

Description and Calculation

Friedrich Sösemann, 11/2024

Terms

calculation, completeness, description, diversity, information, intelligence, knowledge, object, predictability, property, state, subject, value.

Abstract

The present text is a systematic description of descriptions, a network of precise definitions already existing concepts /1/, such as information, knowledge, intelligence as a hierarchy of relations and their measures, as well as of description and calculation with their completeness and predictability.

Basic concepts

Determining the adopted worldview, the ontology, creates a solid basis for further definitions. This involves a digital world /2/. In this way, problems with infinity are avoided and number, variety and frequency become possible.

The world consists of /3/ dependent values in space and time.

Space is the juxtaposition of elementary places. It has the independent dimensions of height, width and depth /4/. Several neighboring places form spatial areas. Time is the succession of elementary past, present and future points in time. Several points in time that follow one another directly form time periods. Space and time are independent of one another.

Values are the fundamental components of the world. They are constant in one place and one time, but change in space and time.

Properties are the sets of all values that never occur simultaneously in one place and are mutually exclusive /5/.

Examples are the values red or green of the color property, round or square of the shape and 3 grams of the mass of a place.

The state is the value of a property, the summary of all non-exclusive values of a place, or of the states of all places in a spatial area; it changes in time /6/.

Things are identified spatial areas that differ from their surroundings and whose state is relatively constant. Processes are identified time periods of changing states in fixed spatial areas.

The values interact with each other and are related via causality, interaction or correlation dependent on each other /7/. Values can only change into other values of their own property. Their dependence is the reason that not every value can be spatially or temporally adjacent to every other and so the number of their combinations is limited /8/.

Contradictory states lead to their change. This can then lead to new states and further changes /9/ and thus stretch time.

Formally, M occurring properties P_m are defined as a mathematical set their existing values:

$$P_m = \{ v_{1m}, v_{2m}, \dots, v_{Nm} \}.$$

The state S of a place x,y,z at a time t is the set of one value each of all properties occurring there:

$$S_{xyzt} = \{ v_{xyzt1}, v_{xyzt2}, \dots, v_{xyztM} \}.$$

The world W is the set of all its states in space X,Y,Z over time T:

$$W_{XYZT} = \{ S_{1111}, S_{1112}, \dots, S_{XYZT} \}.$$

Space areas in time sections are subsets of this.

If the number of space-time points is greater than the number of different states, space and time must be described into ordered sets, into N-tuples, because identical elements can be distinguished by their position:

$$W_{XYZT} = (S_{1111}, S_{1112}, \dots, S_{XYZT}).$$

The overall state of a spatial region is therefore defined as a tuple of the states of all its N places at time t:

$$S_{Nt} = (S_{1t}, S_{2t}, \dots, S_{Nt}).$$

All possible states are described by the Cartesian product of the properties. The dependency between the values limits the number of possibilities. Relations, as subsets of product sets, describe this formally:

$$R_M \subseteq P_1 \otimes P_2 \otimes \dots \otimes P_M,$$

Diversity

Counting and measuring promise precision and objectivity. The number different elements a whole, here meaning values, properties or places, unites as a number mathematical rigor with the desired generality.

However, numbers do not exist objectively. Counting /10/ requires distinction, but this distinction is made and is therefore subjective.

The diversity is determined by the number of distinct states of a thing or process X /11/. The measure /12/ of the diversity H_X should be additive, so that, for example, doubling an entity also doubles its diversity.

The logarithm meets these requirements for the measure the number N_X . A single state results in zero and the base two leads to the unit of measurement bit:

$$H_X = \text{ld } N_X.$$

If the number N of places in a spatial area or of points in time in a time period X is greater than the number of different states N_x in it, then states must occur multiple times. Their relative frequency, also called probability, is given by:

$$p_x = N_x / N, \quad \text{mit } \sum_{x=1}^{N_x} p_x = 1.$$

For the statistical Measure of the diversity of an entity, when states occur multiple times but with different frequencies, it is true that the equally frequent occurrence of two states is certainly perceived as more diverse than when one occurs predominantly and the other only rarely /13/.

In order to reflect this in the measure, the frequency of occurrence of the states is taken into account. The diversity is then the weighted sum of all N_x states:

$$H_x = \sum_x p_x \text{ld } 1/p_x.$$

In the case of uniform distribution, the diversity is maximal /14/ and is now $H_{x_{\max}} = \text{ld } N_x$.

Information

Values are dependent on other values, in the same or neighboring places. This reduces the number of possible combinations or changes their frequency, thus reducing diversity. Information I /15/ is the measure of interdependence, the limitation of diversity ΔH /16/:

$$I = H_{\max} - H = \text{ld} (N_{\max} / N).$$

This is the case when selecting one of N exclusive states

$$I = \text{ld } N / 1 = \text{ld } N,$$

or with M interdependent properties /17/ /18/

$$I_M = \text{ld} (N_1 * N_2 * .. * N_M / N_{12..M})$$

and more detailed about their frequency /19/

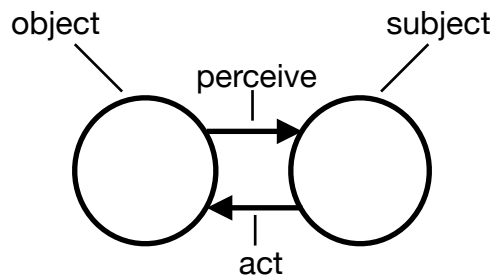
$$I_M = \sum_{n_1}^{N_1} \sum_{n_2}^{N_2} .. \sum_{n_M}^{N_M} p_{n_1 n_2 .. n_M} * \text{ld} (p_{n_1 n_2 .. n_M} / p_{n_1} * p_{n_2} * .. * p_{n_M}).$$

The information itself and its measure I must be distinguished: the influence, dependence and limitation of diversity through information is determined and detailed, its measure is merely the amount of the difference in diversity caused by it /20/.

There is no physical, biological, technical or semantic information, only a measure of the dependence of states in physics, biology, technology or semiotics.

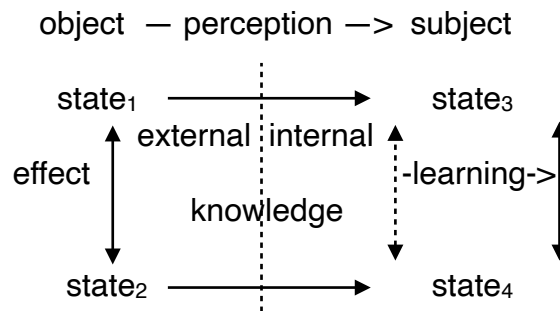
Subject

Subjects are things that relate to other things, so-called objects, and can store past states. Objects are passive, are handled and perceived; subjects are active, act and perceive /21/.



Objects are perceived by subjects by assigning object and subject states to each other. The dependence of one state thus transitively limits the other.

Learning then stores the perceived combinations, supplementing indirect by direct assignments, replacing correlation by causality /22/:



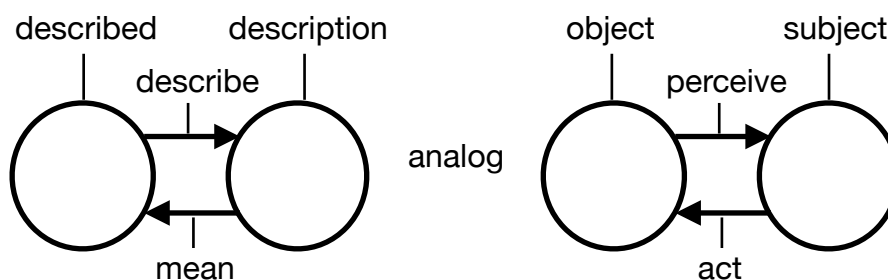
Learning associations increases the efficiency of subjects because once learned associations do not need to be repeatedly determined from the environment.

Saving past states distinguishes subjects from objects. Thinking, as the use and processing of knowledge, presupposes that the internal states that embody the knowledge are maintained over time.

Memory transforms time into space and is a region with independent constant states/23/.

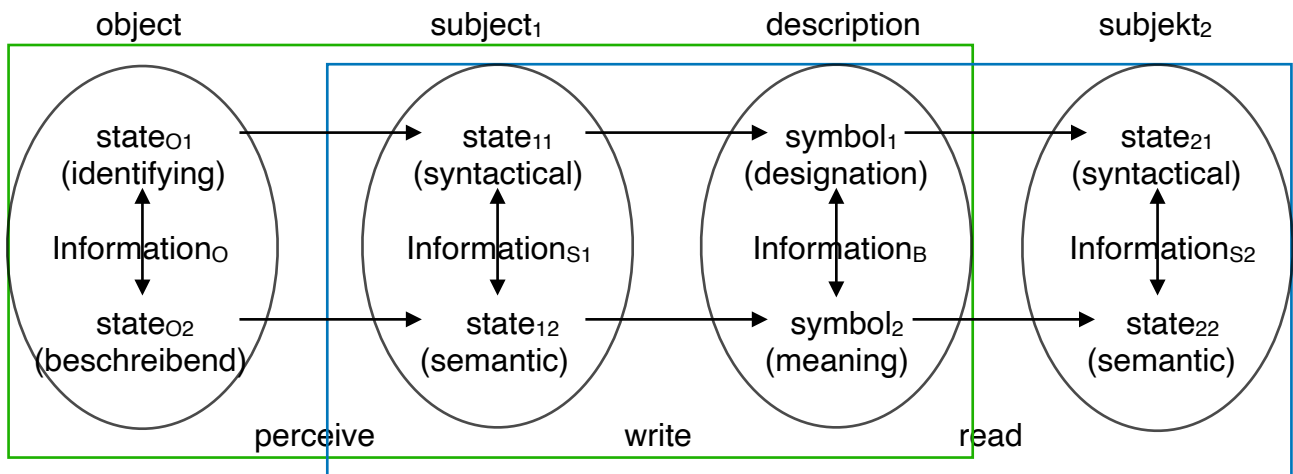
Description

Descriptions are objects that represent the objects described. Their states represent external states and store them. Descriptions are usually sequences of symbols that are linked to one another via their names /24/.

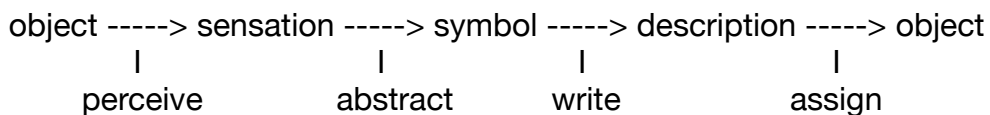


In the case of the described and description, as with object and subject, the relation of the second to the first, the intentionality, is significant.

Descriptions serve to store knowledge and exchange it between subjects:



The described and the description are only indirectly related to each other, via the knowledge of subjects:



Descriptions embody states, and can therefore also describe processes by mapping successive external states onto their state, thus transforming time into space. Completeness, probability or errors are characteristics of the description and not of what is described, of reality.

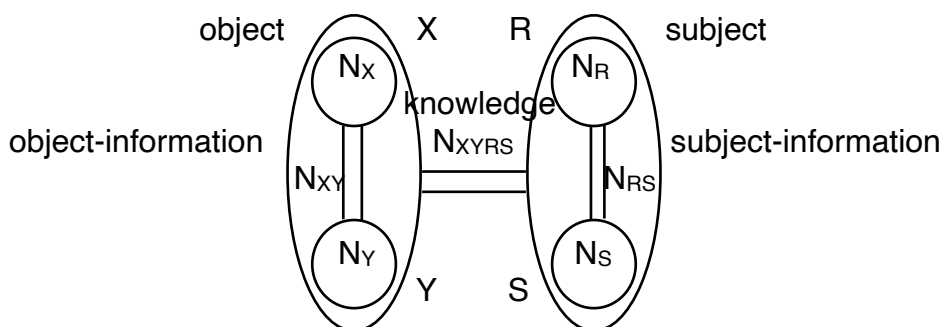
Descriptions are meta-relations. They represent the dependency between already dependent states, are relations of relations /25/:

$$R^2_M \subseteq R^1_1 \otimes R^1_2 \otimes \dots \otimes R^1_M.$$

Knowledge

The measure of dependence between two domains with self-dependent states, such as object and subject or described and description, is information about information, is knowledge /26/:

$$I_{OS} = Id (N_{XY} * N_{RS} / N_{XYRS}).$$

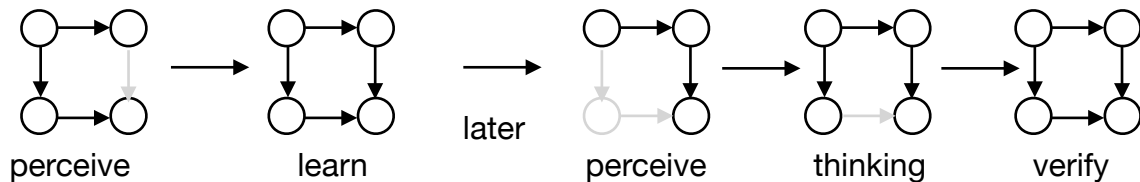


Knowledge, as the dependence of internal on external information, is necessary, but only true knowledge is sufficient. Subjects possess true knowledge as an internal model $S(R)$ of objects or their environment $Y(X)$, if for the functions

$$Y(S(R(X))) = Y(X)$$

applies, with $R(X)$ and $S(Y)$ as perceptions, $X(R)$ and $Y(S)$ as actions of subjects /27/. Truth requires structure-preserving assignments (homomorphism) /28/:

The truth of knowledge is verified if the predicted state actually is present:



Knowledge does not require consciousness. For example, with a thermostat, the external information - heating increases the temperature - is firmly linked to the internal information - if the temperature is too low, then heat more.

In descriptions, there are four players: the object or environment O , the writing subject S_1 , the description D , and the reading subject S_2 . This leads to three connected knowledge relations, I_{OS_1} , I_{S_1D} and I_{DS_2} , which transitively yield the desired knowledge I_{OS_2} :

$$I_{OS_2} = I_{OS_1} + I_{S_1D} + I_{DS_2} = Id (N_O * N_{S_1} * N_D * N_{S_2} / N_{OS_1DS_2}).$$

If all three pieces of knowledge are true, then so is the transitive overall knowledge. In the case of fictions, the object is missing; in the case of errors, misunderstandings or lies, at least one of the assignments is wrong.

Contradictory knowledge does not reflect external information (disjoint states). Contradictions between objects, descriptions and subjects can be corrected, dialectical contradictions in objects or the environment, on the other hand, lead to cycles.

Calculation

Calculation is description transformation /29/, the changing of the knowledge of a description through the action of a subject, thinking on the other hand, the changing of knowledge in the subject. To do this, a given state is transformed into a desired state with the help of existing knowledge.

Unlike learning, where the relation $Y(X)$ is created from the states of X and Y , calculation or thinking determines the desired state Y from the given state X and the existing relation $Y(X)$. Searching is used for this purpose. In existing knowledge, interpolation, extrapolation or inducing as an explication of implicit knowledge.

The actions of subjects as changes in properties in physical space are replaced by thinking and calculating, i.e. changing the position in state space /30/. Descriptions are structures in space, calculations are processes in time. Externally past and distant information become internally present and close /31/.

Calculations are functions, algorithms, logical derivations or program runs. Theories or models are variable descriptions that make it possible to switch between states, to think or to calculate.

Calculations as meta-meta-relations are a further hierarchy level of relations /32/:

$$R^3_M \subseteq R^{2_1} \otimes R^{2_2} \otimes \dots \otimes R^{2_M}.$$

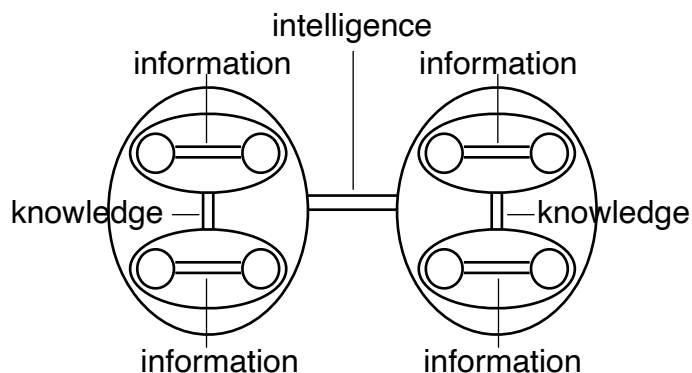
Intelligence

Learning and describing generates knowledge, thinking and calculating uses knowledge, replaces action with simulation, allows the subject to act more efficiently and safely than directly in its environment.

Intelligence assigns the knowledge of facts to each other, transforms knowledge sets into knowledge networks and description sequences in calculations.

The degree of dependence on knowledge, the reduction of the number of assignments of knowledge elements, the intelligence is /33/:

$$I_{OS1OS2} = Id (N_{XYRS1} * N_{XYRS2} / N_{XYRS12}).$$



Thinking, like deduction, induction or compression, is knowledge processing: deduction concludes from implicit to explicit knowledge. induction creates new knowledge from existing knowledge, induction increases, compression /34/ reduces the number of knowledge states in the subject.

