

Formula of the Speed of Light in Atomic Units

Gang Chen[†], Tianman Chen, Tianyi Chen

7-20-4, Greenwich Village, Wangjianglu 1, Chengdu, P. R. China

[†]Correspondence to: gang137.chen@connect.polyu.hk

Abstract

In this paper, we compare Maxwell's formula of the speed of light with the traditional formula and our formula of the speed of light in atomic units, they are $c=1/(\mu_0\epsilon_0)^{(1/2)}$, $c_{au}=1/\alpha$ and $c_{au}=1/(\alpha_1\alpha_2)^{(1/2)}$ respectively. The traditional theory supposes that there is only one α which is the fine-structure constant, but our theory demonstrates that there are two α (α_1 and α_2) along with their geometric mean α_c which could be called the integrated fine-structure constant. Our formula is consistent with Maxwell's formula essentially, and hence should be reasonable and correct. We present our previous formulas of the fine-structure constant, the speed of light in atomic units and the anomalous magnetic moments of electron, muon and tauon to demonstrate the existence of α_1 , α_2 and α_c . We also propose a valuable research topic for mathematical physics to deduce our formula from Maxwell's formula and provide some reasons for it. As for the fine-structure constant and the anomalous magnetic moment of muon, the relationships between their measured and calculated values are illustrated. In the end, the physical meanings of α_c are explained.

Keywords: the speed of light, atomic units, the fine-structure constant, muon.

摘要

在本文中，我们将 Maxwell 光速公式同传统的和我们的原子单位制中的光速公式进行了比较，它们分别是 $c=1/(\mu_0\epsilon_0)^{(1/2)}$ ， $c_{au}=1/\alpha$ 和 $c_{au}=1/(\alpha_1\alpha_2)^{(1/2)}$ 。传统理论假定只有一个精细结构常数 α ，我们的理论显示有两个 α (α_1 和 α_2) 以及它们的几何平均值 α_c (可称为综合精细结构常数)。我们的公式与 Maxwell 公式在本质上一致，因此应是合理和正确的。我们给出我们以前的精细结构常数公式、原子单位制中的光速公式以及电子、缪子和陶子的反常磁矩公式以展示 α_1 、 α_2 和 α_c 的存在。我们也为数学物理提出了一个值得研究的课题即从 Maxwell 的公

式推导出我们的公式并对此给出了一些理由。对于精细结构常数和缪子的反常磁矩，我们阐明了其测量值与计算值的关系。最后，我们解释了 α_c 的物理意义。

关键词：光速，原子单位制，精细结构常数，缪子的反常磁矩。

1. Maxwell 光速公式

光速 c （真空中的光速）被人类精确定义为 299792458 m/s，这实际上是对米和秒的定义，当然还要与精确定义的普朗克常数 h ($6.62607015 \times 10^{-34}$ J·s) 相联合。我们通常说光速为 30 万公里/秒，这是我们人类视角下的光速。

物理学家 Maxwell 推导出真空中电磁波的速度，由于与光速相同，所以预言了光是一种电磁波，这是人类科学史上理论进行预言的一个经典案例，可与牛顿力学预言天王星的存在和广义相对论预言太阳附近的光线弯曲等并列。

Maxwell 电磁波速度/光速公式：

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 299792458 \text{ m/s}$$

μ_0 为真空磁导率

ϵ_0 为真空介电常数

2. 原子单位制中的光速公式

如果以氢原子中基态电子的等效线速度 v_e 为速度的自然单位即 $v_e=1$ ，则光速为 137.035999...，这称为原子单位制中的光速 c_{au} ，可谓氢原子或自然或宇宙或上帝视角下的光速。我们对原子单位制中的光速 c_{au} 进行了以下研究。

$$\text{传统观点：} c_{au} = \frac{c}{v_e} = \frac{1}{\alpha} = 137.035999\dots$$

其中精细结构常数 $\alpha = 1/137.035999\dots$

本文作者的观点：

$$c_{au} = \frac{c}{v_e} = \frac{1}{\alpha_c} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}} = 137.035999074626$$

