Oreste Caroppo

birth: 22 March 1977, in Maglie in ITALY
address: Italy, Maglie (LE), postal code 73024
number 3 Francesco Baracca Street
tel. +39 0836 423855 cell. +39 347 7096175
e-mail: orestecaroppo@yahoo.it

Per la dimostrazione della Congettura di Collatz

una proposta di

Oreste Caroppo

Abstract

Proporremo qui inizialmente un metodo grafico per lo svolgimento dell'algoritmo che è alla base della famosa Congettura di Collatz; quindi dimostreremo analiticamente che, per nessun numero naturale, l'Algoritmo di Collatz può presentare una sequenza infinita di step sempre crescenti. Lo sviluppo del metodo grafico ci porterà ad estrapolare uno schema semplificato e più basilare della Congettura di Collatz, che ci permetterà a sua volta di considerare l'algoritmo della Congettura di Collatz come una sorta di caso particolare di un algoritmo più generale valido per i numeri reali positivi, che, per ragioni statistiche che mostreremo, sempre convergerà verso il più piccolo numero reale, lo zero. L'Algoritmo di Collatz apparirà pertanto come un adattamento ai soli numeri naturali di questo algoritmo più generale, motivo per cui esso altrettanto tende a convergere verso il più piccolo numero naturale che è 1.

Traduzione in inglese solo del titolo e dell'*abstract*

For the demonstration of the Collatz Conjecture a proposal by Oreste Caroppo [ITA]

Abstract

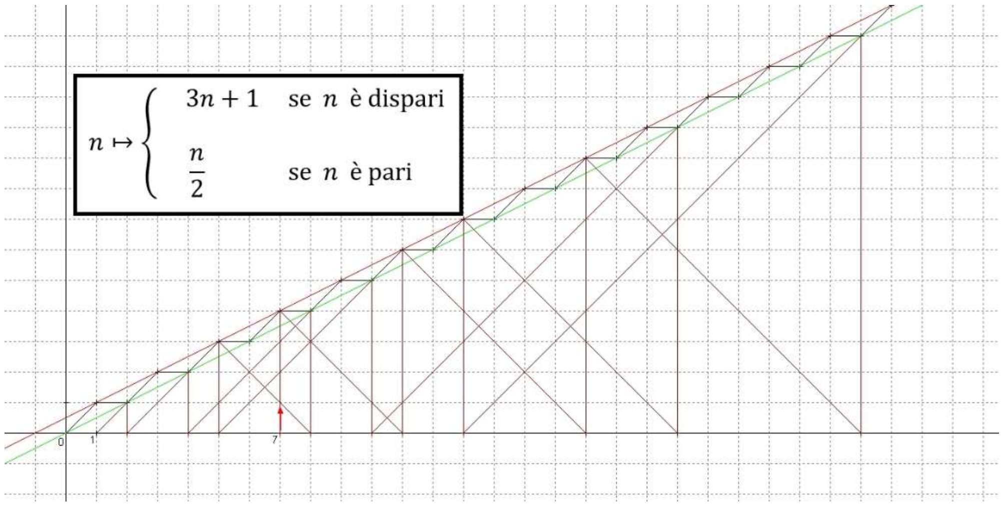
In this article we will propose initially a graphical method for carrying out the algorithm which is at the base of the famous Collatz Conjecture; therefore we will demonstrate analytically that, for no natural number, the Collatz Algorithm can present an infinite sequence of ever-increasing steps. The development of the graphical method will lead us to extrapolate a simplified and more basic scheme of the Collatz Conjecture, which will allow us in turn to consider the Collatz Conjecture Algorithm as a sorte of particular case of a more general algorithm valid for positive real numbers, which, for statistical reasons that we will show, will always converge towards the smallest real number, zero. The Collatz Algorithm will therefore appear as an adaptation only to the natural numbers of this more general algorithm, which is why Collatz Algorithm also tends to converge towards the smallest natural number which is 1.

Oreste Caroppo

birth: 22 March 1977, in Maglie in ITALY
address: Italy, Maglie (LE), postal code 73024
number 3 Francesco Baracca Street
tel. +39 0836 423855 cell. +39 347 7096175

e-mail: orestecaroppo@yahoo.it

Congettura di Collatz - un metodo grafico per svolgere il suo algoritmo



Un metodo grafico per l'algoritmo della Congettura di Collatz da Oreste Caroppo.

Nota: la scoperta di questo metodo grafico è frutto dei miei lavori di ricerca del novembre 2023.

