来自易经神农图的新型二进制码盘及其应用

——兼揭码盘中的 e、 Φ、螺旋分形、斐波那契和 TM 数列

武华方 河南省南阳市,473000 hfwu648@hotmail.com,zg.hsf@foxmail.com

关键词:易经;神农图;斐波那契数列;TM序列;分形;137;银河系;神农码盘;巴都万数列

A New Binary Encoding Disk from Shen Nong's Diagrams in I-Ching and Its Application

-- Also Uncovering the e, ϕ , Spiral Fractal, Fibonacci and TM Sequences in the Encoding Disk

Hua-Fang Wu Nanyang City, Henan Province, 473000, China hfwu648@hotmail.com, zg.hsf@foxmail.com

Abstract: The Shen Nong's Diagrams of I-Ching is a set of "the dichotomy approach" Diagrams of I-Ching discovered by the author in 1994, which has been published in Chinese core journals. The diagram contains the geometric sequence of 1, 2, 4, 8... Shen Nong's Diagrams of I-Ching actually represents a new binary coding scheme with a specific arrangement and combination of YIN and YANG symbols, in which, the circular diagram constitutes an encoding disk that can be used as a photoelectric code disk. In recent years, the author has discovered that the Fibonacci sequence, TM sequence, φ , e, Pascal's triangle (Yang Hui Triangle), the integer value of the fine structure constant 137, and the spiral fractal structure, which cross coexistence on the encoding disk. Even the spiral structure of the Milky Way is very similar to the spiral of the encoding disk. This provides us with a new perspective and entry point for studying these mathematical and scientific issues and even the internal connections among them, and it is expected to that the encoding disk will be basic tool, which, like Pascal's triangle, will be widely used in the field of mathematical and scientific research.

Keywords: I-Ching; Shen Nong's Diagrams; Fibonacci sequence; TM sequence; Fractal; 137; Milky way; Shen Nong's encoding disk; Padovan sequence

0 引言

1994年,笔者追溯中国古籍记载及民间关于易学起源的传说,依阴阳互补和一分为二易理,推演排列出神农易系列图谱,统称神农图,后以中文写成介绍文章,于 2002 年发表在中国内地核心学术期刊[1]。它主要包括八卦和六十四卦的特定规律的一系列圆、方、长形排列图[1],与古传至今、大名鼎鼎的伏羲图在易理和数理上是一对互补对称的"孪图"[2]。二者的互补对称性表现在多个方面,例如表现在:神农图系中的八卦和六十四卦方位圆图的排列组合原理,用易学语言描述是"一分为二法"和"阴阳等易律"的融合,而伏羲图系中传出于明代来知德等人的六十四卦生自两仪圆图,是"一分为二法"和"阴阳直变律"的融合。

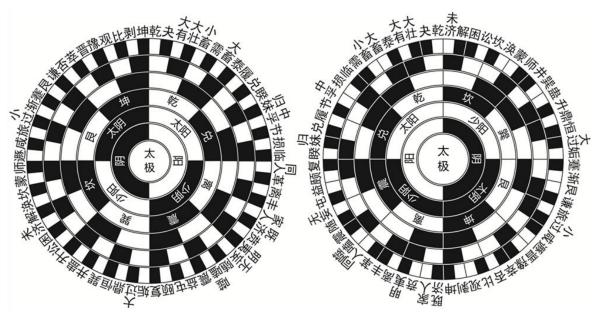


图 1 伏羲六十四卦生自两仪图

图 2 神农六十四卦方位图

这里拿上述羲、农图系中的两个六十四卦圆图(八卦含在内三爻层)为例说明二者表现在排列组合上的互补对称性,即讲二者的生成原理,见图1和图2。图中以阴阳两元色黑和白表示阴阳(爻)。它们的"一分为二法",就是从圆心点或中心圆开始向外逐层一分为二生出六十四卦的六层爻,用易学概念说就是从太极一分为二裂变生出阴阳两仪,继而如法依次生出四象、八卦……直到六十四卦。"一分为二法"是发生在径向上的。其中神农圆图的"阴阳等易律",是六层爻在径向上发生一分为二裂变的同时,按裂变出的原始单元,于环向上进行阴阳元素(序列段)平移互补的排列。如从坤卦位逆时针轮转一周,由内及外,前三个爻层(环层)原始阴阳爻单元的排列规律为:阴→阳(两仪层);阴→阳→阳→阴(四象层);阴→阳→阳→阳→阳→阴→阳(八卦层)。后三个爻层(环层)依此类推。伏羲圆图的"阴阳直变律"比较简单,与神农圆图相对,是一种平移重复排列。对应神农圆图的举例,将伏羲圆图各爻层原始阴阳爻单元的排列规律表示出来即:阴→阳(两仪层);阴→阳→阴→阳(四象层);阴→阳→阴→阳→阴→阳(八卦层);……。两种图的"一分为二法"无异,但"阴阳等易律"和"阴阳直变律"具有阴阳变化方向相反相对的互补对称性。

从数学角度看,这两个圆图的"一分为二法",实即 1、2、4、8······这一等比数列的易学(阴阳 爻和卦符)方式表达,其中神农圆图的"阴阳等易律",实际是 TM 序列的数学排列规律,如图 3 所示。但关于"阴阳等易律"与 TM 序列的等价,笔者直到 2019 年才意识到。之前虽早已据"阴阳等易律"推得神农图,但对此一直不知。

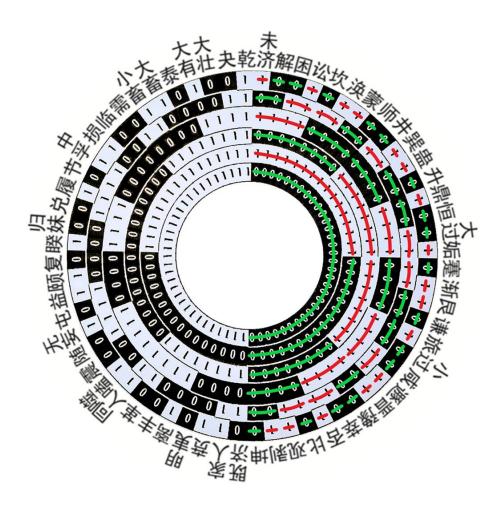


图 3 TM 序列在神农图上的同心圆排列

另一个重要的事实是,神农图代表一种新型二进制编码,笔者姑且称之为"神农码"。图系中的圆图就是这套编码的圆形码盘,堪称"神农码盘",可用作光电码盘,应用于工业。亦即,这个码盘从易学意义上说,是神农卦图,从数学和科学技术研究应用的角度说,是二进制码盘。其中的每一组码,都是神农易意义上的一个"卦"。如图 3。为表述方便,本文在需要的时候,将码组与对应的卦互译互称,将码盘与神农卦圆图互指互称。

2019 至 2020 年,笔者还接连发现了其它许多数学和自然科学问题在神农码盘(也就是神农卦圆图,下同)上的存在,即与神农码盘融合并存,同体表达。这些问题包括但不限于: 斐波那契数列、黄金分割、分形、精细结构常数整数值 137、生物性染色体性别决定机制、自然常数 e、帕斯卡三角(杨辉三角)等。另外笔者还因两元(二进制)神农码盘表达斐波那契数列的事实,找到了巴都万数列(Padovan sequence)的一种三元圆图表示法,并顺理成章发现了这两个数列之间的数理连续关系,引入了排在它们后面的一系列连续数列。甚至还发现神农六十四卦码盘的同性爻排列,呈现多旋臂盘绕形,其结构主体及许多细节,与银河系旋形结构包括旋臂数量、分布等,都非常接近。

具体这些问题,下面分项简述。

1 基于神农图发现和设计的两种二进制码盘

1.1 神农码盘

用二进制基本字符 0 代表阴爻, 1 代表阳爻,则神农六十四卦方位圆图上每一卦都可以表示为一个六位的二进制数。六十四卦构成六十四个二进制数,数值从 0 到 63,但并不是按照自然数的连续顺序排列,而是自然顺序层层嵌套式来回折返而形成的一种新序。如数值为 0 (最小值)的二进制