Language

Languages are sets of possible descriptions and calculations and embody structured world knowledge.

This applies to informal natural languages, but also to formal programming languages. The Wolfram Language (Wolfram 2016) is a formal, almost natural language and a modern approach to the universal language of Leibniz.

The lexic, syntax, semantics and pragmatism are intersubjective agreed definitions. Symbols, structure, meaning and efficiency are characterized by diversity, information, knowledge and intelligence:

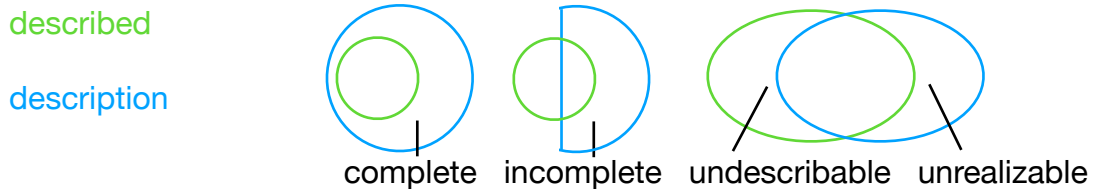
level	term	measure	description
0	diversity	$I^0 = \text{Id } N$	lexik
1	information	$I^1_{XY} = \text{Id} (N_X * N_Y / N_{YX})$	syntax
2	knowledge	$I^2_{XYRS} = \text{Id} (N_{XY} * N_{RS} / N_{XYRS})$	semantics
3	intelligence	$I^3_{XYRS12} = \text{Id} (N_{XYRS1} * N_{XYRS2} / N_{XYRS12})$	pragmatics

A language is Turing-complete, if all calculations that the Turing machine (computer) can perform, can also be described. Analogously, complete ontologies, which cover all phenomena in the world, or complete axiom systems, from which all desired sentences can be derived.

In order to be Turing-complete, programming languages require the orders of sequence, selection and repetition /35/.

Completeness

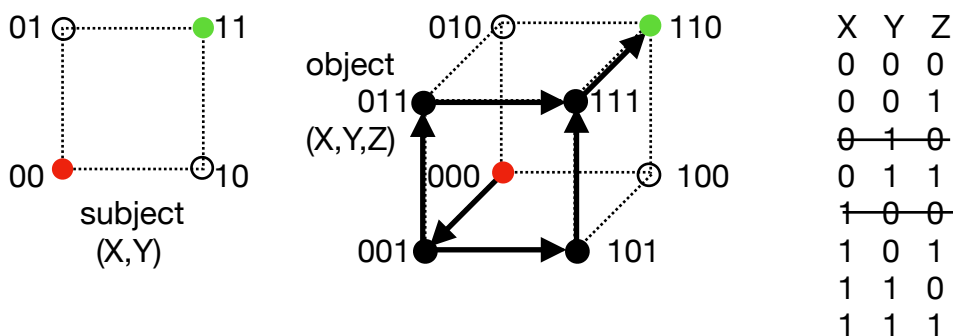
The description of an object can only *be* complete if the description has more possible states than the object described. However, descriptions are usually incomplete because they only consider the aspects relevant to the respective action. However, fictitious, unrealizable objects can also be described. Since descriptions are parts of the world, they necessarily have fewer states than the world itself,

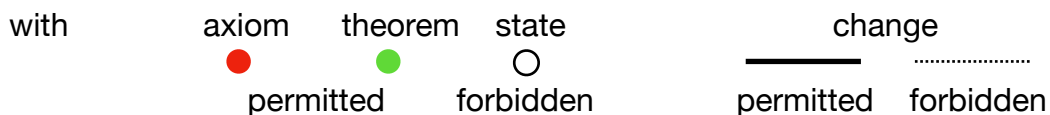


A language is incomplete if its descriptions must remain incomplete. What is crucial here is not the extent of the description, but the insufficient dimensionality of the language /36/: for example, Turing-incomplete programming languages do not contain all the necessary basic structures, given operators do not lead out of a mathematical group, axiom systems do not contain enough axioms for the statements considered /37/ or sub-sciences still lack fundamental laws.

Calculations can also be incomplete if some paths in the description space are blocked due to forbidden states and unsuitable initial states /38/.

Example:

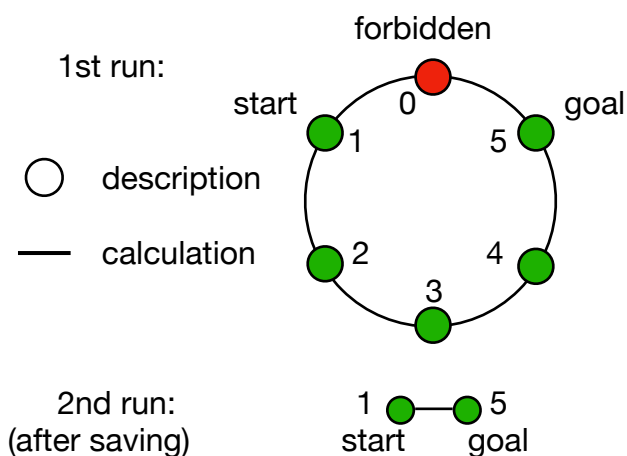




Predictability

Predictability of calculations is only possible if several paths, shorter and longer ones, lead from the start to the target state.

Is there initially only one way of calculating over all the intermediate states (Computational Irreducibility), for example because forbidden states block alternative paths, on second time the same calculation can use the stored start and destination states as an abbreviation, as experiential knowledge,:

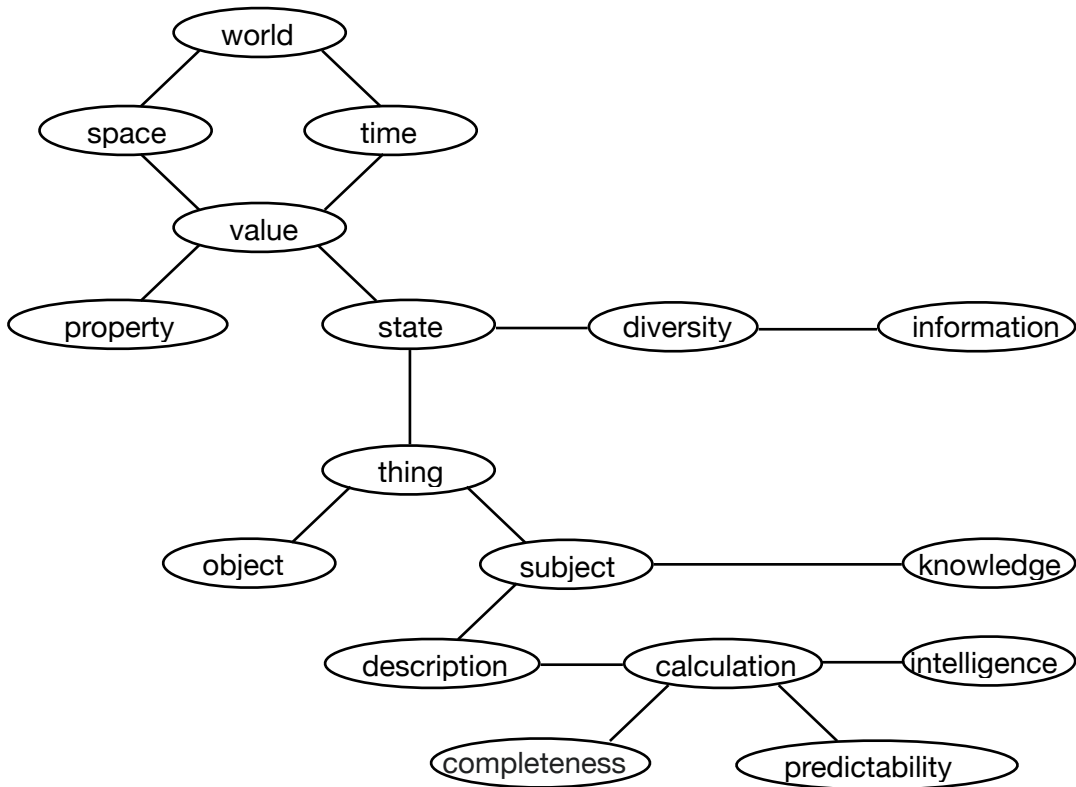


The direct assignment of start and end state is experiential knowledge as a special case of learned knowledge

Notes

The notes have been moved from the main text to make reading it more fluid. They explain, refine or demonstrate the terms used. The italicized references make it easier to jump back and forth.

1:



2:

Digital Physics assumes a discrete world and considers the continuum to be an abstraction. However, the statements of the present text are not affected by this. Only instead of values, densities, instead of sums, integrals, differential equations instead of tables, such as

$$I(X,Y) := \int_x \int_y P(x,y) * \text{Id} (P(x,y) / P(x) P(y)) dx dy. \quad \text{instead of} \quad I(X,Y) := \sum_x \sum_y^{N_x N_y} p_{xy} * \text{Id} (p_{xy} / (p_x * p_y)).$$

3:

The present text is a network of definitions, their terms refer about their names to each other and the world. Words such as "is", "be" or "consists of" are used to relate the term (definiendum) to its definition (definiens). Here, "is" or "be", "consists" or "exist" and mathematically "=" or "[:=" have a realistic or constructivist basic assumption. "Existence" refers to spatial parts, "being" to the whole.

4:

In "Space, time and cognition", Bailly and Longo (*Bailly 2004*) explain that exactly three dimensions of space are biologically necessary, and that space and time are neither objects nor categories, but frames of reference and as a mathematical group or semi-group can be characterized.

5:

The concept of substance, as the bearer of the properties, is not used here. Places and times are characterized by their state.

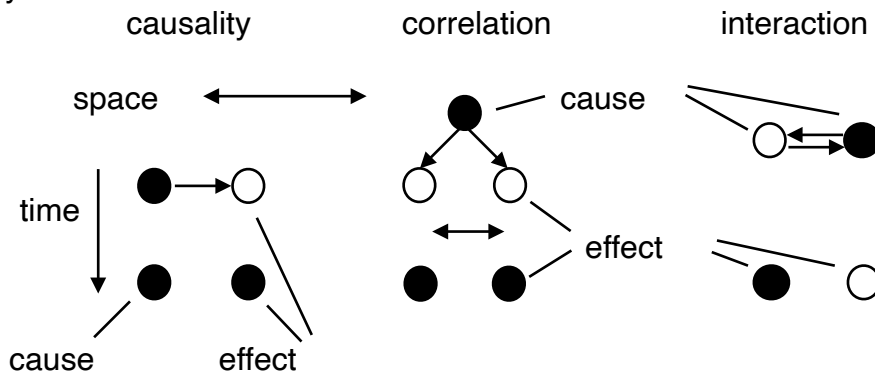
6:

Formal world description, with '(...)' for tuples and '{' .. '}' for sets:

world	=	(..., value _{rt} , ...),
space	=	(..., place _r , ...),
space-area _R	=	(place _{1,..,place_{r,.., place_R}),}
place _r	=	(x _r , y _r , z _r),
time	=	(..., t _t , ...),
time-period _T	=	(t _{1,..,t_{2,.., t_T}),}
property _E	=	{ value _{1,.., value_{e,.., value_E} },}
state _{Et}	=	(value _{1t,.., value_{et,.., value_{Et}}),}
state _{Rt}	=	(state _{E1t,.., state_{Et,.., state_{ERt}}).}

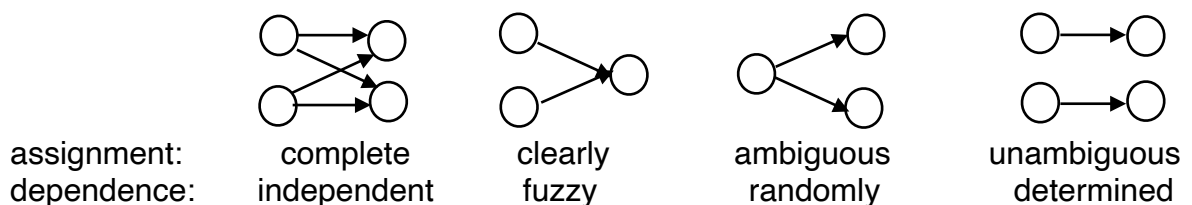
7:

The causality is asymmetric, distinguishes cause from effect. The correlation is symmetrical and is caused by third-party causality. The symmetric interaction is mutual causality.

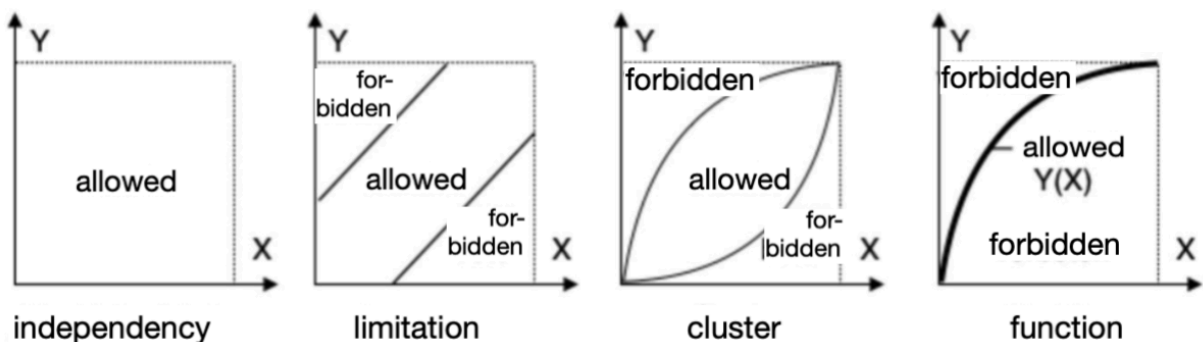


8:

The dependency can be represented graphically as an assignment graph

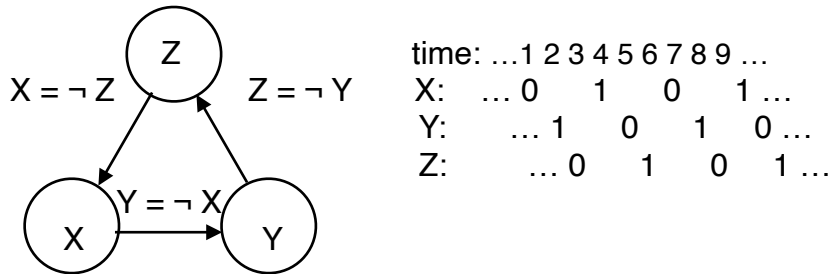


and realizes natural laws or artificial rules and definitions:



9:

Contradictory assignments lead to oscillations, to cyclical changes in the states involved. The double negation in the example results in identity. The third negation, instead of the required identity, now causes all values to change cyclically:



10:

The objects of a space or the events of a time, the elements of a set, the frequency of the elements of multi-sets or the properties of an object in product sets can be counted:

$$\begin{aligned}
 | (0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1) | &= 8 \text{ elements in total,} \\
 | \{ 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1 \} | = | \{ 0, 1 \} | &= 2 \text{ values in set,} \\
 | (0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1) | = | \{ (0, 4), (1, 4) \} | &= 2 \text{ frequencies in multiset,} \\
 | \{ (0, 1), (1, 0), (0, 0), (1, 1) \} | = | \{ 0, 1 \} \times \{ 1, 0 \} | &= 4 \text{ states in product set.}
 \end{aligned}$$

The continuous quantities that are avoided as a precaution are problematic. Because where are the boundaries drawn between the elements to be counted? Intersubjective agreements, such as the definition of the frequency ranges of colors or a finite measurement accuracy, change the number itself.

11:

Diversity stands for example for the dimensionality of vectors, the arity of numbers or the length of tuples.

The number of different vectors, numbers or tuples is the product of the numbers of all dimensions, positions or elements.

12:

Measures assign numbers to quantities in order to be able to calculate with them.