Premessa

La Congettura non ancora dimostrata nella sua verità o falsità riguarda il seguente algoritmo:

si prenda un intero positivo *n*

ora se *n* = 1, l'algoritmo termina

in caso contrario *n* può essere o pari, o dispari e diverso da 1

se *n* è pari, si divide *n* per due

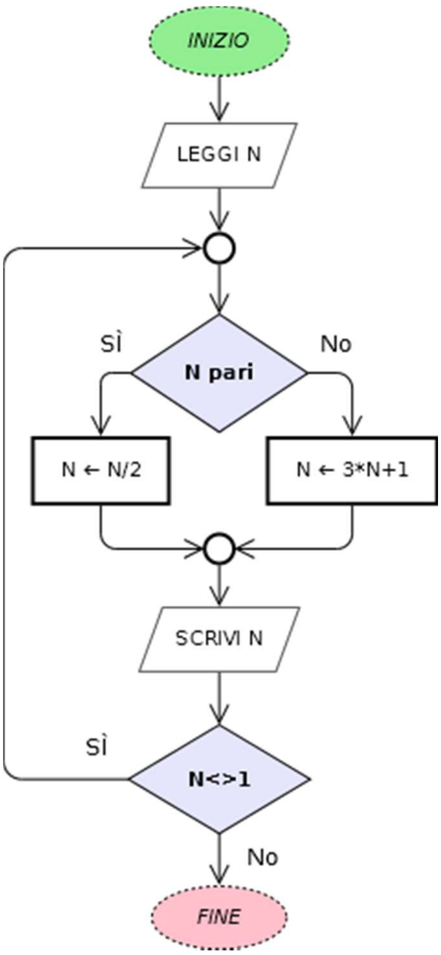


Diagramma di flusso (flow chart) per l'algoritmo della Congettura di Collatz - immagine da internet.

Oreste Caroppo

birth: 22 March 1977, in Maglie in ITALY
address: Italy, Maglie (LE), postal code 73024
number 3 Francesco Baracca Street
tel. +39 0836 423855 cell. +39 347 7096175

e-mail: orestecaroppo@yahoo.it

altrimenti se n è dispari diverso da 1, si moltiplica n per 3 e si aggiunge 1.

A questo punto si riparte in loop con l'algoritmo utilizzando il nuovo numero intero ottenuto come nuovo valore di n.

La Congettura di Collatz asserisce che questo algoritmo giunge sempre a termine, indipendentemente dal valore di partenza, pertanto in un numero finito di cicli.

Vediamo nell'immagine sopra un diagramma di flusso (flow chart) per il semplicissimo algoritmo della Congettura di Collatz.

La ricerca di un metodo grafico

Ora possiamo osservare che quando n è dispari $3n+1$ sarà sempre un numero pari quindi un numero su cui l'algoritmo farà sì che si proceda a dividerlo per 2, per cui possiamo riformulare equivalentemente l'algoritmo della Congettura dicendo che "se n è dispari diverso da 1, si moltiplica n per 3 si somma 1 e si divide tutto per due: $3n/2+1/2$"

Per tentare di sviluppare una procedura grafica per svolgere l'algoritmo riformuliamo l'algoritmo in questo modo equivalente semplificato, sostituendo anche il simbolo x al simbolo parametrico n:

Se x è pari, passiamo al numero: x-x/2

Se x è dispari e diverso da 1, passiamo al numero: x +x/2+1/2

Rispetto a x adesso possiamo dire equivalentemente che nel caso di x pari dobbiamo sottrarre a x la quantità x/2, mentre nel caso di x dispari maggiore di 1 dobbiamo aggiungere la quantità x/2+1/2.

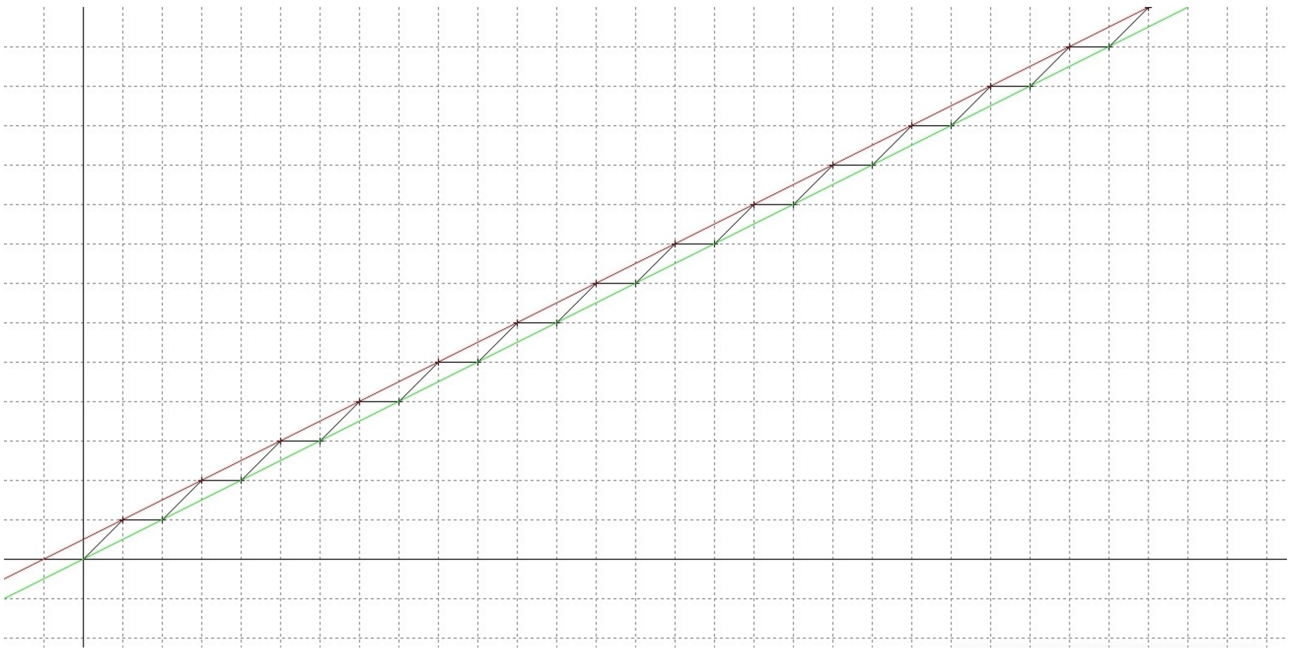
A questo punto passiamo su un piano cartesiano e rappresentiamo le funzioni