数是 000000,对应代表坤卦弧,从它开始叙起之序依次是: 000000(坤弧)、000001(剥弧)、000011(观弧)、000010(比弧)、000111(否氮)、000110(萃氮)、000100(豫弧)、000101(晋弧)、001111(遯氮)、001110(咸氮)、001100(小过弧)、001101(旅弧)、001000(谦弧)、001001(艮弧)、001011(渐氮)、001010(寒霾)……,最后到 101010(既济鬘)。对应的数值依次是: 0、1、3、2、7、6、4、5、15、14、12、13、8、9、11、10……,最后到 42。这实际就是独特的"神农码"的编码方案。它区别于数值大小按自然数顺序依次排列的自然二进制码,其相邻码组之间字符翻转的位数的多少,介于自然码与格雷码之间,而数值大小则在自然码代表的自然序的互补式倍增折返中跳跃。如从 0到 1 之后的 2 到 3,方向与从 0 到 1 互逆,从而在从左到右的一个叙述方向上排成了 0、1、3、2。从这里说,神农码的排序与自然码在本质上同源,是一个序,只是神农码在互逆的两个方向上来来回回折返排,自然码在统一一个方向上一排到底。但神农码相对于自然码的这个变化,使神农码相邻码组之间字符翻转的位数变得比自然码少,表现得更接近格雷码。

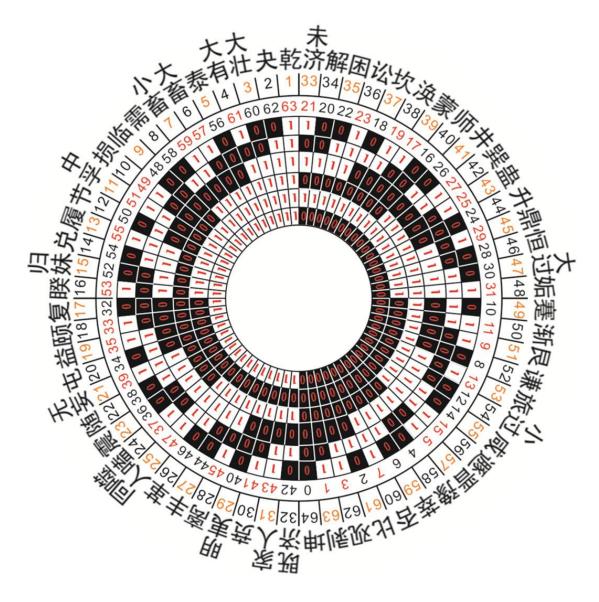


图 4 六码道神农码盘

伏羲六十四卦图因表达二进制自然码,曾被莱布尼兹视为他发明的二进制数学的滥觞,受到他的推崇。在表达二进制编码上,伏羲图与神农图如这里所讲出现在一起,表现出了相关性和对比性,

与我们上面所讲二者的对称互补关系相互影射。

以三位元的格雷码、神农码、自然码为例,将三种码的对比列表示意如下:

十进制数值	自然码	翻转的 位数	十进制数值	神农码	翻转的位数	十进制数值	格雷码	翻转的位数
0	000		0	000		0	000	
1	001	1	1	001	1	1	001	1
2	010	2	3	011	1	3	011	1
3	011	1	2	010	1	2	010	1
4	100	3	7	111	2	6	110	1
5	101	1	6	110	1	7	111	1
6	110	2	4	100	1	5	101	1
7	111	1	5	101	1	4	100	1

二进制编码除了应用于计算机,还在设备控制、数字通信、逻辑电路设计、数据测量、生物信息学 DNA 序列分析、加密和安全等领域广泛使用。例如在机器工作中测角和测长并将数据输出为电信号的编码器,通常采用的就是二进制编码方式。编码器广泛应用于数控机床、印刷机、制造设备、机器人、电机等各种机电设备中。常见的一种编码器是旋转型的绝对式编码器,光学码盘是组成这种编码器的重要元件之一。这种码盘将一套二进制编码排成圆形设计于固体圆盘上加以应用。以往理论和实际应用中用于绝对式编码器的二进制编码方式有自然码和格雷码在内的多种,现在又增添了神农码,进一步丰富了这一领域。

神农六十四卦方位圆图表达的"神农码"圆排列,在码层上是六码层"神农码盘"。按其生成原理推广,可得任意多码层的码盘。多码层"神农码盘"应能直接做成光学码盘使用,用以制造绝对式编码器。最起码它也是二进制编码方案中的一个代表。

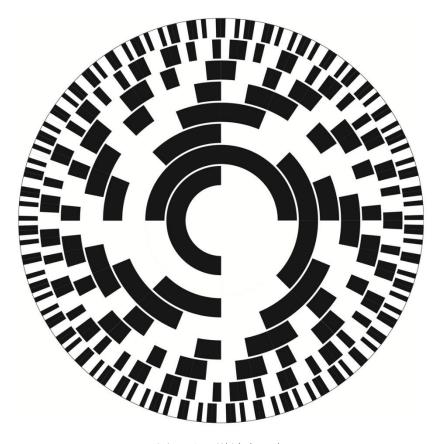


图 5 八码道神农码盘

1.2 神农-格雷码盘

笔者还结合"神农码"与格雷码的组合原理,设计出一种混合型的新型格雷码,任意相邻两个码组之间只变换一个数位,姑且称之为"神农-格雷码"。它既含有神农码的组合规律,又有格雷码的成分,但又不同于标准的神农码和格雷码。从只变换一位但又掺入了神农码的组合规律来讲,它属于非典型格雷码。用它做成光学码盘,能达到标准格雷码光学码盘一样的信号变化位数最少的输出效果。

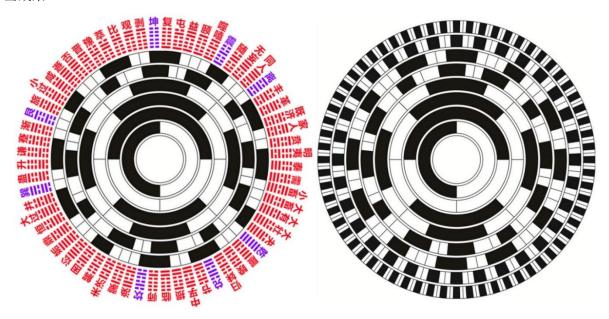


图 6 六码道神农-格雷码盘

图 7 八码道神农-格雷码盘

不过神农-格雷码的独特之处还是非常明显的,特别需要注意,主要有几点:

第一,它从最高位起(含)的前四位,其实就是典型格雷码。

第二,其第五位和第六位,从特定起点看,都是由"0-1-1-0"型、"1-0-0-1"型、"0-0-1-1"型和"1-1-0-0"型这四种组合连接成的,同为 1 和同为 0 的同性字符(白色和黑色)的简并体在视觉上呈现交替出现但却长短不齐之象,然而又有严格的、固定的排列规律。这与从特定起点看神农码盘低位码道都是由"0-1-1-0"型、"1-0-0-1"型、"0-1-0-1"型和"1-0-1-0"型四种组合连接成的同中有异,长短不齐、交替出现的视觉效果也相似。其实从不同特定起点看格雷码盘低位码道,其每个码道是由"0-1-1-0"型、"1-0-0-1"型、"0-0-1-1"型和"1-1-0-0"型四种组合之一,一贯到底组成的。具体是由四种组合中的哪一种组成,取决于选择的起点。在这一点上,格雷码与前二者区别较大。这也使格雷码每个码道中的同性字符简并体的长度一致,与前二者不同。

第三,它的五位元码的系统,本来应该有 32 个码组,但实际却有 40 个,多出了 8 个,这是因为其中有 8 个码重复了一次。发生重复的这 8 个码是:00011、00100、01111、01000、11011、11100、10111、10000。

第四,它从第七位起(含),又恢复为典型格雷码的排序。也就是说神农-格雷码可以设计出九、十、十一·····到十六位乃至更多位元的码,均能满足只变一位的需要。

从第二点可以看出,神农码、神农-格雷码以及典型格雷码均包含了"0-1-1-0"型和"1-0-0-1"型两种组合,这是证明这三种码具有相关性且组合规律相互蕴含的一个重要依据。观察自然码码盘,我们可以发现自然码码道中仅存在"0-1"或者说"0-1-0-1"型(从另一起点看则为"1-0"或者说"1-0-1-0"型)的组合,而并不包含"0-1-1-0"和"1-0-0-1"这两种组合。这一点明显说明神农码和神农-格雷码相较于自然码,更接近典型格雷码。接下来将要专项简述的神农码盘与 TM 数