传统观点默认精细结构常数 α 只有一个，我们则认为精细结构常数有两个即 α_1 和 α_2 ，二者的几何平均为 α_c ，因此也可认为精细结构常数有三个即 α_1 、 α_2 和 α_c 。对它们的公式、取值和应用，进一步阐述和解释如下。

物理学家 Feynman 认为类氢原子（即只有一个电子但原子核的质子数可以增加的原子）的终点为 137 号（大于 137 则电子速度将超过光速），这个假想的

元素终点被称为 Feynmanium (Fy)。我们则根据自己新建的元素周期[1]和原子核的手性模型[2]，认为元素的自然终点是 112 号 Cn*，并问这两个元素终点之间是什么关系。由此将 112 变换为 137，并利用我们 2013 年推导出的 2π -e 公式，即得到如下的精细结构常数公式和原子单位制中的光速公式[3-8]。

2π -e Formula:

$$2\pi = \left(\frac{e}{e^{\gamma_c}}\right)^2 = e^2 \frac{e^2}{\left(\frac{2}{1}\right)^3} \frac{e^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^5} \frac{e^2}{\left(\frac{4}{3}\right)^7} \dots$$

$$(2\pi)_{Chen-k} = \left(\frac{e}{e^{\gamma_{c-k}}}\right)^2 = e^2 \frac{e^2}{\left(\frac{2}{1}\right)^3} \frac{e^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^5} \dots \frac{e^2}{\left(\frac{k+1}{k}\right)^{2k+1}}$$

$$\alpha_1 = \frac{36}{7(2\pi)_{Chen-112}} \frac{1}{112 + \frac{1}{75^2}} = 1/137.035999037435$$

$$\alpha_2 = \frac{13(2\pi)_{Chen-278}}{100} \frac{1}{112 - \frac{1}{64 \cdot 3 \cdot 29}} = 1/137.035999111818$$

$$c_{au} = \frac{c}{v_e} = \frac{1}{\alpha_c} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}}$$

$$= \sqrt{112 \times \left(168 - \frac{1}{3} + \frac{1}{12 \cdot 47} - \frac{1}{14 \cdot 112(2 \cdot 173 + 1)}\right)} = 137.035999074626$$

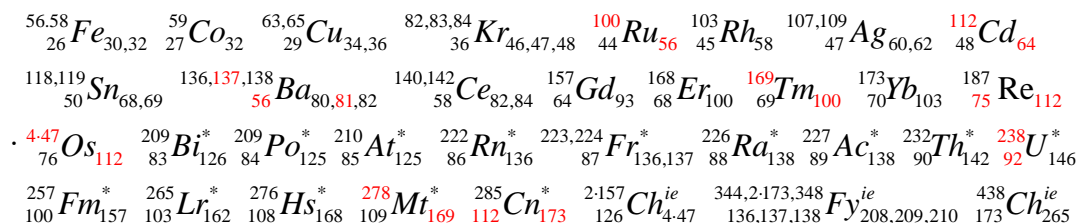
注意 α_1 公式中两个 112 的巧合。还可根据核素 ${}^{137}_{56}\text{Ba}_{81}$ 构筑以下公式:

$$\alpha_1 = \frac{1}{56 + 81 + \frac{1}{28 - \frac{13(112 \cdot 11 - 1)}{3 \cdot 5(112 \cdot 43 + 1)}}} = 1/137.035999037435$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{56 + 81 + \frac{1}{28 - \frac{2(16 \cdot 27 - 1)}{3(16 \cdot 81 + 1)}}} = 1/137.035999111818$$

$$c_{au} = 56 + 81 + \frac{1}{28 - \frac{5(4 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 17 - 1)}{2 \cdot 5(4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 23 + 1) + 1}} = 137.035999074626$$

以上公式中的因子与以下核素相对应:



再根据物理学家 Schwinger 1947 年推导出的电子的反常磁矩的近似公式，我们推导出电子、缪子和陶子的反常磁矩公式[9, 10]。

$$\text{Schwinger formula (1947): } a_e \approx \frac{\alpha}{2\pi}$$

$$a_e = \frac{\alpha_2 \gamma_1}{(2\pi)_{\text{Chen-109}}} = \frac{13(2\pi)_{\text{Chen-278}}}{100(2\pi)_{\text{Chen-109}}} \frac{1 + \frac{1}{3 \cdot 47 \cdot 73 \cdot 137}}{112 - \frac{1}{64 \cdot 3 \cdot 29}}$$

$$= 0.00115965218058153 \quad (2021/6/6, 2023/3/7)$$

$$2022 \text{ CODATA recommended: } a_e = 0.00115962018046(18)$$

$$a_\mu = \frac{\alpha_2 \gamma_1 \gamma_2}{(2\pi)_{\text{Chen-109}}} = \frac{13(2\pi)_{\text{Chen-278}}}{100(2\pi)_{\text{Chen-109}}} \frac{(1 + \frac{1}{3 \cdot 47 \cdot 73 \cdot 137})(1 + \frac{1}{5 \cdot 37})}{112 - \frac{1}{64 \cdot 3 \cdot 29}}$$

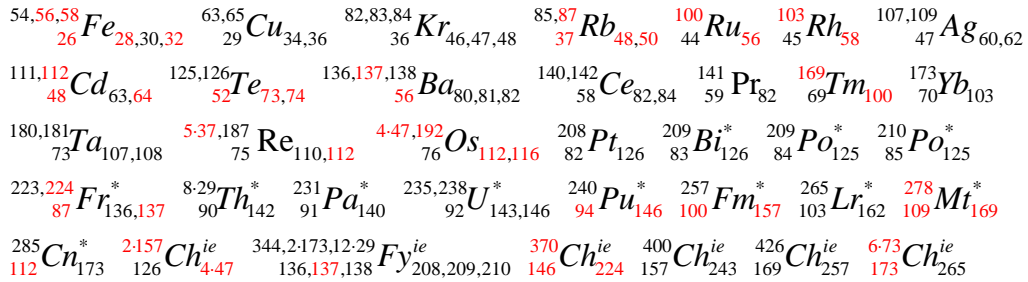
$$= 0.00116592057 \quad (2021/6/13, 2023/3/10)$$

$$\text{Fermilab's measurement: } a_\mu = 0.00116592057(25) \quad (2023/8/10)$$

$$a_\tau = \frac{\alpha_2 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3}{(2\pi)_{\text{Chen-109}}} = \frac{13(2\pi)_{\text{Chen-278}}}{100(2\pi)_{\text{Chen-109}}} \frac{(1 + \frac{1}{3 \cdot 47 \cdot 73 \cdot 137})(1 + \frac{1}{5 \cdot 37})(1 + \frac{1}{103})}{112 - \frac{1}{64 \cdot 3 \cdot 29}}$$

$$= 0.00117724019 \quad (2021/6/17, 2023/3/10, 2023/8/14)$$

以上公式中的因子与以下核素相对应：



其中我们于 2021/6/13 和 2023/3/10 对缪子的反常磁矩的计算值被 2023/8/10 费米实验室缪子反常磁矩国际合作组公布的最新测量值完美证实。

3. Maxwell 光速公式与原子单位制中的光速公式的关系

我们认为精细结构常数有两个，得到的原子单位制中的光速公式与 Maxwell 光速公式具有形式和本质的一致性，由此提出如下值得研究的数学物理课题。

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \Rightarrow c_{au} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}} \text{ 或}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \Leftrightarrow c_{au} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}}$$

即从 Maxwell 光速公式推导出相同形式的原子单位制中的光速公式，或者证明二者等价（可互推）。我们在此提供以下思路，也希望数学、物理学工作者进一步作完整的证明。

- (1) 只需证明精细结构常数 α 有两个，即 α_1 和 α_2 ，不需要推导出 α_1 和 α_2 的具体公式和值。
- (2) 两个公式具有形式和内容的一致性，可以说是一种同构关系，类似于数学中的拓扑。
- (3) 需论证 μ_0 、 ϵ_0 与 α_1 、 α_2 的具体对应关系，即哪一个对应哪一个。我们认为 ϵ_0 与 α_1 相对应、 μ_0 与 α_2 相对应，因为以上电子、缪子和陶子的反常磁矩公式中用的是 α_2 ，可见 α_2 与磁性质相对应。另外， α_1 公式中的因子主要与元素核素的质子数相关， α_2 公式中的因子主要与元素核素的中子数和总核子数相关，中子的磁性又比质子强，例如中子星就具有很强的磁性，这就暗示 α_1 与电性质的 ϵ_0 相关、 α_2 与磁性质的 μ_0 相关。
- (4) μ_0 和 ϵ_0 具有正交性，磁性质和电性质如同空间和时间一样正交，因此二者无论如何变换都不能合二为一。
- (5) 精细结构常数有三个定义，传统理论认为它们都给出同一个 α ，我们则认为它们分别给出 α_1 、 α_2 和 α_c ，具体定义和它们之间的关系如下。