13:

Example of diversity in two states with different frequencies:

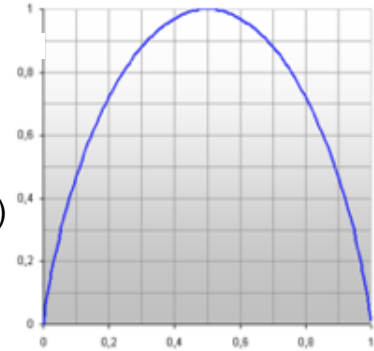
min		$H = (1/4 \ln 4/4 + 1/4 \ln 4/4 + 1/4 \ln 4/4 + 1/4 \ln 4/4)$	$= 0$
mittel		$H = (1/4 \ln 4/3 + 1/4 \ln 4/3 + 1/4 \ln 4/3) + (1/4 \ln 4/1)$	$= 0,81$
max		$H = (1/4 \ln 4/2 + 1/4 \ln 4/2) + (1/4 \ln 4/2 + 1/4 \ln 4/2)$	$= 1$
mittel		$H = (1/4 \ln 4/1) + (1/4 \ln 4/3 + 1/4 \ln 4/3 + 1/4 \ln 4/3)$	$= 0,81$
min		$H = (1/4 \ln 4/4 + 1/4 \ln 4/4 + 1/4 \ln 4/4 + 1/4 \ln 4/4)$	$= 0$

14:

Frequency distribution for two values

$$H_p = p_1 \text{ld } 1/p_1 + p_2 \text{ld } 1/p_2, \quad p_2 = 1-p_1 \quad (\text{ see picture })$$

(Example: $p_1=1/2, p_2=1/2: H = 1/2 \text{ld } 2 + 1/2 \text{ld } 2 = 1,$
 $p_1=1/4, p_2=3/4: H = 1/4 \text{ld } 4 + 3/4 \text{ld } 4/3 = 0,81$)



and for uniform distribution with arbitrary N:

$$p_n = 1/N: \quad H = \sum_n^N p_n \text{ld } 1/p_n = \sum_n^N 1/N \text{ld } N/1 = \text{ld } N.$$

15:

Information is the difference of diversity, $I = \Delta H$. Both refer to the same quantity with the unit of measurement "bit". Length and its change also represent a physical quantity and are both measured in "meters".

The different designations with "I" and "H" use familiar symbols and thus serve to better distinguish them.

16:

By forming the ratios of the numbers, the granularity g shortened out:

$$N_{\max}/N = g \cdot N_{\max 0} / g \cdot N_0 = N_{\max 0} / N_0 .$$

The measure thus avoids the dependence of diversity on arbitrary boundaries and is therefore also valid for continuous values.

Only the sums are divided by integrals and the probabilities p_n replaced by their densities $P(x)$:

$$H = \sum_n^N p_n \text{ld } 1/p_n \quad \rightarrow \quad H = \int_x^X P(x) \text{ld } 1/P(x) dx.$$

17:

If two properties X and Y are independent applies

$$N_{XY} = N_X \cdot N_Y \quad \rightarrow \quad I_{XY} = \text{ld } (N_X \cdot N_Y / N_X \cdot N_Y) = \text{ld } 1 = 0.$$

If X and Y are fully dependent on each other applies

$$N_{XY} = N_X = N_Y = N \quad \rightarrow \quad I_{XY} = \text{ld } (N \cdot N / N) = \text{ld } N.$$

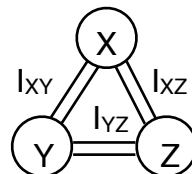
All other cases are in between with

$$N_{XY} < N_X \cdot N_Y \quad \rightarrow \quad 0 < I_{XY} < H_X + H_Y.$$

18:

More than two properties result in new relationships, because effects are transitive. If X correlates with Y and Y correlates with Z, then X and Z are also interdependent. From three locations onwards, the sequential sequence, in one dimension, must be distinguished from the parallel sequence, as a network in at least two dimensions:

$$I_X + I_Y \neq I_{XZ} \neq I_{XYZ}$$



The information of the components adds up as follows:

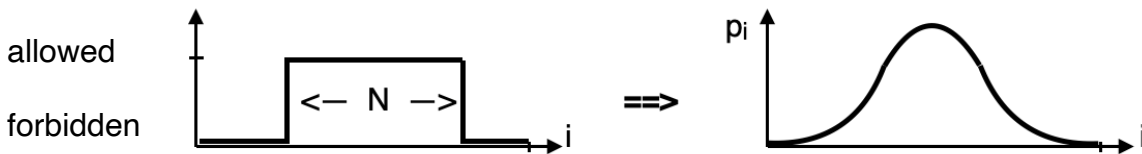
$$\begin{aligned}
 I_{XYZ} &= I_{XY} + I_{(XY)Z} \\
 &= \text{ld } N_X * N_Y / N_{XY} * N_{XY} * N_Z / N_{XYZ} \\
 &= \text{ld } N_X * N_Y * N_Z / N_{XYZ},
 \end{aligned}$$

The order of addition is arbitrary:

$$\begin{aligned}
 I_{XYZ} &= I_{(XY)Z} &= I_{X(YZ)} \\
 &= \text{ld } N_X * N_Y / N_{XY} * N_{XY} * N_Z / N_{XYZ} &= \text{ld } N_Y * N_Z / N_{YZ} * N_{YZ} * N_X / N_{XYZ} \\
 &= \text{ld } N_X * N_Y * N_Z / N_{XYZ}.
 \end{aligned}$$

19:

Each value is influenced by many other values, and these vary depending on the location. Instead of the binary allowed or forbidden, the result is forbidden here and now, but allowed then and there. Instead of just the number of different states, their frequency must therefore be taken into account:

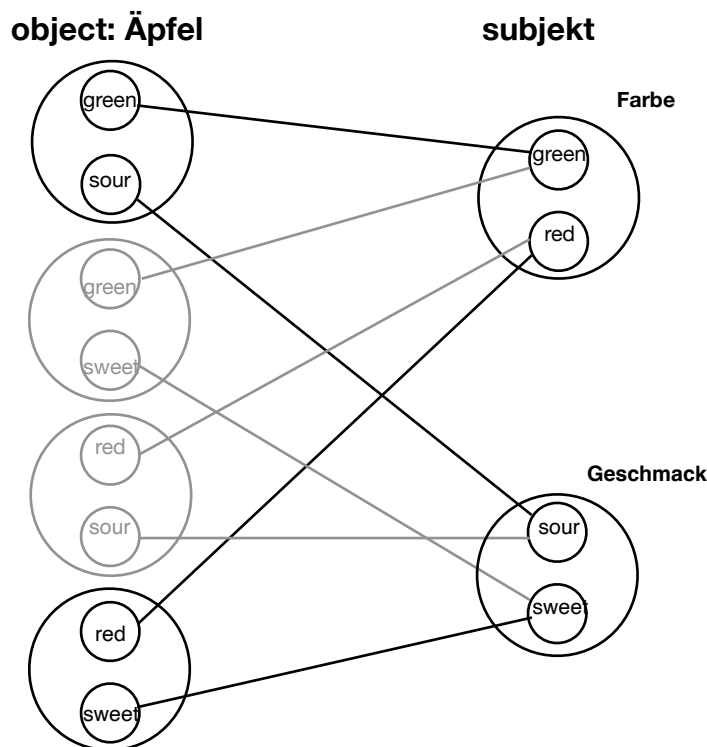


20:

Colloquially, "information" relates to the information measure defined above as a set $M = \{ m_1, \dots, m_N \}$ relates to its cardinality $N = |M|$. The measure is the reduction of N to 1, i.e. $\text{ld } N$; the "information" itself is the specification of the n from M .

21:

Interdependence occurs between different properties of an object. This makes certain combinations forbidden, such as good and cheap or green and sweet:



22:

Externally, the values are distributed in physical space and can only be reached by movement. Internally, they are spatially concentrated in the state space. Externally, causality, as a direct effect, is only possible between spatial neighbors. Between distant entities, however, only indirect effects, i.e. correlation, are possible. Internally, however, everything is adjacent, and causality is possible. States are stored internally by being independent of each other and not changed.

23:

Constancy, i.e. the same quantity over long periods of time, means maximum temporal dependence. Spatially, however, the qualities must be independent of each other and not influence each other.

They are therefore not ergodic. This is what a system is called ergodic if the time means and the set means lead to the same result with probability one (ergodic hypothesis).

Variables Y are spatial entities which have values X_i , certain types X is actively assigned from outside, $Y_t^* := X_i$, and kept until the next assignment, $Y_t = X_i$.

24:

Listening and reading, speaking and writing are sequential, but what is described is usually a network of entities and relationships. That is why the description follows a path through the network and there are recursive definitions, top-down or bottom-up approaches.

25:

The hierarchical relation R_{XYRS} of the relations R_{XY} and R_{RS} is also the flat Relation of the sets X,Y,R and S:

$$R_{XY} = \{ (x_1, y_2), (x_2, y_1) \} \subseteq \{ (\cancel{x_1}, \cancel{y_1}), (x_1, y_2), (x_2, y_1), (\cancel{x_2}, \cancel{y_2}) \}$$

$$R_{RS} = \{ (r_1, s_2), (r_2, s_1) \} \subseteq \{ (\cancel{r_1}, \cancel{s_1}), (r_1, s_2), (r_2, s_1), (\cancel{r_2}, \cancel{s_2}) \}$$

$$R_{XYRS} = \{ (x_1, y_2, r_1, s_2), (x_2, y_1, r_2, s_1) \} \\ \subseteq \{ (x_1, y_2, r_1, s_2), (\cancel{x_2}, \cancel{y_1}, \cancel{r_1}, \cancel{s_2}), (\cancel{x_1}, \cancel{y_2}, \cancel{r_2}, \cancel{s_1}), (x_2, y_1, r_2, s_1) \}$$

$$R_{XYRS} \subseteq X \otimes Y \otimes R \otimes S = \{ (\cancel{x_1}, \cancel{y_1}, \cancel{r_1}, \cancel{s_1}), (\cancel{x_1}, \cancel{y_2}, \cancel{r_1}, \cancel{s_1}), (\cancel{x_2}, \cancel{y_1}, \cancel{r_1}, \cancel{s_1}), (\cancel{x_2}, \cancel{y_2}, \cancel{r_1}, \cancel{s_1}), \\ (\cancel{x_1}, \cancel{y_1}, \cancel{r_1}, \cancel{s_2}), (x_1, y_2, r_1, s_2), (\cancel{x_2}, \cancel{y_1}, \cancel{r_1}, \cancel{s_2}), (\cancel{x_2}, \cancel{y_2}, \cancel{r_1}, \cancel{s_2}), \\ (\cancel{x_1}, \cancel{y_1}, \cancel{r_2}, \cancel{s_1}), (\cancel{x_1}, \cancel{y_2}, \cancel{r_2}, \cancel{s_1}), (x_2, y_1, r_2, s_1), (\cancel{x_2}, \cancel{y_2}, \cancel{r_2}, \cancel{s_1}), \\ (\cancel{x_1}, \cancel{y_1}, \cancel{r_2}, \cancel{s_2}), (\cancel{x_1}, \cancel{y_2}, \cancel{r_2}, \cancel{s_2}), (\cancel{x_2}, \cancel{y_1}, \cancel{r_2}, \cancel{s_2}), (\cancel{x_2}, \cancel{y_2}, \cancel{r_2}, \cancel{s_2}) \}$$

In the hierarchical form, 6 elements have to be removed from the flat form, 12 elements; the hierarchical form is more efficient, additive rather than multiplicative.

26:

The knowledge between the areas plus the internal information of the areas results in the information of the entire area:

$$I_{XYRS} = I_{XY} + I_{RS} + I_{(XY)(RS)} \\ = \text{Id} (N_X * N_Y / N_{XY}) * (N_R * N_S / N_{RS}) * (N_{XY} * N_{RS} / N_{XYRS}) \\ = \text{Id} N_X * N_Y * N_R * N_S / N_{XYRS}.$$

27:

Example of true knowledge $S(R)(Y(X))$ with variants 1 and 2:

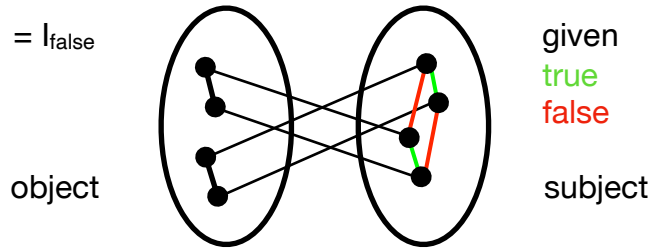
X Y	R S	XY RS	X Y R S	X Y R S
0 0	0 0	00 01	0-0 0 0	0-0 0 0
0 1	0 1	00 10	1-1 1 1	1-1 1 1
1 0	1 0	11 01		
1 1	1 1	11 10		

$Y = X, S = \neg R, X = S, Y = \neg R, \rightarrow Y = \neg R = S = X,$
 $Y = X, S = \neg R, X = R, Y = \neg S, \rightarrow Y = \neg S = R = X.$

mit $I_{XYRS} = Id_{4/2} * 4/2 * 4/2 = Id_{16/2} = 3,$

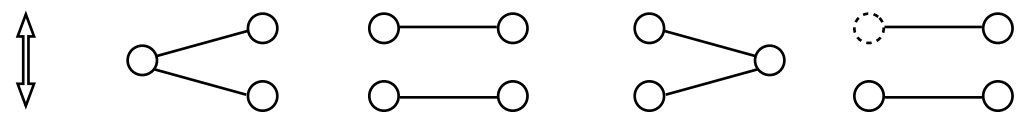
28:

Example: $I_{true} = Id_{4/2} = I_{false}$



29:

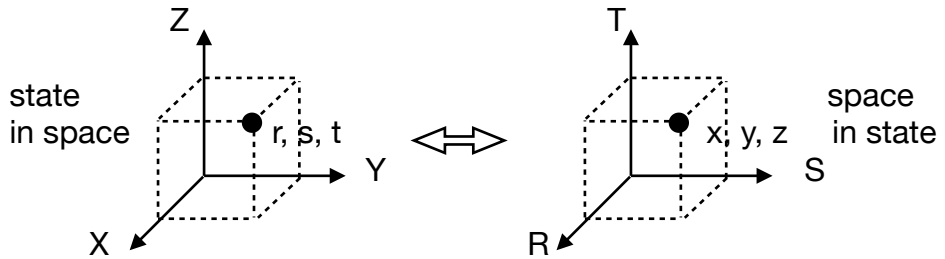
Truth-preserving, meaning-preserving, interpreting and imagining



description transformations.

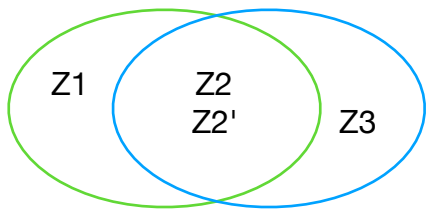
30:

Inverse representation in physical space (external, object, described) with X,Y and Z and property space (internal, subject, description) with R, S and T:



31:

The **described** has, in addition to the relevant partial states Z2 shown, other irrelevant partial states Z1; the **description** has, in addition to the depicting partial states Z2', Z3. Z2 and Z2' embody the knowledge; Z1 and Z3 are different and cause calculation is more efficient than action.

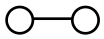
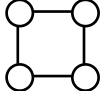
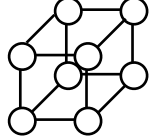


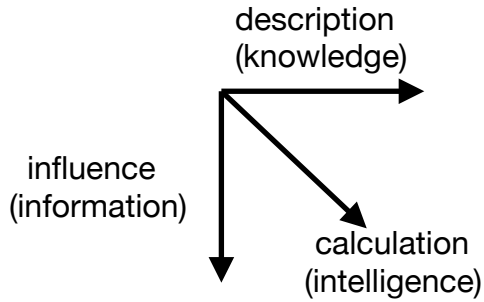
Example:

Z ₁ Z ₂ Z _{2'} Z ₃
0 0 0 0
0 0 1 0
0 1 1 0
0 1 0 1
1 0 0 0
1 0 1 0
1 1 0 1
1 1 1 0

32:

Intelligence is thus a further level of dependence and requires an additional Dimension:

information	1 dimension		2 properties
knowledge	2 dimensions		meta-information 4 properties
intelligence	3 dimensions		meta-knowledge 8 properties



33:

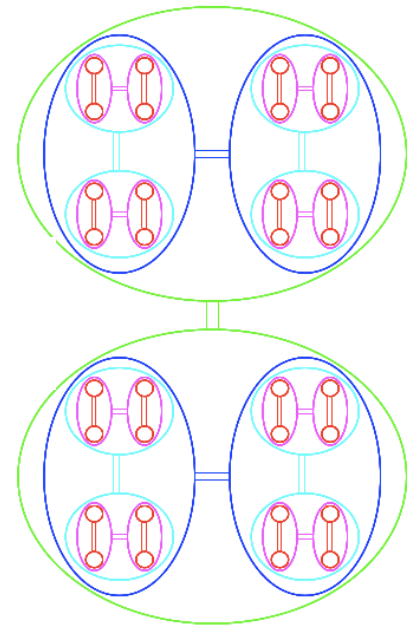
Level 0: quality
= quantity <—exclusion—> quantity

Level 1: state
= quality <—assignment—> quality

Level 2: information
= state <—dependency—> state

Level 3: knowledge
= information <—perceive—> information

Level 4: intelligence
= knowledge <—thinking—> knowledge

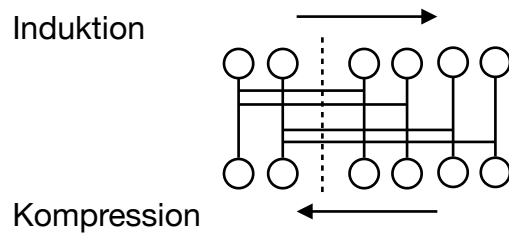


Example of the three dependency measures:

information	$l_{01} = \{ (x_1, y_1), (\cancel{x_1}, y_2), (\cancel{x_2}, y_1), (x_2, y_2) \}$	$= \text{ld } 4/2 = 1 \text{ Bit,}$
	$l_{02} = \{ (\cancel{x_1}, y_1), (x_1, y_2), (x_2, y_1), (\cancel{x_2}, y_2) \}$	$\dots = 1 \text{ Bit,}$
	$l_{s1} = \{ (r_1, s_1), (\cancel{r_1}, s_2), (\cancel{r_2}, s_1), (r_2, s_2) \}$	$\dots = 1 \text{ Bit,}$
	$l_{s2} = \{ (\cancel{r_1}, s_1), (r_1, s_2), (r_2, s_1), (\cancel{r_2}, s_2) \}$	$\dots = 1 \text{ Bit,}$
knowledge	$l_{s1} = \{ (l_{01}, l_{s1}), (\cancel{l_{01}}, \cancel{l_{s2}}), (\cancel{l_{02}}, \cancel{l_{s1}}), (l_{02}, l_{s2}) \}$	$\dots = 1 \text{ Bit,}$
	$l_{s2} = \{ (\cancel{l_{01}}, \cancel{l_{s1}}), (l_{01}, l_{s2}), (l_{02}, l_{s1}), (\cancel{l_{02}}, \cancel{l_{s2}}) \}$	$\dots = 1 \text{ Bit,}$
intelligence	$l_{s12} = \{ (l_{s1}, l_{s1}), (\cancel{l_{s1}}, \cancel{l_{s2}}), (\cancel{l_{s2}}, \cancel{l_{s1}}), (l_{s2}, l_{s2}) \}$	$\dots = 1 \text{ Bit.}$

34:

For the survival of organisms, it is often important to process knowledge faster than the environment changes. Compression replaces extensive knowledge with more compact knowledge, such as describing sequences of identical elements by their repetition.