y = x/2 che è una retta che indichiamo in verde

y = x/2+1/2   che è una retta che indichiamo in rosso

Per ogni punto pari sull'asse delle ascisse indichiamo il punto corrispondente di pari ascissa sulla retta verde, mentre per ogni punto dispari indichiamo il punto corrispondente di pari ascissa sulla retta rossa. Ora congiungiamo alternativamente da destra a sinistra i punti sulle due rette con dei segmenti neri ottenendo la regolare spezzata nera che vediamo nel grafico.

birth: 22 March 1977, in Maglie in ITALY
address: Italy, Maglie (LE), postal code 73024
number 3 Francesco Baracca Street
tel. +39 0836 423855 cell. +39 347 7096175
e-mail: orestecaroppo@yahoo.it

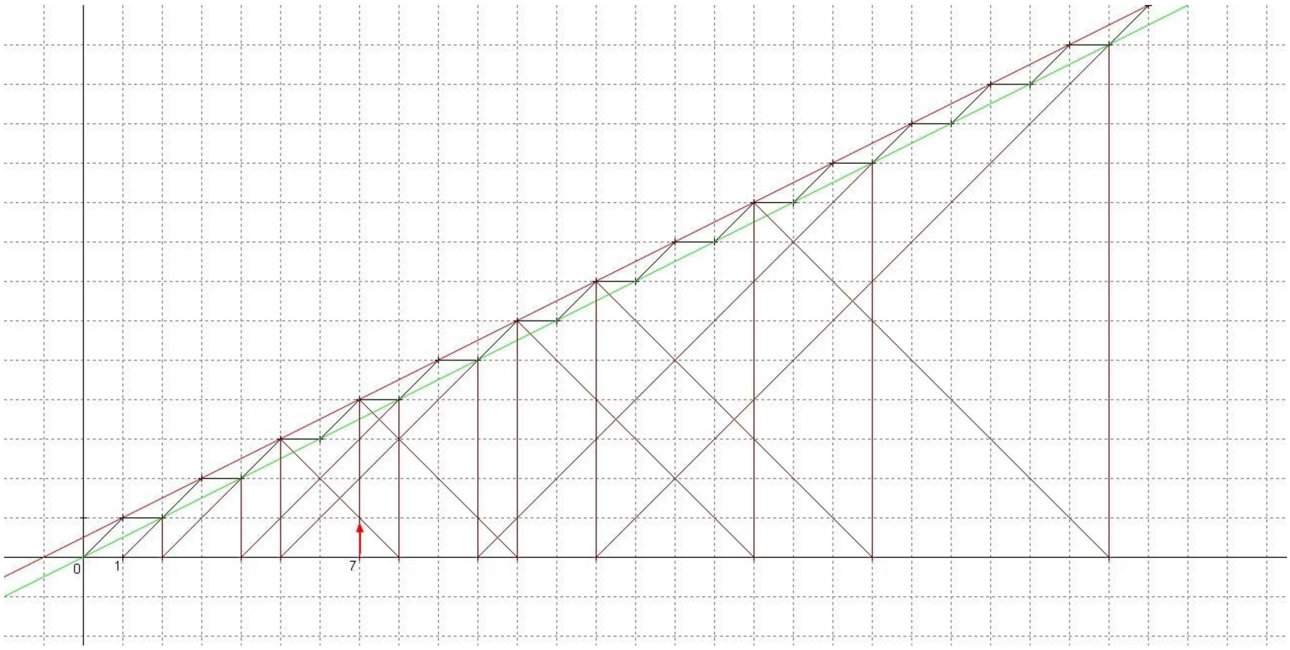


Congettura di Collatz, metodo grafico di Oreste Caroppo, base grafica.

A questo punto è facile capire che partendo da un qualsiasi punto intero positivo *n*=x maggiore di 1 sull'asse delle ascisse possiamo applicare l'algoritmo procedendo graficamente in questo modo: da tale punto con un segmento verticale si sale fino ad intercettare la spezzata e pertanto fermandosi sulla retta verde se *n* è pari, sulla retta rossa se *n* è dispari. Se tale punto della spezzata è una cuspide rivolta verso l'alto, condizione che corrisponde a *n* dispari, allora ci muoveremo scendendo lungo un segmento inclinato di 45° verso destra (la destra di chi guarda il piano cartesiano) sino ad intercettare l'asse delle ascisse, viceversa se tale punto della spezzata è una cuspide rivolta verso il basso, condizione che corrisponde a *n* pari, allora ci muoveremo scendendo lungo un segmento sempre inclinato di 45° ma questa volta verso sinistra (la sinistra di chi guarda il piano cartesiano) sino ad intercettare l'asse delle ascisse. Non è difficile dimostrare che tale nuovo punto intercettato in tal modo sull'asse delle ascisse avrà proprio ascissa corrispondente al nuovo numero intero positivo da cui ripartire nell'algoritmo se diverso da 1, e quindi equivalentemente sarà il nuovo punto da cui ripartire (se di ascissa diversa da 1) nel metodo grafico qui esposto. Discendere lungo rette inclinate di 45° gradi nel modo detto equivale se si procede verso destra ad aggiungere ad x l'ordinata del punto corrispondente sulla spezzata, mentre se si procede verso sinistra equivale a sottrarre ad x l'ordinata del punto corrispondente sulla spezzata.