$$\alpha_1 = \frac{\lambda_e}{2\pi a_0}, \quad \alpha_2 = \frac{2\pi r_e}{\lambda_e}, \quad \alpha_c = \frac{v_e}{c} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$$

$$\alpha_c = \sqrt{\alpha_1\alpha_2} = \frac{v_e}{c} = \frac{1}{c_{au}}, \quad \alpha_c^2 = \alpha_1\alpha_2 = \frac{r_e}{a_0}$$

4. 精细结构常数的测量值与计算值的关系

传统理论认为精细结构常数只有一个，因此不同方法给出的测量值为同一个精细结构常数。我们认为精细结构常数有两个（ α_1 、 α_2 ）或三个（ α_1 、 α_2 和 α_c ），因此不同方法给出的测量值很可能对应于不同的精细结构常数。以下是我们对过去近 20 年精细结构常数测量值[11]的解读（表 1）。

我们认为电子反常磁矩（g-2）测量方法对应精细结构常数 α_2 ，原子干涉中光子反弹测量方法（h/m）对应精细结构常数 α_c （也可能对应 α_1 ）。不同时间的测量值波动性较大，另外有些测量和相应计算中的误差可能未考虑完全，所以最好对同一测量方法的具有相同有效数字的测量值取平均。电子反常磁矩（g-2）测量

方法的测量值的平均值与我们的计算值 (α_2) 非常接近, 可以说是对我们的公式和计算值的一个接近完美的证实。原子干涉中光子反弹测量方法 (h/m) 的测量值的平均值与我们的计算值 (α_c) 基本接近, 也可以说是对我们的公式和计算值的一个一般的证实。

表 1. 精细结构常数的测量值与计算值的关系

Date	$1/\alpha_1$	$1/\alpha_c$ (h/m)	$1/\alpha_2$ (g-2)	Source
2007 Jul			137.035999070(98)	HarvU
2008 Jul			137.035999084(51)	HarvU
2010 Dec		137.035999037(91)		LKB
2017 Jul			137.035999150(33)	RIKEN
2018 Dec		137.035999046(27)		Berkeley
2020 Dec		137.035999206(11)		LKB
2023 Feb			137.035999166(15)	Northwestern
Average		137.035999096	137.0359991175	
2018	137.035999037435	137.035999074626	137.035999111818	Gang Chen

以下为精细结构常数的测量值和计算值 (图 1), 主要是 g-2 方法 (绿色) 和 h/m (红色)。如果将两种方法的测量值一起考虑, 规律性不强。如果将两种方法分开考虑, 可看到它们的测量值从前些年的偏低到最近几年的偏高, 而且后者似乎反常偏高, 可能已经矫枉过正了。因此, 我们认为准确的测量值应该是两种方法各自的测量值的平均再偏小一点, 这就会与我们的计算值 (α_2 和 α_c) 很好吻合, 可见实验测量值基本上证明了我们的理论、公式和计算值。还有一种可能性是 g/m 方法对应 α_1 , 那么测量 2 (h/m-Rb LKB-20) 可能不准确, 应该去掉。

