данной модели получить невозможно без построения расширенной теории; их отдельные свойства можно вывести из требований причинной реконструкции.

7 Операциональная информация и согласованная реконструкция при смене ИСО

В этом разделе мы рассматриваем *классический режим* (см. §3.4), при котором множество событий $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ в каждой ИСО фиксировано и одинаково для всех наблюдателей, неподвижных относительно неё. Такое упрощение исключает зависимость событийной структуры от локализации наблюдателя и различие рабочих областей Ω, но сохраняет достаточную операциональную основу для анализа реконструкции при смене фолиации.

7.1 Классический режим и событийная структура

В классическом режиме информация наблюдателя сводится к доступу к множеству событий $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ своей ИСО. При *прямом* переходе к другой ИСО согласованность причинного порядка сохраняется внутри каждой ИСО, однако тождественная идентификация событий между различными ИСО не требуется и имеет место лишь в пределе малых поворотов фолиации.

7.2 Перестройка событийной структуры при смене фолиации

При переходе от ИСО с нормалью $\mathbf{n}$ к ИСО с нормалью $\mathbf{n}'$ глобальное поле $\Phi(x)$ остаётся неизменным, но множество событий перестраивается: часть элементов $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ исчезает, а в $\mathcal{C}_{\mathbf{n}'}$ появляются новые. Эта перестройка описывается *прямым* преобразованием (см. (16)) и согласуется с причинностью внутри каждой ИСО (см. §5.1). Интуитивно:

- *Частичное исчезновение*: события, имевшие операциональный смысл в $\mathbf{n}$, могут не удовлетворять условиям реконструкции в $\mathbf{n}'$;
- *Появление*: в $\mathbf{n}'$ могут возникать новые события, отсутствовавшие в $\mathbf{n}$.

Напротив, *наблюдаемые* преобразования $M_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}'}$, вычисляемые наблюдателем при гипотетической смене ИСО на основе допущения о глобальном множестве событий, по построению сохраняют событийность между ИСО и не требуют биекции между $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$ и $\mathcal{C}_{\mathbf{n}'}$ (ср. Утв. 5.1).

7.3 Вывод

В модели отсутствует глобальное множество событий: в каждой ИСО доступна только её собственная структура $\mathcal{C}_{\mathbf{n}}$, и нельзя получить сведения о событиях, отсутствующих в данной ИСО (Утв. 5.1). Различие между прямыми преобразованиями $D_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}'}$ (перестройка $\mathcal{C}$ при фактической смене ИСО) и наблюдаемыми преобразованиями $M_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}'}$ (гипотетическое переописание при сохранении событийности) и служит исходной точкой для вывода лоренцоподобных наблюдаемых преобразований в §6.

8 Ограничения и обсуждение

8.1 Конечная информационная ёмкость и перестройка записи событий

В общем случае, не в приближении классического режима, локальное представление поля относительно выбранной фолиации задаётся коэффициентами $\mathbf{a}^{(\mathbf{n})}(s) = (a_\alpha^{(\mathbf{n})}(s))$, определёнными на срезах $\Sigma_s^{(\mathbf{n})}$ (см. §3, (8), (9)). При переходе между ИСО (смене фолиации $\mathbf{n} \to \mathbf{n}'$) меняется индуцированный на гиперплоскость набор мод $\{u_\alpha^{(\mathbf{n}')}\}$, а также соответствующие коэффициенты $a_\alpha^{(\mathbf{n}')}$. Отметим, что глобальный базис в $\mathbb{E}^4$ фиксирован, и для разных гиперплоскостей наборы $\{u_\alpha^{(\mathbf{n})}\}$ различаются только через поворот гиперплоскости. В результате, согласно прямому преобразованию $D_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}'}[\Phi]$ (16), перестраивается и *операциональная запись событий*, то есть набор детекторных срабатываний, определённых через функционалы от коэффициентов.

В частности:

- **Частичное исчезновение:** комбинации мод, дававшие ненулевые значения детекторных функционалов в $\mathbf{n}$-ИСО, могут перестать удовлетворять условиям события в $\mathbf{n}'$-ИСО;

- **Появление:** в $\mathbf{n}'$ могут возникать новые допустимые события, отсутствовавшие в $\mathbf{n}$.

Эти эффекты — прямое следствие конечной спектральной поддержки наблюдателя (конечной информационной ёмкости). При обмене информацией наблюдатели в одной ИСО (использующие единый базис $\{u_\alpha^{(\mathbf{n})}\}$) согласуют свои записи и приходят к одной и той же событийной структуре $\mathcal{C}_\mathbf{n}$. Таким образом, операциональная согласованность внутри ИСО сохраняется, несмотря на возможные отличия локальных записей.

Примечание о разных базисах. Если допустить наблюдателей с различными базисами модовых разложений, то их событийные структуры не могут быть полностью согласованы даже при обмене информацией. Такой случай выходит за рамки рассматриваемой модели и можно рассматривать как наличие нескольких параллельных реконструкций («параллельных вселенных»). В настоящей статье мы ограничиваемся случаем единого базиса, обеспечивающего согласованность внутри каждой ИСО.