Oreste Caroppo
birth: 22 March 1977, in Maglie in ITALY
address: Italy, Maglie (LE), postal code 73024
number 3 Francesco Baracca Street
tel. +39 0836 423855 cell. +39 347 7096175
e-mail: orestecaroppo@yahoo.it

Di seguito vediamo solo un esempio con l'applicazione di questo metodo grafico per l'algoritmo al numero $n = 7$:



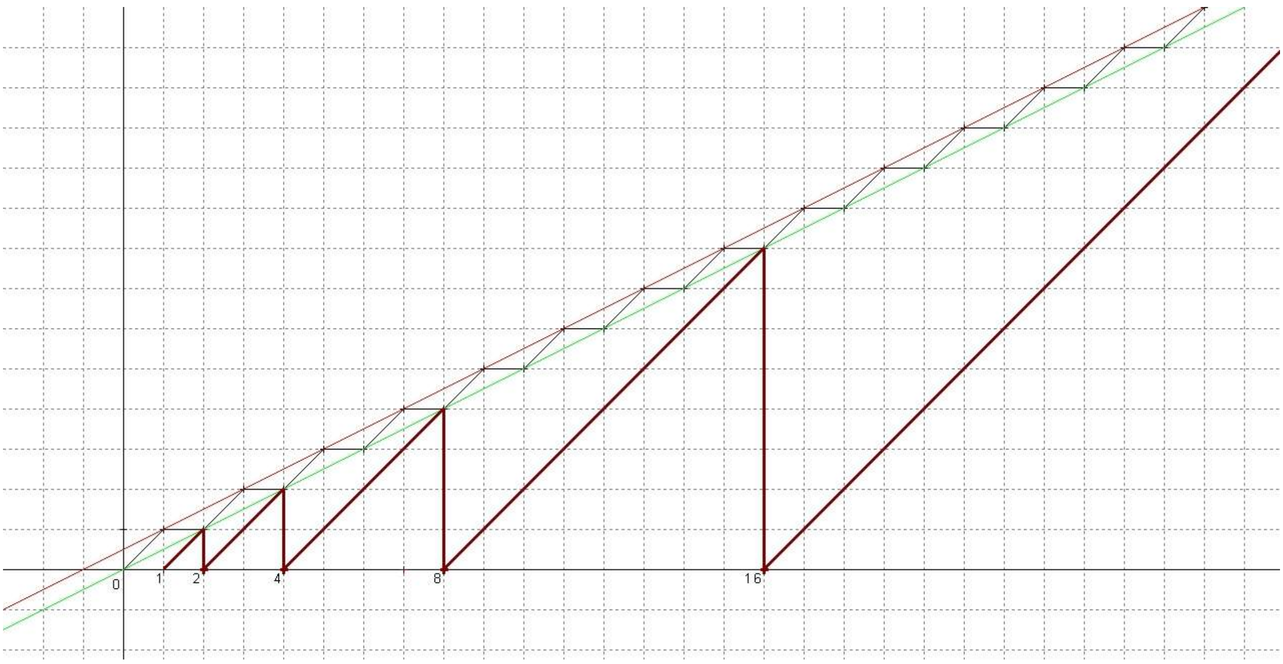
Congettura di Collatz, metodo grafico di Oreste Caroppo, caso del numero 7.

E notiamo come dopo vari passaggi seguendo, a partire dal punto 7 sull'asse delle ascisse, la spezzata del medesimo colore e indicata nel suo verso di percorrenza dalla freccia rossa, si perviene al punto 1 sull'asse delle ascisse terminando così l'algoritmo e verificando così graficamente la conferma della Congettura per il numero scelto per questo esempio.

Possiamo osservare anche che perché la Congettura sia verificata non è necessario proseguire graficamente fino a giungere a 1 ma basta raggiungere sull'asse delle ascisse un qualsiasi punto di ascissa pari ad una potenza del 2, infatti per ogni potenza del 2 la Congettura sappiamo che è soddisfatta in quanto l'algoritmo comporta l'applicazione ad essa di una successione di divisioni per 2 un numero di volte pari all'esponente intero positivo di quella potenza fino a giungere proprio ad 1.

