

La masse noire est de l'énergie potentielle

Nicolas Poupart

Chercheur Indépendant (2025)

99 Chemin Scraire, Mille-Isles, Québec, Canada (J0R 1A0)

(450) 939-2167

`nicolas.poupart@yahoo.fr`

Résumé

Cet article démontre que l'énergie potentielle gravitationnelle ($E = -GmM/d$) explique le phénomène communément attribué à la matière noire, en appliquant la relation d'équivalence masse-énergie ($E = mc^2$). Aucune hypothèse supplémentaire n'est formulée au-delà du principe de conservation du volume, garantissant que le champ gravitationnel reste conservatif et non influencé par des forces autres que la gravité. Nous développons une équation et un algorithme simples pour calculer avec précision l'énergie potentielle d'un système stellaire. Les implications théoriques de ce modèle sont explorées concernant la production d'énergie par divers types d'étoiles et de trous noirs dans les galaxies. Le modèle est testé empiriquement par rapport à la base de données SPARC comprenant 175 galaxies afin d'évaluer sa validité. Nous poursuivons en vérifiant que notre modèle reproduit la masse noire totale galactique et extragalactique et est compatible avec la cosmologie Λ CDM. Puis nous démontrons que l'adéquation expérimentale de notre modèle atteint 5σ . Nous déduisons les conséquences logiques de l'énergie potentielle emmagasinée dans le champ gravitationnel, une affirmation validée par les données SPARC. Nous concluons que, pour assurer la cohérence de notre modèle sur l'ensemble de l'histoire cosmique, il est nécessaire d'imposer la conservation du bilan énergétique cosmologique.

Introduction

Depuis que Vera Rubin a postulé l'existence d'une masse noire galactique pour expliquer l'aplatissement des courbes de rotation galactique [1] [2] [3], aucune explication convaincante n'a été fournie quant à la nature de cette masse. Les tentatives d'attribuer la masse manquante à de la matière baryonique indétectable ont été largement réfutées par les programmes AGAPE [4], MACHO [5] et EROS [6]. Des explications similaires impliquant des particules non baryoniques ou exotiques n'ont pas non plus permis d'expliquer cette divergence. De nombreux efforts de détection, notamment ceux des collaborations LUX [7], PICASSO [8], PICO [9] et SuperCDMS [10], ont jusqu'à présent échoué. De même, les résultats du dernier accélérateur du CERN suggèrent que la physique reste cohérente avec le Modèle standard,

ce qui rend l'existence de particules exotiques de plus en plus improbable. Il reste également extrêmement difficile d'expliquer ce phénomène à l'aide de la théorie gravitationnelle actuelle, qu'il s'agisse de la gravitation newtonienne ou de la relativité générale.

En cosmologie, le cadre dominant est le modèle Λ CDM, qui postule l'existence d'une matière noire froide. Pour la plupart des physiciens, le concept de masse reste indissociable de celui de matière. De plus, le terme « matière noire » est souvent utilisé de manière catégorique, bien qu'il désigne plus précisément la « masse noire ». Une alternative à l'existence d'une véritable masse noire consiste à modifier la gravitation à l'échelle galactique. Cependant, de tels efforts sont remis en question par la remarquable adéquation empirique de la relativité générale à la description des phénomènes observés et de la présence inférée de masse noire [11, 12, 13].

L'explication proposée dans cet article adopte une approche fondamentalement différente. La masse noire n'est ni une forme de matière réelle ni le résultat d'une gravitation modifiée. Il s'agit plutôt d'un effet secondaire inhérent à la formulation actuelle de la théorie gravitationnelle, plus précisément à l'énergie potentielle gravitationnelle stockée dans le champ. Les seuls axiomes utilisés sont $E = -GmM/d$ et $E = mc^2$. Ainsi, l'explication repose uniquement sur une application judicieuse de la physique classique.

L'énergie potentielle gravitationnelle utile

Si l'on considère l'équation newtonienne de la force gravitationnelle, $F = GmM/d^2$, on obtient, en intégrant de d à l'infini, la formule de l'énergie potentielle $E_p = -GmM/d$. Bien que cette formulation produise une énergie potentielle négative utilisable pour calculer le mouvement des corps célestes, elle est inadaptée à l'évaluation de l'énergie potentielle physique totale d'un système.

Pour déterminer l'énergie potentielle physiquement significative, il faut calculer la différence d'énergie entre deux états du système, comme si l'on soulevait une masse m de la position d d'une hauteur h . Dans ce cas :

$$\Delta E_p = E_p(d+h) - E_p(d) = \frac{GmMh}{d^2 + dh}$$

Cette expression représente la forme utilisable de l'énergie potentielle gravitationnelle. Le concept d'énergie négative absolue E_p n'est pas directement interprétable en termes physiques.

Cependant, cette formulation devient impraticable pour les systèmes impliquant deux corps célestes (par exemple, des planètes, des étoiles ou des galaxies), car la distance de référence initiale d est indéfinie ou ambiguë. Pour résoudre ce problème, nous calculons la différence d'énergie entre un état compact — une masse sphérique solide unique $M_t = m + M$ — et une configuration de deux corps sphériques distincts, m et M , séparés par une distance d .

Soient les deux corps de rayons r et R , et de volumes $v = 4\pi r^3/3$ et $V = 4\pi R^3/3$, de masses volumiques correspondantes m/v et M/V . Le volume total de la sphère solide est

$V_t = V + v = 4\pi(R^3 + r^3)/3$, et son rayon $R_t = (R^3 + r^3)^{1/3}$. En supposant des masses volumiques égales, $m/v = M/V$, celle de la sphère compacte sera identique : $m/v = M/V = M_t/V_t$; sinon, on suppose une masse volumique moyenne pondérée par les contributions de m et M . L'énergie potentielle gravitationnelle d'une sphère homogène est donnée par :

$$E_p = -\frac{3GM^2}{5R}$$

L'énergie potentielle gravitationnelle du système peut être évaluée en comparant l'état initial (masse compacte), l'état final (masses séparées), et leur différence :

$$\begin{aligned} E_i &= -\frac{3GM_t^2}{5R_t} \\ E_f &= -\frac{3GM^2}{5R} - \frac{3Gm^2}{5r} - \frac{GMm}{d} \\ \Delta E_p &= E_f - E_i = \left(-\frac{3GM^2}{5R} - \frac{3Gm^2}{5r} - \frac{GMm}{d} \right) + \frac{3GM_t^2}{5R_t} \end{aligned}$$

Cette expression quantifie la variation d'énergie d'une configuration compacte à un système de deux masses séparées. Elle représente une redistribution de la matière qui préserve les densités initiales des composants, garantissant ainsi que la transformation n'implique que des forces gravitationnelles.

L'énergie potentielle gravitationnelle est massive

L'énergie potentielle gravitationnelle peut être exprimée par $E_p = m_p c^2$, ce qui indique qu'elle doit être stockée sous forme de masse au sein du système. Cette affirmation est facilement illustrée par une expérience de pensée simple. Considérons un réacteur nucléaire qui convertit une masse m_n en énergie électrique, laquelle est ensuite utilisée pour élever une masse m à une hauteur h .

Il ne devrait y avoir aucun débat sur la question de savoir si la masse de la Terre reste inchangée avant et après la transformation. Étant donné la conservation de la masse-énergie m_n au sein du système terrestre, la relativité générale garantit que son champ gravitationnel reste inchangé. La question de savoir si cela constitue une masse « réelle » est dépourvue de sens, puisque la masse est définie par ses effets gravitationnels ou inertiels mesurables. Cependant, cette nouvelle masse ne génère pas à son tour de l'énergie potentielle *ad infinitum* ; si un tel principe d'auto-induction existait dans le champ, le calcul newtonien serait simplement la somme à la limite.

De plus, l'équivalence entre masse inertielle et masse gravitationnelle n'ayant jamais été violée empiriquement [14], nous pouvons, pour l'instant, considérer l'énergie potentielle gravitationnelle comme pleinement équivalente à sa représentation massique.

Calcul de l'énergie potentielle des corps célestes

TABLEAU 1 – Paramètres physiques pour des paires de corps célestes

Système	m (kg)	M (kg)	r (m)	R (m)	d (m)	R_t (m)
Lune + Terre	$7.35 \cdot 10^{22}$	$5.97 \cdot 10^{24}$	$1.74 \cdot 10^6$	$6.38 \cdot 10^6$	$3.8 \cdot 10^8$	$6.42 \cdot 10^6$
Terre + $\odot$	$5.97 \cdot 10^{24}$	$1.99 \cdot 10^{30}$	$6.38 \cdot 10^6$	$6.96 \cdot 10^8$	$1.5 \cdot 10^{11}$	$6.96 \cdot 10^8$
Jupiter + $\odot$	$1.90 \cdot 10^{27}$	$1.99 \cdot 10^{30}$	$6.99 \cdot 10^7$	$6.96 \cdot 10^8$	$7.8 \cdot 10^{11}$	$6.97 \cdot 10^8$
$\odot$ + M80	$1.99 \cdot 10^{30}$	$9.99 \cdot 10^{35}$	$6.96 \cdot 10^8$	$5.53 \cdot 10^{10}$	$4.5 \cdot 10^{17}$	$5.53 \cdot 10^{10}$
$\odot$ + Galaxie	$1.99 \cdot 10^{30}$	$5.00 \cdot 10^{40}$	$6.96 \cdot 10^8$	$2.04 \cdot 10^{12}$	$5.0 \cdot 10^{20}$	$2.04 \cdot 10^{12}$

Le Tableau 1 contient les valeurs standard pour les corps célestes considérés, à l'exception des rayons pour l'amas globulaire M80 et pour une galaxie représentative. Nous avons modélisé l'état initial comme une sphère solide de masse $M + m$, en supposant une densité solaire. L'état final est le Soleil à une distance d d'une masse M de densité solaire. Pour la paire Soleil–M80, les valeurs utilisées sont $R = 5.534217 \cdot 10^{10}$, $R_t = 5.534221 \cdot 10^{10}$ et pour la paire Soleil–galaxie, les valeurs utilisées sont $R = 2.03985712710655 \cdot 10^{12}$ et $R_t = 2.03985712713359 \cdot 10^{12}$. La logique derrière cette construction sera abordée dans une section ultérieure. Dans les deux cas, le rayon est calculé à l'aide de la relation $R_t = (R^3 + r^3)^{1/3}$.

TABLEAU 2 – Différences d'énergie potentielle gravitationnelle et équivalents massiques

Système	E_i (J)	E_f (J)	ΔE_p (J)	ΔE_p (kg)	$m/\Delta E_p$
Lune + Terre	$-2.2795 \cdot 10^{32}$	$-2.2413 \cdot 10^{32}$	$3.8176 \cdot 10^{30}$	$4.2477 \cdot 10^{13}$	$1.0 \cdot 10^{-9}$
Terre + $\odot$	$-2.2751 \cdot 10^{41}$	$-2.2751 \cdot 10^{41}$	$1.3024 \cdot 10^{36}$	$1.4491 \cdot 10^{19}$	$2.4 \cdot 10^{-6}$
Jupiter + $\odot$	$-2.2787 \cdot 10^{41}$	$-2.2751 \cdot 10^{41}$	$3.5519 \cdot 10^{38}$	$3.9520 \cdot 10^{21}$	$2.1 \cdot 10^{-6}$
$\odot$ + M80	$-7.2141 \cdot 10^{50}$	$-7.2141 \cdot 10^{50}$	$2.3949 \cdot 10^{45}$	$2.6647 \cdot 10^{28}$	$1.34 \cdot 10^{-2}$
$\odot$ + Galaxie	$-4.9079 \cdot 10^{58}$	$-4.9079 \cdot 10^{58}$	$3.2540 \cdot 10^{48}$	$3.6206 \cdot 10^{31}$	18.2

Le Tableau 2 présente les différences d'énergie potentielle gravitationnelle entre les configurations physiques actuelles et leur fusion hypothétique en une seule masse. À titre de comparaison, l'annihilation complète d'un kilogramme de matière produit une quantité d'énergie comparable à celle d'une bombe à hydrogène. Par exemple, 2 kg de deutérium fusionnés avec 3 kg de tritium entraînent une perte de masse d'environ 1 kg — comparable à l'énergie libérée par la Tsar Bomba.

Sur la base de cette équivalence, la fusion de la Lune avec la Terre libérerait une énergie équivalente à environ 40 billions de bombes à hydrogène. Cette énergie potentielle correspond à une masse d'environ 40 milliards de tonnes métriques — une valeur loin d'être négligeable.

Si l'on considère l'énergie libérée par la fusion de la Terre avec le Soleil, l'énergie résultante correspondrait à plus de 14 millions de milliards de tonnes métriques. Cependant, cette valeur demeure inférieure à la masse que le Soleil perd chaque heure par fusion nucléaire. Selon sa distribution spatiale, cette masse-énergie pourrait, en principe, être mesurable.

Si l'on examine le rapport $m/\Delta E_p$, qui représente la masse du plus petit corps par rapport à l'énergie potentielle du système, on constate qu'il est négligeable dans la plupart des cas — sauf à l'échelle galactique, où il atteint l'ordre de grandeur du rapport observé de masse noire.

L'énergie potentielle des systèmes célestes

La première observation est que le terme $-GmM/d$ de ΔE_p est négligeable à toutes les échelles pertinentes, où $d \gg R \gg r$. Ce résultat est intuitif d'un point de vue physique : modifier la distance entre deux corps célestes, comme la Terre et la Lune, entraîne des changements minimes dans l'énergie gravitationnelle comparativement à l'énergie libérée par leur fusion hypothétique. Cette approximation est valable pour tous les systèmes célestes. L'expression de l'énergie se simplifie donc ainsi :

$$\Delta E_p = \frac{3G}{5} \left(\frac{M_t^2}{R_t} - \frac{M^2}{R} - \frac{m^2}{r} \right)$$

Cela implique que la disposition spatiale des corps les uns par rapport aux autres est sans importance pour le calcul de l'énergie potentielle gravitationnelle totale. Si l'on considère un système de n masses m_i de rayons r_i , fusionnées séquentiellement, on obtient les expressions suivantes :

$$M_i = \sum_{j \leq i} m_j, \quad R_i = (R_{i-1}^3 + r_i^3)^{1/3}$$

$$\Delta E_i = \frac{3G}{5} \left(\frac{M_i^2}{R_i} - \frac{M_{i-1}^2}{R_{i-1}} - \frac{m_i^2}{r_i} \right), \quad \Delta E_p = \sum_{i \leq n} \Delta E_i$$

Il est important de noter que l'ordre des fusions est sans importance, car le champ gravitationnel est conservatif. Ceci se vérifie mathématiquement.

Preuve de l'invariance par permutation — Soit σ une permutation quelconque de $\{1, \dots, n\}$. En posant :

$$M_i \equiv M_{i-1} + m_{\sigma(i)}, \quad R_i^3 \equiv R_{i-1}^3 + r_{\sigma(i)}^3, \quad M_0 = R_0 = 0$$

on définit :

$$\Delta E_i = \frac{3G}{5} \left(\frac{M_i^2}{R_i} - \frac{M_{i-1}^2}{R_{i-1}} - \frac{m_{\sigma(i)}^2}{r_{\sigma(i)}} \right)$$

La somme télescopique donne :

$$\sum_{i=1}^n \Delta E_i = \frac{3G}{5} \left(\frac{M_n^2}{R_n} - \sum_{i=1}^n \frac{m_{\sigma(i)}^2}{r_{\sigma(i)}} \right) = \frac{3G}{5} \left(\frac{M_{\text{tot}}^2}{R_{\text{tot}}} - \sum_{i=1}^n \frac{m_i^2}{r_i} \right)$$

car $M_n = \sum_{i=1}^n m_{\sigma(i)} = \sum_{i=1}^n m_i \equiv M_{\text{tot}}$ et :

$$R_n^3 = \sum_{i=1}^n r_{\sigma(i)}^3 = \sum_{i=1}^n r_i^3 \Rightarrow R_{\text{tot}} = \left(\sum_{i=1}^n r_i^3 \right)^{1/3}$$

L'expression finale ne dépend pas de σ ; ainsi $\Delta E_p = \sum_{i=1}^n \Delta E_i$ est invariante à l'ordre des fusions.

Calcul simplifié avec masse et rayon identiques

En supposant une masse m et un rayon r identiques pour chacun des n corps, le calcul se simplifie considérablement. Dans ce cas, la masse cumulative à l'étape i de fusion est $M_i = im$. Puisque M_i conserve la même densité que le corps initial de masse m , le rayon correspondant est :

$$\rho = \frac{M_i}{V_i} = \frac{m}{v} \Rightarrow R_i = \left(\frac{M_i r^3}{m} \right)^{1/3} = \left(\frac{3M_i}{4\pi\rho} \right)^{1/3}$$

Le changement d'énergie potentielle gravitationnelle à chaque étape est donné par :

$$\Delta E_i = \frac{3G}{5} \left(\frac{M_i^2}{R_i} - \frac{M_{i-1}^2}{R_{i-1}} - \frac{m^2}{r} \right), \quad \Delta E_p = \sum_{i \leq n} \Delta E_i$$

Par l'annulation des termes intermédiaires, la somme télescopique se simplifie en :

$$\Delta E_p = \frac{3G}{5} \left(\frac{M_n^2}{R_n} - n \frac{m^2}{r} \right)$$

Puisque $M_n = nm$, on obtient :

$$M_n^2 = n^2 m^2 \quad \text{et} \quad R_n = \left(\frac{M_n r^3}{m} \right)^{1/3} = n^{1/3} r$$

En substituant dans l'équation :

$$\Delta E_p = \frac{3G}{5} \left(\frac{n^2 m^2}{n^{1/3} r} - \frac{n m^2}{r} \right) = \frac{3G}{5} (n^{5/3} - n) \frac{m^2}{r}$$

Cette expression finale montre que l'énergie potentielle gravitationnelle totale du système dépend uniquement de la masse, du rayon et du nombre de corps individuels. Par conséquent, un faible rayon et une masse élevée — c'est-à-dire une densité élevée — des sphères solides composantes augmente considérablement l'énergie potentielle totale du système.