9 Заключение и перспективы

В данной работе рассмотрена модель, в которой фундаментальной структурой выступает вещественное скалярное поле $\Phi(x)$, удовлетворяющее уравнению Лапласа в четырёхмерном евклидовом пространстве $\mathbb{E}^4$, без времени, выделенных направлений и фундаментальной динамики. Уравнение Лапласа использовалось в функциональном смысле: мы не искали конкретные решения, а рассматривали подмножество допустимых конфигураций, удовлетворяющих введённым операциональным ограничениям. Из анализа взаимодействия наблюдателя с этим полем получены следующие основные результаты:

- Показано, что фолиация пространства наблюдателем и разложение поля на моды порождают структуру, интерпретируемую как инерциальная система отсчёта (ИСО), со своей событийностью, причинностью и инерцией (§3, §5).

- Выделены два типа преобразований между ИСО: *прямые* (сопоставляющие глобальные конфигурации поля) и *наблюдаемые* (строимые самим наблюдателем на основе предположения о глобальном пространстве событий).

- Доказано, что наблюдатель в ИСО не может получить информацию о событиях, отсутствующих в его собственной событийной структуре; это обосновывает различие между прямыми и наблюдаемыми преобразованиями (Утв. 5.1).

- Операционально воспроизведены оба постулата специальной теории относительности:

  – эквивалентность всех ИСО как наблюдательных фолиаций (инвариантность формы законов);

  – существование конечной предельной скорости причинного взаимодействия $v_{\max}$, одинаковой для всех наблюдателей.

- Получены наблюдаемые преобразования между ИСО, которые по построению сохраняют событийность с точки зрения наблюдателя; показано, что они имеют форму преобразований Лоренца с инвариантом $v_{\max}$ (Теорема 6.1, §6), а галилеев предел исключён как несовместимый с операциональной согласованностью временной шкалы.

- Установлено, что информация наблюдателя (операциональная запись событий) в модели не является абсолютной: при переходе между ИСО события могут исчезать или добавляться, а реконструкция остаётся согласованной с причинной структурой внутри каждой ИСО (§7).

Таким образом, из чисто евклидовой геометрии и уравнения Лапласа выводятся наблюдаемая структура пространства–времени минковского типа и согласованная причинность. Полученные результаты демонстрируют, что модели без фундаментального времени могут быть строго согласованы с наблюдаемыми структурами пространства–времени и включены в современный теоретико-физический дискурс как непротиворечивые и перспективные. Это открывает возможность дальнейшего изучения безвременных моделей в более общем контексте, включая реконструкцию метрики, динамики и взаимодействий из геометрических и операциональных оснований.

Список литературы

[1] Edward Anderson. The problem of time in quantum gravity. *Classical and Quantum Gravity*, 29:143001, 2012.

[2] Fay Dowker. Causal sets and the deep structure of spacetime. *Classical and Quantum Gravity*, 15:1885–1891, 1998.

[3] Sumati Surya. The causal set approach to quantum gravity. *Living Reviews in Relativity*, 22(1):5, 2019.

[4] Abhay Ashtekar and Jerzy Lewandowski. Background independent quantum gravity: A status report. *Classical and Quantum Gravity*, 21:R53–R152, 2004.

[5] Carlo Rovelli. Relational quantum mechanics. *International Journal of Theoretical Physics*, 35:1637–1678, 1996.

[6] S. W. Hawking and G. F. R. Ellis. *The Large Scale Structure of Space-Time*. Cambridge University Press, 1973.

[7] D. N. Page and W. K. Wootters. Evolution without evolution: Dynamics described by stationary observables. *Physical Review D*, 27:2885–2892, 1983.

[8] Julian Barbour. The timelessness of quantum gravity: I. the evidence from the classical theory. *Classical and Quantum Gravity*, 11(12):2853–2860, 1994.

[9] Christopher A. Fuchs, N. David Mermin, and Rüdiger Schack. An introduction to qbism with an application to the locality of quantum mechanics. *American Journal of Physics*, 82(8):749–754, 2014.

[10] Daniel R. Terno. Inconsistency of quantum–classical dynamics, and what it implies. *Foundations of Physics*, 36(1):102–111, 2006.

[11] Jacques Pienaar. Qbism and relational quantum mechanics compared. *Foundations of Physics*, 51(5):1–18, 2021.

[12] Percy W. Bridgman. *The Logic of Modern Physics*. Macmillan, New York, 1927.

[13] Lucien Hardy. Quantum theory from five reasonable axioms. *arXiv preprint quant-ph/0101012*, 2001.

[14] Giulio Chiribella, Giacomo Mauro D'Ariano, and Paolo Perinotti. Informational derivation of quantum theory. *Physical Review A*, 84(1):012311, 2011.

[15] L. D. Landau and E. M. Lifshitz. *The Classical Theory of Fields*, volume 2 of *Course of Theoretical Physics*. Pergamon Press, 4th edition, 1975.