Questa dell'approdo nell'algoritmo ad un numero potenza di 2 non è una condizione solo sufficiente per la verifica della Congettura per numeri più grandi di 1, ma anche una condizione necessaria, in quanto almeno si deve passare dal punto di ascissa 2 (quindi la potenza di 2 con esponente 1) per terminare l'algoritmo.

birth: 22 March 1977, in Maglie in ITALY
address: Italy, Maglie (LE), postal code 73024
number 3 Francesco Baracca Street
tel. +39 0836 423855 cell. +39 347 7096175
e-mail: orestecaroppo@yahoo.it



Congettura di Collatz, metodo grafico di Oreste Caroppo, le potenze del 2.

Nella immagine sopra abbiamo rimarcato l'aspetto grafico dell'algoritmo che verifica la Congettura di Collatz per le potenze del 2.

Un teorema per mostrare la limitatezza dei tratti di crescita nell'algoritmo legato alla Congettura di Collatz

Dimostrazione della limitatezza nell'applicazione dell'Algoritmo di Collatz dei possibili tratti crescenti. Dimostreremo analiticamente che per nessun numero naturale l'Algoritmo di Collatz può presentare una sequenza infinita di step sempre crescenti.

Nota: il teorema e le considerazioni qui esposte sono state sviluppate nottetempo tra il 24 e il 25 gennaio 2024 praticamente nel letto durante un incipiente stato influenzale.

Ci vogliamo concentrare qui nell'analisi dei possibili tratti di crescita dell'algoritmo legato alla Congettura di Collatz (che chiamiamo qui talvolta Algoritmo di Collatz), pertanto consideriamo la sua applicazione sui numeri dispari

Partiamo da un qualsiasi numero dispari q, esso si potrà sempre scrivere come

Oreste Caroppo

birth: 22 March 1977, in Maglie in ITALY
address: Italy, Maglie (LE), postal code 73024
number 3 Francesco Baracca Street
tel. +39 0836 423855 cell. +39 347 7096175

e-mail: orestecaroppo@yahoo.it

$q=2n+1$ con n numero naturale (includendo anche la possibilità che sia zero),

applicando l'algoritmo abbiamo visto si approda a $3q+1$, che essendo però sempre numero pari conduce nell'algoritmo a $(3q+1)/2$, che possiamo scrivere sostituendo l'espressione di q come $(3(2n+1)+1))/2=3n+2$

(quando in questa appendice parliamo di applicazione dell'algoritmo della Congettura di Collatz ai dispari sottintenderemo sempre l'insieme dei due passaggi sopra esposti)

Quindi da $2n+1$ arrivo a $3n+2$

A questo punto ci concentriamo su $3n+1$ per il quale non si può sapere a priori, per n generico, se è pari o dispari e valutiamolo a seconda di n, distinguiamo il caso di n pari e quello di n dispari.

Se n pari si potrà scrivere n come $n=2m$ con m numero naturale (includendo anche la possibilità che sia zero), da cui

$3(2m)+2=6m+2$ che è sempre pari per ogni valore di m, in tal caso termina, per il momento almeno, la crescita tramite l'Algoritmo di Collatz.

Se n dispari si potrà scrivere n come $n=2m+1$ con m numero naturale (includendo anche la possibilità che sia zero), da cui

$3(2m+1)+2=6m+5$ che è sempre dispari per ogni valore di m

Essendo in tal caso dispari $6m+5$ l'Algoritmo di Collatz prevede un passo crescente, rifacendo con $6m+5$ i passaggi svolti prima per q otteniamo che da

$6m+5$ arrivo a $9m+8$

A questo punto ci concentriamo su $9m+8$ per il quale non si può sapere a priori, per m generico, se è pari o dispari e valutiamolo a seconda di m, distinguiamo il caso di m pari e quello di m dispari.

Se m pari si potrà scrivere n come $m=2p$ con p numero naturale (includendo anche la possibilità che sia zero), da cui

$9(2p)+8=18p+8$ che è sempre pari per ogni valore di p, in tal caso termina, per il momento almeno, la crescita tramite l'Algoritmo di Collatz.

Se m dispari si potrà scrivere m come $m=2p+1$ con p numero naturale (includendo anche la possibilità che sia zero), da cui

$9(2p+1)+8=18p+17$ che è sempre dispari per ogni valore di p

Oreste Caroppo

birth: 22 March 1977, in Maglie in ITALY
address: Italy, Maglie (LE), postal code 73024
number 3 Francesco Baracca Street
tel. +39 0836 423855 cell. +39 347 7096175

e-mail: orestecaroppo@yahoo.it

Essendo in tal caso dispari 18p+17 l'Algoritmo di Collatz prevede un passo crescente, rifacendo con 18p+17 i passaggi svolti prima per q otteniamo che da

18p+17 arrivo a 27p+26

A questo punto ci concentriamo su 27p+26 per il quale non si può sapere a priori, per p generico, se è pari o dispari e valutiamolo a seconda di p, distinguiamo il caso di p pari e quello di p dispari.

Se p pari si potrà scrivere p come p=2q con q numero naturale (includendo anche la possibilità che sia zero), da cui

27(2q)+26= 54q+26 che è sempre pari per ogni valore di q, in tal caso termina, per il momento almeno, la crescita tramite l'Algoritmo di Collatz.