Estimation pratique à partir d'un histogramme stellaire

En pratique, la population stellaire d'une galaxie est généralement connue par un histogramme de distribution de masse. La masse stellaire totale M peut être divisée en k intervalles discrets, chacun désigné par un triplet (M_i, m_i, r_i) , où $M_i = n_i m_i$ représente la masse cumulative, m_i la masse stellaire individuelle, et r_i le rayon stellaire. La première étape consiste à calculer la contribution de chaque intervalle comme suit :

$$\Delta E_{\text{pa}} = \sum_{i \leq k} \frac{3G}{5} \left(\frac{M_i^2}{R_i} - n_i \frac{m_i^2}{r_i} \right), \quad R_i = \left(\frac{M_i r_i^3}{m_i} \right)^{1/3} = \left(\frac{3M_i}{4\pi\rho_i} \right)^{1/3}$$

Ensuite, nous calculons l'énergie potentielle résiduelle ΔE_{pb} en fusionnant les k sphères compactes (M_i, R_i) . L'énergie potentielle gravitationnelle totale du système est alors :

$$\Delta E_p = \Delta E_{\text{pa}} + \Delta E_{\text{pb}}$$

De manière alternative, ce processus peut être formalisé via une fonction :

$$f(m, r, M, M_i, R_i) \rightarrow (\Delta E_{\text{pi}}, M_t, R_t)$$

qui prend en entrée la masse m , le rayon r , et la masse totale M des unités stellaires, ainsi qu'une configuration compacte optionnelle (M_i, R_i) pouvant être initialisée à zéro. La fonction retourne l'énergie potentielle totale pour l'intervalle ΔE_{pi} , ainsi que la masse totale mise à jour M_t et le rayon R_t , avec $\Delta E_p = \Delta E_p + \Delta E_{\text{pi}}$.

Algorithme

$$f(m, r, M, M_i, R_i) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n = \frac{M}{m} \\ M_t = M + M_i \\ R = n^{1/3} \cdot r \\ R_t = (R^3 + R_i^3)^{1/3} \\ \Delta E_{\text{pi}} = \frac{3G}{5} \left(\frac{M_t^2}{R_t} - \frac{n \cdot m^2}{r} \right) \end{array} \right\} \rightarrow (\Delta E_{\text{pi}}, M_t, R_t)$$

Puisque le terme $n \cdot m^2/r$ est négligeable (voir la section suivante « la configuration compacte initiale ») alors connaissant la densité $\rho = m/v$ il est possible de simplifier l'algorithme :

$$f(\rho, M, M_i, R_i) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} M_t = M + M_i \\ R = \left(\frac{3M}{4\pi\rho} \right)^{1/3} \\ R_t = (R^3 + R_i^3)^{1/3} \\ \Delta E_{\text{pi}} = \frac{3GM_t^2}{5R_t} \end{array} \right\} \rightarrow (\Delta E_{\text{pi}}, M_t, R_t)$$

La configuration compacte initiale

Nous définissons la configuration compacte initiale comme une sphère solide qui conserve le volume total des corps qu'elle remplace. Cette conservation stricte du volume garantit la cohérence physique de l'état de la matière avant et après la compaction. Étant donnée la différence d'énergie potentielle entre un état final dilué et un état compact initial, il est possible de simplifier cette expression :

$$\Delta E_p = \frac{3G}{5} \left(\frac{M_n^2}{R_n} - n \frac{m^2}{r} \right)$$

Puisque $M_n = nm$, on a :

$$M_n^2 = n^2 m^2 \quad \text{et} \quad R_n = \left(\frac{M_n r^3}{m} \right)^{1/3} = n^{1/3} r$$

En substituant dans l'équation :

$$\Delta E_p = \frac{3G}{5} \left(\frac{n^2 m^2}{n^{1/3} r} - \frac{nm^2}{r} \right) = \frac{3G}{5} (n^{5/3} - n) \frac{m^2}{r}$$

Le comportement asymptotique montre que pour $n \gg 1$, le terme $n^{5/3}$ domine sur n , ce qui justifie l'approximation :

$$\Delta E_p \approx \frac{3G}{5} \cdot \frac{M_n^2}{R_n}$$

Par conséquent, l'énergie potentielle de la structure diluée est strictement équivalente à celle de la structure compacte. Ainsi, si la boule compacte M_n , ou un système dilué correspondant, s'effondre en un trou noir, son énergie potentielle ΔE_p sera entièrement émise sous forme de rayonnement. En effet, le trou noir final de masse M_n ne possède aucune énergie potentielle au sens classique et est entièrement défini par sa masse, son spin et sa charge. Le passage de la boule compacte au trou noir requiert donc la perte de son énergie potentielle.

On peut donc distinguer deux régimes énergétiques : ceux dont la masse critique les pousse nécessairement à s'effondrer en trou noir, et les autres. Ainsi, le rapport $E_{\text{rad}}/\Delta E_p$ de l'émission de rayonnement d'un kilo de sable s'effondrant en boule compacte sera pratiquement nul, tandis que celui de l'effondrement hypothétique d'une galaxie est strictement égal à un.

La sphère solide compacte, conservant les volumes, constitue l'état d'entropie maximale d'énergie maximale, tandis que le trou noir est l'état d'entropie maximale d'énergie minimale.

Le fait que la boule compacte conservant les volumes corresponde à l'état d'énergie potentielle totale maximale est simplement la conséquence du principe d'action-réaction et de la conservation de l'énergie. C'est l'état le plus compact qui n'introduit pas de forces répulsives supplémentaires, telles que de la pression de dégénérescence ou de la pression de radiation, qui n'existaient pas déjà dans l'état dilué. Il suffit d'imaginer cette boule compacte comme étant simplement, par exemple, toutes les étoiles d'une galaxie placées côte à côte. Dans une telle configuration, toutes les forces sont conservées. Cette conservation des forces est strictement nécessaire pour que l'énergie totale du système demeure inchangée.

Calcul hiérarchique de l'énergie potentielle gravitationnelle

Nous visons à estimer l'énergie potentielle gravitationnelle ΔE_p des structures à grande échelle en procédant à une construction hiérarchique des sources. Dans le régime de champ faible (pertinent pour les galaxies, groupes et amas), la RG se réduit à l'équation de Poisson cosmologique :

$$\nabla^2 \Phi^{(\ell)} \simeq 4\pi G a^2 \delta \rho_b^{(\ell)}$$

où $\delta \rho_b^{(\ell)}$ est la surdensité baryonique lissée à l'échelle ℓ et $\Phi^{(\ell)}$ le potentiel correspondant. L'énergie potentielle à cette échelle s'écrit alors, au choix :

$$\Delta E_p^{(\ell)} = -\frac{1}{2} \int \rho_b^{(\ell)} \delta \Phi^{(\ell)} d^3x \quad \text{ou} \quad \Delta E_p^{(\ell)} \simeq -\frac{G}{2} \sum_{i \neq j} \frac{m_i^{(\ell)} m_j^{(\ell)}}{r_{ij}}$$

Pour éviter tout double comptage, la masse noire effective inférée à une échelle donnée n'est jamais réinjectée comme source à l'échelle supérieure. Physiquement, toute forme de masse/énergie gravite en RG ; ici, il s'agit d'une convention de comptabilité permettant d'inférer une composante noire à partir des baryons sans boucle récursive.

- Le changement d'échelle implique un changement de densité efficace des inhomogénéités :
- **Échelle galactique** ($\ell_{\text{gal}} \sim \text{kpc}$). Les briques élémentaires sont les étoiles, caractérisées par leurs masses et densités internes. On calcule ΔE_p^{gal} avec $\rho_b^{(\ell_{\text{gal}})}$ (population stellaire) et, le cas échéant, on définit une masse noire galactique effective M_{gblk} .
 - **Échelle extragalactique** ($\ell_{\text{exgal}} \sim \text{Mpc}$). Les briques deviennent les galaxies elles-mêmes, modélisées sous la forme de boules compactes provenant du calcul hiérarchique inférieur. On calcule $\Delta E_p^{\text{exgal}}$ entre galaxies (amas, filaments) par fusion de ces boules galactiques, et l'on en déduit, si souhaité, une masse noire extragalactique effective M_{eblk} .

À l'échelle galactique, les *étoiles* jouent le rôle d'« atomes » dont l'énergie de liaison façonne la galaxie ; à l'échelle extragalactique, les *galaxies* deviennent à leur tour les « atomes » du milieu, et c'est leur distribution qui gouverne ΔE_p .

Traitement du gaz galactique

Le point crucial, dans le cadre RG en champ faible, est que l'énergie potentielle gravitationnelle à une échelle de lissage donnée ℓ ne dépend que du champ de densité baryonique lissé $\rho^{(\ell)}(\mathbf{x})$, pas de la nature microscopique (étoiles vs gaz) tant que le gaz reste non relativiste ($p \ll \rho c^2$). Autrement dit, si l'on compare deux composantes de même masse M qui partagent à l'échelle ℓ la même géométrie de densité (même profil lissé, mêmes isodensités), alors leur énergie potentielle par unité de masse est identique :

$$\frac{\Delta E_{p,g}^{(\ell)}}{M_g^2} = \frac{\Delta E_{p,\star}^{(\ell)}}{M_\star^2} \quad \text{dès que} \quad \rho_g^{(\ell)}(\mathbf{x}) \propto \rho_\star^{(\ell)}(\mathbf{x})$$

En ce sens, à masse égale et à champ de densité lissé égal, le gaz « possède » la même énergie potentielle que les grumeaux stellaires. La composition n'intervient pas dans la source gravitationnelle à ce niveau d'approximation.

Conséquences pratiques.

- **Projection de forme à ℓ fixé.** Si l'on adopte une ℓ_{gal} (kpc) et que l'on projette le gaz sur la même forme spatiale lissée que la distribution stellaire dominante $\rho_{\star}^{(\ell_{\text{gal}})}$ (ou, à défaut, sur une famille de profils à forme fixée), alors $\Delta E_{p,g}^{(\ell_{\text{gal}})}$ par unité de masse coïncide avec celle des étoiles. Dans les calculs hiérarchiques, on peut donc faire contribuer le gaz à la même fonction de densité de probabilité stellaire, sans correction supplémentaire.
- **Gaz plus diffus (clumping différent).** Si le gaz est moins concentré que les étoiles à l'échelle ℓ (facteur de « clumping » plus proche de 1), alors $|\Delta E_{p,g}^{(\ell)}|$ est légèrement plus faible à masse et rayon effectif comparables. Une correction multiplicative simple consiste à introduire un facteur $f_{\text{clump}}(\ell) \in [1, \sqrt{C_g}]$ (avec $C_g = \langle \rho_g^2 \rangle / \langle \rho_g \rangle^2$) pour rapprocher l'énergie du gaz de celle qu'aurait une composante à forme stellaire.
- **Pression et multiphase.** La pression du gaz n'affecte que faiblement la masse active $((\rho c^2 + 3p)/c^2 \simeq \rho)$ dans ce régime; elle gouverne l'état d'équilibre (hydrostatique, turbulence, multiphase) mais ne remet pas en cause l'égalité ci-dessus à $\sim$ pourcent près.

En résumé — pour les calculs à ℓ_{gal} , nous avons uniquement adopté l'hypothèse minimale de traiter le gaz comme une masse baryonique qui, à masse et forme lissée égales, apporte la même contribution à l'énergie potentielle que les grumeaux stellaires. Cette fermeture simple fournit des résultats empiriquement satisfaisants sur l'échantillon considéré. Idéalement, avec des données plus détaillées (profils séparés gaz/étoiles, épaisseurs, contraintes de turbulence), nous pourrions affiner l'approche, les écarts n'apparaissent que si la forme lissée (donc la densité efficace) diffère, ce que l'on corrige par un facteur de clumping explicite $f_{\text{clump}}(\ell)$.

Modèles théoriques

Nous appliquons notre théorie de l'énergie potentielle gravitationnelle pour générer des modèles théoriques sous forme de courbes, représentant le rapport de masse noire produit par des galaxies ayant un nombre variable d'étoiles. Chaque courbe correspond à une taille de galaxie différente (Figures 1a et 1b).

L'axe des abscisses représente la masse stellaire M_S , exprimée en masses solaires, des étoiles de la galaxie. Les rayons stellaires sont déterminés en utilisant la relation standard masse-rayon pour les étoiles de la séquence principale ($R \propto M^{0.8}$ si $M < M_{\odot}$, $R \propto M^{0.57}$ sinon). L'axe des ordonnées indique le rapport de masse noire totale induite gravitationnellement M_G à la masse baryonique stellaire totale M_B , c'est-à-dire, M_G/M_B .

Par exemple, une galaxie de 100 milliards d'étoiles (ligne pointillée fine) donne un rapport de masse noire d'environ 28 lorsque toutes les étoiles ont $1 M_{\odot}$ et $1 R_{\odot}$. Une population de 200 milliards d'étoiles donne un rapport de 45, et 300 milliards d'étoiles donne un rapport de 60. Ces valeurs dépassent le rapport couramment admis d'environ 20 pour la Voie lactée.

Néanmoins, l'ordre de grandeur est cohérent, malgré l'extrême simplification de cette analyse. Ce résultat renforce l'hypothèse centrale selon laquelle la masse noire n'est pas une

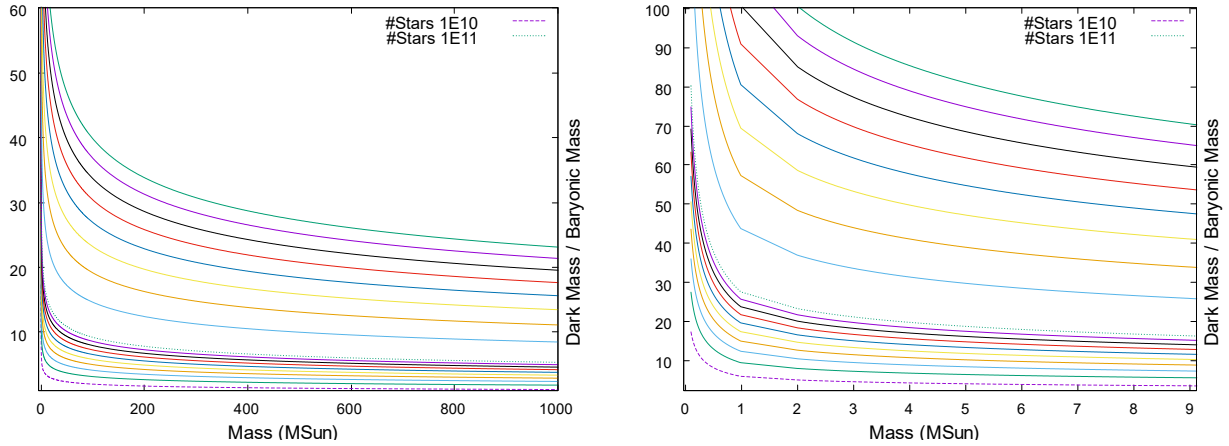
forme distincte de matière mais plutôt une émergence de l'énergie potentielle gravitationnelle du système.

Impact des variations de densité stellaire sur la masse noire

L'inclusion d'étoiles moins denses, comme des géantes rouges, réduit significativement la production modélisée de masse noire gravitationnellement induite (Figures 2a et 2b). Ce scénario est basé sur la même population stellaire utilisée dans les cas précédents, composée principalement d'étoiles de $1 M_\odot$ et $1 R_\odot$, à laquelle on ajoute une fraction variable de géantes rouges, chacune ayant $4 M_\odot$ et $100 R_\odot$. La baisse résultante de la densité stellaire moyenne diminue l'énergie potentielle gravitationnelle totale du système et, par conséquent, le rapport de masse noire.

À l'inverse, l'ajout de restes stellaires denses, tels que des naines blanches ($0.6 M_\odot$, $0.0085 R_\odot$) et des étoiles à neutrons ($1.35 M_\odot$, 10.8 km), entraîne une augmentation spectaculaire de la production de masse noire (Figures 3a et 3b). Les densités extrêmement élevées de ces objets augmentent considérablement l'énergie potentielle totale du système. Dans les populations stellaires réalistes, cependant, cette augmentation est modérée par la présence d'étoiles à faible densité (par exemple, les géantes rouges).

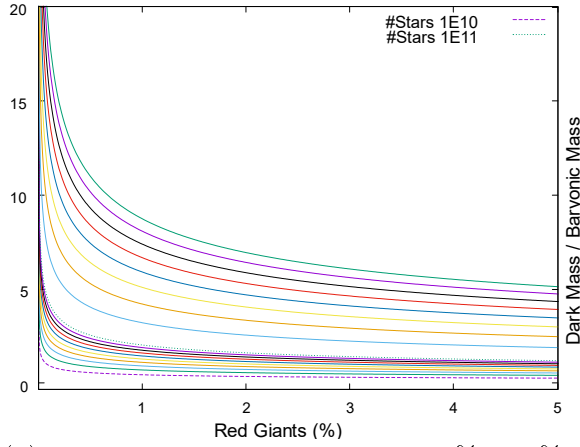
FIGURE 1 – Production de masse noire à partir de populations stellaires de la séquence principale pour 10 – 90 et 100 – 900 milliards d'étoiles.



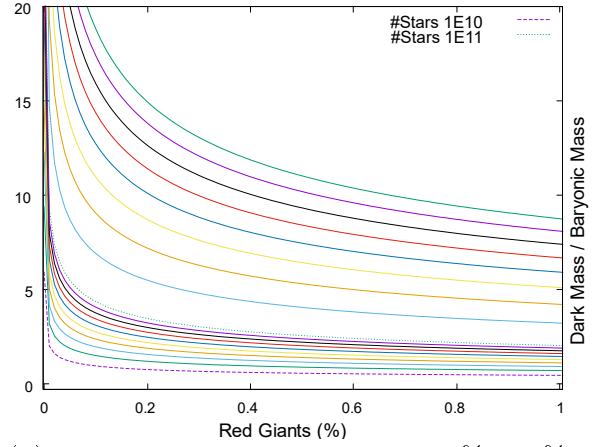
(a) Rapport de masse noire pour 0 – 1000 $M_\odot$.

(b) Rapport de masse noire pour 0 – 9 $M_\odot$.