列之间的等价联系,将进一步加深我们对这一点的理解。TM 数列的四字符基本组合型就是"0-1-1-0"和"1-0-0-1"。正是基于以上所讲的这些原因,我们才姑且将这种码命名为神农-格雷码。

神农-格雷码或因为它的独特之处而别具特殊功用,至少它为格雷码家族又增添了一员。六码道和八码道的"神农-格雷码"码盘图样分别见图 6、图 7;图 4、图 5分别为六码道和八码道的"神农码盘"。

2 神农码盘的其它数学和科学内含

2.1 码盘中的 TM 数列及其同心圆排法

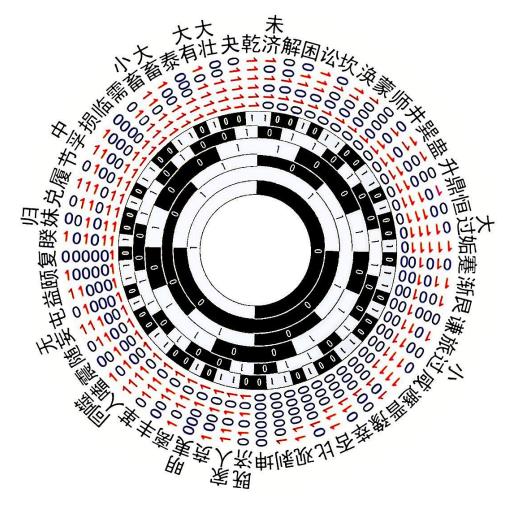


图 8 包含在六码层神农码盘中的 TM 序列同心圆排列

TM 序列因挪威数学家阿克塞尔·图厄(Axel Thue)在 1906 至 1914 年期间的引入,及美国数学家马斯顿·莫尔斯(Marston Morse)在 1921 年发展了它的应用^[3]而著名,并因二人名字得名。这个序列还因多人在不同领域独立发现而成为历史趣话。最早可追溯至 1851 年,法国数学家尤金·普鲁赫特(Eugene Prouhet)研究过这个序列,并将它应用于数论^[3],所以现在这个序列也称普鲁赫特-图厄-莫尔斯(Prouhet-Thue-Morse)序列,简称 PTM 序列。但普鲁赫特当时并没有明确提出这个序列。1929 年荷兰著名国际象棋大师马克斯·尤伟(Max Euwe)在研究国际象棋的博弈规则时也发现了这个序列^[3]。这些是众所周知的。实际上,笔者在 1994 年排成神农图时等于也引入了这个序列,只不过当时是根据易理发现的,也就是从《易经》研究领域独立发现的。显然,神农码盘或者说神农图表达 TM 序列,等于给出了 TM 序列的一种同心圆排法,这种排法新颖而又符合序列的取反倍增生长原理,也就是说将序列原理展现了出来。同时也将 TM 序列与二进制数及编码方案联系了起来。

2.2 码盘中的斐波那契数列

在用阴阳色表示的六码层神农码盘上,把阴阳色按同色相邻简并原则分别连并起来,从最内码层开始一层一层往外看,就能非常直观地看到一级一级大小不一的同色锯齿状结构(最小的结构仅为单位为一的单个小条块)层层嵌套。组成最大锯齿结构的条块(环段),由最内码层向外一层一层叙其数目,就会发现各层条块数依次为: 1、1、2、3、5、8,这正是斐波那契数列的起首节段。这六个数(六项)对应着码盘的六个码层,是最大锯齿结构上的斐波那契数全序列。剩下的都是比它小的锯齿结构,但组成这些小结构的各个码层的条块数,依然都依次排成了斐波那契数列起首的一段,只是长度都在六个数(六项)以内,如四个数的 1、1、2、3,三个数的 1、1、2等。只有一个数的数列段,就是以 1、1……起首的斐波那契数列的第一个 1。

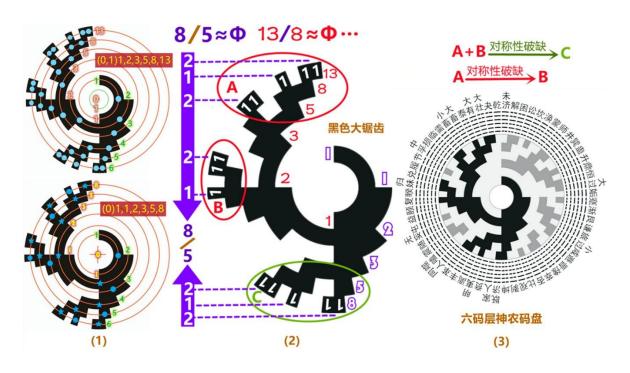


图 9 斐波那契数列、黄金分割、"对称性破缺型"分形在神农码盘上的呈现

如果将上述简并态的每一个码层里的每个同色简并块,都从简并接缝处分离为二(本来就是分离的,分离的两块代表相邻的两个相同字符),重新计数,则最大锯齿结构上的数从内到外就变成了1、2、3、5、8、13这六个数(六项),它们对应码盘的六个码层。这仍然是斐波那契数列的开头部分,只是比上述未分离状态的数列段退后了一位。其余小结构上面的斐波那契数列段,如四个数的

1、2、3、5,三个数的1、2、3,同理都比上述的简并状态退后了一位。只有一个数的数列段,就是以1、2······起首的斐波那契数列起点的1。

可以看出来,神农码盘完美表达了斐波那契数列,它的每一个字符都参与了数列的构建。这也意味着我们找到了斐波那契数列的一种两元(阴、阳或0、1)图谱表示法,即生成法。

2.3 隐藏在码盘中的 Φ

斐波那契数列后一项与前一项的比值,会随数列长度增加而向后越来越趋近黄金分割值 1.6180339887······,它因此也被称为黄金分割数列。而神农码盘图的另一面是斐波那契数列图,这就使黄金分割也表现在神农码盘上。在阴阳色表示的神农码盘上,同色简并态的锯齿结构从最内码层到最外码层的条块数目,依次排成斐波那契数列。若取消同色简并,则这些条块中的复合块一分为二,分离成最小单块,这样计得的各码层条块数目排成相应比前者大一级(向后错一位)的斐波那契数列。这可以看做是神农码盘以其锯齿结构上相邻两个码层的条块数目为相邻的两个斐波那契数,在表达黄金分割。因为这样的两项之比围绕的原型值是黄金分割值,码层越向外,其比值越接近黄金分割比值。同时在每一个锯齿结构的任一码层中,相邻两个层级的子结构的条块数之比,也是两个斐数之比,所以也是向黄金分割比值趋近的,同样在表达黄金分割。如图 9 所示。而且这种情况中的黄金分割,还可以用两个子结构的齿块的分别计和面积或环向长度的比表示。

码盘中的所有锯齿结构都趋向表达黄金分割,并且层层嵌套,这使单个锯齿结构上从第三码层 (含)开始的各个码层中表达黄金分割的齿块,并不相连,呈有规律的疏离状。从这个意义上说, 神农码盘实则是 Φ 的一种腔隙嵌套式表达。

2.4 码盘中的螺旋分形和对称性破缺

神农码盘中的锯齿结构有的大,有的小。大小相同的形同,大小不同的形似。在同一个锯齿结构上,部分与部分之间亦然,但部分与整个锯齿之间则都是部分形似于整个锯齿,而不是形状相同。整个码盘由锯齿结构平铺和层层嵌套组成。这其实是一种独特的分形。其独特之处在于,不管是单独一个锯齿结构的不同部分之间,还是所有锯齿结构之间,发育生长都是有同级同步形状相同的,也有不同级不同步形状相似的,而不统一是相似或相同。这在用阴阳色表示的神农码盘上看得非常清晰直观。见图 9。抛开码盘不说,这等于我们找到了一种新分形图案,这种分形图案可以无限生长下去。而且综上所说并参见图 9 可知,由其延伸生长而形成的新结构,从整体上看总是不对等的,一侧大,一侧小,即对称性是破缺的。这就是说,它是一种对称性破缺的分形。这意味着神农码盘中隐含着几何意义或者说抽象意义上的对称性破缺。单个八码层分形结构见图 10。