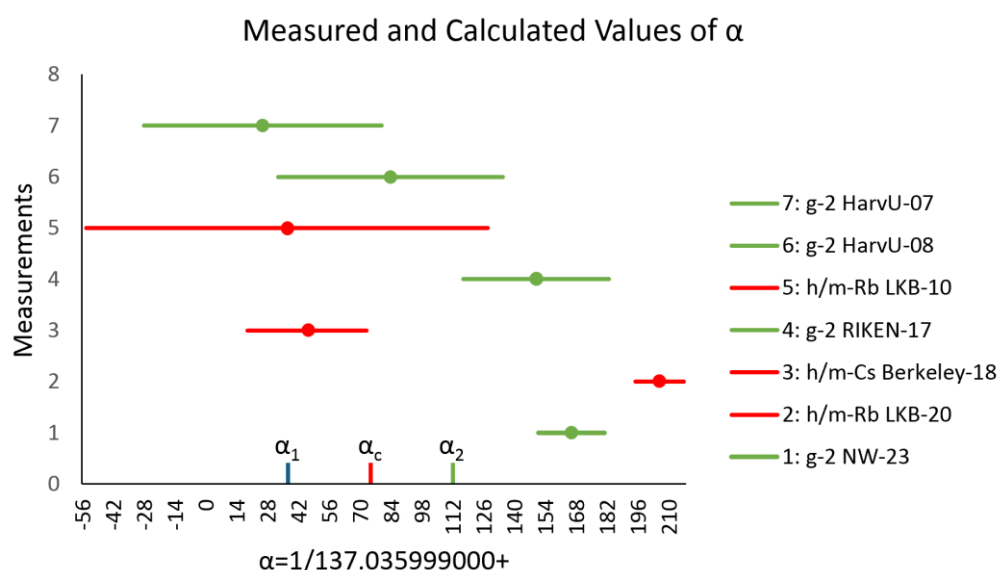


图 1. 精细结构常数的测量值与计算值的关系

以下为 CODATA（国际数据委员会）推荐的精细结构常数值（表 2），它采用的方法是近几年不同方法的测量值的平均，我们可以看到其推荐值的一致性非常不好，说明这种方法不好，也说明不同测量方法的测量值应该对应不同的精细结构常数，即间接证明我们的理论、公式和计算值很可能是正确的。

表 2. CODATA 推荐的精细结构常数值

Date	$1/\alpha$	Source
2011 Jul	137.035999074(44)	CODATA 2010
2015 Jun	137.035999139(31)	CODATA 2014
2019 May	137.035999084(21)	CODATA 2018
2022 Dec	137.035999177(21)	CODATA 2022

5. 缪子反常磁矩的测量值与计算值的关系

传统理论认为精细结构常数只有一个，我们认为精细结构常数有两个（ α_1 、 α_2 ）或三个（ α_1 、 α_2 和 α_c ），并给出相应的公式。利用 α_2 的公式我们构筑了电子、缪子和陶子的反常磁矩公式，并在 2021/6/13 和 2023/3/10（后者的公式在前者的基础上稍修改）都计算出缪子的反常磁矩为 0.00116592057，这个计算值（预测）被费米实验室缪子反常磁矩国际合作组（Fermilab Muon g-2 Collaboration）于 2023/8/10 公布的最新测量值 0.00116592057(25)完美证实[9, 10]。这也说明我们认为精细结构常数有两个应是正确的。以下是缪子反常磁矩的实验测量值以及标准模型和我们的计算值的（图 2、表 3）。