FIGURE 2 – Impact des géantes rouges sur l'énergie potentielle gravitationnelle pour 10 – 90 et 100 – 900 milliards d'étoiles.

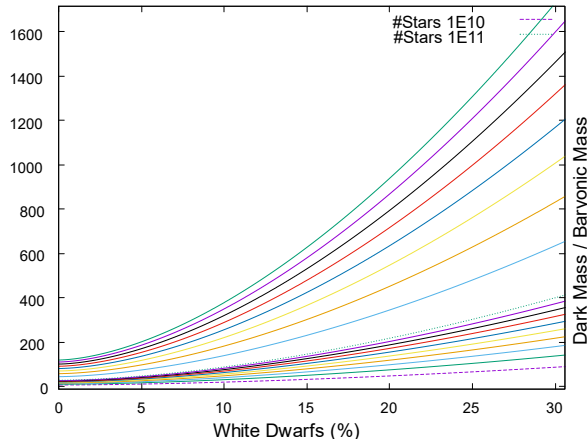


(a) Rapport de masse noire pour 0 % – 5 % de géantes rouges.

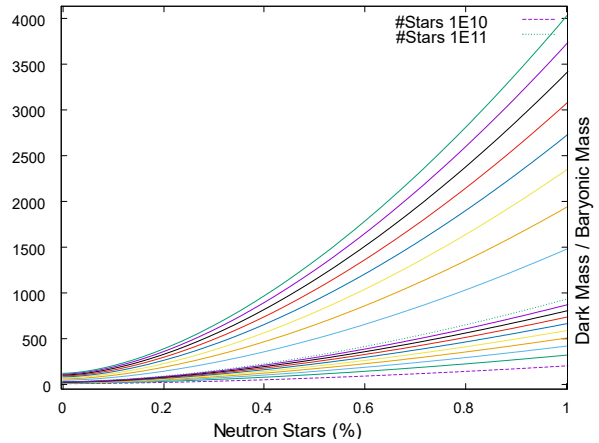


(b) Rapport de masse noire pour 0 % – 1 % de géantes rouges.

FIGURE 3 – Contribution des vestiges stellaires compacts à l'énergie potentielle gravitationnelle pour 10 – 90 et 100 – 900 milliards d'étoiles.



(a) Rapport de masse noire pour 0 % – 30 % de naines blanches.



(b) Rapport de masse noire pour 0 % – 1 % d'étoiles à neutrons.

Trous noirs

Bien que l'énergie potentielle gravitationnelle des systèmes stellaires puisse maintenant être calculée en utilisant les méthodes décrites précédemment, l'extension de l'analyse aux trous noirs introduit une complexité supplémentaire. Toutefois, le principe sous-jacent demeure le même : l'énergie potentielle gravitationnelle est définie comme la différence entre

deux configurations — le trou noir fusionné initial et l'état final constitué de deux trous noirs séparés.

Comme dans le cas stellaire, la quantité pertinente est l'énergie libérée lors de la fusion. Selon la relativité générale (voir références [15, 16]), la masse finale M_f du trou noir résiduel est donnée par :

$$M_f = (M + m) (1 - \eta \varepsilon_{\text{rad}}(q, \chi))$$

où :

$$\eta = \frac{Mm}{(M+m)^2}, \quad q = \frac{m}{M} \leq 1, \quad \chi = \text{paramètre de spin}$$

et $\varepsilon_{\text{rad}}(q, \chi)$ est une fonction empirique représentant l'efficacité de l'émission d'ondes gravitationnelles. Pour des trous noirs sans rotation, une approximation couramment utilisée est :

$$\varepsilon_{\text{rad}}(q) = 0.048 \cdot \frac{(1-q)^2}{(1+q)^4}$$

Le spin effectif du rémanent est donné par :

$$\chi_{\text{eff}} = \frac{M\chi_M + m\chi_m}{M+m}$$

Si les spins sont orientés de manière aléatoire, le spin net tend à s'annuler, c'est-à-dire $\chi_{\text{eff}} \approx 0$.

Soit $f(m, M) \rightarrow M_f$ une fonction représentant la masse finale d'un trou noir formé par la fusion de deux trous noirs de masse m et M , en utilisant la formule relativiste ci-dessus.

Pour généraliser à n trous noirs, nous réduisons au cas de n trous noirs identiques de masse m , de sorte que la masse initiale totale est $M = nm$. Définissons une fonction récursive $g(n, m) \rightarrow M_f$, où $g(n, m)$ retourne la masse finale après fusion de n trous noirs de masse m :

Algorithme

$$g(n, m) \rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} \text{if } n = 2 & \Rightarrow M_f = f(m, m) \\ \text{if } n = 3 & \Rightarrow M_f = f(m, m), M_f = f(m, M_f) \\ \text{else} & \\ \quad \text{if odd}(n) & \Rightarrow n = n - 1, \text{ flag odd} \\ \quad M_f = g(n/2, m) & \\ \quad M_f = f(M_f, M_f) & \\ \quad \text{if flag odd} & \Rightarrow M_f = f(m, M_f) \end{array} \right\} \rightarrow M_f$$

Cette structure récursive est particulièrement adaptée à la programmation dynamique. En stockant les résultats intermédiaires de $g(a, b)$ dans une table de mémorisation, le nombre total de calculs distincts est réduit, atteignant une complexité logarithmique en fonction du nombre de fusions, c'est-à-dire $O(\log_2 n)$.

Contribution négligeable à l'énergie potentielle gravitationnelle

L'énergie potentielle gravitationnelle produite par la fusion de trous noirs est extrêmement limitée, car elle découle directement de la masse initiale. Par définition, l'énergie rayonnée — principalement sous forme d'ondes gravitationnelles — ne peut jamais dépasser la masse-énergie totale du système.

Même dans des conditions idéales (par exemple, configurations de spin prograde alignées), la fraction de masse convertie en ondes gravitationnelles demeure faible. En utilisant une approximation semi-analytique provenant de simulations numériques [17, 18], la fraction rayonnée est :

$$\frac{E_{\text{gw}}}{M} \approx \eta(1 - 4\eta) [1 - 0.0686(1 - \chi_{\text{eff}})^2]$$

Dans le cas le plus favorable — fusions impliquant des trous noirs de masse supérieure à $500 M_{\odot}$ avec des spins proches de l'unité — la fraction maximale d'énergie reste inférieure à 16 %.

Compte tenu de cette limite supérieure et de la faible abondance relative des trous noirs dans la plupart des environnements galactiques, leur contribution à l'énergie potentielle gravitationnelle totale par fusion est négligeable.

Problème de la conservation du volume

Malgré leur faible contribution par fusion, les trous noirs doivent être inclus dans les calculs d'énergie gravitationnelle. Selon la gravitation newtonienne, tout objet massif contribue via :

$$E_p = -\frac{GmM}{d}$$

Considérons la construction de la configuration compacte théorique conservant le volume total des étoiles, produisant un corps de masse M et de volume V . Si le système contient aussi n trous noirs de masse m et de volume v , on obtient alors une masse et un volume révisés donnés par : $M' = M + nm$, $V' = V + nv$.

Cependant, la fusion des trous noirs réduit le volume total, contrairement aux étoiles. Inclure ces objets dans la configuration compacte brise l'hypothèse de conservation du volume et introduit une incohérence conceptuelle.

Cela met en évidence une propriété unique des trous noirs, ils ne respectent pas la conservation du volume. Bien qu'ils doivent être inclus dans les calculs d'énergie potentielle, leur comportement géométrique remet en question l'hypothèse fondamentale de la conservation du volume.

Cas limite de l'énergie potentielle

Cela suggère que les trous noirs devraient être traités de manière analogue à la matière ordinaire dans une configuration compacte conservant le volume — mais avec la précaution de respecter leur comportement volumique particulier.

Cependant, toute tentative de traitement de ce genre ferait soit augmenter l'énergie du système, soit absorber l'énergie potentielle environnante. En effet, le résultat peut être dense (par exemple, $\rho \sim 1000$ pour $4.3 \times 10^6 M_\odot$) ou extrêmement diffus (par exemple, $\rho \sim 0.001$ pour $4.3 \times 10^9 M_\odot$), en raison de la variation non linéaire du rayon de Schwarzschild avec la masse.

Lorsque le système tend vers un trou noir unique, le théorème du « no-hair » implique que la structure interne disparaît — pas de distribution de masse, pas d'auto-interaction gravitationnelle, et donc aucune énergie potentielle dans le cadre newtonien classique. Les trous noirs sont le point final de la compaction gravitationnelle. À mesure que leur domination augmente, l'énergie potentielle de liaison gravitationnelle accessible diminue inévitablement.

Tout ceci implique que, pour respecter le principe de la conservation de l'énergie et celui du « no-hair », la seule façon correcte de traiter l'énergie potentielle des trous noirs est de ne leur en attribuer aucune. Il s'agit également de la seule solution empirique permettant une excellente adéquation observationnelle.

Modèles galactiques

Afin d'évaluer si l'énergie potentielle gravitationnelle peut, à elle seule, expliquer la masse noire observée dans les galaxies, nous avons testé notre modèle théorique sur l'échantillon SPARC [20], qui comprend les données de courbes de rotation de 175 galaxies ainsi que les modèles de masse de chacune. Pour chaque point de données, l'ensemble fournit la vitesse observée V_{obs} , la contribution de la masse baryonique contenue dans le rayon orbital V_{bar} , ainsi que sa décomposition en étoiles du bulbe (V_{bul}), du disque (V_{disk}) et du gaz (V_{gas}). Ces valeurs sont utilisées pour estimer la masse contenue dans le rayon orbital (M_{bul} , M_{disk} , M_{gas}) à partir des modèles de masse. La masse noire requise M_{dark} est ensuite calculée en comparant l'accélération observée à celle prédite par la matière visible. Chaque point comprend également une estimation de l'incertitude eM_{dark} associée à la masse noire déduite.

Cet ensemble contient 3 386 points de données cinématiques, dont 3 048 (90 %) ont été retenus pour l'analyse. Les points avec des valeurs de masse noire négatives ou des erreurs négatives ont été supprimés afin de garantir la cohérence et la fiabilité. La galaxie F574-2 a été totalement exclue car elle ne possédait aucun point de données valide.

Description de l'algorithme

Pour chaque galaxie G , notre algorithme d'optimisation $f(G, \rho, P, k\sigma)$ utilise un vecteur ρ fixe de densités stellaires et des proportions stellaires $P \pm k\sigma$ pour calculer E_{dark} (l'énergie potentielle) de chaque point de données (M_{bar} , M_{dark} , eM_{dark}), avec :

$$M_{\text{bar}} = M_{\text{bul}} + M_{\text{disk}} + M_{\text{gas}}.$$

Le traitement du gaz suppose un lissage complet de son énergie potentielle par la distribution stellaire.

Le calcul de E_{dark} résulte de l'algorithme décrit précédemment (voir « estimation pratique à partir d'un histogramme stellaire »). Pour chaque point, l'erreur est donnée par :

$$\Delta_{\text{dark}} = |E_{\text{dark}} - M_{\text{dark}}|.$$

Un point est considéré comme résolu si $\Delta_{\text{dark}} < 2eM_{\text{dark}}$, c'est-à-dire si les barres d'erreur se chevauchent. Bien qu'une approche plus précise devrait inclure à la fois l'incertitude sur M_{dark} et celle sur la prédiction E_{dark} , nous considérons eM_{dark} comme la marge d'erreur effective, par simplification.

L'algorithme cherche d'abord un point qu'il puisse résoudre. Pour ce faire, il modifie légèrement la distribution P afin de minimiser Δ_{dark} à chaque pas (méthode gloutonne). La distribution résultante P' doit toujours respecter $P \pm k\sigma$. En cas d'échec, l'algorithme réessaie avec une autre distribution comportant une composante supplémentaire d'agglomération du gaz (clumping). S'il échoue encore, aucun point de la galaxie n'est résolu.

Ensuite, l'algorithme tente de résoudre les points voisins du premier point réussi, en utilisant P' , partant du principe que les points proches doivent avoir des distributions semblables. Il propage ainsi la résolution de proche en proche. Si un point échoue, il passe au suivant. Une galaxie dont tous les points sont résolus est considérée comme résolue.

Population initiale

Nous utilisons comme population initiale une distribution composée de trous noirs (BH), d'étoiles à neutrons (NS), de naines blanches (WD), de géantes rouges (RG), ainsi que des classes spectrales usuelles de la séquence principale M, K, G, F, A, B et O. Ce choix est basé sur la représentativité statistique en masse et sur la variabilité de la densité, seul facteur influençant la production de masse noire.

Dans l'Univers proche ($z \approx 0$), recensé dans SPARC, un jeu de fractions moyennes (en masse), normalisées à 1, peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \text{BH} &= 1.0 \% \pm 0.5 \% & \text{NS} &= 0.3 \% \pm 0.1 \% & \text{WD} &= 2.2 \% \pm 0.7 \% \\ \text{RG} &= 0.2 \% \pm 0.1 \% & \text{M} &= 55 \% \pm 10 \% & \text{K} &= 16 \% \pm 6 \% \\ \text{G} &= 10.5 \% \pm 5 \% & \text{F} &= 5.5 \% \pm 3 \% & \text{A} &= 5 \% \pm 2 \% \\ \text{B} &= 3 \% \pm 1 \% & \text{O} &= 1.3 \% \pm 0.5 \% \end{aligned}$$

Avec les densités moyennes usuelles (kg/m^3) suivantes :

$$\begin{aligned} \rho_{\text{NS}} &= 4 \times 10^{17} & \rho_{\text{WD}} &= 1 \times 10^9 & \rho_{\text{RG}} &= 5 \times 10^{-4} \\ \rho_{\text{M}} &= 9 \times 10^3 & \rho_{\text{K}} &= 2.4 \times 10^3 & \rho_{\text{G}} &= 1.41 \times 10^3 \\ \rho_{\text{F}} &= 1.06 \times 10^3 & \rho_{\text{A}} &= 29 & \rho_{\text{B}} &= 6.3 \\ \rho_{\text{O}} &= 5.2 \end{aligned}$$

Ces répartitions de masse stellaires correspondent à une photographie instantanée des populations observées dans les galaxies locales. Les recensements empiriques du champ proche, en particulier ceux issus de SDSS [21] et des catalogues de naines blanches [22], montrent que

la masse stellaire est dominée par les étoiles de faible masse (naines M, K et G), tandis que les rémanents compacts (WD, NS, BH) ne représentent qu’une fraction mineure, de l’ordre de quelques pourcents au total. Dans la Voie lactée, les naines M comptent pour plus de la moitié de la masse stellaire du disque, et les fractions locales en naines blanches ($\sim 2\text{--}3\%$), étoiles à neutrons ($\sim 0.1\text{--}0.3\%$) et trous noirs stellaires ($\sim 0.5\text{--}1\%$) sont toutes cohérentes avec les mesures directes. La fraction en géantes rouges reste faible ($\sim 0.1\text{--}0.5\%$), en accord avec la brièveté de cette phase évolutive. Cette configuration – forte domination des naines M/K/G et résidus compacts limités – correspond précisément à la distribution retenue pour SPARC.

La deuxième distribution utilise les mêmes proportions mais ajoute une composante d’agrégation du gaz possédant une densité $\rho_{\text{GC}} = 1.3 \times 10^{-18}$ correspondant à la densité moyenne du gaz froid. Pour établir les proportions initiales, nous avons exécuté notre algorithme pour résoudre la sous-population non résolue par la première distribution, puis nous reprenions itérativement comme distribution de départ la distribution moyenne des points résolus. Cet algorithme a convergé vers la population initiale suivante :

$$\begin{array}{lll} \text{BH} = 0.76 \% \pm 0.5 \% & \text{NS} = 0.25 \% \pm 0.1 \% & \text{WD} = 2.1 \% \pm 0.7 \% \\ \text{RG} = 0.11 \% \pm 0.1 \% & \text{M} = 67 \% \pm 10 \% & \text{K} = 16 \% \pm 6 \% \\ \text{G} = 4.8 \% \pm 5 \% & \text{F} = 3.7 \% \pm 3 \% & \text{A} = 3.1 \% \pm 2 \% \\ \text{B} = 1.6 \% \pm 1 \% & \text{O} = 0.78 \% \pm 0.5 \% & \text{GC} = 1.02 \times 10^{-13} \pm 1 \times 10^{-13} \end{array}$$

Le facteur de « clumping » étant simplement un facteur d’ajustement empirique, ces valeurs restent plausibles pour une population de disques tardifs de type « bottom-heavy ». Ce qui est effectivement le cas pour une part importante des galaxies utilisées pour créer cette distribution.

Résultats d’ajustement du modèle

Le modèle présente une excellente concordance avec les données d’observation, cette concordance varie avec le facteur k ($P \pm k\sigma$). Voici les résultats (Tableau 3) en n’utilisant que la première distribution stellaire et en ajoutant la deuxième.

TABLEAU 3 – Comparaison de la résolution en fonction du facteur k .

k	Première distribution		Avec deuxième distribution	
	Points résolus	Galaxies résolues	Points résolus	Galaxies résolues
1σ	800 (26.3 %)	24 (13.8 %)	1 086 (35.6 %)	31 (17.8 %)
2σ	1 375 (45.1 %)	77 (44.3 %)	2 935 (96.3 %)	145 (83.3 %)
3σ	1 999 (65.6 %)	105 (60.4 %)	3 001 (98.5 %)	158 (90.8 %)
4σ	2 069 (67.9 %)	109 (62.6 %)	3 005 (98.6 %)	162 (93.1 %)
5σ	2 133 (70.0 %)	113 (64.9 %)	3 020 (99.1 %)	163 (93.7 %)

Ainsi, avec une distribution 3σ , notre algorithme résout plus de 98 % des points de données et 90 % des galaxies, confirmant sans ambiguïté que l’énergie potentielle gravita-

tionnelle, générée par la distribution attendue d'étoiles, permet d'expliquer la masse noire galactique.