35:

The minimal, universal and complete programming language "Leibniz" served to search for the essence of languages and to introduce programming (Sösemann 2010). It is Turing-complete. Programming paradigms such as structured, functional, logical or object-oriented can be defined and applied in it. The syntax is very short with three rules:

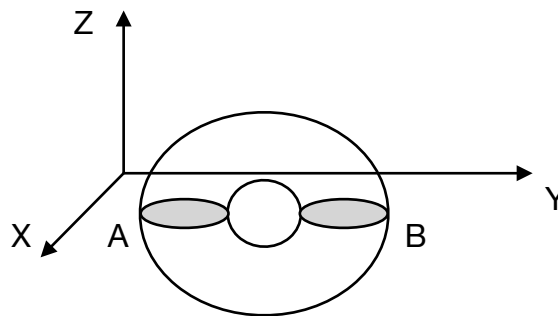
```

assignment = sequence [ ':' sequence ] .
sequence   = symbol [ sequence ] .
symbol     = '(' assignment ')'
           | '<' symbol '>'
           | '_' | character .
    
```

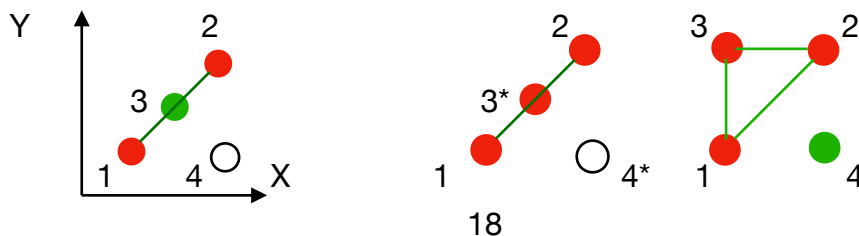
Their semantics are formally defined by rules for parameterized, recursive word replacement. The assignment of symbol sequences describes dependent values, sequences realize space or time, and recursion makes it possible to represent hierarchies.

36:

The surfaces A and B are connected in three dimensions (X, Y, Z), in two (X, Y) however, is not:

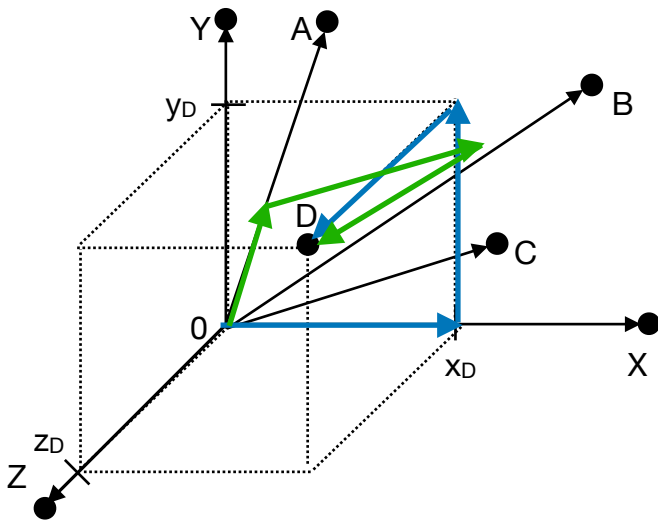


In the state space X-Y, all facts can be described by specifying their x-y-values. On the other hand, not all facts are calculable: The two red axiom facts 1 and 2 form the green line of possibility. By changing X and Y, the calculation, the green sentence fact 3 can be derived, because it is on the green line of possible facts. The white fact 4 is true, but not possible and therefore not calculable.



37:

Vectors and axioms:



$$A = (x_A, y_A, z_A) = x_A * X + y_A * Y + z_A * Z$$

$$B = (x_B, y_B, z_B) = x_B * X + y_B * Y + z_B * Z$$

$$C = (x_C, y_C, z_C) = x_C * X + y_C * Y + z_C * Z$$

$$D = (x_D, y_D, z_D) = x_D * X + y_D * Y + z_D * Z$$

is true

$$D = (a_D, b_D, c_D) = a_D * A + b_D * B + c_D * C$$

is calculable

$$D = (a_D * x_A, a_D * y_A, a_D * z_A) + (b_D * x_B, b_D * y_B, b_D * z_B) + (c_D * x_C, c_D * y_C, c_D * z_C)$$

$$= (a_D * x_A + b_D * x_B + c_D * x_C, a_D * y_A + b_D * y_B + c_D * y_C, a_D * z_A + b_D * z_B + c_D * z_C)$$

Where world: X,Y,Z; axioms: A,B,C; theorem: D, as well as information (D,E), knowledge ((D,E),(F,G)) and intelligence (((D,E),(F,G)),((H,I),(J,K))).

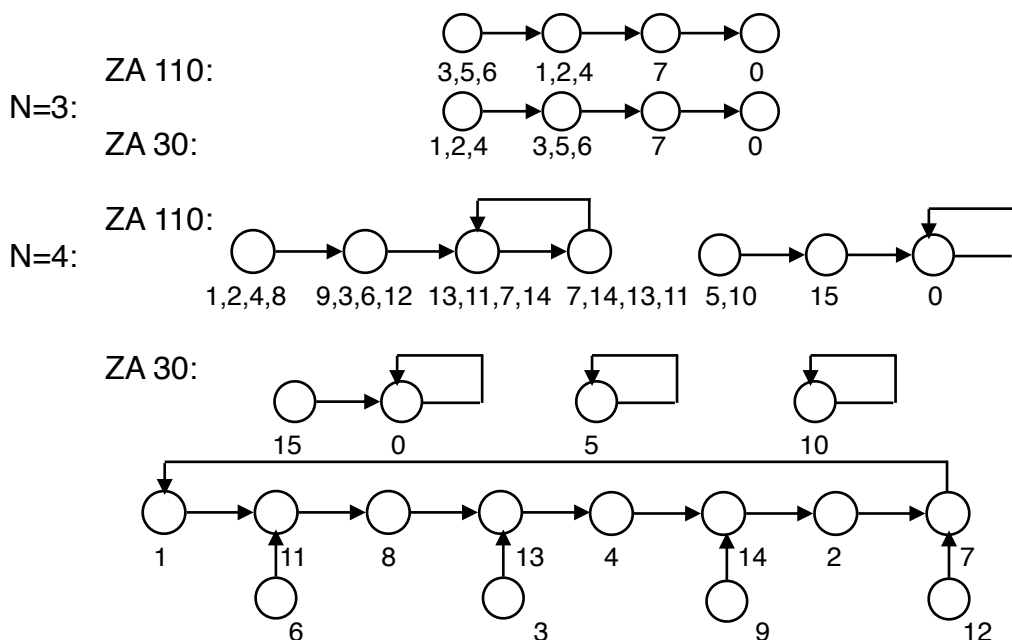
Points on dimensional axes are existence statements of values, inner points are facts, are value assignments. The relations Y(X) and Z(Y) are axioms, relation Z(X) is a theorem and (x_n, y_n, z_n) is a fact. Sets are dimensions, product sets are spaces, subsets, as relations, information.

38:

Cellular Automata are a special case of the ontology assumed above with local action between neighboring places (cells) and a cyclic spatial dimension.

For fixed N and x_{N+1}=x₁, the states form cycles. If the number of different states of a cycle T is less than 2^N, there exist several separate cycles T_i with ∑ T_i = 2^N.

Rules 30 and 110 of Stephen Wolfram's Simple Cellular Automata lead to separate graphs where not all final states are reachable through all initial states, therefore are not computable (Wolfram 2002):



References

- *Bailly Francis; Longo Giuseppe: Space, time and cognition. From The Standpoint of Mathematics and Natural Science. Mind and Causality 2004.*
- *Sösemann, Friedrich: Programmieren lernen mit "Leibniz". 2010.*
- *Wolfram, Stephen: A New Kind of Science. 2002.*
- *Wolfram, Stephen: Computational Law, Symbolic Discourse and the AI Constitution. Stephen Wolfram Writings 2016.*

Beschreibung und Berechnung

Friedrich Sösemann, 11/2024

Begriffe

Berechnung, Beschreibung, Eigenschaft, Information, Intelligenz, Objekt, Subjekt, Vielfalt, Vollständigkeit, Vorhersagbarkeit, Wert, Wissen, Zustand.

Zusammenfassung

Der vorliegende Text ist eine systematische Beschreibung von Beschreibungen, ein Netz von präzisierenden *Definitionen* bereits vorhandener *Begriffe* /1/, wie Information, Wissen, Intelligenz als Relationen-Hierarchie und deren Maße, sowie von Beschreibung und Berechnung mit deren Vollständigkeit und Vorhersagbarkeit.

Grundbegriffe

Das Festlegen der eingenommenen Weltsicht, der *Ontologie*, schafft eine solide Basis für die weiteren Definitionen. Dabei wird von einer *digitalen* Welt ausgegangen /2/. So werden Probleme mit der Unendlichkeit vermieden, werden Anzahl, Vielfalt und Häufigkeit erst möglich.

Die *Welt* besteht aus /3/ abhängigen Werten in Raum und Zeit.

Der *Raum* ist das Nebeneinander elementarer Orte. Er hat die voneinander unabhängigen Dimensionen Höhe, Breite und Tiefe /4/. Mehrere benachbarte Orte bilden Raum-Bereiche.

Die *Zeit* ist das Nacheinander elementarer vergangener, eines gegenwärtigen und zukünftiger Zeitpunkte. Mehrere, direkt aufeinander folgende Zeitpunkte bilden Zeit-Abschnitte. Raum und Zeit sind voneinander unabhängig.

Die *Werte* sind die elementaren Bestandteile der Welt. Sie sind an einem Ort zu einer Zeit konstant, verändern sich aber in Raum und Zeit.

Eigenschaften sind die Mengen aller der Werte, die nie gleichzeitig an einem Ort vorkommen und sich gegenseitig ausschliessen /5/.

Beispiele sind die Werte rot oder grün der Eigenschaft Farbe, rund oder eckig der Form und 3 Gramm der Masse eines Ortes.

Der *Zustand* sei der Wert einer Eigenschaft, die Zusammenfassung aller sich nicht ausschliessenden Werte eines Ortes, oder der Zustände aller Orte eines Raum-Bereiches; er verändert sich in der Zeit /6/.

Dinge sind identifizierte Raum-Bereiche die sich von ihrer Umgebung unterscheiden und deren Zustand relativ konstant ist. *Prozesse* sind identifizierte Zeit-Abschnitte sich verändernder Zustände in festen Raum-Bereichen.

Die Werte *wirken* aufeinander ein, sind über *Kausalität*, *Wechselwirkung* oder *Korrelation* voneinander abhängig /7/. Werte können sich nur in jeweils andere Werte ihrer eigenen Eigenschaft ändern. Ihre Abhängigkeit ist der Grund, dass nicht jeder Wert zu jedem anderen räumlich oder zeitlich benachbart sein kann und so die Zahl ihrer Kombination begrenzt ist /8/.

Widersprüchliche Zustände führen zu ihrer Veränderung. Das kann dann aber zu neuen Widersprüchen und weiteren Veränderungen führen /9/ und so die Zeit aufspannen.

Formal werden M vorkommenden Eigenschaften E_m als mathematische *Menge* ihrer existierenden Werte dargestellt:

$$E_m = \{ W_{1m}, W_{2m}, \dots, W_{Nm} \}.$$

Der Zustand eines Ortes x,y,z zu einer Zeit t ist die Menge je eines Wertes aller dort auftretenden Eigenschaften:

$$Z_{xyzt} = \{ W_{xyzt1}, W_{xyzt2}, \dots, W_{xyztM} \}.$$

Die Welt W ist die Menge all ihrer im Raum X,Y,Z über die Zeit T vorhandenen Zustände Z_{xyzt} :

$$W_{XYZT} = \{ Z_{1111}, Z_{1112}, \dots, Z_{XYZT} \}.$$

Raum-Bereiche in Zeit-Abschnitten sind *Teil-Mengen* davon.

Wenn die Anzahl der Raum-Zeit-Punkte grösser ist als die unterschiedlicher Zustände, müssen Raum und Zeit in geordnete Mengen, in *N-Tupel*, abgebildet werden, weil dort gleiche Elemente durch ihre Position unterschieden werden können:

$$W_{XYZT} = (Z_{1111}, Z_{1112}, \dots, Z_{XYZT}).$$

Der Gesamtzustand eines Raum-Bereiches wird darum als Tupel der Zustände all seiner N Orte zum Zeitpunkt t dargestellt:

$$Z_{Nt} = (Z_{1t}, Z_{2t}, \dots, Z_{Nt}).$$

Alle möglichen Zustände werden durch das Kartesische *Produkt* der Eigenschaften erzeugt. Die Abhängigkeit zwischen den Werten beschränkt die Zahl der Möglichkeiten. *Relationen*, als Teil-Mengen von Produkt-Mengen,

$$R_M \subseteq E_1 \otimes E_2 \otimes \dots \otimes E_M,$$

beschreiben das formal.

Vielfalt

Zählen und Messen versprechen Präzision und Objektivität. Die *Anzahl* unterschiedlicher *Entitäten* einer Gesamtheit, hier sind damit Werte, Eigenschaften oder Orte gemeint, vereint als Zahl mathematische Strenge mit der gewünschten Allgemeinheit.

Jedoch existieren Anzahlen nicht *objektiv*. Zählen /10/ erfordert Unterscheidung, aber diese wird getroffen, ist damit *subjektiv*.

Die Vielfalt wird durch die Anzahl voneinander unterschiedener Zustände eines Dinges oder Prozesses X bestimmt /11/. Das Maß /12/ der Vielfalt H_X sollte additiv sein, so dass z.B. die Verdopplung einer Entität auch seine Vielfalt verdoppelt. Diese Anforderungen an das Maß erfüllt der *Logarithmus* der Anzahl N_X . Ein einziger Zustand ergibt Null und die Basis Zwei führt zur Maßeinheit Bit:

$$H_X = \text{ld } N_X.$$

Ist die Anzahl N_0 von Orten eines Raum-Bereiches oder von Zeitpunkten eines Zeit-Abschnittes X grösser als die Anzahl unterschiedlicher Zustände N_X darin, so müssen Zustände mehrfach auftreten. Ihre relative *Häufigkeit*, auch *Wahrscheinlichkeit* genannt, ergibt sich zu:

$$p_x = N_x / N_0, \text{ mit } \sum_{x=1}^{N_X} p_x = 1.$$

Für das *statistische* Maß der Vielfalt einer Entität, bei mehrfachem, aber unterschiedlich häufigem Vorkommen der Zustände gilt, dass gleich häufiges Auftreten zweier Zustände sicher als vielfältiger wahrgenommen wird, als bei vorwiegenden Erscheinen des einen und nur seltenem des anderen /13/.