A Отсутствие биекции между одиночными срезами

Рассмотрим два направления фолиации в $\mathbb{E}^4$, заданные единичными векторами $\mathbf{n}, \mathbf{n}'$, и соответствующие гиперплоскости уровня

$$\Sigma_s^{(\mathbf{n})} := \{x \in \mathbb{E}^4 \mid \mathbf{n}\cdot x = s\}, \qquad \Sigma_{s'}^{(\mathbf{n}')} := \{x \in \mathbb{E}^4 \mid \mathbf{n}'\cdot x = s'\}.$$

Пусть $\Phi(x)$ — фиксированное решение уравнения Лапласа $\Delta_{\mathbb{E}^4}\Phi = 0$. Его ограничения на $\Sigma_s^{(\mathbf{n})}$ и $\Sigma_{s'}^{(\mathbf{n}')}$ раскладываются по ортонормированным базисам на срезах (см. (3)):

$$\Phi\big|_{\Sigma_s^{(\mathbf{n})}} = \sum_\alpha a_\alpha^{(\mathbf{n})}(s)\, u_\alpha^{(\mathbf{n})}, \qquad \Phi\big|_{\Sigma_{s'}^{(\mathbf{n}')}} = \sum_\beta a_\beta^{(\mathbf{n}')}(s')\, u_\beta^{(\mathbf{n}')}.$$

Здесь $a_\alpha^{(\mathbf{n})}(s)$, $a_\beta^{(\mathbf{n}')}(s')$ — коэффициенты разложения, а $\{u_\alpha^{(\mathbf{n})}\}$, $\{u_\beta^{(\mathbf{n}')}\}$ — ортонормированные базисы в $L^2(\Sigma_s^{(\mathbf{n})})$, $L^2(\Sigma_{s'}^{(\mathbf{n}')})$, индуцированные евклидовой метрикой. Отметим, что базисные функции определены глобально в $\mathbb{E}^4$ и на всех гиперплоскостях совпадают с точностью до поворота фолиации, так что выбор фолиации соответствует лишь переориентации базиса.

Утверждение A.1 (Отсутствие биекции по одиночным срезам)**.** *Если* $\mathbf{n} \neq \mathbf{n}'$*, то в общем случае не существует биективного правила, выражающего набор коэффициентов* $\{a_\beta^{(\mathbf{n}')}(s')\}_\beta$ только *через набор* $\{a_\alpha^{(\mathbf{n})}(s)\}_\alpha$ *(при фиксированных* s, s'*) без знания полной конфигурации* Φ *в окрестности рассматриваемых слоёв. В частности, отображение* $\{a_\alpha^{(\mathbf{n})}(s)\} \mapsto \{a_\beta^{(\mathbf{n}')}(s')\}$ *в естественных классах решений не является ни инъективным, ни сюръективным.*

Доказательство. Неинъективность. Существует по крайней мере две разные гармонические функции, совпадающие на $\Sigma_s^{(\mathbf{n})}$, но дающие разные ограничения на $\Sigma_{s'}^{(\mathbf{n}')}$. Например, пусть $\Phi_1 \equiv 0$ и $\Phi_2(x) := \ell(x) := \mathbf{n}\cdot(x - x_0)$ при $\mathbf{n}\cdot x_0 = s$. Тогда ℓ — гармоническая (линейная) и $\ell\big|_{\Sigma_s^{(\mathbf{n})}} = 0$, так что наборы $\{a_\alpha^{(\mathbf{n})}(s)\}$ совпадают для Φ_1, Φ_2. Однако на повернутом срезе $\Sigma_{s'}^{(\mathbf{n}')}$ след ℓ в общем случае ненулевой, и $\{a_\beta^{(\mathbf{n}')}(s')\}$ различны.

Несюръективность. Для заданного набора $\{a_\alpha^{(\mathbf{n})}(s)\}$ далеко не всякий набор $\{a_\beta^{(\mathbf{n}')}(s')\}$ реализуем гармоническим Φ: он должен принадлежать образу оператора «ограничение на $\Sigma_s^{(\mathbf{n})}$» $\to$ «ограничение на $\Sigma_{s'}^{(\mathbf{n}')}$», который определяется решением эллиптической задачи в области между срезами и является нелокальным. Это накладывает интегральные согласования, так что произвольные $\{a_\beta^{(\mathbf{n}')}(s')\}$ недостижимы при фиксированных $\{a_\alpha^{(\mathbf{n})}(s)\}$. $\square$

Следствие. Между описаниями на отдельных срезах разных фолиаций нет биективного соответствия по коэффициентам одномоментного разложения. Поэтому *прямые* преобразования $D_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}'}$, сопоставляющие множества событий при смене фолиации, в общем случае не определяют однозначного соответствия между событиями. Это подчёркивает необходимость разграничения двух типов преобразований: прямые преобразования описывают перестройку множества событий при смене ИСО, тогда как наблюдаемые преобразования $M_{\mathbf{n}\to\mathbf{n}'}$ действуют на операционально доступное состояние и по построению сохраняют событийность (см. §5, (18)).