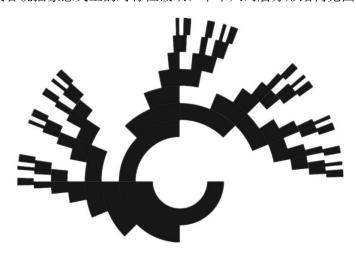


图 10 八码层神农码盘中最大的分形

而且神农码盘中所有分形锯齿结构的对称性破缺,都蓄势(最小单元的单个齿块)和呈现朝统一一个方向偏倚倾斜,这使得整个码盘中的锯齿结构线条,相互协调着组成了分叉放射状螺旋整体,而每一个足够大的锯齿结构,也都独立表现出螺旋走向,如同码盘的旋臂。所以,神农码盘中锯齿结构所表现出来的分形,除了是对称性破缺的分形,也是一种螺旋分形。

不过近距离看较大神农码盘图的螺旋形构,比不上把码盘放远些或缩小看的时候螺旋形更清晰, 所以我们这里把神农码盘逐渐缩小,形成连续渐变的几个对比图,放在一起,以方便考察它的旋形, 如图 11。

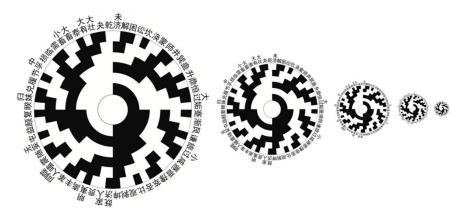


图 11 连续缩小渐变的螺旋分形神农码盘

2.5 隐藏在码盘中的 e 和帕斯卡三角

为了方便作图示意和表述,这里把用阴阳色表示的六码层码盘,从码组 111111 与 010101 (乾卦与未济卦)之间分开,张开成扇形做成图 12,并在下面混用易学和二进制术语来描述从码盘中还原 e 和帕斯卡三角的过程。

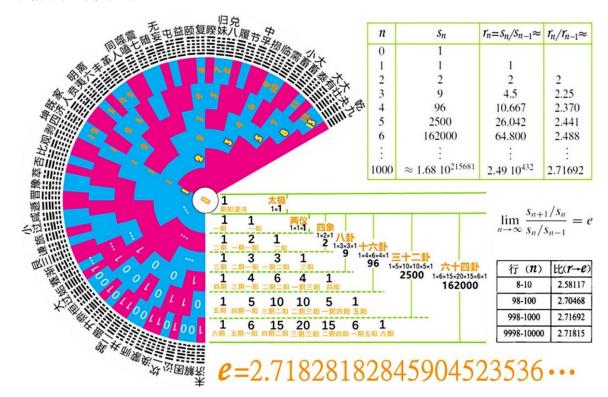


图 12 帕斯卡三角、e、TM 序列、斐波那契数列、分形等在神农码盘上的融合并存

神农六十四卦码盘的生成过程,是从中心的太极圆开始,按照"一分为二法"向外一层一层生出码层,并依序逐层叠加成不同容量的字符符号组合系统,直至叠加到最外的第六码层形成六十四卦码组为止。整个过程的字符组合体数量变化依次为:1(太极)、2(两仪码组)、4(四象码组)、8(八卦码组)、16(十六卦码组)、32(三十二卦码组)、64(六十四卦码组)。

- 1对应太极,太极没有独立的阴和阳(字符0和1)属性,浑然一体,数量含义为1。
- 2 为两仪,即阴仪 0 和阳仪 1。这是两个不同的字符,就用两个 1 表示: 1、1。

4 为四象,即太阳 11、少阴 10、太阴 00、少阳 01。这四个组合中,11 和 00 显然各是独立的存在,用两个 1 表示:1、1。10 和 01 则表现为它们各具有一个字符 0,一个字符 1。若不分 0、1 字符所在位置(排布顺序),它们实际就是同一种 0、1 比例的字符组合,即四象码组中共有两个这样的字符组合,用 1 个 2 表示:2。合起来四象码组可以用两个 1 和一个 2 表示:1、1、2。

按照这种统计方法,可以推算出八卦码组有四种不同的0、1 组合,用两个1 和两个3 表示:1、1、3、3。

以此类推,十六卦码组为: 1、1、4、4、6,三十二卦码组为: 1、1、5、5、10、10,六十四卦码组为: 1、1、6、6、15、15、20。

可以看出来,这一组组的数正是帕斯卡三角每一行上的数。只用把每一组数从两端向中间按从小到大之序排成左右对称,然后依序从上到下排成三角形,即得帕斯卡三角前七行。帕斯卡三角在中国也叫杨辉三角。

如果继续按"一分为二法"将神农六十四卦码盘推广到 128 卦、256 卦、512 卦(码盘)······直至无穷,那么码盘中所包含的这样的一组一组的数也将继续如法延续,可以无限向下排成帕斯卡三角的行。

帕斯卡三角第 n 行的各数,是两项式 a+b 的 n 次幂展开后的各项系数。a 和 b 相当于神农码盘中的字符 0 和 1,亦即阴爻--和阳爻-。帕斯卡三角与神农码盘的等价联系可以用图 13 辅助说明。

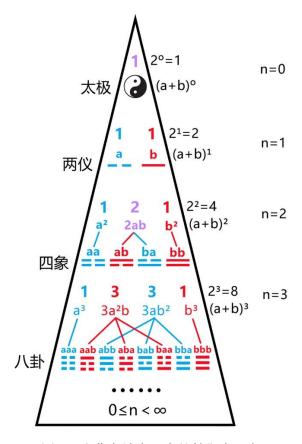


图 13 隐藏在神农码中的帕斯卡三角

分别求出神农六十四卦码盘中所包含的如上所述每组数字的积,则太极为 1,两仪码组为 $1\times$ 1=1,四象码组为 $1\times1\times2=2$,八卦为 $1\times1\times3\times3=9$,以此类推,十六卦为 96,三十二卦为 2500,六十四卦为 162000。

在这七个积数中,以前一项作为被除数,求出所有相邻两项的商,再把所有相邻的两个商以前一项作被除数再次求商,得到一组数,这组数从前向后越来越接近自然常数 e 的值。如 96÷ 2500=0.0384,2500÷162000 \approx 0.0154,0.0384÷0.0154 \approx 2.494,最后得到的 2.494 已经比较接近 e 的近似值 2.718 了。

如果在神农六十四卦码盘上继续增衍码层直至无穷,那么依照上法从神农码盘上得到的趋 e 值 将逐渐无限接近 e 的精确值 2. 71828······。如果有一个极限,那么就会等于其精确值,这是可以证明 的。2012 年,Harlan Brothers 发现,在由帕斯卡三角各行中数字之积的连续两项比值依序组成的 序列中,后一项与前一项之比,会随着行数增加逐渐无限接近 e,并给出了证明 [4]。即若把帕斯卡三角第 n 行的所有数之积记作 S_n ,那么随着 n 的增加, $S_n \bullet S_{n+2}/S_{n+1}{}^2$ 会越来越接近 $e \approx 2.718$ 。事实上有:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{s_n\cdot s_{n+2}}{{s_{n+1}}^2}=e$$

Harlan Brothers 证明了这个结果。

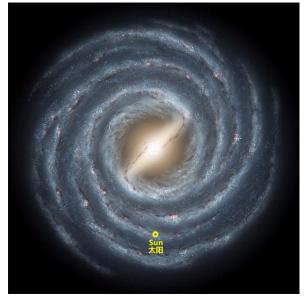
显然,这也等于证明了 e 存在于神农码盘中。

由以上可见,神农码盘等于是帕斯卡三角和 e 的一种展现形式。由于这种展现与码层里的 0、1 字符排列规律无关,所以帕斯卡三角和 e 实际也展现在自然码和格雷码盘中,甚至直接展现在二进制码组系统中,而与编码方案无关。本文对它们在神农码盘中的展现进行讨论,已经涵盖了其它。

2.6 神农码盘是天然的银河系结构模型?