La sous-population résolue par la première distribution à 3σ (105 galaxies) contient très majoritairement des galaxies de types Scd / Sd / Sdm / Sm / Im / BCD avec quelques Sbc / Sc (avec une Sa et une Sb). La concentration moyenne en gaz est de 66 % avec un $M/L = 1.9$ et une étendue du disque de 2.1. Le ratio de masse noire sur la baryonique est de 4.6. Dans ce type de galaxie, le gaz est diffus et l'hypothèse lisse (sans agglomération) est parfaitement justifiable.

La sous-population résolue par la deuxième distribution à 3σ (53 galaxies) contient des galaxies de types S0 / Sa / Sab / Sb / Sbc / Sc / Scd et intersecte donc la première population seulement avec les types Sbc / Sc / Scd. La concentration moyenne en gaz est de 24 % avec un $M/L = 0.80$ et une étendue du disque de 4.9. Le ratio de masse noire sur la baryonique est de 3.3. Il s'agit typiquement de galaxies spirales intermédiaires à disque étendu. La faible concentration en gaz explique la réussite de l'ajout d'un facteur d'agglomération simple.

La dernière sous-population non résolue à 3σ (16 galaxies) contient très majoritairement des galaxies de types Sm / Im / BCD (avec une Sdm, une Scd et une Sab). Elle se retrouve donc de l'autre côté du spectre des types résolus par la deuxième distribution, soit les galaxies irrégulières. La concentration moyenne en gaz est de 72 % avec un $M/L = 5.3$ et une étendue du disque de 1.9. Le ratio de masse noire sur la baryonique est de 7.1. Il s'agit typiquement de naines / irrégulières tardives très riches en gaz. Dans ce type de galaxies, le gaz est multiphase et grumeleux (GMC, CNM) et en très forte concentration, ce qui complexifie l'ajustement du facteur d'agglomération.

FIGURE 4 – Exemple (galaxie UGC 2953) de l'énergie potentielle générée et de la concordance avec l'erreur expérimentale. L'échelle de l'axe des masses n'est pas linéaire au voisinage de l'origine, le premier point correspond à 8×10^{38} kg.

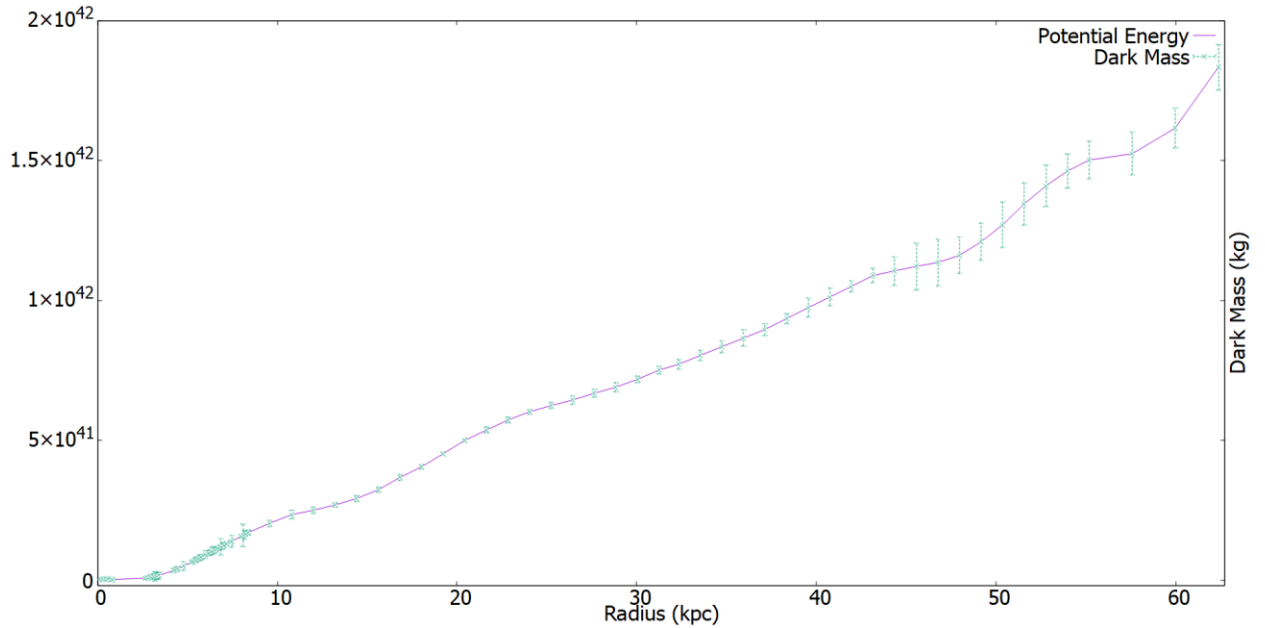
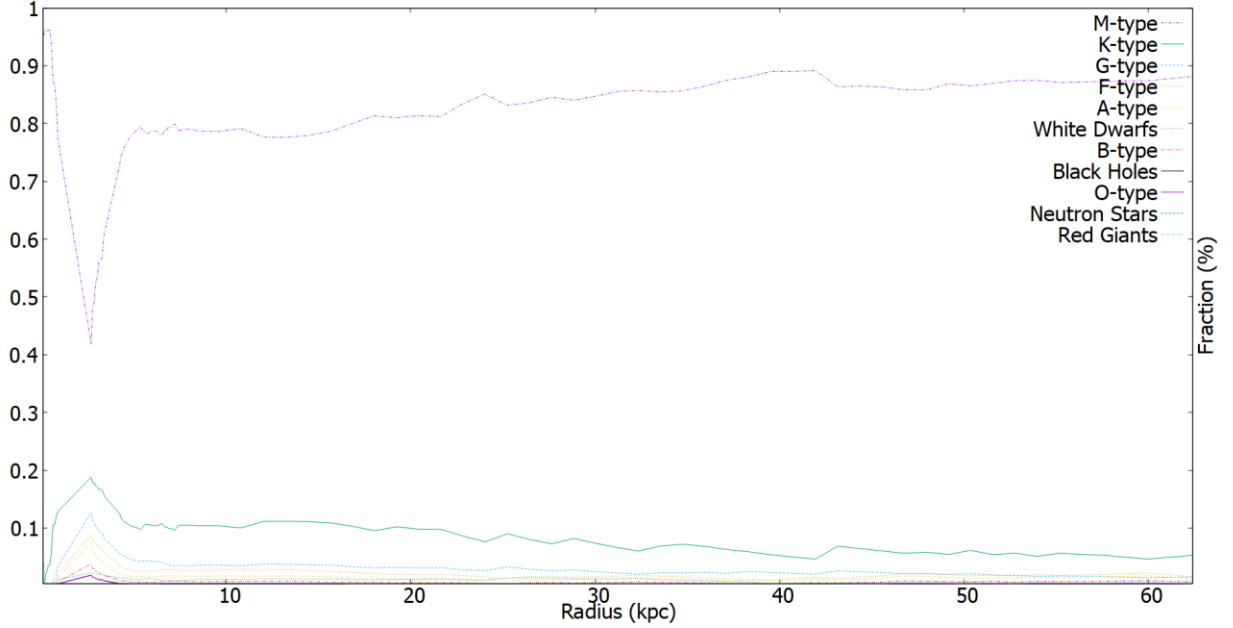


FIGURE 5 – Exemple (galaxie UGC 2953) de distribution stellaire utilisée pour générer l'énergie potentielle. Nous voyons ici la très nette variation de la population dans le bulbe et la domination à plus de 80% de la classe M.



L'analyse précédente met en évidence la sensibilité et la spécificité de notre algorithme. Bien qu'il soit possible que des distributions stellaires différentes aboutissent à des résultats similaires, les contraintes imposées apparaissent fortes. La distribution capable de reproduire correctement la masse noire observée doit donc rester proche de la distribution stellaire réelle. Certaines classes d'étoiles de densité comparable peuvent être échangées, mais les proportions entre classes de densité nettement différentes doivent être respectées. De plus, l'algorithme tend à privilégier des proportions globalement cohérentes, puisque la meilleure solution obtenue en un point donné est transmise à ses voisins. La figure 4 illustre l'adéquation entre l'énergie potentielle générée et la masse noire attendue, tandis que figure 5 montre la distribution stellaire nécessaire à cette adéquation.

Marge d'erreur

Bien que nous ayons démontré qu'une population « naturelle » d'étoiles produit effectivement l'énergie potentielle attendue, rien ne garantit qu'il ne s'agisse pas simplement d'un phénomène aléatoire. L'algorithme pourrait tout aussi bien réussir avec n'importe quelle population fictive de galaxies ne respectant pas la réalité observationnelle, ou encore avec des distributions ou des densités stellaires radicalement différentes.

En logique formelle, nous pouvons affirmer avoir démontré que le fait que l'énergie potentielle produise la masse noire constitue une condition suffisante, c'est-à-dire :

L'énergie potentielle produit la masse noire.
 $\rightarrow$
L'énergie potentielle explique la masse noire galactique.

L'évidence contre le hasard dépasse largement 5σ . En effet, si la réussite d'un point était due au hasard avec une probabilité p_0 , alors la probabilité qu'une galaxie de m points soit entièrement résolue est $\text{Pr}(\text{galaxie résolue}) = p_0^m$. Même avec une hypothèse extrêmement favorable $p_0 = 0.5$, on obtient, pour $m = 10$, $p_0^{10} = 0.5^{10} \approx 10^{-3}$, soit des taux de galaxies résolues négligeables, sans commune mesure avec nos observations ($> 90\%$ de galaxies et $> 98\%$ de points résolus). Même en ne considérant que la première distribution stellaire, nous atteignons déjà 60% de galaxies et 66% de points résolus, ce qui reste incompatible avec un mécanisme aléatoire raisonnable (il faudrait alors un p_0 proche de 1 pour élever p_0^m à 0.6 dès que $m \geq 2$). Ces ordres de grandeur rendent la thèse du hasard hautement improbable, bien au-delà du seuil usuel de 5σ . Cependant, nous n'avons pas démontré que cette relation constitue une condition nécessaire, à savoir :

L'énergie potentielle explique la masse noire galactique.
 $\rightarrow$
L'énergie potentielle produit la masse noire.

Autrement dit, nous disposons d'une hypothèse explicative de la réalité phénoménologique ; toutefois, nous ne possédons pas de démonstration indiquant que cette hypothèse soit nécessaire. Ainsi, si le monde était différent, notre hypothèse pourrait tout aussi bien expliquer ce « monde alternatif ». Ce que nous recherchons, c'est que cette hypothèse soit finement ajustée à la réalité observationnelle : si la réalité change, l'hypothèse doit également évoluer.

Dans notre cas, ce que nous appelons « notre monde » correspond aux données de SPARC ainsi qu'aux vecteurs de densité et de distribution stellaires initiaux, confirmés par l'observation ou par des théories elles-mêmes validées empiriquement. Par conséquent, nous nous concentrerons uniquement sur le comportement de l'algorithme à 3σ , résolvant 105 galaxies et 1999 points de données.

Analyse de l'efficacité

Nous cherchons à éprouver la robustesse du modèle sans modifier son espace de contraintes interne. En particulier, les densités stellaires et les proportions stellaires définissent l'espace de choix de l'algorithme ; les altérer (plus laxiste ou plus rigide) reviendrait à *changer la tâche* et fausser le stress test. Nous ne les touchons donc pas.

Nous appliquons des perturbations exogènes sur nos galaxies. Soit un catalogue :

$$\mathcal{G} = \{ (M_{\text{bar}}^{(g)}, M_{\text{dark}}^{(g)} \pm e_{\text{dark}}^{(g)}) \}_g.$$

Pour un facteur $k > 0$, nous considérons deux jeux transformés pour chaque galaxie g :

$$(i) \quad k \cdot M_{\text{bar}}^{(g)} \quad \text{et} \quad (ii) \quad k \cdot M_{\text{dark}}^{(g)} \pm k \cdot e_{\text{dark}}^{(g)}.$$

TABLEAU 4 – Scores z des galaxies par rapport au facteur d’échelle k . Une galaxie est dite résolue si tous ses points le sont. La comparaison $k = 1$ vs $k \neq 1$ est effectuée par le test de McNemar (unilatéral), dont nous reportons le z-score. Pour éviter la pseudo-réplication et déclusteriser au niveau galaxie, nous résumons chaque galaxie par son taux de points résolus $r_g(k)$, puis testons le contraste apparié $d_g(k) = r_g(1) - r_g(k)$ au moyen du *Wilcoxon signed-rank* (unilatéral). Le z-score associé est reporté pour chaque k .

Facteur k	Masse Baryonique						Masse Noire					
	Galaxies			Points			Galaxies			Points		
	#	%	z	#	%	z	#	%	z	#	%	z
1.0×10^{-12}	6	3.4 %	9.8	309	10.1 %	10.5	0	0.0 %	10.1	0	0.0 %	11.5
1.0×10^{-6}	6	3.4 %	9.8	309	10.1 %	10.5	0	0.0 %	10.1	0	0.0 %	11.5
1.0×10^{-3}	6	3.4 %	9.8	315	10.3 %	10.5	1	0.6 %	10.1	38	1.2 %	11.3
2.5×10^{-3}	6	3.4 %	9.8	332	10.9 %	10.5	2	1.1 %	10.0	91	3.0 %	11.2
5.0×10^{-3}	6	3.4 %	9.8	361	11.8 %	10.3	3	1.7 %	9.8	182	6.0 %	11.0
7.5×10^{-3}	7	4.0 %	9.7	393	12.9 %	10.2	8	4.6 %	9.3	276	9.1 %	10.8
1.0×10^{-2}	7	4.0 %	9.7	428	14.0 %	10.1	12	6.9 %	9.0	358	11.7 %	10.6
2.5×10^{-2}	12	6.9 %	9.0	855	28.1 %	8.3	29	16.7 %	7.6	659	21.6 %	9.8
5.0×10^{-2}	33	19.0 %	6.3	1 446	47.4 %	5.5	42	24.1 %	6.7	929	30.5 %	8.9
7.5×10^{-2}	51	29.3 %	4.6	1 705	55.9 %	4.4	62	35.6 %	5.0	1 093	35.9 %	8.0
1.0×10^{-1}	61	35.1 %	3.7	1 861	61.1 %	3.7	73	42.0 %	4.1	1 221	40.1 %	7.2
2.5×10^{-1}	90	51.7 %	1.4	2 377	78.0 %	0.3	102	58.6 %	0.4	1 521	49.9 %	5.4
5.0×10^{-1}	95	54.6 %	1.2	2 445	80.2 %	(2.1)	107	61.5 %	(0.2)	1 709	56.1 %	4.6
7.5×10^{-1}	99	56.9 %	1.2	2 233	73.3 %	(3.4)	107	61.5 %	(0.4)	1 863	61.1 %	3.9
1.25	104	59.8 %	-	1 826	59.9 %	4.5	104	59.8 %	-	2 103	69.0 %	(3.6)
1.75	106	60.9 %	-	1 650	54.1 %	4.9	98	56.3 %	1.3	2 272	74.5 %	(3.5)
2.5	98	56.3 %	1.1	1 484	48.7 %	5.7	95	54.6 %	1.4	2 385	78.2 %	(2.4)
5.0	57	32.8 %	5.5	1 052	34.5 %	8.2	100	57.5 %	0.5	2 500	82.0 %	(1.4)
7.5	35	20.1 %	7.2	783	25.7 %	9.5	97	55.7 %	0.7	2 445	80.2 %	(0.4)
1.0×10^1	25	14.4 %	7.9	601	19.7 %	9.9	91	52.3 %	1.3	2 382	78.1 %	0.2
2.5×10^1	3	1.7 %	9.8	170	5.6 %	11.0	74	42.5 %	2.6	2 060	67.6 %	2.6
5.0×10^1	1	0.6 %	10.1	52	1.7 %	11.3	60	34.5 %	3.7	1 842	60.4 %	3.8
7.5×10^1	1	0.6 %	10.1	30	1.0 %	11.4	51	29.3 %	4.6	1 705	55.9 %	4.4
1.0×10^2	0	0.0 %	10.1	23	0.8 %	11.4	41	23.6 %	5.5	1 591	52.2 %	4.9
2.5×10^2	0	0.0 %	10.1	10	0.3 %	11.5	21	12.1 %	7.8	1 157	38.0 %	6.8
5.0×10^2	0	0.0 %	10.1	4	0.1 %	11.5	10	5.7 %	9.3	824	27.0 %	8.6
7.5×10^2	0	0.0 %	10.1	3	0.1 %	11.5	9	5.2 %	9.4	676	22.2 %	9.2
1.0×10^3	0	0.0 %	10.1	3	0.1 %	11.5	7	4.0 %	9.7	574	18.8 %	9.5
1.0×10^6	0	0.0 %	10.1	0	0.0 %	11.5	6	3.4 %	9.8	310	10.2 %	10.5
1.0×10^{12}	0	0.0 %	10.1	0	0.0 %	11.5	6	3.4 %	9.8	309	10.1 %	10.5

Nous explorons une grille de valeurs de k couvrant plusieurs ordres de grandeur et calculons les z -scores des galaxies et des points résolus, en comparaison avec la configuration non altérée ($k = 1$). L'analyse est menée séparément pour (i) une variation exclusive de la masse baryonique et (ii) une variation exclusive de la masse noire. Les résultats correspondants sont présentés dans le Tableau 4.

Confirmation expérimentale

Ces résultats sont hautement significatifs et montrent sans ambiguïté une efficacité de résolution maximale au voisinage de $k \simeq 1$. Le z -score croît des deux côtés de 1 dès que l'on s'en écarte.

Niveau galaxie : la masse baryonique a une hausse nette du z dès $k \geq 5$ ($z \geq 5.5$) et dès $k \leq 0.1$ ($z \geq 3.7$). La masse noire a le même comportement bilatéral, avec départ dès $k \geq 25$ ($z \geq 2.6$) et dès $k \leq 0.1$ ($z \geq 4.1$).

Niveau point : la masse baryonique a une hausse du z dès $k \geq 1.25$ ($z \geq 4.5$) et dès $k \leq 0.1$ ($z \geq 3.7$). La masse noire a une hausse du z dès $k \geq 25$ ($z \geq 2.6$) et dès $k \leq 0.75$ ($z \geq 3.9$). Pris ensemble, ces seuils définissent un intervalle de tolérance robuste $k \in [0.75, 1.25]$ soit $k = 1.0 \pm 0.25$ à presque 4σ . En effet, une règle combinée naturelle consiste à multiplier les masses baryoniques et noires lorsque $k > 1$ et $k < 1$, respectivement.