Se p dispari si potrà scrivere p come p=2q+1 con q numero naturale (includendo anche la possibilità che sia zero), da cui

27(2q+1)+26=54q+53 che è sempre dispari per ogni valore di p

Essendo in tal caso dispari 54q+53 l'Algoritmo di Collatz prevede un passo crescente, rifacendo con 54q+53 i passaggi svolti prima per q otteniamo che da

54q+53 arrivo a 81q+80

(...)

Possiamo allora generalizzare ed estrapolare delle formule generiche.

Prima qualche considerazione sui numeri dispari via via considerati.

Consideriamo i numeri naturali

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 …

Di questi soli i numeri naturali dispari

1 - 3 - 5 - 7 - 9 - 11 - 13 - 15 - 17 - 19 - 21 - 23 - 25 - 27 - 29 - 31…

Se li scriviamo come 2n+1 questi che seguono sono gli n corrispondenti a ciascuno di loro

0 -1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12 - 13 - 14 - 15…

Di questi n abbiamo considerato solo quelli a loro volta dispari scrivibili come 2m+1 che sono

Oreste Caroppo

birth: 22 March 1977, in Maglie in ITALY
address: Italy, Maglie (LE), postal code 73024
number 3 Francesco Baracca Street
tel. +39 0836 423855 cell. +39 347 7096175

e-mail: orestecaroppo@yahoo.it

- -1 - - - 3 - - - 5 - - - 7 - - - 9 - - - 11 - - - 13 - - - 15…

(- -3 - - - 7 - - - 11 - - - 15 - - - 19 - - - 23 - - - 27 - - - 31…

vi corrispondono nella sequenza dei numeri dispari quelli indicati nella seconda fila sopra).

Questi sono gli m corrispondenti a ciascuno di loro

- -0 - - - 1 - - - 2 - - - 3 - - - 4 - - - 5 - - - 6 - - - 7…

Di questi m abbiamo considerato solo quelli a loro volta dispari scrivibili come 2p+1 che sono

- -- - - - 1 - - - - - - - 3 - - - - - - - 5 - - - - - - - 7 …

(- -- - - - 7 - - - - - - - 15 - - - - - - - 23 - - - - - - - 31…

vi corrispondono nella sequenza dei numeri dispari quelli indicati nella seconda fila sopra).

Questi sono gli p corrispondenti a ciascuno di loro

- -- - - - 0 - - - - - - - 1 - - - - - - - 2 - - - - - - - 3 …

Di questi p abbiamo considerato solo quelli a loro volta dispari scrivibili come 2q+1 che sono

- -- - - - - - - - - - - - 1 - - - - - - - - - - - - - - - 3 …

(- -- - - - - - - - - - - - 15 - - - - - - - - - - - - - - - 31…

vi corrispondono nella sequenza dei numeri dispari quelli indicati nella seconda fila sopra).

e così via.

Ora generalizziamo ed estrapoliamo delle formule generiche.

Se un numero dispari di partenza può essere scritto come

2(… (2(2(2(2(2s+1)+1)+1)+1)+1) …)+1

con s numero naturale includendo la possibilità anche che s sia nullo

con una comparsa ricorsiva per k volte della forma 2n+1 allora esso sarà scrivibile anche come

Oreste Caroppo

birth: 22 March 1977, in Maglie in ITALY
address: Italy, Maglie (LE), postal code 73024
number 3 Francesco Baracca Street
tel. +39 0836 423855 cell. +39 347 7096175

e-mail: orestecaroppo@yahoo.it

$(2^k)s+1+2+(2^2)+(2^3)+..+2^{(k-1)}$

che possiamo anche riscrivere in maniera più compatta utilizzando la formula per il calcolo della somma di una progressione geometrica di ragione 2 come

$(2^k)s+1+2+(2^2)+(2^3)+..+2^{(k-1)}= (2^k)s+2^{(k)}-1=(2^k)(s+1)-1$

In tal caso l’Algoritmo di Collatz darà una sequenza ininterrotta di crescita in k step fino ad approdare al numero

$(3^k)(s)+(3^k)-1=(3^k)(s+1)-1$

Per ogni numero dispari, k sarà sempre un numero finito.

Facciamo degli esempi.

Nel caso di 3

$3=2(1)+1$ $k=1$ e $s=1$

Nel caso di 5

$5=2(2)+1$ $k=1$ e $s=2$

Nel caso di 7

$7=2(3)+1=2(2(1)+1)+1$ $k=2$ e $s=1$

Se $q=2n+1$ ed è esprimibile $n=2m+1$, $m=(n-1)/2<n$, quindi ad ogni passaggio abbiamo una diminuzione numerica $q<p<m<n$,

per cui essendo q finito anche k dovrà essere finito.

Dunque abbiamo ottenuto che tutti i numeri pari o dispari che siano della forma

$(3^k)(s)+(3^k)-1$

sono punti cui approda l'Algoritmo di Collatz dopo una sequenza di k passaggi tutti crescenti, a partire questi k passaggi finiti dal numero dispari

$(2^k)s+1+2+(2^2)+(2^3)+..+2^{(k-1)}$

Se s è pari la sequenza crescente si interrompe.

Se s è dispari la sequenza crescente continuerà oltre.