上文已揭,神农码盘具有螺旋结构。如果拿阴阳色表示的六码层神农六十四卦码盘为例,对此做进一步的具体分析,就会发现,同色条块简并形成的锯齿结构,含其上面齿状分叉,全部呈统一旋向的螺旋状,环绕太极圆中心,构成多旋臂盘绕中心的盘状之形。而旋臂向内汇拢成两条大旋臂,形如根部,交于太极圆。两个根尖的端点决定的线段,是太极圆的直径线,延长指向乾卦 111111 和坤卦 000000 两个码组的方位。准确地讲,延长线一端穿过乾卦 111111 与未济卦 010101 两码组之间,另一端穿过坤卦 000000 与既济卦 101010 之间。乾与未济及坤与既济码组的方位,以易学意义讲,分别代表阳极而阴、阴极而阳的转换点,含有极性含义。乾卦码组 111111 的六位全是 1 和坤卦码组 000000 的六位全是 0,就分别代表阳极和阴极。两个根尖决定的直径线指向这两极,代表它正是两极的指示棒,可简称极棒。显而易见,极棒虽然在码盘上没有实体元素对应,但实际暗蕴在理势上。极棒的中点,亦即码盘的圆心和太极圆的中心点,对应易学中的无极。我们发现,码盘的多旋臂盘绕之形和旋臂根部发端于极棒两端及极棒中心存在无极点的结构形式,与银河系非常相似。如果我们按码盘锯齿结构的螺旋走向修润线条,画出码盘的修润图,并标出极棒和无极点,就会发现,这简直就是一幅生动的银河系模型图!

图 14 和图 15 是不同团队根据观测数据绘制的银河系图像^[5-6],它们大同小异。这都是从北极星朝下视角的银河系形象。这个视角的银河系是顺时针自旋。



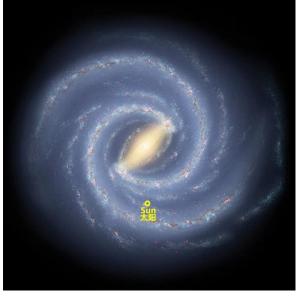


图 14 银河系画像 1

图 15 银河系画像 2

图 16 是上文所示乾左未济右并列在上的六码层神农码盘正背面翻转后右旋 22.5°的连续缩小图,旋形在越小的图上看到越清晰。这个观察方向的码盘旋向与旋转角度,与图 14 和图 15 符合得最好。码盘中心向下第三码层的空心圆点,是太阳在银河系中的位置在码盘上的对标。

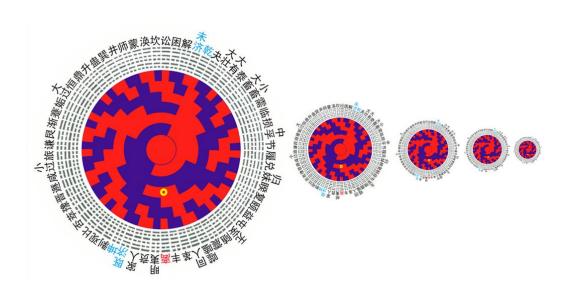


图 16 连续缩小渐变的六码层神农码盘旋形

图 17 上的左下、右下和右上三个图,是图 16 上六码层神农码盘(乾左未济右并列在上码盘的 背视图右旋 22.5°)修润前后的图,左上的银河系参照图即图 14。

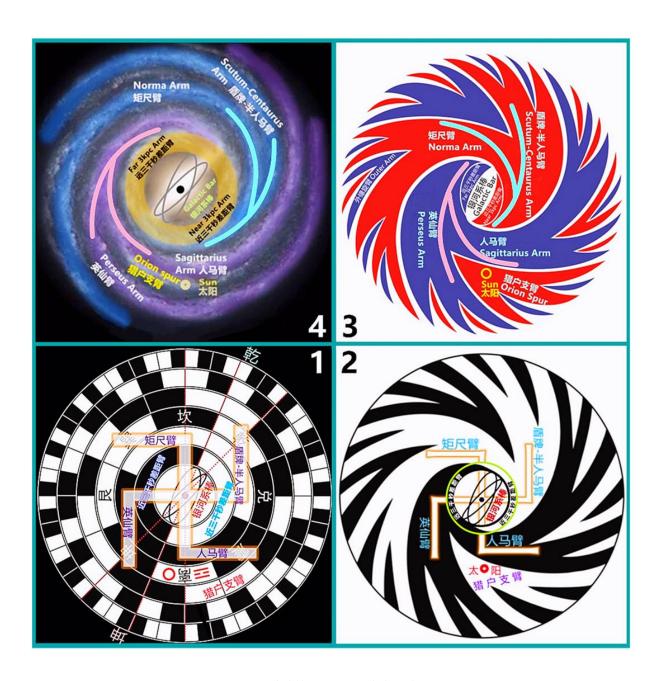


图 17 银河系结构与六码层神农码盘的相似

对照银河系图,神农码盘的盘状旋臂对应了银河系旋臂,极棒对应了银河系中央核球部分的棒状结构,无极点对应了银核棒中点亦即整个银河系中心的超大质量黑洞。

在细节上,神农码盘旋臂从极棒两端发出,一级结构呈现为最大的两条,分叉后形成二级结构,变成次级大的四条,然后继续向外分叉成六条乃至更多。而近年新观测数据揭示银河系从银棒两端分出两条大旋臂后,又疑似向外分叉成四条较大的,继而在外部出现更多较小旋臂^[7],这种分叉和分级也与码盘极为相似。

另外,在抽象意义上,码盘内三码层组成的八卦码组中的离卦的易学类象为日、为火,其卦符 ☲最上面的阳爻一,换言之即码组 101 右边的 1,位于由内到外第三码层,代表太阳(诞生),因为生出这一位符时,离卦才形成,始有"离卦"的意义。而这一位符在整个码盘中的位置与太阳在银河系中的位置按比例也极为一致,包括它与无极点的连线距离及连线与极棒的夹角,与太阳到银心的连线距离及连线与银核棒的夹角。都十分接近。

以上这些说明,神农码盘与银河系在结构上具有较高相似性。值得注意的是,尽管神农码盘与银河系看似不相关,但它们之间的比较,不应被视为违背科学精神和方法。这是因为神农码盘含有斐波那契数列、TM 序列、分形等代表自然规律的因素,实质上是自然规律的一种抽象的图像化表达;而银河系作为天体实体,其形成和发展必然遵循着某些自然法则,因此两者之间存在内在契合的基础。那么,这种相似性究竟是偶然的巧合,还是神农码盘所蕴含的数学与科学原理触及了自然的深层奥秘,从而与银河系发生了吻合?无论答案如何,这都是一个既奇妙又引人深思的问题,特此提出以供探讨。

与此类似的一个例子,是提丢斯-波得定则(Titius-Bode law)。该定则描述了太阳系中各行星与太阳的平均距离(以天文单位计)符合一个特定的数学算法,即大约等于 0、3、6、12、24、48、96……这一组数中的每一项加 4 后除以 10。尽管这一数学算法是偶然发现的,其物理意义不明,但其计算结果确实比较接近大多数行星与太阳平均距离的实际,只有少数不符合预期的情况。提丢斯-波得定则曾在历史上对天文发现起到指导作用。因此,鉴于神农码盘与银河系在结构上的相似性,我们认为,以神农码盘为参考,对银河系结构的未来探测进行某种程度的指导和预测,这一设想并非不可能,应予以重视。

2.7 码盘中隐藏的生物性染色体性别决定机制

以性染色体决定性别,是生物主流的性别决定方式。性染色体类型分为 XY 型(含其特殊形式 XO 型)和 ZW 型(含其特殊形式 ZO 型) $^{[9-11]}$ 。

XY 型(含 XO 型)为雄异配型,雌性个体的体细胞内有两条同型的性染色体,记作 XX,雄性个体有两条异型的性染色体,记作 XY (XO 型的雄性被视为 XY 中的 Y 缺失,以 O 补之,记作 $XO^{[9]}$)。减数分裂之后,每个配子都包含一套单倍体数目的常染色体和一条性染色体(XO 型的雄性的精子,有的含有一条 X,有的不含性染色体)。卵细胞中的性染色体都是 X,精子中的性染色体则有可能为 X,也有可能为 Y (XO 型的精子中的性染色体则有可能为 X,也有可能为 Y (XO 型的精子中的性染色体则有可能为 X,也有可能为 Y (Y 型的精子中的性染色体是 Y 还是 Y 决定,是 Y 将决定后代为雌性,是 Y 将决定后代为雄性(Y 型缺少 Y 染色体,所以是由与卵结合的精子含有 Y 还是不含性染色体决定,含 Y 将决定后代为雌性,不含性染色体决定后代为雄性) Y 型。Y 型更完整的形式写作 Y Y 型。