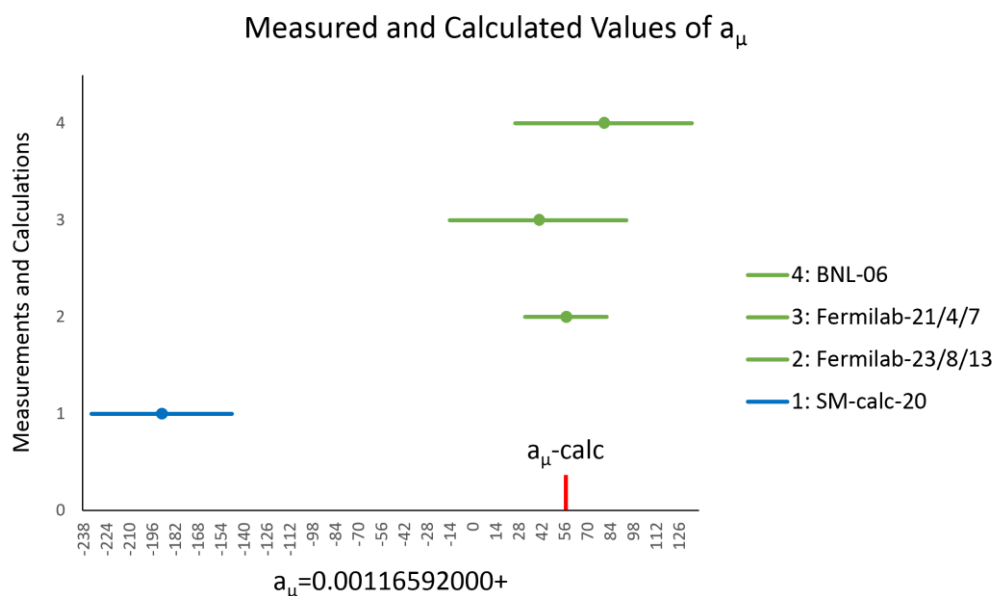


图 2. 缪子反常磁矩的测量值和计算值的关系

表 3. 缪子反常磁矩的测量值和计算值

a_μ (Measured)	a_μ (Calculated)	Source
0.00116592080(54)		BNL-06
	0.00116591810(43)	SM-20
0.00116592040(54)		Fermilab-21/4/7
	0.00116592057	Gang Chen 21/6/13, 2023/3/10
0.00116592057(25)		Fermilab-23/8/10

1. BNL: Brookhaven National Laboratory
2. SM: Standard Model (Muon g-2 Theory Initiative)
3. Fermilab: Fermilab Muon g-2 Collaboration

以下为缪子反常磁矩的测量和理论计算的详细历程（表 4）[12]。Fermilab Muon g-2 Collaboration (2023) 包括 7 个国家的 33 个研究机构的近 200 名实验物理学家，并培养了 40 多位博士毕业。Muon g-2 Theory Initiative (2020) 包括 21 个国家的 78 家研究机构的 130 多位理论物理学家。Fermilab 与我们都于 2013 年开始研究，2017 年 Fermilab 开始收集数据，2017/8 作者陈刚辞职后专职进行理论研究，2021/4/7 年 Fermilab 公开第 1 次测量结果，引起我们的注意，由此于 2021/6/13 推导出缪子的反常磁矩公式，2023/3/10 又进行了小的修改，Fermilab 则于 2023/8/10 公开第 2 次测量结果，与我们的计算值完美吻合。可以说我们与 Fermilab 同时起步，攀登一座科学高峰，殊途同归，在峰顶汇合，基于物理学标准模型的理论的计算则接近峰顶，但还未与最精确的实验测量汇合。

表 4. 缪子反常磁矩的测量和理论计算历程

Date	Measurements	SM calculations	Gang Chen's work
1959-1979	CERN 三次测量		
1984	美国测量		
1989-1996	BNL 装置建设		
1997-2001	BNL 收集数据		
2006/4/7	BNL 最终测量结果公布		
2013	超导磁环从 BNL 运到 FNAL		推导出 2π -e 公式
2013-2017	Fermilab 装置安装调试		构建新的元素周期表等
2017	Fermilab 开始收集数据	Theory Initiative 开始计算	8 月开始专职进行理论研究
2018/4/12-			推导出精细结构常数公式
2020		Theory Initiative 公布计算值	精细结构常数公式公开
2021/4/7	Fermilab 公布第 1 次测量值		
2021/6/13			推导出缪子反常磁矩公式
2023/3/10			缪子反常磁矩公式稍修改
2023/7/9	Fermilab 停止收集数据		
2023/8/10	Fermilab 公布第 2 次测量值		计算值被证实
2025	Fermilab 公布最终测量值	理论计算值的最终确定	最好提前正式发表文章

6. 精细结构常数的物理意义

我们认为精细结构常数有两个值 (α_1 、 α_2)，二者的几何平均为 α_c ， α_c 可称为综合精细结构常数。

$$\alpha_c = \sqrt{\alpha_1 \alpha_2} = \frac{v_e}{c} = \frac{1}{c_{au}}, \quad \alpha_c^2 = \alpha_1 \alpha_2 = \frac{r_e}{a_0}$$