Nell’ipotesi che si abbia sempre dispari, essendo la sequenza possibile di k passaggi finita, alla fine si avrà $s=0$

Oreste Caroppo

birth: 22 March 1977, in Maglie in ITALY
address: Italy, Maglie (LE), postal code 73024
number 3 Francesco Baracca Street
tel. +39 0836 423855 cell. +39 347 7096175

e-mail: orestecaroppo@yahoo.it

Infatti solo quando s diventa pari a 0 si interrompe la crescita dei dispari nell'Algoritmo di Collatz e da lì al successivo si approda ad un numero pari.

L'ultimo numero dispari della serie crescente sarà con s=0

(3^k)-1

per un numero dispari di partenza pari a

1+2+(2^2)+(2^3)+..+2^(k-1)

Ad esempio se parto dal numero dispari 7 nell'Algoritmo di Collatz, al primo passaggio arrivo a 11, k=1

7=2n+1=2*3+1   n=3

n=2*1+1   m=1

m=2*0+1   p=0

al secondo passaggio k=2

approdo a 17

al terzo passaggio k=3

approdo al numero 26 e sono giunto al numero pari

Sappiamo invece che numeri pari del tipo

(2^k)s con s numero naturale

convergono sino a s in k passaggi.

Questi sono due casi estremi di divergenza e convergenza su cui ragionare nello studio della Congettura di Collatz.

Qui anche per dare un senso alle sequenze di numeri sopra esposte osserviamo che un numero dispari, se nell'Algoritmo di Collatz non fa approdare ad un pari, allora sarà un dispari di posizione dispari tra i numeri dispari ordinari in sequenza crescente. Se proseguendo l'algoritmo fa approdare ancora ad un dispari, allora il numero dispari di partenza considerato sarà di posizione dispari tra i numeri dispari già di posizione

Oreste Caroppo

birth: 22 March 1977, in Maglie in ITALY
address: Italy, Maglie (LE), postal code 73024
number 3 Francesco Baracca Street
tel. +39 0836 423855 cell. +39 347 7096175
e-mail: orestecaroppo@yahoo.it

dispari tra i numeri dispari ordinari in sequenza crescente. E così via eventualmente ma fino ad un numero finito di volte.

Possiamo parlare di numeri dispari di ordine di disparità maggiore. Maggiore è questo ordine di disparità tanto maggiore sarà il k corrispondente, maggior la sequenza crescente di numeri dispari data in loro corrispondenza dall'Algoritmo di Collatz.

k possiamo farlo corrispondere proprio all'ordine di disparità.

Per 7 ad esempio avevamo un k=3 ed in effetti 7 è nella sequenza dei dispari, dove almeno k=1, lo vediamo sopravvissuto nella sequenza dei dispari di posizione dispari per i quali almeno k=2, e infine nella sequenza dei dispari di posizione dispari nella sequenza dei dispari di posizione dispari, per i quali almeno k=3, sparisci infine dalla sequenza ulteriore di posizione dispari in poi.

Abbiamo visto invece come sopravvive il numero dispari 15 nella sequenza successiva in cui era scomparso il 7, per cui 15 ha almeno k=4.

Facciamo degli ultimi esempi di calcolo per il 15

15=2(7)+1=2(2(3)+1)+1=2(2(2(1)+1)3)+1)+1=2(2(2(2(0)+1)+1)3)+1)+1

Per 15 quindi è esattamente k=4

Applicando l'Algoritmo di Collatz arrivo a 80 in 4 step tutti crescenti.

Idem applicando le formule sopra trovate (3^k)-1=(3^4)-1=80

Interessante allora considerare i numeri dispari

1+2+(2^2)+(2^3)+..+2^(k-1)

1, 3, 7, 15, 31, …

1, 2, 3, 4, 5, …

i k corrispondenti

2, 8, 26, 80, 242, 728, 2186, …

i numeri (3^k)-1 di approdo nella crescita dell'Algoritmo di Collatz in loro corrispondenza

che divisi per 2 danno

1, 4, 13, 40, 121, 364, 1093, …

Oreste Caroppo

birth: 22 March 1977, in Maglie in ITALY
address: Italy, Maglie (LE), postal code 73024
number 3 Francesco Baracca Street
tel. +39 0836 423855 cell. +39 347 7096175

e-mail: orestecaroppo@yahoo.it

Ne deduciamo che ((3^k)-1)/2 è dispari per i k dispari

Abbiamo così una stima della massima possibile crescita immediata della sequenza nell'Algoritmo di Collatz per un numero dispari, che non può essere un numero di step volte superiore al k suo proprio o del numero dispari che lo segue della sequenza sopra considerata 1, 3, 7, 15, 31, …

Perché la Congettura di Collatz converge a 1 per ogni numero naturale dopo un certo numero di step che possono variare da numero a numero?

Dopo questi risultati raggiunti e sopra esposti mi sono dedicato alla ricerca di schemi interni che permettessero di dimostrare la Congettura di Collatz. E' stato un esercizio assai laborioso, per certi versi entusiasmante che mi ha portato a estrapolare la struttura scheletrica dei rami crescenti e di quelli discendenti nel corso dello svolgimento del generico Algoritmo di Collatz semplificato, posizioni specifiche si scopre così ad esempio assumono i numeri dispari a seconda che siano della forma 6n+1, 6n+3 o 6n+5, ma ciò nonostante tutto quel lavoro non stava portando ai risultati sperati, alla comprensione cioè della *ratio*, del perché la Congettura di Collatz all'atto pratico sembra essere vera, sembra convergere sempre ad 1 dopo pur numeri variabili di step e anche dopo casi in cui ci si allontana talvolta verso numero assai più grandi del numero di partenza nello svolgimento dell'Algoritmo.