La probabilité que la mantisse (1.0) contredisant l'hypothèse nulle tombe exactement dans cet intervalle est de $1/20 = 5 \%$. De plus, au regard des masses baryoniques et noires usuelles ($\gtrsim 10^{30}$ kg), l'hypothèse nulle, en restant conservateur, aurait très bien pu se vérifier pour un exposant de ± 10 soit encore $1/20$ pour un total combiné de $1/400 = 0.25 \%$.

Cependant, il ne s'agit pas d'un phénomène statistique du type « une valeur tombe dans un intervalle numérique ». La preuve vient du profil fonctionnel $z(k)$ sous des mondes alternatifs plausibles, (1) $z(k)$ pourrait être plat (aucune dépendance en k), (2) n'exhiber que de faibles ondulations sans pic près de $k = 1$, ou (3) atteindre son optimum loin de $k = 1$. Or, nos données montrent l'inverse, à savoir une croissance bilatérale de $z(k)$ quand $|\log k|$ augmente, avec un sommet au voisinage de $z(k \simeq 1)$. Il est ici difficile d'attribuer une probabilité à la contradiction de l'hypothèse nulle mais accorder un autre 5% semble conservateur. Le tout pour un total combiné de $1/8\,000$ soit plus de 3.5σ .

Ces résultats confirment expérimentalement que le modèle identifie $k \simeq 1$ comme régime physique et que toute homothétie marquée (au-dessus comme au-dessous) dégrade systématiquement la résolution. Ils corroborent ainsi l'explication par l'énergie potentielle du phénomène de la masse noire galactique.

Masse noire galactique dans le cadre cosmologique

La section précédente a montré que notre modèle de la masse noire (énergie de liaison gravitationnelle) permet de reproduire fidèlement les données galactiques individuelles issues

de l'échantillon SPARC. Il est donc naturel d'étendre cette approche à l'ensemble de l'Univers, en appliquant les mêmes principes de calcul de l'énergie potentielle stellaire, mais cette fois au travers d'une population synthétique de galaxies couvrant l'espace des masses et des densités galactiques. L'objectif étant de reproduire un facteur important de la cosmologie Λ CDM (Tableau 5) soit la masse noire galactique totale.

TABLEAU 5 – Budget de masse Λ CDM ($z \approx 0$) pour l'Univers observable. Les valeurs absolues et fractions sont dérivées des paramètres Planck 2018 (Ω_m, Ω_b, H_0) fixant $\rho_{\text{crit},0}$ et M_{tot} , puis d'une partition « galactique » (dans les halos) / « hors-halos » issue de grandes simulations (Illustris/TNG/EAGLE). Les incertitudes 1σ reflètent uniquement les erreurs cosmologiques ; les systématiques dues à la définition des halos et à la rétroaction ne sont pas incluses.

Valeurs Λ CDM			
	Description	Valeur $\pm 1 \sigma$ (kg)	Fraction $\pm 1 \sigma$
M_{gbar}	Masse baryonique galactique	$(3.196 \pm 0.122) \times 10^{52}$	3.33 % $\pm$ 0.13 %
M_{gdark}	Masse noire galactique	$(4.075 \pm 0.111) \times 10^{53}$	42.51 % $\pm$ 1.16 %
M_{ebar}	Masse baryonique extragalactique	$(1.181 \pm 0.045) \times 10^{53}$	12.32 % $\pm$ 0.47 %
M_{edark}	Masse noire extragalactique	$(4.010 \pm 0.109) \times 10^{53}$	41.84 % $\pm$ 1.14 %
M_{tot}	Masse totale	$(9.586 \pm 0.256) \times 10^{53}$	100.00 % $\pm$ 2.67 %

Pour atteindre cet objectif, nous avons développé un programme qui génère des galaxies selon une grille bidimensionnelle masse baryonique–densité moyenne. Chaque galaxie synthétique est décrite par une masse baryonique totale et une densité moyenne ρ_{gal} , dérivée d'une géométrie de disque (rayon effectif et hauteur d'échelle) où le gaz est considéré comme entièrement lissé par la distribution stellaire. Le contenu stellaire repose sur le même vecteur fixe de densités ρ que dans la section précédente, incluant les classes spectrales O–M et les résidus compacts (trous noirs, naines blanches, étoiles à neutrons et géantes rouges). Cependant, nous utilisons la population stellaire moyenne suivante, où seules les étoiles à grande variabilité de densité (BH, NS, WD, RG) disposent de bornes d'incertitude explicites pour créer les enveloppes inférieures et supérieures d'énergie potentielle. Les classes de la séquence principale (O–M) s'ajustent en proportion afin de conserver la normalisation de la population stellaire :

$$\begin{array}{lll}
\text{BH} = 0.8 \% \pm 0.19 \% & \text{NS} = 0.64 \% \pm 0.15 \% & \text{WD} = 8.0 \% \pm 2.0 \% \\
\text{RG} = 1.5 \% \pm 0.6 \% & \text{M} = 13.1 \% & \text{K} = 13.7 \% \\
\text{G} = 6.2 \% & \text{F} = 6.4 \% & \text{A} = 7.9 \% \\
\text{B} = 27.8 \% & \text{O} = 14.0 \% &
\end{array}$$

Ces répartitions de masse stellaires ne décrivent pas une photographie instantanée locale comme pour SPARC, mais une population intégrée en masse à $z \approx 0$, cohérente avec l'histoire de formation stellaire cosmique et une IMF de type Chabrier ou Kroupa [23, 24]. Des modèles de synthèse de populations tels que BC03, FSPS, Maraston et BPASS [25, 26, 27, 28, 29, 30], couplés à la SFH cosmique [31], prévoient qu'une fraction substantielle de la masse stellaire

formée à haut redshift a déjà évolué en rémanents compacts à $z = 0$. Dans ce cadre, les naines blanches dominent la masse des rémanents, tandis que les étoiles à neutrons et les trous noirs stellaires contribuent au niveau du pour-mille ($\sim 1\%$) de la masse totale, selon l'IMF et l'IFMR adoptées. Les bins de progéniteurs massifs (O et B) sont alors interprétés comme des catégories qui représentent à la fois les étoiles de courte durée de vie et la contribution cumulée de leurs descendants compacts, ce qui justifie une pondération accrue de ces composantes dans l'estimation intégrée du pipeline.

Ainsi notre programme ne fait qu'appliquer itérativement la fonction f de la sous-section « estimation pratique à partir d'un histogramme stellaire » :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta E_p = 0 \\ \textbf{for all } (M_i, N_i) \\ \qquad M_t = R_t = 0 \\ \qquad \textbf{for all } (\rho_j, P_j) \\ \qquad \qquad f(\rho_j, M_i \times P_j, M_t, R_t) \rightarrow (\Delta E_{pi}, M_t, R_t) \\ \qquad \qquad \Delta E_p = \Delta E_p + \Delta E_{pi} \times N_i \end{array} \right\} \rightarrow \Delta E_p$$

Pour chaque classe i de N_i galaxies de masse M_i , nous calculons l'énergie potentielle totale générée. On le fait pour la proportion stellaire P_j moyenne, la haute et la basse (maximisant la densité ou la minimisant). Ce qui nous donne $4.28 \times 10^{53} \text{ kg} \in [2.77 \times 10^{53} \text{ kg}, 6.06 \times 10^{53} \text{ kg}]$.

La correspondance avec la valeur ΛCDM est frappante soit 4.28×10^{53} comparativement à 4.08×10^{53} . La marge d'erreur ΛCDM est tellement faible comparativement à la nôtre que nous pouvons considérer cette valeur comme ponctuelle. La probabilité que la mantisse (4.08) contredisant l'hypothèse nulle tombe exactement dans cet intervalle est de 32 %. De plus, en restant conservateur, l'hypothèse nulle aurait très bien pu se vérifier pour un exposant de ± 10 soit 5 % pour un total combiné de 1.6 %.

Il s'agit ici d'une démonstration indépendante de SPARC du fait que l'énergie potentielle et la masse noire sont un seul et même phénomène. En effet, les valeurs des proportions utilisées sont totalement différentes ici et aucun mécanisme d'ajustement n'est réalisé. De plus, l'échelle est différente car nous sommes sur toutes les galaxies de l'Univers. La probabilité cumulée est de $1/8\,000 \times 1.6\% = 1/500\,000$ soit approximativement 4.75σ . Remarquons qu'en étant juste un peu plus laxiste et en prenant comme marge d'exposant ± 12 , nous dépassons déjà 5σ de certitude.

Masse noire extragalactique et limites newtoniennes

L'application de la dynamique newtonienne à l'échelle des galaxies individuelles demeure valable dans la mesure où les vitesses caractéristiques restent faibles et où l'expansion cosmologique ne compromet pas la liaison gravitationnelle classique. Une galaxie, ou même un petit groupe de galaxies, peut ainsi être décrite de manière satisfaisante par la loi de la gravitation universelle, sans que la dilatation de l'espace n'intervienne de façon mesurable. Cette validité locale souligne le caractère robuste de l'approximation newtonienne dans les régimes de champ faible, tant que la taille des systèmes reste limitée.

Cependant, au-delà d'un rayon de l'ordre de ~ 10 Mpc, la situation change fondamentalement, l'expansion de l'Univers introduit une accélération effective qui finit par surpasser l'énergie de liaison newtonienne entre galaxies lointaines. En termes relativistes, cette transition est bien appréhendée par le rayon de *turnaround*, R_{ta} , attendu dans un cadre de type Schwarzschild–de Sitter (Kottler) ou, de façon équivalente, dans l'effondrement sphérique newtonien avec Λ [32, 33]. Dans Λ CDM, la borne théorique maximale

$$R_{\text{ta,max}} = \left(\frac{3GM}{\Lambda c^2} \right)^{1/3}$$

offre un critère clair de la portée dynamique effective de la gravité d'un halo [32].

Pour fixer les ordres de grandeur, les *blocs de turnaround* (RG) se définissent comme les volumes maximaux dans lesquels la gravité locale l'emporte encore sur l'expansion. Leur taille et leur contenu varient fortement selon l'environnement. Dans le *champ* (galaxies isolées), la taille caractéristique du bloc est de l'ordre de ~ 3 Mpc et il ne renferme typiquement que quelques galaxies (ordre de 1–10). Les *groupes* modestes atteignent des blocs d'environ ~ 6 Mpc de côté, rassemblant en moyenne quelques dizaines de galaxies (ordre de 10–40), tandis que les *amas* possèdent des blocs pouvant dépasser ~ 10 Mpc de côté et regroupent ~ 100 –200 galaxies, avec des cas riches atteignant ~ 300 –400 et des extrêmes plus rares [34, 35]. Ces échelles et abondances sont cohérentes avec les catalogues de groupes et d'amas observés ainsi que les synthèses théoriques récentes [35].

Nous avons donc réutilisé notre population synthétique à $z = 0$, en divisant l'Univers de masse baryonique galactique 3.196×10^{52} kg (Λ CDM) en $N = 1.7045 \times 10^{14}$ galaxies. Il suffit alors de diviser N en n blocs de taille t (en nombre de galaxies) et d'évaluer l'énergie potentielle E_{block} générée par un bloc en moyenne, puis de multiplier E_{block} par n pour retrouver la valeur Λ CDM de 4.01×10^{53} kg. Cependant, chacun de ces blocs possède une fraction de l'énergie de turnaround, $E_{\text{turn}} = 6 \times 10^{43}$ kg, que nous représentons par le rapport $E_{\text{block}}/E_{\text{turn}}$.

Le principe est simple, puisque nous avons déjà compacté les étoiles de nos galaxies en boules pour produire la masse noire galactique ; il suffit maintenant de fusionner ces boules pour produire la masse noire extragalactique dans chacune des cellules de turnaround.

Avec notre algorithme, il est inutile de se préoccuper de questions telles que « le calcul de l'énergie à la frontière des cellules » ou encore « s'assurer de ne pas réaliser de double comptage ». Chaque fusion de galaxies (boules compactes de densité stellaire) conserve la masse baryonique, et l'énergie de la fusion doit être comptabilisée. Même si nous n'avons pas réalisé de fusion entre galaxies de cellules adjacentes, l'énergie intercellulaire est comptabilisée. En effet, si nous avons fusionné des galaxies de cellules adjacentes, en moyenne, le nombre de galaxies par cellule serait resté invariable, et l'état final serait identique.

Les résultats (Tableau 6) montrent que l'intervalle du nombre de galaxies par cellule (12–641) permettant de produire la masse noire extragalactique totale Λ CDM est très proche de la plage attendue (1–400). En considérant que nous avons 1.7×10^{14} galaxies dans cette simulation, la probabilité d'obtenir un tel intervalle par simple hasard est inférieure à $\sim 10\%$. De plus, la masse totale d'un bloc de turnaround (100 %) correspond à la valeur médiane

du tableau, ce qui est cohérent avec l'attente statistique. En effet, un bloc réel est constitué d'un mélange de galaxies de tailles différentes, et non d'une seule classe homogène. Le fait que la valeur de 100 % se situe ainsi au centre de la plage traduit cette propriété médiane, avec une probabilité d'occurrence inférieure à $\sim 10\%$ par simple hasard.

Ici encore, il s'agit d'un algorithme et d'un paramétrage totalement distincts, fondés sur des hypothèses physiques indépendantes de celles utilisées pour SPARC et pour l'estimation de la masse noire galactique totale. En restant très conservateur, il est possible d'ajouter un facteur $1/20$ supplémentaire à notre marge d'erreur globale, qui devient alors $(1/20)^4 \times 1.6\% \approx 1/10\,000\,000$, soit 5.4σ .

TABLEAU 6 – Tailles (en nombre de galaxies) des blocs galactiques synthétiques nécessaires à la production de la masse noire extragalactique totale (Λ CDM), et fraction de masse de turnaround associée, pour les différentes classes de masse à $z = 0$.

Classe de Masse (kg)	Fraction Univers (%)	Taille Bloc (#)	Mass Fract. Turnaround (%)	Classe de Masse (kg)	Fraction Univers (%)	Taille Bloc (#)	Mass Fract. Turnaround (%)
9.6×10^{37}	24 %	641	2 %	1.5×10^{40}	0.73 %	84	209 %
1.3×10^{38}	17 %	560	2 %	2.1×10^{40}	0.62 %	74	315 %
1.9×10^{38}	13 %	489	3 %	3.0×10^{40}	0.50 %	64	466 %
2.6×10^{38}	10 %	427	4 %	4.1×10^{40}	0.38 %	56	702 %
3.7×10^{38}	7.8 %	373	5 %	5.8×10^{40}	0.29 %	49	1 061 %
5.2×10^{38}	6.1 %	326	6 %	8.1×10^{40}	0.21 %	43	1 613 %
7.3×10^{38}	4.8 %	285	9 %	1.1×10^{41}	0.15 %	37	2 408 %
1.0×10^{39}	3.8 %	249	12 %	1.6×10^{41}	0.091 %	32	3 621 %
1.4×10^{39}	3.1 %	217	16 %	2.2×10^{41}	0.050 %	28	5 522 %
2.0×10^{39}	2.4 %	190	23 %	3.1×10^{41}	0.023 %	25	8 608 %
2.8×10^{39}	2.0 %	166	32 %	4.4×10^{41}	0.0085 %	21	12 613 %
3.9×10^{39}	1.6 %	145	46 %	6.1×10^{41}	0.0021 %	19	19 960 %
5.5×10^{39}	1.4 %	127	66 %	8.6×10^{41}	0.0003 %	16	29 377 %
7.7×10^{39}	1.1 %	111	97 %	1.2×10^{42}	0.0000 %	14	44 980 %
1.1×10^{40}	0.9 %	97	143 %	1.7×10^{42}	0.0000 %	12	67 478 %

Le champ de masse-énergie gravitationnelle

Pour comprendre comment l'énergie potentielle gravitationnelle — interprétée ici comme masse noire — affecte les courbes de rotation galactiques, nous devons d'abord considérer la distribution spatiale de cette masse-énergie. Contrairement à la matière baryonique, cette composante invisible n'est pas localisée dans des particules discrètes mais est au contraire distribuée de manière continue dans le champ gravitationnel.

L'invisibilité et l'intangibilité persistantes de cette forme de masse-énergie présentent un défi conceptuel. Cependant, cette difficulté n'est pas entièrement nouvelle. Comme le note Leon Brillouin [37, 36] :

« Toute énergie possède une masse, mais il semble qu'on ait omis de discuter le cas de l'énergie potentielle. Les fondateurs de la Relativité n'en parlent guère. En fait l'énergie correspondante est répandue dans tout l'espace, et la masse n'en peut être exactement localisée. La symétrie de la distribution suggère de diviser la masse entre les diverses particules en interaction. Il faut donc, dès la Relativité classique, réviser les valeurs des masses. Bien avant les quanta, la renormalisation est indispensable (et fut omise) dans la Relativité d'Einstein. »

L'intuition de Brillouin souligne une omission théorique majeure dans la relativité classique, l'équivalence masse-énergie de l'énergie potentielle est spatialement distribuée et ne peut être attribuée à un point unique. Cela concorde avec notre interprétation, l'énergie potentielle gravitationnelle d'un système se manifeste comme un champ de masse-énergie étendu et non local. En tant que tel, le champ lui-même contribue à la courbure de l'espace-temps, produisant les effets dynamiques attribués à la masse noire.

Proportionnalité du champ et localisation de la masse noire

Bien que le problème de la masse associée à l'énergie potentielle gravitationnelle ait été clairement formulé par Brillouin dès 1952, il n'a pas reçu de traitement satisfaisant ni en physique classique ni en relativité. Dans ce travail, nous postulons que la masse stockée dans le champ gravitationnel est directement proportionnelle à l'intensité du champ en un point donné.