Um das auch im Maß widerzuspiegeln, wird die Häufigkeit des Vorkommens der Zustände berücksichtigt. Die Vielfalt ist dann die gewichtete Summe über alle N_X Zustände:

$$H_X = \sum_x^{N_X} p_x \text{ld } 1/p_x.$$

Bei Gleichverteilung ist die Vielfalt maximal und geht in $H_{X_{\max}} = \text{ld } N_X$ über /14/.

Information

Werte sind von anderen Werten, am gleichen oder benachbarten Orten, abhängig. Das verringert die Anzahl möglicher Kombinationen oder verändert deren Häufigkeit und vermindert so die Vielfalt.

Information I /15/ sei das Maß der gegenseitigen Abhängigkeit, der Beschränkung der Vielfalt ΔH /16/:

$$I = H_{\max} - H = \text{ld} (N_{\max} / N).$$

Das ist bei der Auswahl eines von N ausschliessenden Zuständen

$$I = \text{ld } N / 1 = \text{ld } N,$$

oder bei M voneinander abhängigen Eigenschaften /17/ /18/

$$I_M = \text{ld} (N_1 * N_2 * \dots * N_M / N_{12..M})$$

und detaillierter über deren Häufigkeit /19/

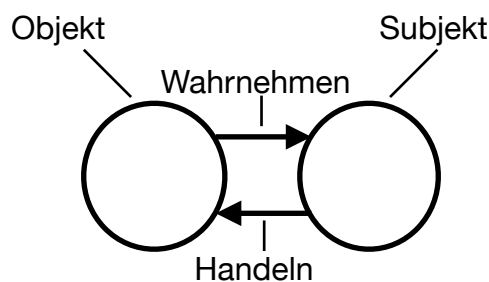
$$I_M = \sum_{n_1}^{N_1} \sum_{n_2}^{N_2} \dots \sum_{n_M}^{N_M} p_{n_1 n_2 \dots n_M} * \text{ld} (p_{n_1 n_2 \dots n_M} / p_{n_1} * p_{n_2} * \dots * p_{n_M}).$$

Die Information selbst und ihr Maß I sind zu unterscheiden: Der Einfluss, die Abhängigkeit und Begrenzung von Vielfalt durch Informationen ist bestimmt und detailliert, ihr Maß ist lediglich der Betrag der dadurch verursachten Differenz an Vielfalt /20/.

Es gibt keine physikalische, biologische, technische oder semantische Information, nur ein Maß der Abhängigkeit von Zuständen in Physik, Biologie, Technik oder Semiotik.

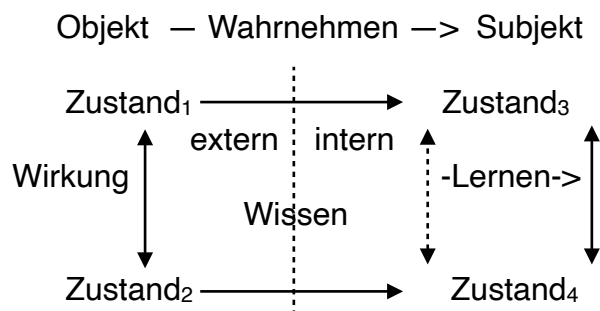
Subjekt

Subjekte sind Dinge, welche sich auf andere Dinge, sogenannte *Objekte*, beziehen und vergangene Zustände speichern können. Objekte sind passiv, werden behandelt und wahrgenommen; Subjekte sind aktiv, handeln und nehmen wahr /21/.



Objekte werden von Subjekten wahrgenommen, indem Objekt- und Subjekt-Zustände einander zugeordnet werden. Die Abhängigkeit der einen Zustände begrenzt somit transitiv auch die anderen.

Lernen speichert dann die wahrgenommene Kombinationen, ergänzt dabei indirekte durch direkte Zuordnungen, ersetzt Korrelation durch Kausalität /22/:



Das Lernen von Zuordnungen erhöht die Effizienz von Subjekten, denn einmal gelernte Zuordnungen müssen nicht wiederholt aus der Umgebung ermittelt werden.

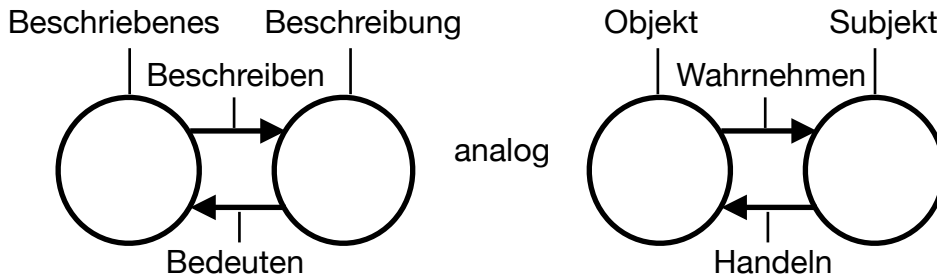
Das *Speichern* vergangener Zustände unterscheidet Subjekte von Objekten. Das *Denken*, als Verwenden und Verarbeiten von Wissen, setzt voraus, dass die internen Zustände, welche das Wissen verkörpern, über die Zeit erhalten bleiben.

Speicher verwandeln Zeit in Raum, sind Bereiche mit unabhängigen konstanten Zuständen /23/.

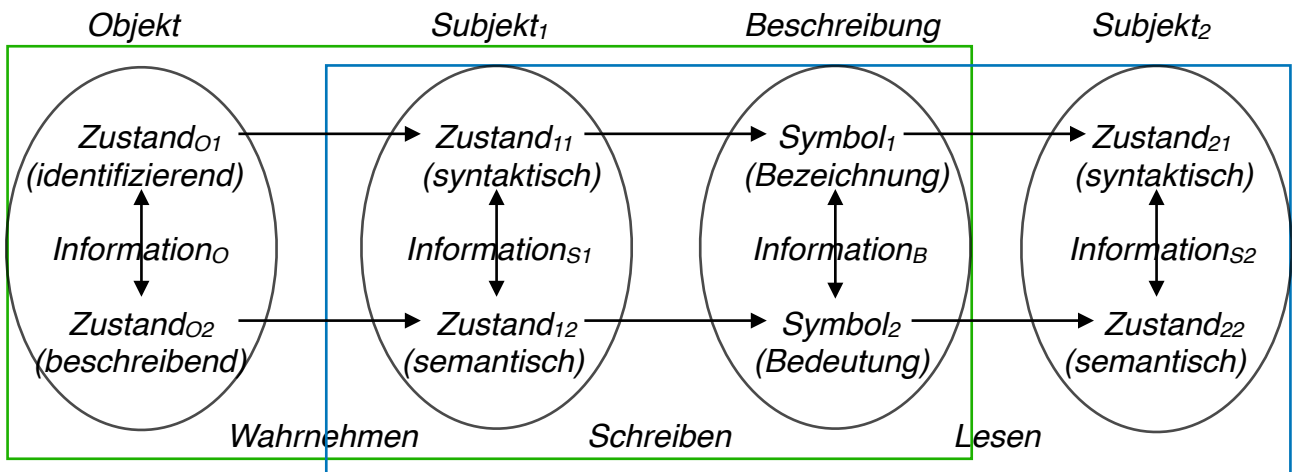
Beschreibung

Beschreibungen sind Objekte, welche die beschriebenen Objekte vertreten. Ihre Zustände bilden externe Zustände ab und speichern sie. Beschreibungen sind zumeist Folgen von Symbolen, welche über ihre Bezeichnungen miteinander vernetzt sind /24/.

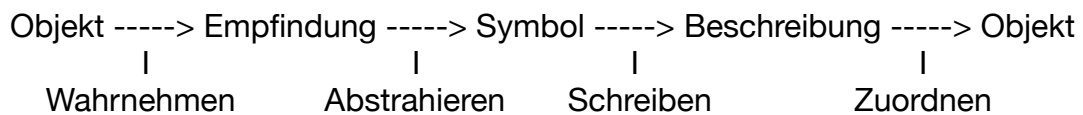
Bei Beschriebenem und Beschreibung ist, wie bei Objekt und Subjekt, der Bezug des Zweiten auf das Ersten, die *Intentionalität*, wesentlich.



Beschreibungen dienen dem Speichern von Wissen und dessen Austausch zwischen Subjekten:



Dabei sind Beschriebenes und Beschreibung nur indirekt, über das Wissen von Subjekten, einander zugeordnet:



Beschreibungen verkörpern Zustände, können also auch Prozesse beschreiben, indem sie aufeinander folgende externe Zustände auf ihren Zustand abbilden und so Zeit in Raum verwandeln.

Vollständigkeit, Wahrscheinlichkeit oder Fehler sind dabei Merkmale der Beschreibung und nicht des Beschriebenen, der Realität.

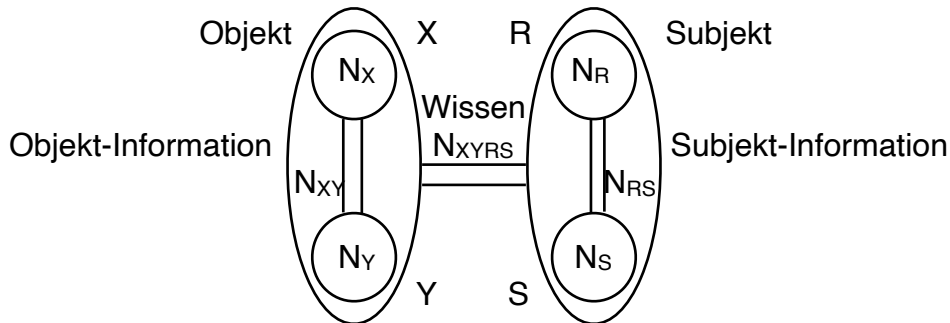
Beschreibungen sind Meta-Relationen. Sie stellen die Abhängigkeit zwischen bereits abhängigen Zuständen dar, sind Relationen von Relationen /25/:

$$R^2_M \subseteq R^1_1 \otimes R^1_2 \otimes \dots \otimes R^1_M.$$

Wissen

Das Maß der Abhängigkeit zwischen zwei Bereichen mit selbst abhängigen Zuständen, wie Objekt und Subjekt oder Beschriebenes und Beschreibung, ist Information über Informationen, sei *Wissen* /26/:

$$I_{OS} = \text{Id} (N_{XY} * N_{RS} / N_{XYRS}).$$

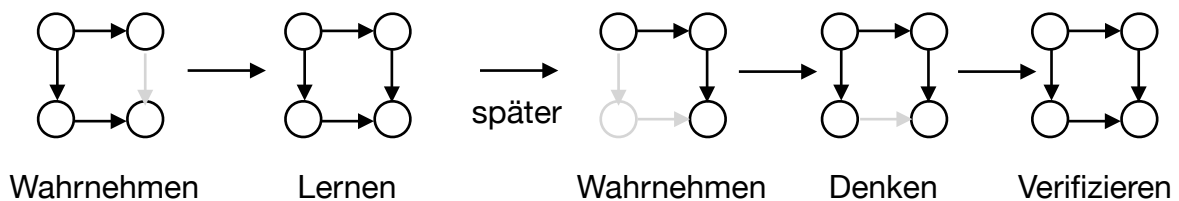


Wissen, als die Abhängigkeit interner von externer Information, ist zwar notwendig, aber nur *wahres* Wissen ist *hinreichend*. Subjekte besitzen wahres Wissen als internes Modell $S(R)$ von Objekten oder ihrer Umgebung $Y(X)$, wenn für die Funktionen

$$Y(S(R(X))) = Y(X)$$

gilt, mit $R(X)$ und $S(Y)$ als Wahrnehmungen, $X(R)$ und $Y(S)$ als Handeln von Subjekten /27/. Wahrheit erfordert strukturerehaltende Zuordnungen (*Homomorphismus*) /28/:

Die Wahrheit von Wissen wird *verifiziert*, wenn der vorausgesagte Zustand tatsächlich vorliegt:



Wissen setzt kein Bewusstsein voraus. So ist beim Thermostat die externe Information - Heizen erhöht die Temperatur - mit der internen Information - wenn die Temperatur zu niedrig, dann mehr heizen - fest verknüpft.

Bei Beschreibungen gibt es vier Mitspieler: das Objekt oder die Umwelt O , das schreibende Subjekt S_1 , die Beschreibung B und das lesende Subjekt S_2 . Das führt zu drei verbundenen Wissens-Beziehungen, I_{OS_1} , I_{S_1B} und I_{BS_2} , die *transitiv* das gewünschte Wissen I_{OS_2} ergeben:

$$I_{OS_2} = I_{OS_1} + I_{S_1B} + I_{BS_2} = \text{Id} N_O * N_{S_1} * N_B * N_{S_2} / N_{OS_1BS_2}.$$

Sind alle drei Teilwissen wahr, so ist es auch das transitive Gesamtwissen. Bei Fiktionen fehlt das Objekt, bei Fehlern, Missverständnissen oder Lügen ist wenigstens eine der Zuordnungen falsch.

Widersprüchliches Wissen bildet keine externe Information ab (*disjunkte* Zustände). Widersprüche zwischen Objekten, Beschreibungen und Subjekten können korrigiert werden, *dialektische* Widersprüche in Objekten oder der Umwelt hingegen führen zu Zyklen.

Berechnung

Berechnen ist Beschreibungs-Transformation /29/, das Verändern des Wissens einer Beschreibung durch Handeln eines Subjektes, *Denken* hingegen das Verändern von Wissen im Subjekt. Dazu wird ein gegebener Zustand mit Hilfe vorhandenen Wissens in einen gewünschten Zustand überführt.

Anders als beim Lernen, wo aus den Zuständen von X und Y die Relation Y(X) erzeugt wird, ermittelt Berechnen oder Denken den gesuchten Zustand Y aus dem gegebenen Zustand X und der vorhandenen Relation Y(X). Dazu dient das *Suchen* in vorhandenem Wissen, das *Interpolieren*, *Extrapolieren* oder *Induzieren* als *Explikation impliziten Wissens*.

Das Handeln von Subjekten als Verändern von Eigenschaften im physikalischen Raum, wird durch Denken und Berechnen, also Verändern der Position im Zustand-Raum, ersetzt /30/. Beschreibungen sind Strukturen im Raum, Berechnungen Prozesse in der Zeit. Extern vergangenes und fernes wird intern gegenwärtig und nahe /31/.

Berechnungen sind Funktionen, Algorithmen, logische Ableitungen oder Programmläufe. *Theorien* oder *Modelle* sind variable Beschreibungen die es ermöglichen zwischen Zuständen zu wechseln, zu berechnen oder zu denken.

Berechnungen als Meta-Meta-Relationen sind eine weitere Hierarchiestufe von Relationen /32/:

$$R^3_M \subseteq R^{2_1} \otimes R^{2_2} \otimes \dots \otimes R^{2_M}.$$

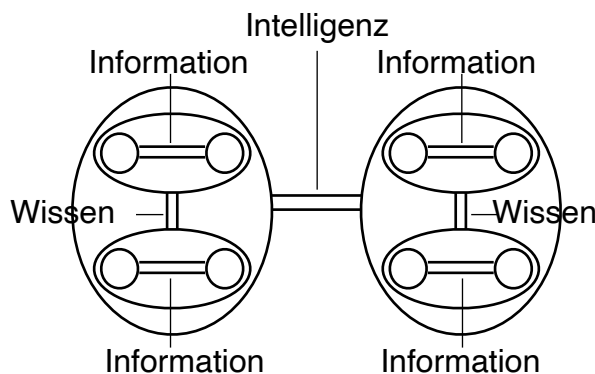
Intelligenz

Lernen und Beschreiben erzeugt Wissen, Denken und Berechnen nutzt Wissen, ersetzt Handeln durch Simulation, lässt das Subjekt effizienter und sicherer agieren als direkt in seiner Umwelt.

Intelligenz ordnet das Wissen von Fakten einander zu, verwandelt Wissensmengen in *Wissens-Netze* und Beschreibungs-Folgen in Berechnungen.

Das Maß der Abhängigkeit von Wissen, der Reduktion der Anzahl von Zuordnungen von Wissens-elementen, der Intelligenz sei /33/:

$$I_{OS1OS2} = \text{Id} (N_{XYRS1} * N_{XYRS2} / N_{XYRS12}).$$



Denken, wie *Deduktion*, *Induktion* oder *Kompression*, ist Wissensverarbeitung: Deduktion schließt aus implizitem auf explizites Wissen. Induktion erzeugt neues Wissen aus

vorhandenem, Induktion vermehrt, Kompression /34/ verringert die Anzahl von Wissens-Zuständen im Subjekt.

Sprache

Sprachen sind Mengen möglicher Beschreibungen und Berechnungen und verkörpern strukturiertes Welt-Wissen.

Das gilt für informale natürliche Sprachen, aber auch für formale *Programmiersprachen*. Die *Wolfram_Language* (Wolfram 2016) ist eine formale, fast natürliche Sprache und ein moderner Ansatz der von *Leibniz* erstrebten *Universalsprache*.