Sono pertanto tornato ad approfondire i miei risultati iniziali sopra esposti e ho avuto una intuizione il 22 dicembre del 2024 che considero illuminante e risolutiva, per poi svilupparla meglio il 25 febbraio del 2025 come di seguito la espongo.

Costruiamo un algoritmo in questo modo e dopo proviamo a lanciarlo per diversi numeri; deve essere così strutturato

dato un qualsiasi numero reale positivo r, con un operatore random si valuta se si ottiene "testa" o "croce",

se esce "testa", sommiamo a quel numero la sua metà,

se esce "croce", sottraiamo a quel numero la sua metà

birth: 22 March 1977, in Maglie in ITALY
address: Italy, Maglie (LE), postal code 73024
number 3 Francesco Baracca Street
tel. +39 0836 423855 cell. +39 347 7096175 *e-mail: orestecaroppo@yahoo.it*

e facciamo ciò in maniera iterativa un numero fissato di volte

quindi osserviamo che numero abbiamo ottenuto alla fine a partire dal numero di partenza.

Si otterrà aumentando il numero di iterazioni una convergenza a zero, e questo non meraviglia ma è ovvio statisticamente.

Nei passi indotti dal segno "croce" ci sia avvicina relativamente a zero ben più di quanto invece ci si allontani nei passi indotti dal segno "testa". Nei passi di "croce" ci si avvicina a zero secondo il fattore 1/2, nei passi di "testa" ci si allontana secondo il fattore 3/2.

Dopo m=c+t passaggi,

in cui c sono le volte in cui l'operatore random ha dato "croce" e t le volte in cui ha dato "testa", arriveremo al numero

j=((1/2)^c)*((3/2)^t)r

Statisticamente aumentando m si tende verso la situazione $c \approx t \approx m/2$, essendo la probabilità che l'operatore random dia "testa" esattamente uguale alla probabilità che possa dare "croce", per cui j tenderà a

$J \approx ((3/4)^{\wedge}(m/2))r \to 0$

che converge a zero al crescere di $m \to +\infty$.

Sarà facile allora convincersi che l'Algoritmo di Collatz, grazie alla nostra versione semplificata dello stesso, fa esattamente lo stesso ma lavorando su numeri interi positivi (numeri naturali).

Se il numero è pari 2n vi sottrae la sua metà n che è ancora un numero intero positivo.

Se il numero è dispari 2n+1 vi somma la sua metà n+1/2 che però non è numero intero ma lo diventa aggiungendovi proprio 1/2.

Se l'algoritmo sviluppato per i numeri reali positivi converge a zero non stupirà allora che l'Algoritmo di Collatz, che è per i numeri naturali, converga a 1.

Ad ogni passo nell'algoritmo sviluppato per i reali ci serviamo di un operatore random "testa" o "croce" per decidere come procedere. La probabilità che dia "testa" è esattamente uguale alla probabilità che dia "croce", esattamente come nel lancio di una teorica monetina.

Oreste Caroppo

birth: 22 March 1977, in Maglie in ITALY
address: Italy, Maglie (LE), postal code 73024
number 3 Francesco Baracca Street
tel. +39 0836 423855 cell. +39 347 7096175

e-mail: orestecaroppo@yahoo.it

E dove sta la similitudine con l'Algoritmo di Collatz semplificato?

Semplice, lì ad ogni step il numero cui si giunge può essere o pari o dispari e questo determina come si procederà, (tutto questo non era altrettanto chiaro invece nell'Algoritmo di Collatz di base dove per ogni numeri dispari si giunge invece ad un numero pari). L'essere pari corrisponde alla nostra situazione di "croce", l'essere dispari alla nostra situazione di "testa".

Inoltre abbiamo dimostrato che non ci possono essere sequenze infinite di dispari nell'Algoritmo di Collatz semplificato, questo esclude persino analiticamente la probabilità che il "dado", la "monetina" dei pari o dispari possa dare sempre valore dispari all'infinito che avrebbe implicato una divergenza avversa alla dimostrazione di verità della Congettura di Collatz!

A questo punto colta e dimostrata la *ratio* della convergenza a 1 della Congettura di Collatz qui mi fermo, lasciando magari ad altri l'impegno nel verso di un maggiore affinamento della esposizione di questi risultati, nel passaggio dall'algoritmo qui proposto per i numeri reali positivi all'Algoritmo di Collatz per numeri naturali, nonché per la questione aperta ancora della assenza o meno nell'Algoritmo di Collatz di casi di ricorsività non convergente a 1.

Febbraio 2025

Oreste Caroppo

Oreste Caroppo

Nato a Maglie (Lecce), Italia, il 22 marzo 1977

Residente a Maglie (Lecce), via Francesco Baracca n.3

C.A.P. 73024

cellulare +39 347 7096175

telefono fisso +39 0836 423855

email: orestecaroppo@yahoo.it