$$\alpha_c = 1/137.035999074626$$

原子单位制将微观世界四个基本常数定义为 1，原子单位制可谓以氢原子的视角看世界，是科学或自然的单位制。在原子单位制中，氢原子的基态电子的等效线速度 v_e 等于 1，因此 α_c 为原子单位制中光速 c_{au} 的倒数，或者说它们互为倒数，本质相同，只是表示不同， α_c 代表光速是氢原子中基态电子的等效线速度的 $1/\alpha_c$ 倍 (137.035999074626 倍)，即表示光速有多快，这是 α_c 的物理意义之一。另外，在原子单位制中氢原子的玻尔半径 a_0 等于 1， α_c^2 等于原子单位制中电子的经典半径 $r_{e/au}$ ，即电子的经典半径 r_e 是玻尔半径 a_0 的 $1/137.035999074626^2$ 即约 $1/18779$ ，即表示氢原子有多空，这是 α_c 的物理意义之二。Feynman 认为类氢原子的终点为 137 号，这就限制了元素的多少。因此， α_c 的物理意义是表示原子单位制中的光速、电子的大小和元素的多少，代表速度的极大、尺寸的极小和元素的数量。另外， α_1 和 α_2 应分别代表精细结构常数 α 的电性质和磁性质。

$$\text{Hartree Atomic Units: } \hbar_{au} = e_{au} = a_{0/au} = m_{e/au} = 1$$

$$\text{可推出: } (4\pi\epsilon_0)_{au} = 1$$

$$\text{因此: } v_{e/au} = \frac{e_{au}^2}{(4\pi\epsilon_0)_{au} \hbar_{au}} = 1$$

$$\alpha_c = \frac{v_e}{c} = \frac{v_{e/au}}{c_{au}} = \frac{1}{c_{au}} \quad \text{或} \quad c_{au} = \frac{1}{\alpha_c}$$

$$\alpha_c^2 = \frac{r_e}{a_0} = \frac{r_{e/au}}{a_{0/au}} = r_{e/au} \quad \text{或} \quad r_{au} = \alpha_c^2$$

以上对 α_c 的物理意义的解释可图示如下 (图 3)，其中 $1/137$ 代表 α_c 。

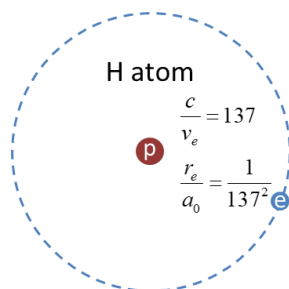


图 3. 氢原子中的光速和电子的经典半径

简单来说就是，以氢原子的视角看，光速是 137，电子大小是 $1/137^2$ ，因为它会以它的基态电子线速度为 1、以自身的玻尔半径为 1。

7. 总结

本文是我们以前公开的文章的一个简洁的综述。我们从 Maxwell 的电磁波速度/光速公式出发，引出原子单位制中的光速公式，并说明应该有两个精细结构常数 α_1 和 α_2 ，它们的几何平均值 α_c 可称为综合精细结构常数，其与原子单位制中的光速 c_{au} 是倒数关系，我们给出了精细结构常数公式、原子单位制中的光速公式以及电子、缪子和陶子的反常磁矩公式以展示这些常数的存在，并图示阐明了它们的测量值和计算值之间的关系，特别是我们对缪子的反常磁矩的计算和预测被费米实验室的最新测量结果完美证实，我们也给出了存在两个精细结构常数的理由以及综合精细结构常数的物理意义即代表原子单位制中的光速和电子大小。

参考文献

1. E-preprint: vixra.org/abs/2401.0001
2. E-preprint: vixra.org/abs/2312.0055
3. E-preprint: vixra.org/abs/2002.0203
4. E-preprint: vixra.org/abs/2008.0020
5. E-preprint: vixra.org/abs/2012.0107
6. E-preprint: vixra.org/abs/2102.0162
7. E-preprint: vixra.org/abs/2104.0053
8. E-preprint: vixra.org/abs/2106.0151
9. E-preprint: vixra.org/abs/2106.0042
10. E-preprint: vixra.org/abs/2308.0168
11. Fine-structure constant – Wikipedia
12. Muon g-2 – Wikipedia
13. E-preprint: vixra.org/abs/2212.0147

致谢

感谢四川大学数学学院张世清教授的欣赏、帮助和鼓励，感谢西南大学数学与统计学院周家足教授的欣赏和对本文英文摘要的修改建议。