Ihre *Lexik*, *Syntax*, *Semantik* und *Pragmatik* sind *intersubjektiv* vereinbarte Definitionen. Symbole, Struktur, Bedeutung und Effizienz werden durch Vielfalt, Information, Wissen und Intelligenz charakterisiert:

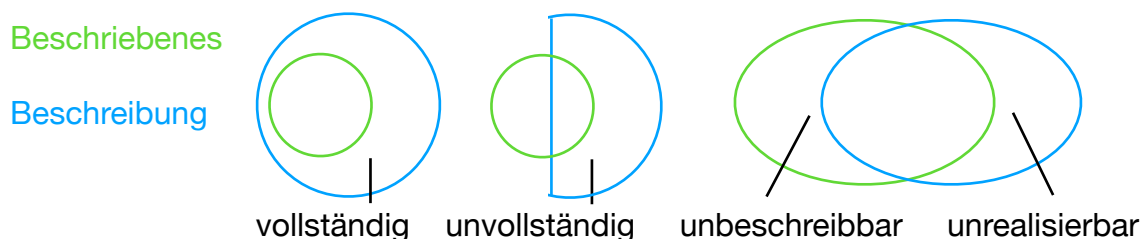
Ebene	Begriff	Maß	Beschreibung
0	Vielfalt	$I^0 = \text{Id } N$	Lexik
1	Information	$I^1_{XY} = \text{Id} (N_X * N_Y / N_{YX})$	Syntax
2	Wissen	$I^2_{XYRS} = \text{Id} (N_{XY} * N_{RS} / N_{XYRS})$	Semantik
3	Intelligenz	$I^3_{XYRS12} = \text{Id} (N_{XYRS1} * N_{XYRS2} / N_{XYRS12})$	Pragmatik

Eine Sprache ist *turing-vollständig*, wenn alle Berechnungen, welche die Turing-Maschine (Computer) ausführen kann, auch beschrieben werden können. Analog dazu sind vollständige Ontologien, sie erfassen alle Erscheinungen der Welt, oder vollständige *Axiomen-Systeme*, aus denen alle gewünschten Sätze ableitbar sind.

Programmiersprachen benötigen, um turing-vollständig zu sein, die Anordnungen Folge, Auswahl und Wiederholung /35/.

Vollständigkeit

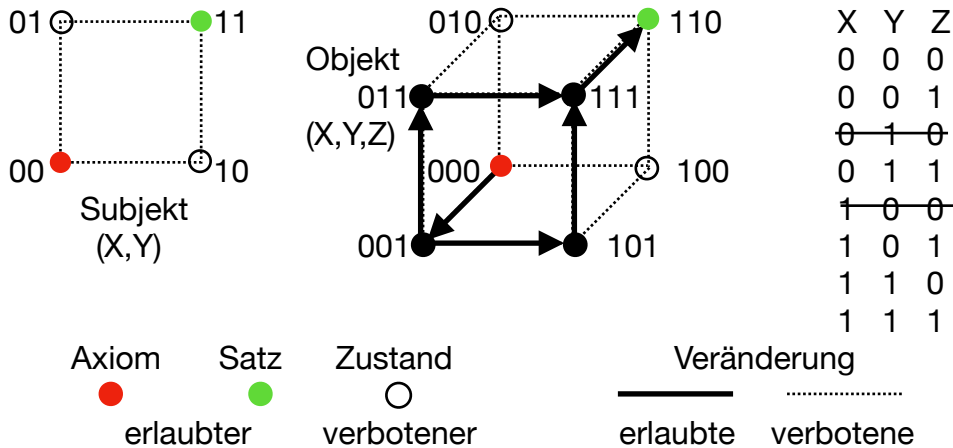
Die Beschreibung eines Objektes kann nur *vollständig* sein, wenn die Beschreibung mehr mögliche Zustände besitzt als das beschriebene Objekt. Zumeist sind Beschreibungen jedoch unvollständig, da sie nur die für das jeweilige Handeln relevanten Aspekte betrachten. Jedoch können auch fiktive, unrealisierbare Objekte beschrieben werden. Da Beschreibungen Teile der Welt sind, besitzen sie notwendig weniger Zustände als diese, wird es Unbeschreibbares geben:



Eine Sprache ist unvollständig, wenn ihre Beschreibungen unvollständig bleiben müssen. Entscheidend ist hierbei nicht der Umfang der Beschreibung, sondern die unzureichende

Dimensionalität der Sprache /36/: wie turing-unvollständige Programmiersprachen enthalten nicht alle erforderlichen Grundstrukturen, gegebene Operatoren führen nicht aus einer mathematischen *Gruppe* heraus, Axiomen-Systeme enthalten für betrachtete Sätze nicht genügend Axiome /37/ oder Teilwissenschaften fehlen noch grundlegende Gesetze.

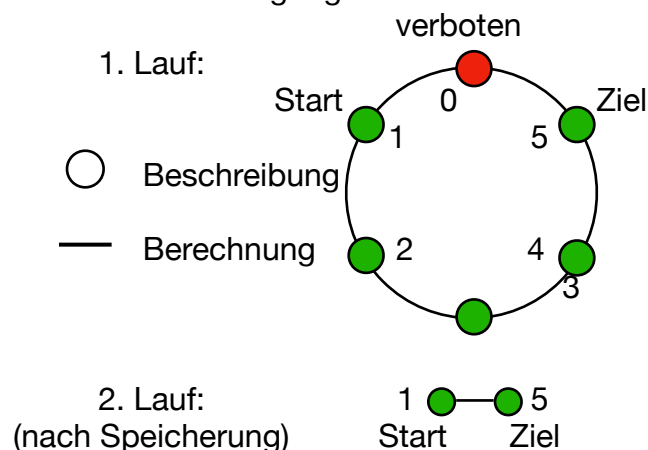
Auch Berechnungen können unvollständig sein, wenn wegen verbotener Zustände und ungeeigneter Anfangszustände einige Wege im Beschreibungsraum versperrt sind /38/.
Beispiel:



Vorhersagbarkeit

Vorhersagbarkeit von Berechnungen ist nur möglich, wenn mehrere Wege - kürzere und längere - vom Start- zum Ziel-Zustand führen.

Existiert zunächst nur ein Weg der Berechnung über alle Zwischen-Zustände (*Computational Irreducibility*), beispielsweise weil verbotene Zustände alternative Wege versperren, stehen der gleichen Berechnung beim zweiten Mal die gespeicherten Start- und Ziel-Zustände abkürzend zur Verfügung:

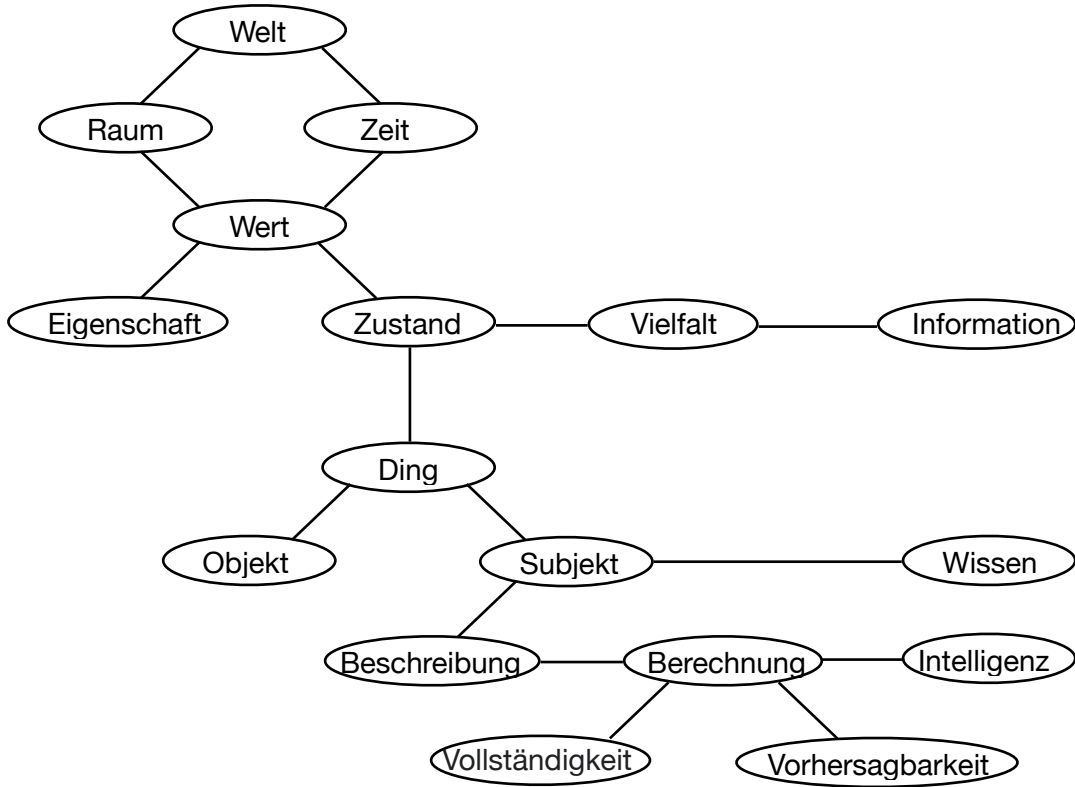


Die direkte Zuordnung von Start- und Ziel-Zustand ist Erfahrungswissen als Spezialfall gelerntes Wissens.

Anmerkungen

Die Anmerkungen sind aus dem Haupttext verlagert, um das Lesen dort flüssiger zu gestalten. Sie erläutern, verfeinern oder demonstrieren die verwendeten Begriffe. Dabei erleichtern die kursiven Verweise die Hin- und Rücksprünge. Andere kursive Textstellen verbinden mit externe Quellen, wie Wikipedia-Einträge oder Internet-Artikel.

1:



2:

Die *Digitale Physik* setzt eine diskrete Welt voraus und hält das Kontinuum für eine Abstraktion. Die Aussagen des vorliegenden Textes sind jedoch davon unberührt. Nur müssten statt der Werte *Dichten*, statt der Summen Integrale, statt der Tabellen Differentialgleichungen verwendet werden, wie

$$I(X,Y) := \int \int_{X Y} P(x,y) * Id (P(x,y) / P(x) P(y)) dx dy. \quad \text{statt} \quad I(X,Y) := \sum_x \sum_y^{N_x N_y} p_{xy} * Id (p_{xy} / (p_x * p_y)).$$

3:

Der vorliegende Text ist ein Netz von *Definitionen*, deren *Begriffe* über ihre *Bezeichnungen* aufeinander und die Welt verweisen. Als Zuordnung zwischen dem Begriff (Definiendum) und seiner Definition (Definiens) werden Worte wie "ist", "sei" oder "besteht aus" verwendet. Dabei liegt "ist" oder "sei", "besteht" oder "bestehe" und mathematisch "=" oder "[:=" eine *realistische* oder *konstruktivistische* Grundannahme vor. "Bestehen" bezieht sich dabei auf räumliche Teile, "Seien" auf die Gesamtheit.

4:

In "Space, time and cognition" erläutern Bailly und Longo (*Bailly 2004*) dass genau drei Dimensionen des Raumes biologisch notwendig sind, sowie dass Raum und Zeit weder Objekte noch Kategorien, sondern Bezugsrahmen sind und als mathematische *Gruppe* bzw. *Halbgruppe* charakterisiert werden können.

5:

Der Begriff der *Substanz*, als Träger der Eigenschaften, wird hier nicht verwendet. Orte und Zeiten werden durch ihren Zustand charakterisiert.

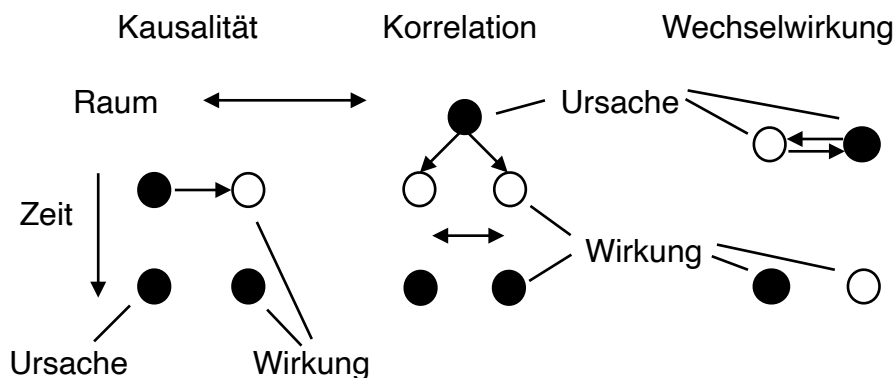
6:

Formale Welt-Beschreibung, mit '(..)' für *Tupel* und '{' .. }' für *Mengen*:

Welt	=	(..., wert _{rt} , ...),
Raum	=	(..., Ort _r , ...),
Raum-Bereich _R	=	(Ort _{1,..} , Ort _{r,..} , Ort _R),
Ort _r	=	(x _r , y _r , z _r),
Zeit	=	(..., t _t , ...),
Zeit-Abschnitt _T	=	(t _{1,..} , t _{t,..} , t _T),
Eigenschaft _E	=	{ wert _{1,..} , wert _{e,..} , wert _E },
Zustand _{Et}	=	(wert _{1t} , .. , wert _{et} , .. , wert _{Et}),
Zustand _{Rt}	=	(zustand _{E1t,..} , zustand _{Et,..} , zustand _{ERt}).

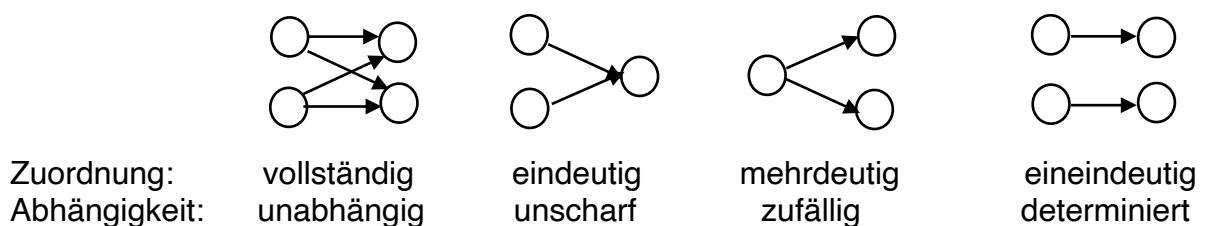
7:

Die Kausalität ist *asymmetrisch*, unterscheidet Ursache von Wirkung. Die Korrelation ist *symmetrisch* und wird durch Kausalität von dritter Seite verursacht. Die symmetrische Wechselwirkung ist gegenseitige Kausalität.

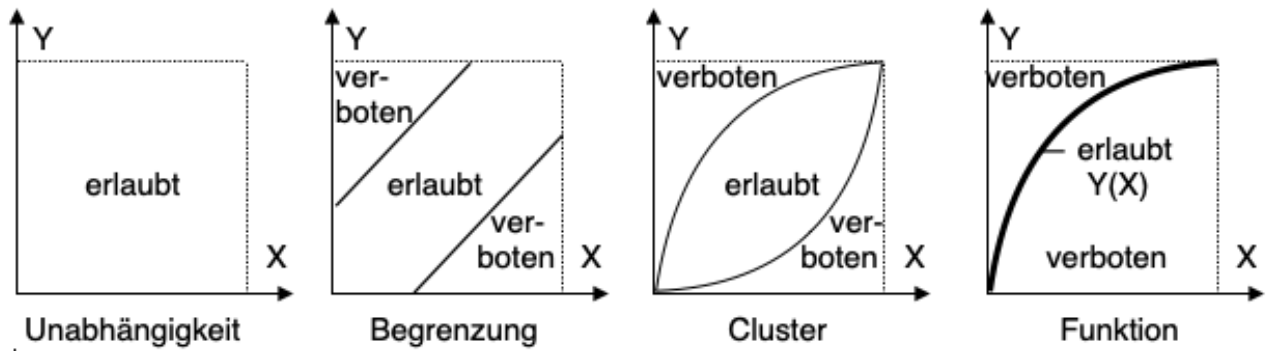


8:

Die Abhängigkeit kann grafisch als Zuordnungs-Graph dargestellt werden



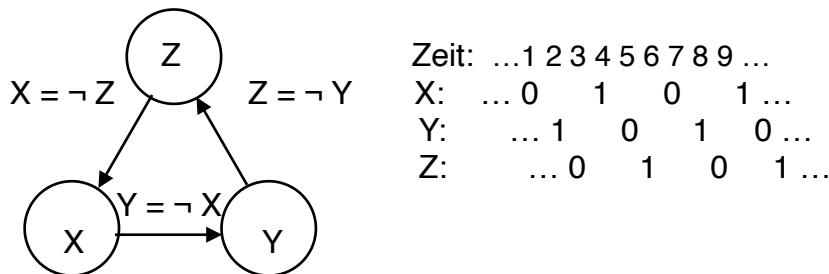
und realisiert natürliche *Gesetze* oder künstliche *Regeln* und *Definitionen*:



9:

Widersprüchliche Zuordnungen führen zu *Oszillationen*, zu zyklischen Veränderungen der beteiligten Zustände.