Soit $\Phi(E_a)$ la contribution du champ gravitationnel due à une masse noire E_a en position a , et $\Phi(M_a)$ le champ produit par une masse baryonique M_a en ce même point. De même, en position b , soient $\Phi(M_b)$ et $\Phi(E_b)$, qui désignent respectivement les composantes baryonique et noire du champ. Nous supposons la relation de proportionnalité suivante :

$$\frac{\Phi(E_b)}{\Phi(E_a)} = \frac{\Phi(M_b)}{\Phi(M_a)}$$

En utilisant l'expression standard du champ produit par une masse ponctuelle,

$$\Phi(M) \propto \frac{M}{R}$$

où R est le rayon caractéristique ou la distance à la source, nous obtenons :

$$\frac{\Phi(M_b)}{\Phi(M_a)} = \frac{M_b R_a}{M_a R_b} \quad \text{et} \quad \frac{\Phi(E_b)}{\Phi(E_a)} = \frac{E_b R_a}{E_a R_b}$$

En égalant les deux rapports, on obtient :

$$\frac{E_b R_a}{E_a R_b} = \frac{M_b R_a}{M_a R_b}$$

ce qui se simplifie en :

$$\frac{E_b}{E_a} = \frac{M_b}{M_a} \quad \Rightarrow \quad E_b = E_a \cdot \frac{M_b}{M_a}$$

Cette relation fournit une règle simple mais puissante : la masse noire locale est proportionnelle à la masse baryonique locale, en supposant que l'intensité du champ gravitationnel gouverne la distribution de la masse-énergie stockée dans le champ.

Contributions des composantes à la production de masse noire

Dans le contexte galactique, la production de masse noire induite gravitationnellement doit être analysée composante par composante, car chaque contributeur baryonique présente une efficacité différente dans la génération d'énergie potentielle. En pratique, les données observationnelles disponibles séparent généralement la masse baryonique en au moins deux composantes, la masse du gaz et la masse du disque stellaire.

Si la composante gazeuse contribue à une masse noire E_{gas} à partir d'une masse baryonique M_{gas} située au point a , et si le disque stellaire contribue à une masse noire E_{disk} à partir d'une masse baryonique M_{disk} également située au point a , nous calculons leurs contributions relatives à la masse noire totale induite gravitationnellement au point b , où des masses baryoniques locales m_{gas} et m_{disk} sont présentes. Celles-ci peuvent être exprimées comme :

$$e_{\text{gas}} = \frac{E_{\text{gas}} m_{\text{gas}}}{M_{\text{gas}}}, \quad e_{\text{disk}} = \frac{E_{\text{disk}} m_{\text{disk}}}{M_{\text{disk}}}$$

La contribution totale au point b est alors $e_{\text{tot}} = e_{\text{gas}} + e_{\text{disk}}$.

Cependant, cette division reste simpliste. Comme montré précédemment, l'énergie potentielle gravitationnelle varie considérablement selon le type stellaire (par exemple, naines rouges, géantes rouges, naines blanches, trous noirs). Un traitement plus précis nécessiterait de diviser la masse baryonique en plusieurs catégories, chacune ayant une masse et une densité distinctes. Ces variations déterminent l'énergie de liaison gravitationnelle et donc la quantité de masse noire effectivement « générée » par chaque catégorie. Un modèle grossier à deux composantes peut servir d'approximation, mais une modélisation plus détaillée est essentielle pour plus de précision.

Modèle à deux composantes avec un seul paramètre d'ajustement

En l'absence d'informations détaillées sur les sous-populations stellaires, nous limitons notre analyse aux deux composantes baryoniques dominantes généralement disponibles dans les données observationnelles, le gaz et le disque stellaire. Leurs contributions respectives à la masse noire induite gravitationnellement sont modélisées à l'aide d'un unique paramètre libre f , qui représente la fraction de E_{dark} attribuée à la composante gazeuse.

La masse noire totale modélisée s'exprime alors comme :

$$E_{\text{dark}} = E_{\text{gas}} + E_{\text{disk}} = f E_{\text{dark}} + (1 - f) E_{\text{dark}}$$

À partir de cela, nous définissons les contributions relatives pour chaque point de données :

$$e_{\text{gas}} = \frac{f E_{\text{dark}} m_{\text{gas}}}{M_{\text{gas}}}, \quad e_{\text{disk}} = \frac{(1 - f) E_{\text{dark}} m_{\text{disk}}}{M_{\text{disk}}}$$

où :

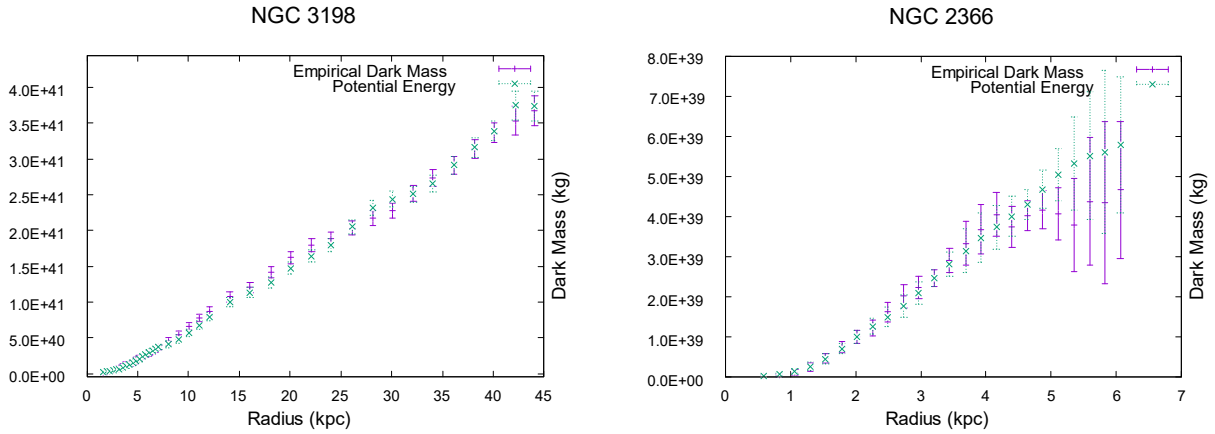
- $E_{\text{dark}}, M_{\text{gas}}, M_{\text{disk}}$ sont des valeurs mesurées au rayon médian de la galaxie.
- $e_{\text{dark}}, m_{\text{gas}}, m_{\text{disk}}$ sont des valeurs mesurées au point de données.

Le paramètre f est optimisé une fois par galaxie et appliqué uniformément à tous les points de données. Malgré sa simplicité, ce modèle reproduit la masse noire observée dans la marge d'erreur pour 76 des 175 galaxies de l'échantillon SPARC — soit 43 % de l'ensemble des données.

Pour rester conservateur dans notre analyse de l'erreur, nous attribuons à chaque valeur calculée e_{tot} la même incertitude que celle de la masse noire observée correspondante e_{dark} .

Les figures 6a et 6b illustrent des exemples représentatifs de galaxies bien ajustées par ce modèle à deux composantes avec un seul paramètre.

FIGURE 6 – Exemples de galaxies bien ajustées par le modèle à deux composantes avec un seul paramètre.



(a) Contributions stellaires et gazeuses ajustées pour NGC 3198.

(b) Contributions stellaires et gazeuses ajustées pour NGC 2366.

Raffinement incrémental du modèle à deux composantes

Il est possible d'améliorer la précision du modèle en introduisant des paramètres f supplémentaires, chacun associé à une région radiale distincte de la galaxie. Ces paramètres permettent de faire varier spatialement la pondération relative entre les contributions du gaz et du disque stellaire, améliorant ainsi l'ajustement au profil de masse noire observé.

Pour chaque segment, la mise à l'échelle est effectuée en utilisant le milieu du segment comme référence locale, avec ses propres valeurs de $E_{\text{dark}}, M_{\text{gas}}, M_{\text{disk}}$. Cela garantit que le calcul au sein de chaque région reste physiquement cohérent et correctement normalisé.

En utilisant deux paramètres f , nous obtenons des ajustements sans erreur pour 29 galaxies supplémentaires. En autorisant trois paramètres f , nous obtenons 6 galaxies supplémentaires avec des ajustements parfaits. Au total, cette approche fournit des solutions sans erreur pour 111 des 175 galaxies, soit environ 63 % de l'échantillon SPARC.

La capacité à reproduire les distributions de masse noire observées pour une fraction aussi importante de galaxies — en utilisant uniquement la masse baryonique locale et le ratio de masse noire entre différents points, interprété comme de l'énergie potentielle stockée dans le champ gravitationnel — soutient fortement l'existence d'une relation directe et physiquement signifiante entre la masse baryonique et la masse noire inférée. Cela renforce l'hypothèse centrale selon laquelle l'énergie potentielle gravitationnelle, lorsqu'elle est modélisée correctement, rend compte de la soi-disant matière noire sans nécessiter de matière.

Les implications cosmologiques

Dans les modèles précédents de calcul de l'énergie potentielle gravitationnelle des systèmes autogravitants (galaxies, amas, etc.), le terme d'interaction directe à grande échelle entre corps éloignés a été considéré comme négligeable (voir la section « l'énergie potentielle des systèmes célestes »). Ce terme, de la forme $-GmM/d$, où d peut être interprété comme la distance moyenne entre corps, est en effet extrêmement faible à l'échelle stellaire. Toutefois, à l'échelle cosmologique, et en le sommant sur l'ensemble des corps de l'univers, sa contribution devient significative.

Considérons un ensemble de n masses ponctuelles de masse m , séparées en moyenne par une distance d , pour une masse totale $M_n = nm$. La somme des interactions entre chaque masse et l'ensemble des précédentes donne une énergie potentielle :

$$\Delta E_{\text{dil}} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{-GmM_i}{d} = -\frac{Gm^2}{d} \sum_{i=1}^{n-1} i = -\frac{Gm^2}{d} \cdot \frac{n(n-1)}{2} \approx -\frac{GM_n^2}{2d} \quad (\text{pour } n \gg 1)$$

Cette énergie décrit l'état « dilué » de l'univers, une configuration de masses faiblement liées à grande distance. En intégrant ce terme à notre équation de l'énergie potentielle on obtient :

$$\Delta E_p = \frac{3G}{5} \left(\frac{M_n^2}{R_n} - \frac{5M_n^2}{6d} - n\frac{m^2}{r} \right) \approx GM_n^2 \left(\frac{3}{5R_n} - \frac{1}{2d} \right)$$

Pression émergente

Une observation cruciale est que R est fixé (déterminé par la compacité et la densité choisie), tandis que d augmente avec l'expansion cosmique. Par conséquent, l'énergie potentielle gravitationnelle ΔE_p augmente avec d (et donc avec le volume V) :

$$\frac{d\Delta E_p}{dV} > 0 \quad \Rightarrow \quad P = -\frac{d\Delta E_p}{dV} < 0$$

Ce résultat est interprété comme une pression gravitationnelle négative, qui ne provient pas d'un champ scalaire exotique, mais de l'évolution géométrique d'un champ gravitationnel structuré. Lorsque l'espace se dilate, les interactions gravitationnelles de fond s'affaiblissent, entraînant une énergie potentielle croissante. Sa dérivée négative, par rapport au volume,

se manifeste comme une pression répulsive effective — une source naturelle d'expansion accélérée. Cette pression peut s'exprimer en fonction du volume cosmique V , en supposant que R reste constant (la structure galactique est supposée stable), et que $d = (3V/4\pi)^{1/3}$:

$$\Delta E_p(V) = GM^2 \left(\frac{3}{5R} - \frac{1}{2(3/4\pi)^{1/3}V^{1/3}} \right)$$

La pression effective correspondante est :

$$P(V) = -\frac{d\Delta E_p}{dV} = -GM^2 \cdot \frac{1}{2(3/4\pi)^{1/3}} \cdot \frac{1}{3}V^{-4/3} = -\frac{GM^2}{6(3/4\pi)^{1/3}V^{4/3}}$$

Pour evaluer les implications cosmologiques de cette pression effective, on l'insere dans les equations de Friedmann. En supposant un univers spatialement plat ($k = 0$) :

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho(V) + \frac{3P(V)}{c^2} + 2\rho_{\text{rad}}(V) \right) + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

avec :

$$\rho_{\text{rad}}(V) = \frac{M_{\text{rad}}}{V_0} \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-4/3} = M_{\text{rad}} \frac{V_0^{1/3}}{V^{4/3}}, \quad P_{\text{rad}}(V) = \frac{1}{3} \rho_{\text{rad}}(V) c^2$$

Ce qui permet d'obtenir :

$$\frac{\ddot{V}}{V} = -\frac{A}{V} + \frac{B-C}{V^{4/3}} + \frac{2}{3} \left(\frac{\dot{V}}{V} \right)^2 + \Lambda c^2 \quad V(a) = V_0 a^3$$

avec :

$$A = 4\pi G M_{\text{dust}}, \quad B = \frac{4\pi G^2}{K c^2} M_{\text{gal}}^2, \quad C = 8\pi G M_{\text{rad}} V_0^{1/3}, \quad K = \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/3}$$

Pression émergente négligeable

(i) B vs. A :

$$\frac{B/V^{4/3}}{A/V} = \frac{G M_{\text{gal}}^2}{K c^2 M_{\text{dust}}} \frac{1}{V_0^{1/3}} \frac{1}{a}$$

À l'époque présente ($a = 1$) et avec $M_{\text{gal}} = 8.70 \times 10^{52} \text{ kg}$, $M_{\text{dust}} = 9.60 \times 10^{53} \text{ kg}$, $V_0^{1/3} = (4\pi/3)^{1/3} R_{\text{ref}}$, $R_{\text{ref}} \simeq 5.149 \times 10^{26} \text{ m}$, on obtient :

$$\left[\frac{B/V^{4/3}}{A/V} \right]_{a=1} \simeq 1.1 \times 10^{-2}$$

Comme le rapport $\propto a^{-1}$, il faudrait descendre à $a_* \sim 1.1 \times 10^{-2}$ ($z \sim 90$) pour que B rivalise avec A . Dans tout le domaine d'intérêt ($z \lesssim 10$), B reste $\lesssim 1 \%$ de A (et $\ll \Lambda c^2$), donc numériquement négligeable.

(ii) B vs. C :

$$\frac{C/V^{4/3}}{B/V^{4/3}} = \frac{C}{B} = \frac{2Kc^2}{G} \frac{M_{\text{rad}} V_0^{1/3}}{M_{\text{gal}}^2}$$

Les deux termes $B/V^{4/3}$ et $C/V^{4/3}$ ont la même dépendance en a^{-4} , de sorte que leur ratio est constant.

En « univers normal » (radiation standard), $\Omega_{r0} \simeq 9 \times 10^{-5}$ et $\rho_{c0} \simeq 8.66 \times 10^{-27} \text{ kg m}^{-3}$ donnent $M_{\text{rad}} = \Omega_{r0} \rho_{c0} V_0 \simeq 4.5 \times 10^{50} \text{ kg}$. Avec $V_0^{1/3} \simeq 5.149 \times 10^{26} \text{ m}$ et $M_{\text{gal}} = 8.70 \times 10^{52} \text{ kg}$ on trouve :

$$\frac{C}{B} \simeq 5 \times 10^{-2} \ll 1$$

c'est-à-dire que l'énergie potentielle gravitationnelle noire C aujourd'hui ; $C < B \ll A$, Λc^2 . Le seuil pour que C « noie » B s'obtient en imposant $C \gtrsim B$, ce qui exige :

$$M_{\text{rad}} \gtrsim \frac{G}{2Kc^2} \frac{M_{\text{gal}}^2}{V_0^{1/3}} \simeq 9 \times 10^{51} \text{ kg}$$

Soit $\gtrsim 20$ fois la radiation standard. Autrement dit, *dans un univers standard*, C ne domine jamais B . Il n'existe pas d'époque où C et B sont tous deux assez gros pour être distingués par des observables.

L'hypercoïncidence cosmologique

Bien que la pression issue de l'énergie potentielle soit négligeable, un autre phénomène, celui de la décroissance de la masse noire en fonction du redshift z , demeure critique. En effet, la production de masse noire galactique diminue systématiquement avec l'augmentation de z , simplement parce qu'il existe moins d'étoiles rémanentes denses dans le passé. L'énergie potentielle générée n'atteint donc qu'une fraction décroissante de la valeur attendue (Tableau 7).

Nous voyons ainsi immédiatement la nature de l'*hypercoïncidence cosmologique* : bien que l'énergie potentielle permette de reproduire avec une signification statistique supérieure à 5σ la masse noire à $z = 0$, elle échoue systématiquement à haut z .

TABLEAU 7 – Fraction de la masse noire galactique Λ CDM attendue ($4.075 \times 10^{53} \text{ kg}$) en fonction du redshift z .

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DM	100 %	96 %	88 %	77 %	62 %	41 %	27 %	21 %	15 %	12 %	11 %

Nous pourrions espérer que le phénomène soit compensé par la masse noire extragalactique. En réalité, la situation est encore plus contraignante, car la masse d'un bloc de turnaround est fixée en relativité générale par la métrique de Kottler (ou Schwarzschild–de Sitter), ce qui impose un rayon maximal de turnaround donné par :

$$R_{\text{ta,max}} = \left(\frac{3GM}{\Lambda c^2} \right)^{1/3}$$

Or, à haut redshift, l'expansion n'est plus dominée par Λ mais par la densité de matière croissant comme $(1+z)^3$. Cela réduit le rayon de turnaround effectif et, par conséquent, la masse contenue dans chaque cellule. Ainsi, on passe naturellement d'une valeur typique de 6×10^{43} kg à $z = 0$ à environ 3×10^{43} kg à $z = 1$. Ce qui entraîne une décroissance drastique de l'énergie potentielle extragalactique possible (Tableau 8).