图 18 生物性染色体性别决定方式在三码层神农码盘上的表达

ZW型(含 Z0 型)的性别决定原理,与 XY 型(含 X0 型)同理,但作用机制相反、互补 $^{[9-11]}$ 。简单地说,这种类型为雌异配型,后代性别由受精的卵细胞带有的性染色体是 Z 还是 W 决定,是 Z 将决定后代为雄性,是 W 将决定后代为雌性(Z0 型缺少 W 染色体,所以是由受精的卵细胞含有 Z 还是不含性染色体决定,含 Z 将决定后代为雄性,不含性染色体决定后代为雌性) $^{[9,11]}$ 。 ZW 型也写作 ZW-ZZ 型。

XY-XX 和 ZW-ZZ 型性别决定机制的形成,是数学组合原理和自然界最简法则综合作用的结果。而且这两型的作用方式相反、互补,如同阴与阳的对称互补。而这些,恰可以用三码层神农八卦码盘的组合原理予以表达。如图 18 所示。对照此码盘以 XY-XX 型为例(以 ZW-ZZ 型为例与其同理)来说明:因为是雌雄两性,雌性和雄性个体含有的性染色体必然不同,即是异型[9-11];若两性个体各含一条,两条异型,雌性含有一条 X,雄性含有一条 Y,则二者结合成 XY,不能实现子代对亲代性染色体类型的复制,这由码盘上两仪组合所反映;若两性个体各含一组,一组两条,两组异型,雌性为 XX,雄性为 YY,则减数分裂之后,精卵结合只会有 XY 这一种结果,也不能实现子代对亲代性染色体类型的复制,这由码盘上四象组合所反映;若两性个体各含一组,一组两条,两组异型,雌性为 XX,雄性为 XY,那么减数分裂之后,精卵结合就会有 XX 和 XY 这两种结果,这样就可以实现子代对亲代性染色体类型的复制,这由码盘上八卦组合所反映;这正是生物事实采用的 XY-XX 型^[9-11];若在 XY-XX 型的基础上增加两性个体性染色体的条数和元数,则违背了自然界最简法则,因为 XY-XX 型的条数和元数已经可以实现性染色体性别决定了,"如无必要,勿增实体"。从纯组合的角度讲,与 XY-XX 型同构互补的还有一种 YX-YY 型,事实上,部分生物采用的 ZW-ZZ 型,正可以看做是 YX-YY 型的替补,码盘上八卦组合恰如其分地表达了 XY-XX 型与 ZW-ZZ 型的互补。

从中可以看出来,生物性染色体性别决定原理可以用三码层神农码盘作为图像模型表达,不是 巧合,而是由二者建立在数学组合原理和自然界最简法则上的一致性决定的。这样的模型使性染色 体性别决定原理以图像的形式,跃然呈现在纸上。

由上文可知,神农码盘具有斐波那契结构,每一个字符亦即最小齿块都参与了斐波那契数列的构建,它们单独或简并成某一级的结构,无不在表达斐波那契数。呈对称互补的 XY-XX 型与 ZW-ZZ 型性别决定方式,恰好由三码层神农码盘最外层呈对称互补的两个半圈的两个四字符组表达,这似乎意味着生物性别的性染色体决定方式,也与斐波那契数有关,如 XY-XX 型中 XY 含有的一个 X 代表的数目 1,是斐数 1,XX 含有的两个 X 代表的数目 2,是斐数 2。事实上,采用这两型性别决定方式的生物的性染色体的遗传,就是在其性别决定机制的作用下,各代祖先的 X 和 Z 的贡献者数量,依序排成了斐波那契数列,如一个人从各代祖先那里获得 X 染色体遗传的路径,就包含了斐波那契数列,如图 19 所示。

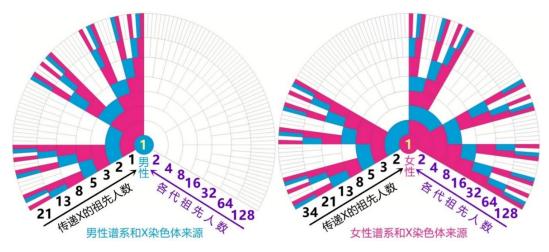


图 19 扇形神农码盘表达的人类祖先谱系和 X 染色体遗传路径

图中扇形盘依然是神农码盘,其各环层代表各代祖先的条块的排列顺序,遵循于神农码盘的排列方法,只是隐去了未贡献 X 染色体的祖先,留作空白表示,着红色的条块代表贡献 X 的女性祖先,着蓝色的条块代表贡献 X 的男性祖先。每一代祖先中 X 的男性和女性贡献者的人数都是相邻的两个斐波那契数,其和自然仍是斐波那契数。对于一个男性来说,他和他以上各代祖先中 X 的贡献者人数,依次排成了 1、1、2、3、5、8、13、21……,女性则排成 1、2、3、5、8、13、21、34……。从图上可以直观看到,男性的 X 来自母亲;女性的一条 X 来自父亲,另一条来自母亲。母亲传递给儿子的一个 X,及父亲和母亲传递给女儿的两个 X,在整个传递链中代表的数目确实是斐波那契数的 1和 2。这两个基本的斐波那契数,组成了各代祖先中 X 的贡献者人数,即总的一个斐波那契数。这等于说明了 XY-XX 型性别决定方式含有斐波那契因素。而神农码盘具有斐波那契数列结构,所以可以解释 XY-XX 型性别决定方式,包括解释其中 Y 染色体对性别的决定方向。当然也解释了与此同理但决定结果与之互补的 ZW-ZZ 型性别决定方式。也就是说,我们用(三码层)神农码盘来解释这两型性别决定机制的数学组合原理,是正确的。这两型性别决定方式及由其决定的性染色体遗传规律,确实与斐波那契数列有关,并包含在神农码盘中。

2.8 码盘中藏着精细结构常数 137 的答案?

精细结构常数用希腊字母 α 表示,它的计算公式一般写作 α=e²/(4πε。ch)[12]或 $\alpha = e^2/(2 \epsilon_0 ch)^{[13]}$,其中 e 是电子的电荷, ϵ_0 是真空介电常数,h 是约化普朗克常数,c 是真空中的 光速, h 是普朗克常数。因为在公式的计算中各个常量的单位正好相互抵消, 所以 α 是一个无量纲 数,即是一个纯数字,无单位。现在较为精确的实验测算结果显示 a ≈0.00729735256,非常接近于 1/137。它的倒数 1/α 约等于 137. 035999206^[14],极其接近整数 137,因此人们也常用整数 137 表示 这个常数。它有很多物理意义,非常重要。它的多重物理意义决定了宇宙的演化及演化结果。在宏 观上,它决定了我们现在看到的宇宙的样子。简单地说,它是决定宇宙中所有原子大小胖瘦的系数。 它的值若为 136 或 138, 这个宇宙就会与现在的样子大不一样, 甚至可能不存在。如此重要的一个常 数为什么值偏偏等于137,而不是其它数,至今仍是一个谜,吸引着科学家们孜孜不倦地探索。一直 都有科学家怀疑它是一个数学常数,而过去一些著名的科学家还曾一度怀疑它的准确值就是整数137, 并尝试找到过许多整数 137 的解析式,但后来都被更精确的实验测定否定了[13]。近年来的宇宙学观 测和数值测算提示,精细结构常数的值或不是恒定不变的,它可能一直处在非常缓慢的变化中[13]。 笔者据科学家过去及最新对它的研究结果猜测,它的理论值或变化的极值确有可能就是整数137,只 是因为一些微扰或某些破缺因素,导致它的值稍微偏离了整数值。就像地球也不是标准圆形的,而 是趋近于圆形,这意味着它上面圆周率也是"破缺"的。如果依它的形状算一个圆周率的均值,不 会严格等于圆周率的精确值。而 137 整数,以一种奇妙的呈现方式和特殊意义出现在六码层神农六 十四卦码盘上,为1/α的原型值是整数137的猜想,平添了几分不一样的色彩。