Die doppelte Negation im Beispiel ergibt Identität. Die dritte Negation, statt der geforderten Identität, läßt nun alle Werte zyklisch wechseln:



10:

Gezählt werden können die Objekte eines Raum- oder die Ereignisse eines Zeit-Bereiches, die Elemente einer Menge, die Häufigkeit der Elemente von Multimengen oder die Eigenschaften eines Objektes in Produktmengen:

$ (0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1) $	= 8	Entitäten in Gesamtheit,
$ \{ 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1 \} = \{ 0, 1 \} $	= 2	Werte in Menge,
$ (0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1) = \{ (0, 4), (1, 4) \} $	= 2	Häufigkeiten in <i>Multimenge</i> ,
$ \{ (0, 1), (1, 0), (0, 0), (1, 1) \} = \{ 0, 1 \} \times \{ 1, 0 \} $	= 4	Zustände in <i>Produktmenge</i> .

Problematisch sind die vorsorglich vermiedenen kontinuierliche Größen. Denn wo werden die Grenzen zwischen den zu zählenden Elementen gezogen? Intersubjektive Vereinbarungen, wie beispielsweise die Definition der Frequenzbereiche von Farben oder eine endliche Messgenauigkeit, verändern ja die Anzahl selbst.

11:

Vielfalt steht zum Beispiel für die *Dimensionalität* von *Vektoren*, die *Stelligkeit* von Zahlen oder die Länge von Tupel.

Die Anzahl unterschiedlicher Vektoren, Zahlen oder Tupel ergibt dabei das Produkt der Zahlen aller Dimensionen, Stellen oder Elemente.

12:

Maße ordnen den Quantitäten ihrer Größe Zahlen zu, um damit rechnen zu können.

13:

Beispiel zur Vielfalt bei zwei, unterschiedlich häufigen Zuständen:

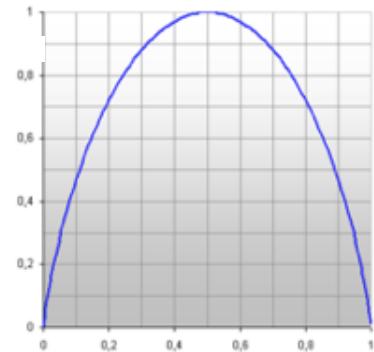
min		$H = (1/4 \lg 4/4 + 1/4 \lg 4/4 + 1/4 \lg 4/4 + 1/4 \lg 4/4)$	$= 0$
mittel		$H = (1/4 \lg 4/3 + 1/4 \lg 4/3 + 1/4 \lg 4/3) + (1/4 \lg 4/1)$	$= 0,81$
max		$H = (1/4 \lg 4/2 + 1/4 \lg 4/2) + (1/4 \lg 4/2 + 1/4 \lg 4/2)$	$= 1$
mittel		$H = (1/4 \lg 4/1) + (1/4 \lg 4/3 + 1/4 \lg 4/3 + 1/4 \lg 4/3)$	$= 0,81$
min		$H = (1/4 \lg 4/4 + 1/4 \lg 4/4 + 1/4 \lg 4/4 + 1/4 \lg 4/4)$	$= 0$

14:

Häufigkeitsverteilung für zwei Werte

$$H_p = p_1 \lg 1/p_1 + p_2 \lg 1/p_2, \quad p_2 = 1-p_1 \quad (\text{siehe Bild})$$

(Bsp.: $p_1=1/2, p_2=1/2: H = 1/2 \lg 2 + 1/2 \lg 2 = 1,$
 $p_1=1/4, p_2=3/4: H = 1/4 \lg 4 + 3/4 \lg 4/3 = 0,81)$



und bei Gleichverteilung mit beliebigem N:

$$p_n = 1/N: \quad H = \sum_n^N p_n \lg 1/p_n = \sum_n^N 1/N \lg N/1 = \lg N.$$

15:

Information ist die Differenz von Vielfalt, $I = \Delta H$. Beide bezeichnen die gleiche Größe mit der Maßeinheit "Bit". Auch Länge und ihre Veränderung stehen für eine physikalische Größe und werden beide in "Meter" gemessen. Die verschiedene Kennzeichnung mit "I" und "H" verwendet gewohnte Symbole und dient so der besseren Unterscheidung.

16:

Durch die Verhältnisbildung der Anzahlen wird die *Granularität* g heraus gekürzt:

$$N_{\max}/N = g \cdot N_{\max 0} / g \cdot N_0 = N_{\max 0} / N_0 .$$

Das Maß vermeidet so die Abhängigkeit der Vielfalt von willkürlicher Grenzziehung und ist damit auch für kontinuierliche Werte gültig.

Dabei werden lediglich die Summen durch Integrale und die Wahrscheinlichkeiten p_n durch ihre Dichten $P(x)$ ersetzt:

$$H = \sum_n^N p_n \lg 1/p_n \quad \rightarrow \quad H = \int_x^X P(x) \lg 1/P(x) dx.$$

17:

Bei Unabhängigkeit zweier Eigenschaften X und Y gilt

$$N_{XY} = N_X \cdot N_Y \quad \rightarrow \quad I_{XY} = \lg (N_X \cdot N_Y / N_X \cdot N_Y) = \lg 1 = 0.$$

Sind X und Y voll voneinander abhängig, ist

$$N_{XY} = N_X = N_Y = N \rightarrow I_{XY} = \text{Id} (N \cdot N / N) = \text{Id} N.$$

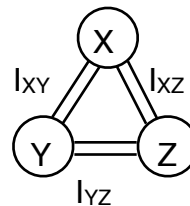
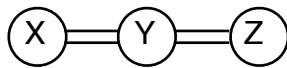
Alle anderen Fälle liegen dazwischen mit

$$N_{XY} < N_X \cdot N_Y \rightarrow 0 < I_{XY} < H_X + H_Y.$$

18:

Mehr als zwei Eigenschaften ergeben neue Zusammenhänge, denn Wirkung ist transitiv. Wenn X mit Y und Y mit Z korrelieren, dann sind auch X und Z voneinander abhängig. Ab drei Orten muss die sequentielle Folge, in einer Dimension, von der parallelen, als Netz in mindestens zwei Dimensionen, unterschieden werden:

$$I_X + I_Y \neq I_{XZ} \neq I_{XYZ}$$



Die Informationen der Komponenten addieren sich wie folgt:

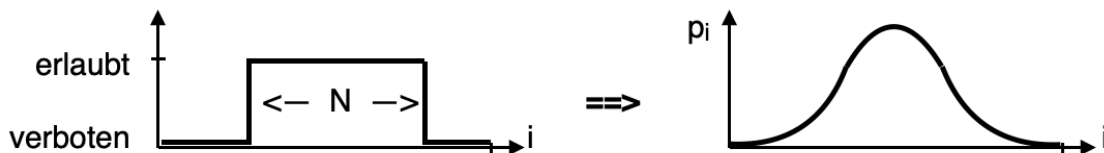
$$\begin{aligned} I_{XYZ} &= I_{XY} + I_{(XY)Z} \\ &= \text{Id} N_X \cdot N_Y / N_{XY} \cdot N_{XY} \cdot N_Z / N_{XYZ} \\ &= \text{Id} N_X \cdot N_Y \cdot N_Z / N_{XYZ}, \end{aligned}$$

Dabei ist die Reihenfolge des Ergänzens beliebig:

$$\begin{aligned} I_{XYZ} &= I_{(XY)Z} &= I_{X(YZ)} \\ &= \text{Id} N_X \cdot N_Y / N_{XY} \cdot N_{XY} \cdot N_Z / N_{XYZ} &= \text{Id} N_Y \cdot N_Z / N_{YZ} \cdot N_{YZ} \cdot N_X / N_{XYZ} \\ &= \text{Id} N_X \cdot N_Y \cdot N_Z / N_{XYZ}. \end{aligned}$$

19:

Auf jeden Wert wirken viele andere und je nach Ort verschiedene andere Werte ein. Statt des binären erlaubt oder verboten tritt dadurch ein hier und jetzt verboten, aber dann und dort erlaubt. Statt lediglich der Anzahl verschiedener Zustände muss daher deren Häufigkeit berücksichtigt werden:

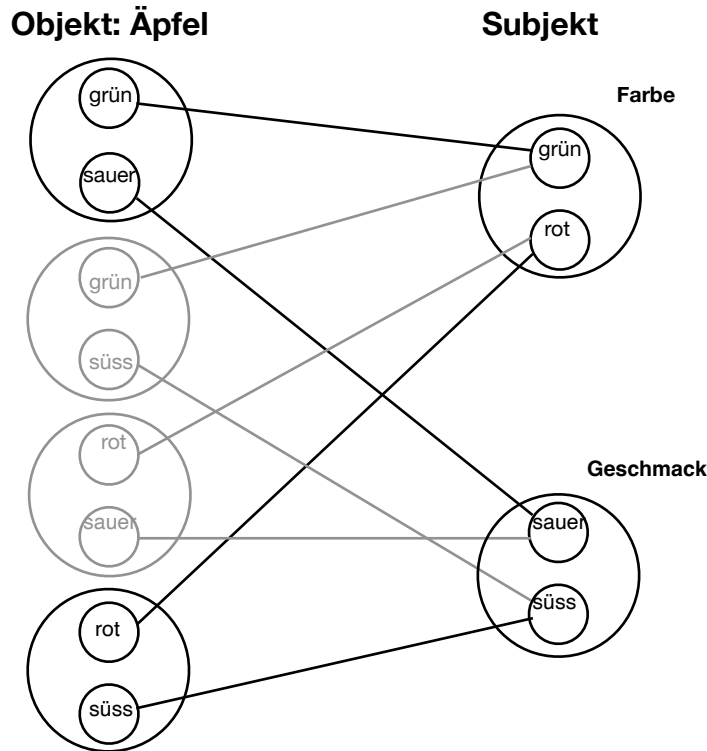


20:

Umgangssprachliche "Information" verhält sich zum oben definierten Informations-Maß wie eine Menge $M = \{ m_1, \dots, m_N \}$ zu deren Mächtigkeit $N = |M|$. Das Maß ist die Reduktion von N auf 1, also $\text{Id} N$; die "Information" selbst ist die Angabe des n aus M .

21:

Gegenseitige Abhängigkeit tritt zwischen verschiedenen Eigenschaften eines Objektes auf. Dadurch sind gewisse Kombinationen verboten, wie gut und billig oder grün und süß:



22:

Extern sind die Werte im physikalischen Raum verteilt und nur durch Bewegung erreichbar. Intern sind sie im Zustands-Raum räumlich konzentriert. Extern ist Kausalität, als direkte Wirkung, nur zwischen räumlichen Nachbarn möglich. Zwischen entfernten Entitäten ist hingegen nur indirekte Wirkung, also Korrelation, möglich. Intern ist dagegen alles benachbart, ist Kausalität möglich.

Zustände werden intern gespeichert, indem sie voneinander unabhängig sind und nicht verändert werden.

23:

Konstanz, also gleiche Quantität über lange Zeitabschnitte, bedeutet maximale zeitliche Abhängigkeit. Räumlich müssen die Qualitäten hingegen voneinander unabhängig sein, sich gegenseitig nicht beeinflussen.

Sie sind damit nicht ergodisch. So wird ein System dann genannt, wenn die Zeitmittel und Scharmittel mit der Wahrscheinlichkeit eins zum gleichen Ergebnis führen (*Ergodenhypothese*).

Variablen Y sind räumliche Entitäten, welche Werte X_i , bestimmten *Types* X aktiv von aussen zugewiesen bekommen, $Y_{t^*} := X_i$, und bis zur nächsten Zuweisung behalten, $Y_t = X_i$.

24:

Hören und Lesen, Sprechen und Schreiben sind sequentiell, das Beschriebene aber zumeist ein Netz von Entitäten und Beziehungen. Darum bahnt sich die Beschreibung als Pfad durch das Netz und es gibt rekursive Definitionen, Top-Down oder Bottom-Up Vorgehen.

25:

Die hierarchische Relation R_{XYRS} der Relationen R_{XY} und R_{RS} ist zugleich die flache Relation der Mengen X, Y, R und S :

$$R_{XY} = \{ (x_1, y_2), (x_2, y_1) \} \subseteq \{ (\cancel{x_1}, \cancel{y_1}), (x_1, y_2), (x_2, y_1), (\cancel{x_2}, \cancel{y_2}) \}$$

$$R_{RS} = \{ (r_1, s_2), (r_2, s_1) \} \subseteq \{ (\cancel{r_1}, \cancel{s_1}), (r_1, s_2), (r_2, s_1), (\cancel{r_2}, \cancel{s_2}) \}$$

$$R_{XYRS} = \{ (x_1, y_2, r_1, s_2), (x_2, y_1, r_2, s_1) \}$$

$$\subseteq \{ (x_1, y_2, r_1, s_2), (\cancel{x_2}, \cancel{y_1}, \cancel{r_1}, \cancel{s_2}), (\cancel{x_1}, \cancel{y_2}, \cancel{r_2}, \cancel{s_1}), (x_2, y_1, r_2, s_1) \}$$

$$R_{XYRS} \subseteq X \otimes Y \otimes R \otimes S = \{ (\cancel{x_1}, \cancel{y_1}, \cancel{r_1}, \cancel{s_1}), (\cancel{x_1}, \cancel{y_2}, \cancel{r_1}, \cancel{s_1}), (\cancel{x_2}, \cancel{y_1}, \cancel{r_1}, \cancel{s_1}), (\cancel{x_2}, \cancel{y_2}, \cancel{r_1}, \cancel{s_1}), (\cancel{x_1}, \cancel{y_1}, \cancel{r_1}, \cancel{s_2}), (x_1, y_2, r_1, s_2), (\cancel{x_2}, \cancel{y_1}, \cancel{r_1}, \cancel{s_2}), (\cancel{x_2}, \cancel{y_2}, \cancel{r_1}, \cancel{s_2}), (\cancel{x_1}, \cancel{y_1}, \cancel{r_2}, \cancel{s_1}), (\cancel{x_1}, \cancel{y_2}, \cancel{r_2}, \cancel{s_1}), (x_2, y_1, r_2, s_1), (\cancel{x_2}, \cancel{y_2}, \cancel{r_2}, \cancel{s_1}), (\cancel{x_1}, \cancel{y_1}, \cancel{r_2}, \cancel{s_2}), (\cancel{x_1}, \cancel{y_2}, \cancel{r_2}, \cancel{s_2}), (\cancel{x_2}, \cancel{y_1}, \cancel{r_2}, \cancel{s_2}), (\cancel{x_2}, \cancel{y_2}, \cancel{r_2}, \cancel{s_2}) \}$$

Bei der hierarchischen Form müssen 6 in der flachen 12 Elemente entfernt werden, die hierarchische Form ist effizienter, additiv statt multiplikativ.

26:

Das Wissen zwischen den Bereichen plus den internen Informationen der Bereiche ergibt die Information des Gesamt-Bereiches:

$$\begin{aligned} I_{XYRS} &= I_{XY} + I_{RS} + I_{(XY)(RS)} \\ &= \text{Id} (N_X \cdot N_Y / N_{XY}) \cdot (N_R \cdot N_S / N_{RS}) \cdot (N_{XY} \cdot N_{RS} / N_{XYRS}) \\ &= \text{Id} N_X \cdot N_Y \cdot N_R \cdot N_S / N_{XYRS}. \end{aligned}$$

27:

Beispiel wahren Wissens $S(R)(Y(X))$ mit den Varianten 1 und 2:

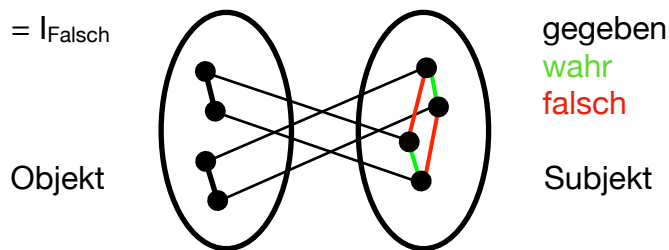
$X \mid Y$	$R \mid S$	$XY \mid RS$	$X \quad Y \quad R \quad S$	$X \quad Y \quad R \quad S$
---- ----	---- ----	----- -----	0—0 0 0	0—0 0 0
0 0	0 0	00 01	0—0 0 0	0—0 0 0
0 1	0 1	00 10	1—1 1 1	1—1 1 1
1 0	1 0	11 01	1—1 1 1	1—1 1 1
1 1	1 1	11 10		

$$\begin{aligned} Y = X, \quad S = \neg R, \quad X = S, \quad Y = \neg R, \quad \rightarrow Y = \neg R = S = X, \\ Y = X, \quad S = \neg R, \quad X = R, \quad Y = \neg S, \quad \rightarrow Y = \neg S = R = X. \end{aligned}$$

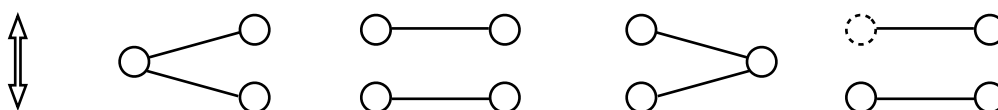
mit $I_{XYRS} = \text{Id} 4/2 \cdot 4/2 \cdot 4/2 = \text{Id} 16/2 = 3,$

28:

Beispiel: $I_{\text{Wahr}} = \text{Id} 4/2 = I_{\text{Falsch}}$



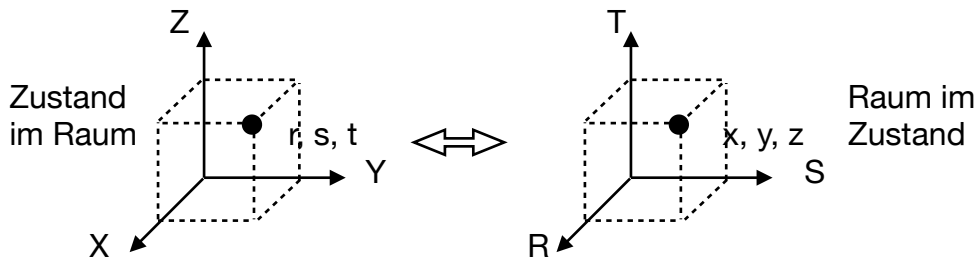
29:



Wahrheitserhaltende, bedeutungserhaltende, interpretierende und phantasierende Beschreibungs-Transformationen.