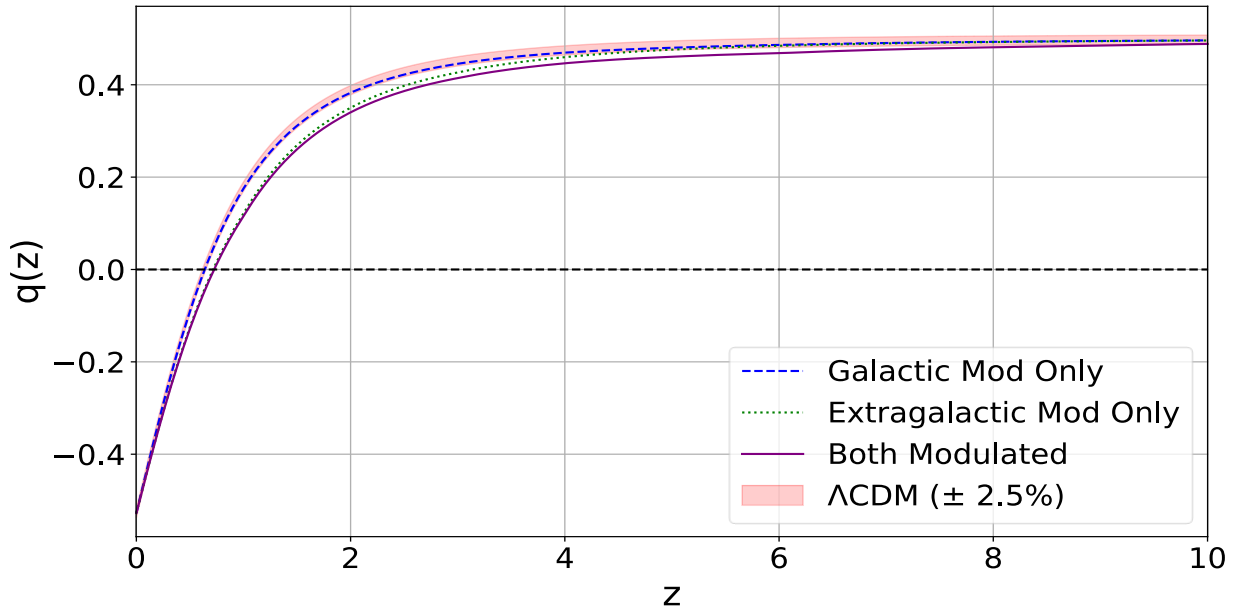
TABLEAU 8 – Fraction de la masse noire extragalactique Λ CDM attendue (4.01×10^{53} kg) en fonction du redshift z .

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DM	100 %	53 %	34 %	19 %	12 %	10 %	5 %	4 %	3 %	2 %	2 %

Évidemment, une telle réduction de la masse au cours de l'évolution cosmologique induit une accélération marquée qui serait parfaitement détectable (Figure 7). De plus, une telle décroissance de la masse noire extragalactique apparaît fortement incompatible avec les modèles actuels de formation des grandes structures.

La quantité de masse noire extragalactique attendue à l'échelle cosmologique est de l'ordre de 4×10^{53} kg, ce qui correspond à la fraction de ~ 26 – 27 % de la densité critique universelle déduite du modèle Λ CDM. Cette estimation est cohérente avec les analyses globales indiquant que la matière noire constitue environ 84 % de toute la matière, contre seulement 16 % pour la matière baryonique [38]. La présence d'une telle masse noire est essentielle pour comprendre la dynamique gravitationnelle à grande échelle et la formation hiérarchique des structures [39].

FIGURE 7 – Courbe du paramètre de décélération $q(z)$ avec variation de la masse noire (énergie potentielle) en fonction du z comparée au modèle Λ CDM.



Réconciliation de la relativité générale avec la thermodynamique

Notre cadre théorique rencontre une difficulté fondamentale, il décrit avec précision l'époque actuelle, mais ne reproduit pas de manière satisfaisante l'évolution passée. Un second point touche au premier principe de la thermodynamique. En relativité générale, la conservation *locale* est garantie par $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$, mais l'énergie *globale* n'est pas définie en général faute de symétrie temporelle (pas de champ de Killing timelike dans un univers en expansion), ainsi que le formalise le théorème de Noether. Autrement dit, l'absence de conservation globale ne contredit pas la RG, elle en est une conséquence géométrique.

Afin de réconcilier la dynamique gravitationnelle avec un principe de conservation global, nous introduisons un axiome de conservation étendue de l'énergie quasi-locale, où les variations d'énergie potentielle gravitationnelle sont compensées par une énergie de vide à travers une constante cosmologique effective variable. Écrite en termes covariants, cette hypothèse correspond à une évolution de Λ telle que :

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = -\frac{c^4}{8\pi G} \nabla^\nu \Lambda \quad \Longleftrightarrow \quad \nabla_\mu (T^{\mu\nu} + T_{(\Lambda)}^{\mu\nu}) = 0$$

avec $T_{(\Lambda)}^{\mu\nu} = -\frac{\Lambda c^4}{8\pi G} g^{\mu\nu}$. Dans un volume comobile, on impose alors une conservation globale :

$$\frac{d}{dt} (E_{\text{pot}} + E_\Lambda) = 0, \quad E_\Lambda \equiv \rho_\Lambda c^2 V, \quad \rho_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{8\pi G}$$

ce qui autorise des échanges régulés entre énergie potentielle gravitationnelle et énergie du vide. Un tel schéma vise à résoudre simultanément (i) la tension thermodynamique apparente et (ii) la “coïncidence” cosmologique, tout en respectant la cohérence covariante du formalisme.

Conservation étendue et échange avec le vide — On postule que la dynamique inclut une énergie du vide effective $\rho_\Lambda(t) = \Lambda(t)c^2/(8\pi G)$ qui échange de l'énergie avec la masse noire (DM). Au niveau covariant :

$$\nabla_\mu (T_{\text{dm}}^{\mu\nu} + T_{\text{b}}^{\mu\nu} + T_{(\Lambda)}^{\mu\nu}) = 0, \quad T_{(\Lambda)}^{\mu\nu} = -\frac{\Lambda c^4}{8\pi G} g^{\mu\nu}$$

Dans un FLRW homogène et isotrope, ceci donne les équations de continuité couplées :

$$\dot{\rho}_{\text{dm}} + 3H\rho_{\text{dm}} = +Q, \quad \dot{\rho}_\Lambda = -Q$$

où Q encode l'échange d'énergie (positif si le vide fournit de l'énergie à la DM). Si l'on impose un rapport constant :

$$r \equiv \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{\text{dm}}} = \kappa = \text{constante} > 0$$

alors $\rho_\Lambda = \kappa \rho_{\text{dm}}$ et le système devient :

$$(1 + \kappa) \dot{\rho}_{\text{dm}} + 3H\rho_{\text{dm}} = 0 \implies \rho_{\text{dm}}(a) = \rho_{\text{dm},0} a^{-3/(1+\kappa)} \quad \rho_\Lambda(a) = \kappa \rho_{\text{dm}}(a)$$

Le couplage correspondant est $Q = -\dot{\rho}_\Lambda = \kappa \dot{\rho}_{\text{dm}} = -\frac{3\kappa}{1+\kappa} H\rho_{\text{dm}}$. Ainsi, l'énergie du vide reste du même ordre de grandeur que la DM à tout z (contrainte “hypercoïncidence”).

Condition de turnaround et masse de bloc — Au voisinage d'un système lié, la métrique de Kottler (Schwarzschild–de Sitter) donne l'équilibre radial (test non relativiste) :

$$\ddot{R} = -\frac{GM}{R^2} + \frac{\Lambda_{\text{eff}}c^2}{3}R$$

Le rayon de turnaround R_{ta} satisfait $\ddot{R} = 0$, d'où :

$$R_{\text{ta}}^3 = \frac{3GM}{\Lambda_{\text{eff}}c^2}$$

On définit la masse de turnaround du bloc par $M_{\text{ta}} \equiv M(R_{\text{ta}})$. Dans le scénario standard (Λ constante, croissance hiérarchique), $M_{\text{ta}}(z)$ varie fortement avec z . Ici, on impose la contrainte :

$$\frac{M_{\text{ta}}(z)}{\Lambda_{\text{eff}}(z)} = \frac{M_{\text{ta}}(0)}{\Lambda_{\text{eff}}(0)} = \text{constante}$$

de sorte que, pour un R_{ta} de référence (ou une normalisation à $z = 0$) :

$$M_{\text{ta}}(z) = M_{\text{ta}}(0) \quad (\text{constante})$$

Autrement dit, la variation de $\Lambda_{\text{eff}}(z)$ compense l'évolution qui, en ΛCDM , ferait varier M_{ta} . On fixe la normalisation par $M_{\text{ta}}(0) = 6.0 \times 10^{43}$ kg et on choisit $\Lambda_{\text{eff}}(z)$ de façon à maintenir $M_{\text{ta}}(z) = M_{\text{ta}}(0)$.

Cohérence globale (quasi-locale) — Dans un volume comobile V , on pose une conservation globale étendue :

$$\frac{d}{dt}(E_{\text{pot}} + E_{\Lambda}) = 0, \quad E_{\Lambda} \equiv \rho_{\Lambda}c^2V$$

où E_{pot} est l'énergie potentielle gravitationnelle quasi-locale (p.ex. terme de Brown–York à surface fixée). En notant $dE_{\text{pot}} = -dE_{\Lambda}$, on retrouve au niveau des densités la relation $\dot{\rho}_{\Lambda} = -Q$ ci-dessus, ce qui rend cohérente la compensation à travers $\Lambda_{\text{eff}}(z)$ et garantit (i) un rapport $\rho_{\Lambda}/\rho_{\text{dm}}$ constant (hypercoïncidence) et (ii) une masse de turnaround constante $M_{\text{ta}}(z) \equiv M_{\text{ta}}(0)$, donc une valeur fixe (ici 6.0×10^{43} kg) à tous les redshifts.

Réconciliation avec l'histoire cosmologique

Puisque la masse de turnaround reste fixée à sa valeur de $z = 0$, soit 6.00×10^{43} kg, un phénomène remarquable apparaît, la masse noire extragalactique demeure elle aussi constante. Ainsi, même si notre algorithme de fusion met en évidence, à différents z , des écarts énergétiques importants au niveau des galaxies individuelles, ces écarts s'annulent dès que l'on considère la fusion de groupes de galaxies. En effet, si la variation de densité stellaire engendre localement des différences significatives, la fusion complète des étoiles d'une galaxie conduit à des boules compactes dont les densités restent assez semblables quel que soit z , la proportion d'étoiles très denses étant minoritaire. Il est donc naturel que la fusion de boules de densités voisines génère des masses noires comparables. Par conséquent, on retrouve les

mêmes cellules de turnaround à tout redshift (Tableau 6). Cependant, puisque la masse noire extragalactique (M_{edark}) reste constante et que la masse noire galactique (M_{gdark}) décroît avec l’augmentation du redshift, le ratio des deux $M_{\text{gdark}}/M_{\text{edark}}$ décroît lui aussi avec z (Tableau 9).

TABLEAU 9 – Évolution du ratio $M_{\text{gdark}}/M_{\text{edark}}$ en fonction du redshift.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{M_{\text{gdark}}}{M_{\text{edark}}}$	102 %	98 %	90 %	78 %	63 %	42 %	28 %	22 %	15 %	12 %	10 %

Nous pourrions croire que ceci devrait entraîner une apparente incohérence avec le modèle standard Λ CDM ; pourtant, ce n’est pas le cas et ce cadre offre une explication naturelle de plusieurs phénomènes. Dont voici une liste non exhaustive :

Les tensions actuelles proviennent moins de la quantité totale de matière noire que de sa partition entre composantes liées aux halos galactiques et réservoirs extragalactiques diffus. De nombreuses simulations hydrodynamiques de référence (Illustris, EAGLE, TNG) ont tendance à concentrer une fraction trop importante de masse et de baryons au sein des galaxies centrales, ce qui se traduit par une surproduction stellaire et, corrélativement, par un réservoir de gaz chaud diffus sous-estimé à l’échelle des groupes, amas et filaments [46, 45, 47, 48, 49]. Or, côté observations, les bilans baryoniques dérivés des absorptions UV/X, du SZ et des rayons X convergent vers une image où la masse baryonique extragalactique (CGM/ICM + IGM chaud/WHIM) domine largement à $z = 0$ [40, 41, 42, 44], en accord avec les contraintes cosmologiques globales [43]. Cette dissymétrie observation/simulation suggère que le *ratio galactique/extragalactique* est systématiquement *surestimé* dans les modèles numériques actuels.

Réduire le ratio $M_{\text{gdark}}/M_{\text{edark}}$ atténue simultanément plusieurs de ces tensions. D’un point de vue dynamique, une redistribution de la masse noire vers l’environnement mésoéchelle (groupes/filaments) renforce le potentiel gravitationnel à $\sim 0.5\text{--}3$ Mpc tout en desserrant l’emprise au centre des galaxies, ce qui limite la capture de gaz froid et la surformation stellaire [47, 48]. Du point de vue thermodynamique des baryons, un réservoir extragalactique plus massif confine et soutient plus naturellement le CGM/ICM/IGM chaud, rapprochant les inventaires observés (HST/COS, SZ, rayons X) des budgets attendus [40, 41, 44]. Enfin, du point de vue cosmographique, des environnements plus lourds stabilisent la physique du turnaround sur l’histoire cosmique, en évitant une chute trop rapide de la masse extragalactique efficace à haut redshift, tout en laissant la composante galactique diminuer avec z comme le suggèrent les données.

Ce schéma entraîne des signatures observables cohérentes. Un environnement extragalactique plus dominant implique un terme deux-halos et un cisaillement gravitationnel plus marqués à l’échelle méso, des signaux SZ/kSZ plus forts dans les ponts entre halos et le long des filaments, ainsi que des masses CGM/ICM accrues compatibles avec les mesures d’absorption et de diffusion [44, 40, 41]. Il préserve l’ossature Λ CDM globale (CMB/BAO/large-scale structure), tout en réajustant la partition de la masse noire aux échelles où les tensions apparaissent. En ce sens, un ratio $M_{\text{gdark}}/M_{\text{edark}}$ plus faible offre une explication unifiée des divergences locales et mésoéchelles sans compromettre les succès cosmologiques de fond.

Conclusion

L’objectif de cet article était de démontrer que le phénomène communément désigné comme « matière noire » peut être entièrement expliqué par l’énergie potentielle gravitationnelle. Par une approche à la fois théorique et empirique, nous avons montré que l’énergie potentielle engendrée par les interactions gravitationnelles — en particulier appliquée à des systèmes comme Terre–Lune ou Terre–Soleil — est loin d’être négligeable et doit être considérée comme une quantité réelle et physique.

En utilisant des modèles théoriques simplifiés, nous avons établi que cette énergie potentielle, une fois convertie via la relation d’équivalence masse-énergie $E = mc^2$, entraîne des contributions du même ordre de grandeur que la masse noire inférée des courbes de rotation galactiques.

Nous avons ensuite confronté notre modèle théorique à un important corpus de données observationnelles et obtenu un excellent ajustement, malgré les hypothèses simplificatrices nécessaires. Ce succès empirique constitue une condition nécessaire à la validation du modèle : l’énergie potentielle gravitationnelle prédite par la distribution de la masse baryonique doit être suffisante pour rendre compte de la masse noire observée. Nos résultats montrent que cette condition est remplie sur une large gamme de types galactiques.

Nous avons ensuite étendu notre modèle en appliquant le principe de proportionnalité causale — à savoir que des distributions de masse identiques et du même type doivent produire des effets proportionnellement identiques. Si une masse baryonique M , composée d’étoiles d’un type donné (par exemple, des étoiles de masse solaire), produit une masse noire correspondante E , alors une sous-composante de masse m engendrera une masse noire :

$$e = \frac{Em}{M}$$

Exprimée en champ gravitationnel, cela implique que la distribution spatiale de la masse noire suit celle de la masse baryonique — à condition que la composition (types stellaires, fraction de gaz) demeure homogène. Ceci correspond directement à la corrélation empiriquement observée entre les profils baryoniques et ceux de la masse noire [50, 51], mais ici elle surgit naturellement comme conséquence de la structure du champ gravitationnel, sans recourir à une hypothèse phénoménologique.

Ainsi, l’hypothèse que la masse noire soit générée par l’énergie potentielle gravitationnelle permet non seulement d’en expliquer l’ordre de grandeur, mais fournit également une explication fondamentale de sa distribution spatiale. Ce qui semblait auparavant mystérieux — l’alignement entre matière baryonique et noire — apparaît ici comme la conséquence logique de l’équivalence masse-énergie fondée sur le champ.

Enfin, il est resté relativement simple d’appliquer, à l’échelle cosmique, la même méthode que celle utilisée pour SPARC afin de calculer la masse noire galactique totale de l’Univers. De plus, cette même énergie potentielle gravitationnelle permet d’établir une relation fonctionnelle entre le rayon de turnaround et la masse noire extragalactique, et d’en fournir une estimation précise.

La probabilité que ces éléments combinés puissent expliquer l'univers sombre a été estimée de façon conservatrice à un niveau de signification supérieur à 5σ . Il faut souligner que cette estimation ne tient même pas compte de la simplicité conceptuelle du modèle proposé, ni du fait que l'énergie potentielle gravitationnelle est une quantité physique bien établie, couramment utilisée en génie et en physique classique.

Notre succès à expliquer la masse noire par l'énergie potentielle avec une telle précision au temps présent échoue malheureusement dans le passé cosmologique. Cet échec ne remet toutefois pas en cause la significativité statistique à 5σ de nos résultats ; il appelle plutôt une explication supplémentaire.

Une solution simple et naturelle consiste à ajuster la constante cosmologique de manière à compenser exactement la diminution de masse noire dans le passé. Cette idée, loin d'être nouvelle, a déjà été envisagée dans des cadres tels que la quintessence ou la backreaction cosmologique. Cependant, aucune de ces approches n'a encore abouti à une adaptation directe et robuste aux contraintes observationnelles.

En posant l'équivalence entre la masse noire et l'énergie potentielle gravitationnelle totale de l'Univers, cet ajustement n'a rien d'ad hoc : il constitue au contraire une manière de réunifier la relativité générale avec le premier principe de la thermodynamique, puisque l'énergie totale d'un système fermé comme l'Univers doit rester conservée.

Ainsi, ce qui apparaissait d'abord comme un échec se révèle en fait la manifestation d'un principe de conservation plus profond, unifiant la relativité générale avec le reste de la physique par les mêmes contraintes thermodynamiques. Il fournit en même temps une explication naturelle au problème de la coïncidence cosmologique.