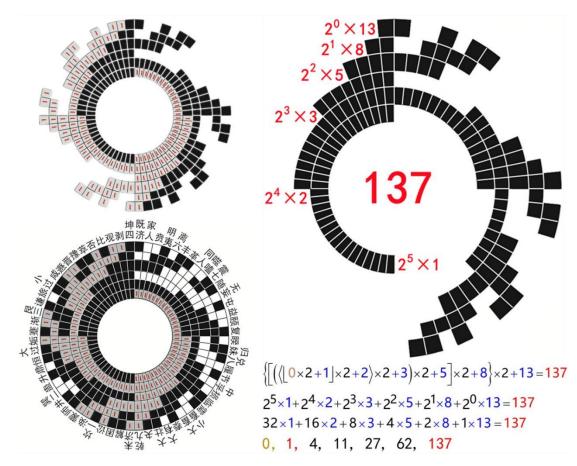


图 20 六码层神农码盘中的 137

在用阴阳色表示的六码层神农码盘上,找出其中最大的一个锯齿结构,上面的最小色块的总数正是 137,它代表的是六十四卦码组总 384 个字符中的 137 个!见图 20。该结构不含中心太极圆对应的数,则对应了三个数列,其一为自然数数列 1、2、3、4、5、6,其二为等比数列 2、4、8、16、32、64,其三为斐波那契数列 1、2、3、5、8、13。而且还含有黄金分割 Φ、自然常数 e、分形、TM序列等质素,是码盘上最大的独立分形单元,含义非常丰富。这从以上对神农图系包括对这个码盘的内含介绍和展示中可以看出来。这意味着 137 在这个码盘上或直接或间接与这些问题有关,比较明显的是与此处所列斐波那契数列、等比数列、自然数数列及分形和黄金分割有关。根据这个码盘的构造原理,包括码盘中蕴含的这几项数学内容及这些内容与代表 137 的锯齿结构的相关性,可以很容易地推得 137 基于这个结构乃至整个码盘的一个数学表达式:

$$137 = 2^{5} \times 1 + 2^{4} \times 2 + 2^{3} \times 3 + 2^{2} \times 5 + 2^{1} \times 8 + 2^{0} \times 13$$

如果将 137 锯齿结构与太极圆联系起来看,则太极圆与 137 锯齿的六个码层合为七层。太极圆这一层没有字符,即字符的数目为 0。这样这个算式同理还可以写作:

$$137 = 2^{6} \times 0 + 2^{5} \times 1 + 2^{4} \times 2 + 2^{3} \times 3 + 2^{2} \times 5 + 2^{1} \times 8 + 2^{0} \times 13$$

把其中的公因式都提取出来,则算式可写成一种层层嵌套的形式:

$$137 = \{[((0 \times 2 + 1) \times 2 + 2) \times 2 + 3) \times 2 + 5] \times 2 + 8\} \times 2 + 13$$

从算式的这些写法中,我们可以直接看到斐波那契数列、等比数列的存在,并意识到自然数数 列和黄金分割也隐藏在其中(斐波那契数列本质上在表达黄金分割),其至感受到分形的存在。而像 斐波那契数列、黄金分割、分形等,恰好代表了宇宙的一些基本法则,这使 137 的这个算式,也具有了代表宇宙法则的潜力。据此我们猜测,137 在六码层神农码盘视角下的这个算法,有可能代表的是精细结构常数的本底含义。当然,这个猜想需要通过物理理论的揭示和实验验证。

137 在神农六十四卦码盘上是六层锯齿结构的字符数计数结果,依照求得 137 之数的方法,向前还可以追溯得码盘码层生成过程中总一码层、总二码层……总五码层锯齿结构的字符数分别计数结果,向后可以推得码盘码层持续扩衍而得到的总七码层、总八码层……乃至到无穷多总码层的字符数计数结果。它们和 137 及太极圆这一层所代表的字符数 0 一起,依次构成了一个数列: 0, 1, 4, 11, 27, 62, 137, 295, 624……。这个数列从第〇项的 0 开始往后面的项,越来越明显地含有如上述 137 所含有的数学质素。整个数列生成规律是: 从第〇项的 0 开始,该项 0 乘以 2,再加上斐波那契数列中的 1,得到第一项 1;然后把第一项 1 乘以 2,再加上斐波那契数列中 1 后一项 2,得到第二项 4;接着再把第二项 4 乘以 2,再加上斐波那契数列中 2 后一项 3,得到第三项 11;……反复如此,可构成无限长的数列。其规律可以直接从上述嵌套形式写法的 137 算式中看出来。

137 的上述算式是否真的就是精细结构常数的答案,在未得到科学理论揭示和实验证实之前,很难确知。但它及由它延伸出来的上面这个含有 137 的数列,至少在数学上是有意义的新内容。这都应引起重视。

3 神农码盘的多元推广

3.1 巴都万数列的三元码盘表达

综上所述,用"一分为二法"和 TM 序列生长规律(阴阳等易律),可推得由斐波那契数列锯齿结构嵌套而成的神农码盘。TM 序列是 0、1 两元序列,所以 TM 序列生长规律说到底是"两元平移互补律"。这种"平移互补"本质上是两元机会均等的交替显现变化,即"等易"。由此我们总结神农码盘是两元码盘,斐波那契数列是两元内因数列。

掌握和理解了神农码盘的原理,我们可以把神农码盘的生成之法推广到"一分为三法"和"三元等易律",从而得到一种三元锯齿结构嵌套成的码盘,如图 21,码盘上的三种颜色代表三元。

由"一分为三法"和"三元等易律"构造出的三元码盘的锯齿结构,还在表达另一个数列。以三种颜色的最大锯齿结构为例来说,任一色的最大锯齿从内到外依序查数各层原始单元条块数,则都排成了数列: (0、1) 1、1、2、2、3、4、5、7、9、12、16、21、28、37······。若把同层相邻两块简并为一块视之,则各层条块数依序排成的数列比前者向起始端错了一位,即为: (0) 1、1、1、2、2、3、4、5、7、9、12、16、21、28、37······。不难发现,这正是巴都万数列。由此可见,巴都万数列是三元内因数列。图 21 的码盘相当于巴都万数列的三元图谱表达。

实际上,表达巴都万数列的三元码盘,还构成了西汉扬雄仿《周易》而作的《太玄经》的"卦",其内四码层组成了《太玄经》的八十一"卦",在《太玄经》中称为八十一首(家)^[15]。八十一首(家)在这个码盘上的排列,显然是一种不同于传统包括《太玄经》排法的新排法。



图 21 巴都万数列在神农三元码盘中的呈现(内四码层构成《太玄经》八十一"卦")

3.2 神农四元数列及其码盘表示法和神农连续多元数列群

继续如法增加颜色种类构造码盘,还可以得到(0、1)1、1、1、2、2、2、3、4、4、5、7、8、9、12······这样一个新数列——神农四元数列,乃至得到神农五元、六元、七元、八元数列·····,形成神农连续多元数列群(阵)。从这样的多元色码盘上,可以提炼出神农四元、五元、六元、七元、八元······等易序列。如神农四元等易序列可以表示为:0,1,2,3,1,2,3,0,2,3,0,1,3,0,1,2,1,2,3,0······。其它类推。表达神农四元数列和四元等易序列的四元色码盘图,如图22所示。

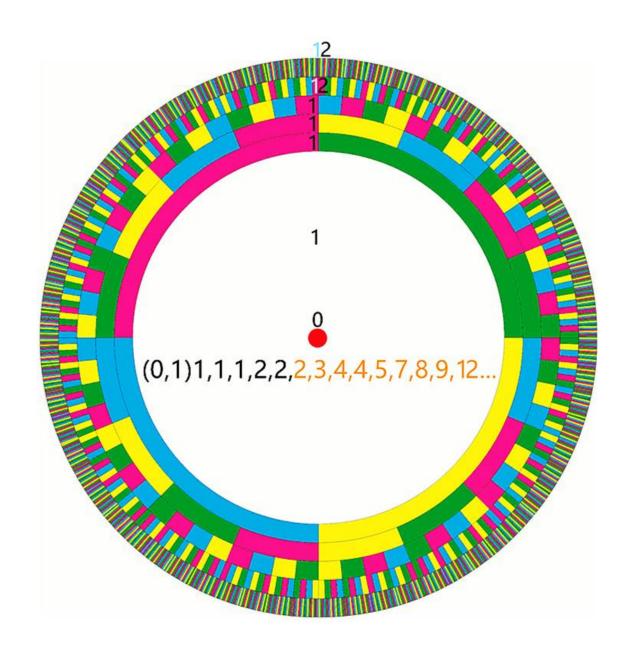


图 22 神农四元数列在神农四元码盘中的呈现

在数列的定义描述上,斐波那契两元数列任意相邻两项的和等于这两项后面的第一项,巴都万三元数列任意相邻两项的和等于这两项后面的第二项,神农四元数列任意相邻两项的和等于这两项后面的第三项,神农五元、六元、七元数列······以此类推。神农连续多元数列群阵如下:

斐氏两元数列: (0, 1), 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584… 巴氏三元数列: (0, 1), 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 12, 16, 21, 28, 37, 49, 65, 86, 114, 151, 200, 265… 神农四元数列: (0, 1), 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 7, 8, 9, 12, 15, 17, 21, 27, 32, 38, 48, 59, 70, 86… 神农五元数列: (0, 1), 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 7, 8, 8, 9, 12, 15, 16, 17, 21, 27, 31, 33… 神农六元数列: (0, 1), 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 7, 8, 8, 8, 9, 12, 15, 16, 16, 17… 神农七元数列: (0, 1), 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 7, 8, 8, 8, 9, 12, 15…

• • • • •

从这里看,从斐波那契数列,到巴都万数列,到神农连续多元数列,是一种数学规律的连续性延续。这些数列之间有相互呼应关系,而排头的斐波那契数列无疑是其中的特例。因为它是这个数列群阵中的首数列,具有最简(其在只有 0、1 两元构成的码盘中产生。两元是形成数列的最少元数。一元在元数上最少,但不能形成数列)的特殊性和自然选择优势。也许正因为此,它才被自然界广泛选择,而不是其它数列。例如包括向日葵在内的很多植物的花瓣数都是斐波那契数,蜜蜂家族谱系中一只蜜蜂的各代祖先个数依序构成斐波那契数列等等。

神农码盘除了可应用于制造光电码盘等与二进制编码有关的领域,还因其具有如上文所述的多方面的数学与科学内涵,非常可能成为像帕斯卡三角、乌拉姆螺旋(Ulam spiral)、斐波那契数列一类的数学工具,广泛应用于数学和科学技术研究、应用领域。神农码盘是一个两半轮围绕圆心旋转对称合并成的圆结构。六码层神农码盘每边半轮上都有11个锯齿结构体,共22个,可以用11种颜色标色区分,以突出显示锯齿结构体之间的界限和各个个体。同时这也使其螺旋分形、黄金分割、斐波那契数列、137等内含更直观地呈现出来,显示码盘的多概念。如图23。作为这些数学和科学问题的"万能示范器",我们可以把六码层神农码盘制成教具,用于教学、研究和科普。

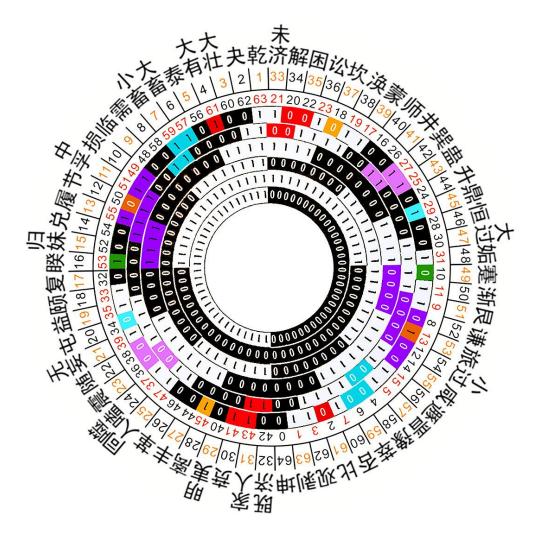


图 23 六码道多概念神农码盘的 11 色表达

由神农码盘推广而来的三元、四元、五元······码盘,可以应用于二进制以上的进位制研究以及 其它相关问题研究,如可以将上述三元码盘应用于巴都万数列研究。

4 结语与展望

TM 序列、斐波那契数列、黄金分割、螺旋分形、银河系棒旋结构、帕斯卡三角、e、137、二进制编码、巴都万数列、伏羲图以及生物性染色体性别决定机制等,这么多内容与神农码盘有联系,其中绝大多数直接存在于神农码盘上或等价于神农码盘,与神农码盘融合成一体,显明了不同的数学问题及自然法则之间的内在联系,暗示着不同的自然法则及数学问题可能源自同一根本,并从这一总源头演化出多样的表现形式。例如,当 TM 序列按神农码盘原理排列成同心圆时,就表达出了斐波那契数列,这个例子就生动地诠释了这一点。这为我们探索这些表面各异实则相通的自然法则及数学问题之间的联系,提供了一个桥梁般的工具,有望借助它,获得数学和科学上的突破。

参考文献

- [1] 武化方. 新发现的神农图数简述[J]. 中州学刊, 2002, (3): 129-133.

 HuaFang Wu. A Brief Overview of the Newly Discovered Shen Nong's Diagrams and Numbers in I Ching[j]. Academic Journal of Zhongzhou, 2002, (3): 129-133.
- [2] 鲁庆中. 神农易与伏羲易的比较[J]. 周易研究, 2003, (2): 56-65. Qingzhong Lu. On the relationship between Shen Nong's Yi and FuXi's Yi[j]. Studies of Zhouyi, 2003, (2): 56-65.
- [3] Victor F Kravchenko, Oleg V Kravchenko, Yaroslav Y Konovalov. Prouhet-Thue-Morse sequence and atomic functions in applications of physics and techniques[J]. Journal of Measurement Science and Instrumentation, 2015, 6 (2): 128-141.
- [4] Harlan J. Brothers. Math Bite: Finding e in Pascal's Triangle[J]. Mathematics Magazine, 2012, 85 (1): 51.
- [5] 李文宽. 视角创新:探索银河系的结构[J].天文爱好者,2008,(3):60-65. Wenkuan Li. Perspective Innovation: Exploring the Structure of the Milky Way[j]. Amateur Astronomer, 2008, (3):60-65.
- [6] LAMOST 中心办公室. 银河系的新画像[J]. 中国国家天文, 2018, (2): 40-49. LAMOST Center office. A New Image of the Milky Way[j]. Chinese National Astronomy, 2018, (2): 40-49.
- [7] Y. Xu, C. J. Hao, D. J. Liu, Z. H. Lin, et al. What Does the Milky Way Look Like? [J]. The Astrophysical Journal, 2023, 947: 54(11pp).
- [8] 赵君亮. 银河系结构的再认识——1. 内区的棒结构[J]. 自然杂志, 2013, 35 (5): 320-325. Junliang Zhao. Barlike structure in the inner Galaxy[j]. Chinese Journal of Nature, 2013, 35 (5): 320-325.
- [9] 衡卫国.生物的性别决定[J].生物学教学,2004,29 (12):29-30.
 Weiguo Heng. Biological Sex Determination[J]. Biology Teaching, 2004, 29 (12):29-30.
- [10] 田志宏. 性别决定与性染色体[J]. 生物学通报, 1996, 31 (10): 13-15.

 Zhihong Tian. Sex Determination and Sex Chromosomes[J]. Bulletin of Biology, 1996, 31 (10): 13-15.
- [11] 朱蔚云,谢天炽,李佩琼,申本昌.生物性别决定的复杂性[J].生物学杂志,2015,32(3):84-87.
 - Weiyun Zhu, Tianchi Xie, Peiqiong Li, Benchang Shen. Complexity of sex determination patterns in organisms[J]. Journal of Biology, 2015, 32 (3): 84-87.

- [12] 马登科, 余旭. 精细结构常数与原子结构若干特征量的关系[J]. 青海师范大学学报(自然科学版), 1995, (3): 32-35.
 - Dengke Ma, Xu Yu. Fine-structure constant and series of characteristic value of relation in the atomic structure[J]. Journal of Qinghai Normal University (Natural Science), 1995, (3):32-35.
- [13] 王明美. 对精细结构常数的研究综述[J]. 中国科技信息, 2005, (15): 84-85.

 Mingmei Wang. A Review of Researches on the Fine Structure Constant[J]. China Science and Technology Information, 2005, (15): 84-85.
- [14] L'eo Morel, Zhibin Yao, Pierre Clad'e, and Sa¨ıda GuellatiKh'elifa. Determination of the fine-structure constant with an accuracy of 81 parts per trillion[J]. Nature, 2020, 588 (7836): 61-65.
- [15] 刘周堂. 四库全书术数类大全•八卦术[M]. 海口: 海南国际新闻出版中心,海南出版社,1993: 225-248.
 - Zhoutang Liu. A Complete Collection of the Divination Category in the Si Ku Quan Shu Bagua techniques[M]. Haikou: Hainan International Press and Publication Center, Hainan Publishing House, 1993: 225-248.