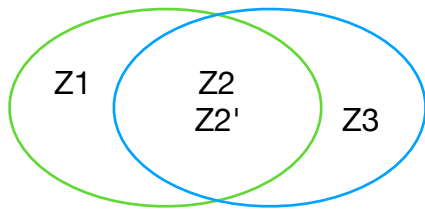
30:

Inverse Darstellung in physikalischem Raum (extern, Objekt, Beschriebenes) mit X,Y und Z und Eigenschafts-Raum (intern, Subjekt, Beschreibung) mit R, S und T:



31:

Das **Beschriebene** besitzt neben den abgebildeten, relevanten Teilzuständen Z_2 noch andere, irrelevante Z_1 ; die **Beschreibung** neben den abbildenden Z_2' noch Z_3 . Z_2 und Z_2' verkörpern das Wissen ; Z_1 und Z_3 sind verschieden und bewirken, dass Berechnen effizienter als Handeln ist.

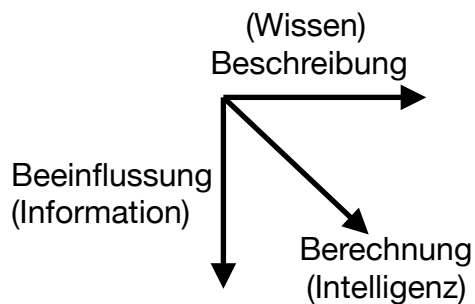


Beispiel:	Z_1	Z_2	Z_2'	Z_3
	0	0	-1	0
	0	0	-1	1
	0	1	+1	0
	0	1	-1	1
	1	0	-1	0
	1	0	-1	1
	1	1	-1	0
	1	1	-1	1

32:

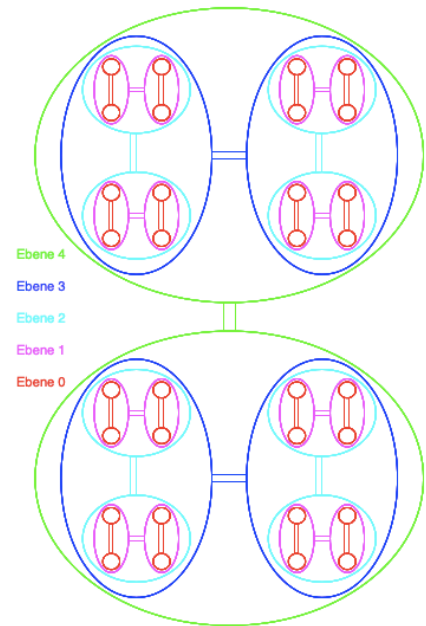
Intelligenz ist damit eine weitere Ebene von Abhängigkeiten und erfordert eine zusätzliche Dimension:

Information	1 Dimension		2 Eigenschaften
Wissen	2 Dimensionen		Meta-Information 4 Eigenschaften
Intelligenz	3 Dimensionen		Meta-Wissen 8 Eigenschaften



33:

- Ebene 0:** Qualität
= Quantität \leftarrow Ausschluss \rightarrow Quantität
- Ebene 1:** Zustand
= Qualität \leftarrow Zuordnung \rightarrow Qualität
- Ebene 2:** Information
= Zustand \leftarrow Abhängigkeit \rightarrow Zustand
- Ebene 3:** Wissen
= Information \leftarrow Wahrnehmen \rightarrow Information
- Ebene 4:** Intelligenz
= Wissen \leftarrow Denken \rightarrow Wissen

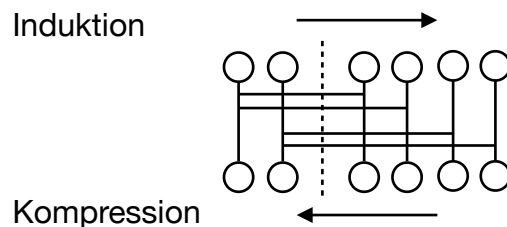


Beispiel für die drei Abhängigkeits-Maße:

Information	$l_{01} = \{ (x_1, y_1), (\cancel{x_1}, y_2), (\cancel{x_2}, y_1), (x_2, y_2) \}$	= $\log_2 4 = 2$ Bits
	$l_{02} = \{ (\cancel{x_1}, y_1), (x_1, y_2), (x_2, y_1), (\cancel{x_2}, y_2) \}$.. = 2 Bits
	$l_{s1} = \{ (r_1, s_1), (\cancel{r_1}, s_2), (\cancel{r_2}, s_1), (r_2, s_2) \}$.. = 2 Bits
	$l_{s2} = \{ (\cancel{r_1}, s_1), (r_1, s_2), (r_2, s_1), (\cancel{r_2}, s_2) \}$.. = 2 Bits
Wissen	$l_{0s1} = \{ (l_{01}, l_{s1}), (\cancel{l_{01}}, \cancel{l_{s1}}), (l_{02}, l_{s1}), (l_{02}, l_{s2}) \}$.. = 2 Bits
	$l_{0s2} = \{ (\cancel{l_{01}}, \cancel{l_{s1}}), (l_{01}, l_{s2}), (l_{02}, l_{s1}), (\cancel{l_{02}}, \cancel{l_{s2}}) \}$.. = 2 Bits
Intelligenz	$l_{0s12} = \{ (l_{0s1}, l_{0s1}), (\cancel{l_{0s1}}, \cancel{l_{0s2}}), (\cancel{l_{0s2}}, \cancel{l_{0s1}}), (l_{0s2}, l_{0s2}) \}$.. = 2 Bits

34:

Für das Überleben von Organismen ist es oft wichtig, Wissen schneller zu verarbeiten als die Umgebung sich verändert. Kompression ersetzt umfängliches Wissen durch kompakteres, wie das Beschreiben von Folgen gleicher Elemente durch deren Wiederholung.



35:

Die minimale, universelle und vollständige Programmiersprache "Leibniz" diene der Suche nach dem Wesenskern von Sprachen und der Einführung in das Programmieren (Sösemann 2010).

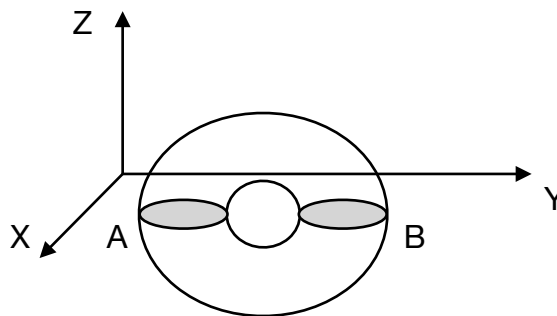
Sie ist *turing-vollständig*. In ihr können *Programmierparadigmen*, wie strukturiert, funktional, logisch oder objektorientiert, definiert und angewendet werden. Die Syntax ist mit drei Regeln sehr klein:

zuordnung = folge [':' folge] .
 folge = symbol [folge] .
 symbol = '(' zuordnung)'
 | '<' symbol '>' |
 | '_' | zeichen .

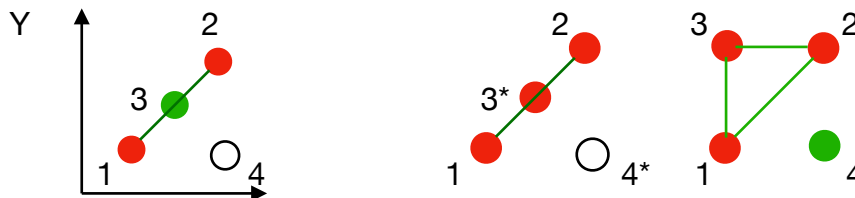
Ihre Semantik wird formal durch Regeln zur parametrisierten, rekursiven Wortersetzung definiert. Die Zuordnung von Symbolfolgen beschreibt abhängige Werte, Folgen realisieren Raum oder Zeit und die Rekursion ermöglicht es Hierarchien darzustellen.

36:

Die Flächen A und B sind in drei Dimensionen (X, Y, Z) miteinander verbunden, in zweien (X, Y) hingegen nicht:

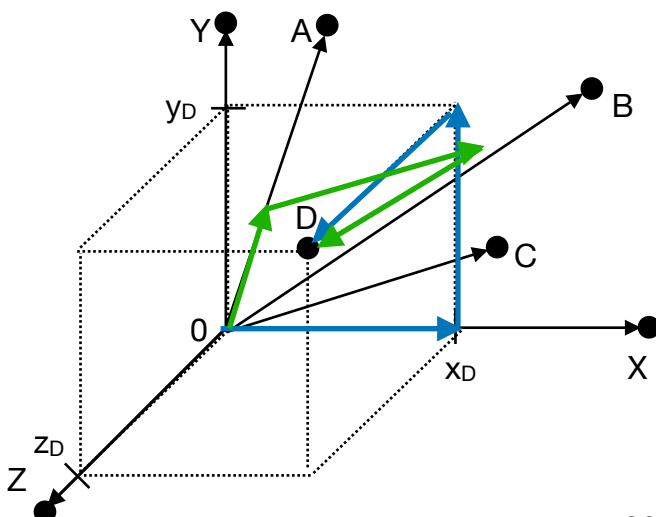


Im Zustandsraum X-Y sind alle Fakten durch Angabe ihrer x-y-Werte beschreibbar. Hingegen sind nicht alle Fakten berechenbar: Die beiden roten Axiom-Fakten 1 und 2 spannen die grüne Möglichkeits-Linie auf. Durch Veränderung von X und Y, der Berechnung, kann der grüne Satz-Fakt 3 abgeleitet werden, denn er befindet sich auf der grünen Linie möglicher Fakten. Der weisse Fakt 4 ist zwar wahr, aber nicht möglich und daher nicht berechenbar.



37:

Vektoren und Axiome:



$$\begin{aligned}
 A &= (x_A, y_A, z_A) = x_A * X + y_A * Y + z_A * Z \\
 B &= (x_B, y_B, z_B) = x_B * X + y_B * Y + z_B * Z \\
 C &= (x_C, y_C, z_C) = x_C * X + y_C * Y + z_C * Z \\
 D &= (x_D, y_D, z_D) = x_D * X + y_D * Y + z_D * Z \\
 &\text{ist wahr} \\
 D &= (a_D, b_D, c_D) = a_D * A + b_D * B + c_D * C \\
 &\text{ist berechenbar}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D &= (a_D * x_A, a_D * y_A, a_D * z_A) \\
 &+ (b_D * x_B, b_D * y_B, b_D * z_B) \\
 &+ (c_D * x_C, c_D * y_C, c_D * z_C) \\
 &= (a_D * x_A + b_D * x_B + c_D * x_C, \\
 &\quad a_D * y_A + b_D * y_B + c_D * y_C, \\
 &\quad a_D * z_A + b_D * z_B + c_D * z_C)
 \end{aligned}$$

Wobei Welt: X,Y,Z; Axiome: A,B,C; Satz: D, sowie Information (D,E), Wissen ((D,E),(F,G)) und Intelligenz (((D,E),(F,G)),((H,I),(J,K))).

Punkte auf Dimensions-Achsen sind Existenzaussagen von Werten, innere Punkte sind Fakten, Wert-Zuordnungen.

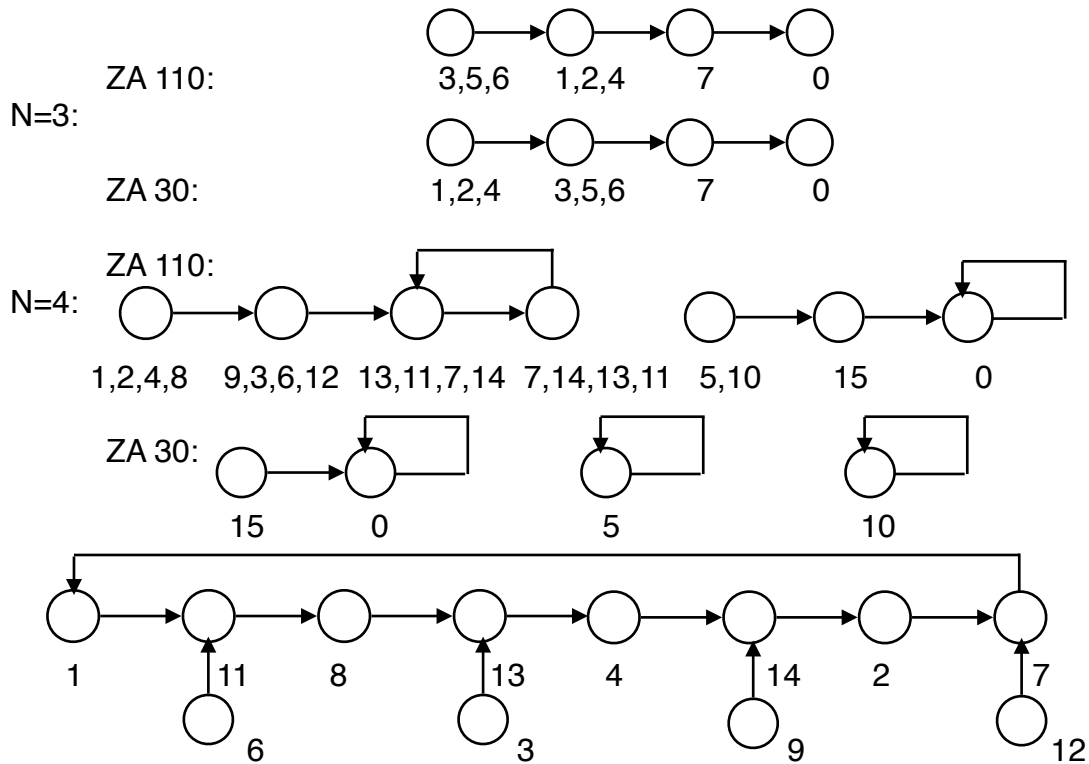
Die Relationen Y(X) und Z(Y) sind Axiome, Relation Z(X) ist Satz und (x_n, y_n, z_n) ist Fakt. Mengen sind Dimensionen, Produktmengen Räume, Untermengen, als Relationen, Informationen.

38:

Zelluläre Automaten sind ein Spezialfall der oben angenommenen Ontologie mit lokaler Wirkung zwischen benachbarten Orten (Zellen) und einer zyklischen Raumdimension.

Bei festem N und $x_{N+1}=x_1$ bilden die Zustände Zyklen. Wenn die Anzahl verschiedener Zustände eines Zyklus T kleiner als 2^N ist, existieren mehrere voneinander getrennte Zyklen T_i mit $\sum T_i = 2^N$.

Die Regeln 30 und 110 der Einfachen Zellulären Automaten von Stephen Wolfram führen zu getrennten Graphen bei denen nicht alle End- durch alle Anfangs-Zustände erreichbar, also *berechenbar*, sind (Wolfram 2002):



Literatur

- Bailly Francis; Longo Giuseppe: *Space, time and cognition. From The Standpoint of Mathematics and Natural Science. Mind and Causality* 2004.
- Sösemann, Friedrich: *Programmieren lernen mit "Leibniz"*. 2010.
- Wolfram, Stephen: *A New Kind of Science*. 2002.
- Wolfram, Stephen: *Computational Law, Symbolic Discourse and the AI Constitution*. Stephen Wolfram Writings 2016.