Le problème de l'obstacle épistémologique

Peut-être la question la plus profonde soulevée par ce travail est-elle de savoir pourquoi le rôle de l'énergie potentielle gravitationnelle dans la génération de la masse noire est resté si longtemps ignoré. Tant l'énergie potentielle gravitationnelle que la relation d'équivalence masse-énergie $E = mc^2$ sont des principes bien établis, chacun appuyé sur une vaste validation expérimentale. De plus, la notion d'énergie de liaison contribuant à la masse n'est pas nouvelle. L'énergie de liaison nucléaire, par exemple, est bien comprise comme un défaut de masse mesurable dans les systèmes atomiques, même si sa localisation est généralement attribuée au champ quantique.

La principale raison pour laquelle l'énergie de liaison gravitationnelle a historiquement été rejetée comme source de masse est la perception que la gravitation est une force trop faible pour produire des effets énergétiques significatifs. Nos résultats remettent toutefois en cause cette hypothèse. Si l'énergie de liaison nucléaire n'apporte qu'une modeste contribution à la masse à l'échelle atomique — souvent quelques pour cent — l'énergie potentielle gravitationnelle peut générer des équivalents de masse noire plusieurs fois supérieurs. Dans les systèmes galactiques, le rapport de l'énergie potentielle gravitationnelle à la masse baryonique peut excéder un facteur dix, et dans les amas ou structures plus grandes, ce rapport peut être bien plus élevé.

Ce contraste met en évidence une vérité dépendante de l'échelle : la gravitation est faible à l'échelle quantique mais devient dominante à l'échelle astronomique, tandis que la force nucléaire forte se comporte inversement. Immense au niveau subatomique mais négligeable au-delà du noyau. Le fait de ne pas tenir compte de cette dépendance d'échelle explique peut-être pourquoi l'origine gravitationnelle de la masse noire est restée occultée malgré la connaissance des outils théoriques et empiriques nécessaires pour la découvrir.

Un autre obstacle conceptuel majeur à la reconnaissance de l'origine gravitationnelle de la masse noire réside dans l'usage généralisé du second théorème de Newton. En effet, il permet de considérer une sphère solide comme une masse ponctuelle. Cette simplification vient naturellement à l'esprit lorsqu'on étudie de grands systèmes stellaires et a entraîné une mauvaise compréhension de ce qu'est l'énergie potentielle gravitationnelle utile. Les approches traditionnelles s'intéressent à la position relative des corps célestes, considérés comme des masses ponctuelles, en mettant l'accent sur le terme $E = -GmM/d$ comme contribution principale. Or, comme nous l'avons démontré, ce terme est négligeable devant l'énergie associée à une restructuration du système — ici, la fusion ou la séparation de corps massifs — sous conservation de la densité de volume.

L'énergie potentielle utile ne résulte pas seulement de la distance, mais de la différence d'énergie entre deux états macroscopiques distincts du système. C'est cette transformation d'état, respectant les propriétés physiques de la matière, qui révèle le véritable contenu énergétique du champ gravitationnel. Le fait d'avoir historiquement focalisé l'attention sur l'interaction positionnelle, plutôt que sur la réorganisation interne des masses, a contribué à occulter le rôle de l'énergie potentielle comme véritable source de la courbure de l'espace-temps. En reconsidérant l'énergie potentielle comme une quantité localisée dans le champ et générant de la masse, on trouve une explication physiquement cohérente du phénomène de la masse noire — déjà contenue dans la théorie gravitationnelle classique, mais restée inaperçue en raison d'un biais conceptuel discret mais décisif.

Défi de la relativité générale et implications théoriques

Une difficulté théorique plus profonde réside dans le fait que la gravitation newtonienne (GN) n'est pas la théorie fondamentale de la gravitation — la relativité générale (RG) l'est. Contrairement à la GN, la RG n'admet pas de loi de conservation générale et globale de l'énergie. Comme l'a montré Emmy Noether, la conservation de l'énergie en RG ne tient que sous des symétries très particulières, telles que l'invariance par translation temporelle, qui ne s'appliquent pas dans les espaces-temps dynamiquement évolutifs. En particulier, la notion d'énergie potentielle gravitationnelle, centrale pour la dynamique newtonienne, ne possède pas d'analogue covariant et direct en RG.

Cela crée une tension conceptuelle, si un phénomène aussi important que la masse noire découle de l'énergie potentielle gravitationnelle, et que cette énergie est absente ou mal définie en RG, alors il faut se demander pourquoi la théorie newtonienne — une approximation en champ faible — semble réussir là où la théorie relativiste complète n'offre pas de formulation équivalente. Le défi est aussi philosophique que physique.

Néanmoins, la GN demeure extraordinairement précise dans le régime des champs faibles et est infiniment plus simple à manipuler que la RG. La dynamique des galaxies, où le champ

gravitationnel est faible et les vitesses non relativistes, relève tout à fait de ce domaine. En gravitation newtonienne, l'énergie potentielle du système est connue, mais pour déterminer la bonne dynamique, il faut la réinjecter dans le système — c'est-à-dire la considérer comme une source de gravité. Il est difficile de croire que la RG donnerait de meilleurs résultats, sauf si le problème vient d'un calcul incomplet de l'auto-induction gravitationnelle — l'interaction du champ avec sa propre densité d'énergie [52, 53, 55, 54]. Si tel est bien le cas, la résolution la plus naturelle serait de trouver un développement en champ faible de la RG où cette auto-induction apparaîtrait explicitement. Dans une telle formulation, le terme d'énergie potentielle gravitationnelle devrait ressurgir, mais cette fois comme une quantité dérivée et non postulée.

Plus spéculativement, le fait que la gravité « reconnaisse » toutes les formes d'énergie — y compris l'énergie potentielle gravitationnelle, longtemps vue comme un simple artefact de calcul — suggère l'existence d'un principe d'unification plus profond. Le champ de Higgs en donne déjà un avant-goût dans un domaine limité, il traduit l'énergie potentielle scalaire en masse inerte pour certaines particules. La gravité semble généraliser ce mécanisme, en se couplant non seulement aux champs scalaires mais à toutes les formes d'énergie — cinétique, électromagnétique, nucléaire ou gravitationnelle.

Le problème fondamental du couplage de l'énergie gravitationnelle aux autres champs reste que l'énergie n'est pas conservée en RG. Un exemple frappant est le fait que l'énergie potentielle diminue avec le redshift dans notre modèle. Toutefois, la non-existence d'une invariance ne signifie pas la non-existence d'un phénomène, au contraire, c'est encore plus intéressant par sa variation. Le problème revient à introduire une variation dans une physique fondée sur l'invariance. De plus, l'énergie potentielle est un phénomène global qu'il est difficile à concilier avec un phénomène local. Heureusement, la renormalisation reste là comme mécanisme d'ajustement d'échelle.

Remarques finales

En conclusion, l'étude de la masse noire ne semble pas requérir de théorie alternative de la gravitation ni de particules exotiques. Ici, même la relativité générale pourrait s'avérer inutile dans ce contexte. Le cadre de la mécanique classique newtonienne, étendue à l'équivalence masse-énergie $E = mc^2$, semble suffire.

Nous avons démontré que des modèles simples et physiquement fondés peuvent reproduire fidèlement l'ordre de grandeur et la distribution de la masse noire dans une grande variété de systèmes galactiques. Ces modèles sont systématiquement perfectibles — par exemple en intégrant une synthèse plus fine des populations stellaires, un traitement plus réaliste du gaz interstellaire ou un affinage de la modélisation radiale. La même méthodologie peut aussi s'étendre à des structures cosmiques plus grandes comme les amas et superamas de galaxies.

En outre, l'utilisation mixte de la relativité générale et du calcul classique de l'énergie potentielle semble nécessaire à la bonne compréhension du phénomène attribué à l'énergie noire. Là aussi, une amélioration du modèle paraît nécessaire.

Une conclusion s'impose, l'énergie potentielle gravitationnelle ne peut plus être négligée dans les discussions sur la masse noire et l'énergie noire. Son introduction fournit une solution à la fois quantitative et conceptuelle à une énigme astrophysique de longue date.

Disponibilité des logiciels

Les programmes C++ et Python ayant permis de réaliser tous les calculs numériques et de générer les graphiques correspondants sont librement disponibles à l'adresse `dark-mass-generator.sourceforge.io`.

Déclaration de financement

Cette recherche n'a reçu aucun financement spécifique d'un organisme public, commercial ou sans but lucratif.

Références

- [1] Rubin, V. C. and Ford, W. K., Jr. (1970). *Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions*. Astrophysical Journal, **159**, 379 – 404.
- [2] Rubin, V. C., Ford, W. K., Jr. and Thonnard, N. (1980). *Rotational Properties of 21 Sc Galaxies with a Large Range of Luminosities and Radii from NGC 4605 ($R = 4$ kpc) to UGC 2885 ($R = 122$ kpc)*. Astrophysical Journal, **238**, 471 – 487.
- [3] Rubin, V. C., Burstein, D., Ford, W. K., Jr. and Thonnard, N. (1985). *Rotation Velocities of 16 Sa Galaxies and a Comparison of Sa, Sb, and Sc Rotation Properties*. Astrophysical Journal, **289**, 81 – 104.
- [4] Gondolo, P., et al. (1997). *AGAPE : a Microlensing Search for Dark Matter by Monitoring Pixels*, in Dark and Visible Matter in Galaxies, ASP Conference Series, Vol. 117.
- [5] Alcock, C., et al. (2000). *The MACHO Project : Microlensing Results from 5.7 Years of LMC Observations*. Astrophysical Journal, **542**, 281 – 307.
- [6] Tisserand, P., et al. (2007). *Limits on the Macho Content of the Galactic Halo from the EROS-2 Survey of the Magellanic Clouds*. Astronomy & Astrophysics, **469**, 387 – 404.
- [7] LUX Collaboration (2017). *Results from a search for dark matter in the complete LUX exposure*. Physical Review Letters, **118**, 021303.
- [8] PICASSO Collaboration (2017). *Final results of the PICASSO dark matter search experiment*. Astroparticle Physics, **90**, 85 – 92.
- [9] PICO Collaboration (2019). *Dark matter search results from the complete exposure of the PICO-60 C_3F_8 bubble chamber*. Physical Review D, **100**, 021101.
- [10] SuperCDMS Collaboration (2023). *Search for low-mass dark matter via bremsstrahlung radiation and the Migdal effect in SuperCDMS*. Physical Review D.
- [11] Zhang, P., et al. (2007). *Probing Gravity at Cosmological Scales by Measurements which Test the Relationship between Gravitational Lensing and Matter Overdensity*. Physical Review Letters, **99**, 141302.
- [12] Reyes, R., et al. (2010). *Confirmation of general relativity on large scales from weak lensing and galaxy velocities*. Nature, **464**, 256 – 258.
- [13] Vegetti, S., et al. (2024). *Strong Gravitational Lensing as a Probe of Dark Matter*. Space Science Reviews, **220**.
- [14] MICROSCOPE Collaboration (2022). *Microscope Mission : Final Results of the Test of the Equivalence Principle*. Physical Review Letters, **119**, 121101.
- [15] Buonanno, A. and Damour, T. (2000). *Transition from inspiral to plunge in binary black hole coalescences*. Physical Review D, **62**, 064015.
- [16] Berti, E., Cardoso, V. and Will, C. M. (2006). *Gravitational-wave spectroscopy of massive black holes with the space interferometer LISA*. Physical Review D, **73**, 103520.
- [17] Rezzolla, L., et al. (2008). *Final spin from the coalescence of two black holes*. Physical Review D, **78**, 044002.
- [18] Tichy, W. and Marronetti, P. (2008). *Final mass and spin of black-hole mergers*. Physical Review D, **78**, 084038.

- [19] Sicilia, A., et al. (2022). *The Black Hole Mass Function Across Cosmic Times. I. Stellar Black Holes and Light Seed Distribution*. Astrophysical Journal, **924**, L2.
- [20] Lelli, F., McGaugh, S. S. and Schombert, J. M. (2016). *SPARC : Mass Models for 175 Disk Galaxies with Spitzer Photometry and Accurate Rotation Curves*. Astronomical Journal, **152**, 157.
- [21] Bochanski, J. J., Hawley, S. L., Covey, K. R., West, A. A., Reid, I. N., Golimowski, D. A. and Ivezić, Ž. (2010). *The Luminosity and Mass Functions of Low-Mass Stars in the Galactic Disk. I. The Calibration Sample and Luminosity Function*. Astronomical Journal, **139**, 2679.
- [22] Holberg, J. B., Sion, E. M., Oswalt, T., McCook, G. P., Foran, S. and Subasavage, J. P. (2008). *A New Look at the Local White Dwarf Population*. Astronomical Journal, **135**, 1225.
- [23] Chabrier, G. (2003). *Galactic Stellar and Substellar Initial Mass Function*. Publications of the Astronomical Society of the Pacific, **115**, 763.
- [24] Kroupa, P. (2001). *On the variation of the initial mass function*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **322**, 231.
- [25] Bruzual, G. and Charlot, S. (2003). *Stellar population synthesis at the resolution of 2003*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **344**, 1000.
- [26] Conroy, C., Gunn, J. E. and White, M. (2009). *The Propagation of Uncertainties in Stellar Population Synthesis Modeling*. Astrophysical Journal, **699**, 486.
- [27] Conroy, C. and Gunn, J. E. (2010). *The Propagation of Uncertainties in Stellar Population Synthesis Modeling. II*. Astrophysical Journal, **712**, 833.
- [28] Maraston, C. (2005). *Evolutionary population synthesis : models, analysis of the ingredients and application to high-z galaxies*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **362**, 799.
- [29] Eldridge, J. J. and Stanway, E. R. (2009). *Spectral population synthesis including massive binaries*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **400**, 1019.
- [30] Stanway, E. R. and Eldridge, J. J. (2018). *Re-evaluating old stellar populations*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **479**, 75.
- [31] Madau, P. and Dickinson, M. (2014). *Cosmic Star-Formation History*. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, **52**, 415.
- [32] Pavlidou, V., & Tomaras, T. N. (2014). *Where the world stands still : turnaround as a strong test of Λ CDM cosmology*. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, **09**, 020.
- [33] Tanoglidis, D., Nesseris, S., & Pavlidou, V. (2015). *Testing Λ CDM cosmology at turnaround : where to look for violations of the bound ?* Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, **12**, 060.
- [34] Yang, X., Mo, H. J., van den Bosch, F. C., Pasquali, A., Li, C., & Barden, M. (2007). *Galaxy Groups in the SDSS DR4 : I. The Catalogue and Basic Properties*. The Astrophysical Journal, **671**, 153.
- [35] Kravtsov, A. V., & Borgani, S. (2012). *Formation of Galaxy Clusters*. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, **50**, 353.

- [36] Brillouin, L. (1964). *L'Enigme $E = Mc^2$: Énergie potentielle et renormalisation de la masse*. Journal de Physique, **25**, 10.
- [37] Brillouin, L. (1952). *The actual mass of potential energy, a correction to classical relativity*. Proceedings of the National Academy of Sciences, **53**, 3.
- [38] Particle Data Group (2023). « Dark Matter », *Review of Particle Physics*, <https://pdg.lbl.gov/2023/reviews/rpp2023-rev-dark-matter.pdf>.
- [39] National Research Council (2003). *Connecting Quarks with the Cosmos : Eleven Science Questions for the New Century*. Washington, DC : The National Academies Press. <https://nap.nationalacademies.org/read/10079/chapter/7>.
- [40] Werk, J. K., et al. (2014), *The COS-Halos Survey : Physical Conditions and Baryonic Mass in the Low-Redshift Circumgalactic Medium*, ApJ, **792**, 8.
- [41] Tumlinson, J., Peebles, M. S., & Werk, J. K. (2017), *The Circumgalactic Medium*, ARA&A, **55**, 389.
- [42] Shull, J. M., Smith, B. D., & Danforth, C. W. (2012), *The Baryon Census in a Multi-phase Intergalactic Medium*, ApJ, **759**, 23.
- [43] Planck Collaboration (2016), *Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters*, A&A, **594**, A13.
- [44] de Graaff, A., Cai, Y.-C., Heymans, C., & Peacock, J. A. (2017), *Missing baryons in the cosmic web revealed by the Sunyaev–Zel’dovich effect*, Science, **358**, 1558.
- [45] Crain, R. A., et al. (2015), *The EAGLE simulations of galaxy formation : calibration of subgrid physics and model variations*, MNRAS, **450**, 1937.
- [46] Genel, S., et al. (2014), *The Illustris simulation : the evolving population of galaxies*, MNRAS, **445**, 175.
- [47] Springel, V., et al. (2018), *First results from the IllustrisTNG simulations : matter and galaxy clustering*, MNRAS, **475**, 676.
- [48] Pillepich, A., et al. (2018), *Simulating galaxy formation with the IllustrisTNG model*, MNRAS, **473**, 4077.
- [49] Nelson, D., et al. (2018), *The IllustrisTNG simulations : public data release*, MNRAS, **475**, 624.
- [50] McGaugh, S. S., Lelli, F. and Schombert, J. M. (2016). *The Radial Acceleration Relation in Rotationally Supported Galaxies*. Physical Review Letters, **117**, 201101.
- [51] Lelli, F., et al. (2017). *One Law to Rule Them All : The Radial Acceleration Relation of Galaxies*. Astrophysical Journal, **836**, 152.
- [52] Deur, A. (2019). *An explanation for dark matter and dark energy consistent with the standard model of particle physics and General Relativity*. European Physical Journal C, **79**, 883.
- [53] Deur, A., Sargent, C. and Terzic, B. (2020). *Significance of Gravitational Nonlinearities on the Dynamics of Disk Galaxies*. Astrophysical Journal, **896**, 94.
- [54] Deur, A. (2022). *Effect of the field self-interaction of General Relativity on the cosmic microwave background anisotropies*. Classical and Quantum Gravity, **39**, 13.
- [55] Deur, A. (2021). *Relativistic corrections to the rotation curves of disk galaxies*. European Physical Journal C, **81**, 213.