Vides de Maxwell et cordes cosmiques.

Immatriculation française : ISBN 978-2-36923-011-3, EAN 9782369230113
Collection : "La Théorie de la Question (E)".

9 mai 2024

Ce document offre un fondement mathématique simple à l'existence des filaments cosmiques observés dès le milieu des années soixante-dix (mille neuf cent).

Table des matières

French *Mots clés* : J. C. Maxwell, électromagnétisme, vides, forces, filaments, cosmologie.

1 Pourquoi s'intéresser aux décompositions des produits vectoriels ?

1.1 Introduction.

Ce document se compose de deux parties. La première coïncide avec le début de l'exposé présenté dans [a ; en anglais] et avec la motivation physique justifiant la dissertation sur les décompositions des produits vectoriels déformés [b ; en français]. La seconde explique pourquoi il est justifié d'introduire la notion de corde matérielle élastique dans le cadre de la cosmologie ; elle a une traduction en anglais dans [c ; en anglais].

1.2 Analyse de la densité volumique d'énergie dans le vide de Maxwell.

Proposition 1.1. *Les régions assimilables à ce qu'il convient d'appeler des « vides de Maxwell » peuvent être le siège de densités volumiques de forces.*

Il est aisé de parvenir à cette conclusion en introduisant les produits vectoriels classiques (non déformés) décomposés trivialement dans les équations de l'électromagnétisme (EM) établies par J. C. Maxwell en 1865 pour les espaces vides sans source [01]. Une analyse de l'expression trouvée montre qu'elle contient des forces de polarisations exprimées dans l'espace mathématique dual de l'espace vectoriel E(3, R).

Démonstration. Je commence cette discussion dans un contexte qui pourrait être celui de la fin du dix-neuvième siècle, avant la publication des travaux d'A. Einstein [02-a et b]. Non que j'en ignore le contenu et les conséquences, mais plus tôt que je souhaite démontrer le côté paradoxal du résultat qui va être atteint.

Jusqu'à un certain degré d'exactitude, le monde de 1865 s'appuie sur une représentation de notre environnement pratiquant, naturellement et inconsciemment, une partition de l'espace-temps d'une manière s'apparentant à une démarche qui apparaîtra bien plus tard au sein de l'analyse de la théorie de la relativité générale et dite : A.D.M [03] ou 3 + 1 [04].

L'espace vide est donc de dimension trois rapporté à une géométrie euclidienne ; il est vide de masse et de charge électrique mais il y existe un champ électromagnétique (EM) régi par les lois de Maxwell. Le temps est un simple paramètre précisant la chronologie locale des évènements. La densité volumique d'énergie électromagnétique (EM) locale est réputée être donnée par la relation [05], [06] :

$$\rho = \frac{1}{2} . (\epsilon_0 . \mathbf{E}^2 + \frac{1}{\mu_0} . \mathbf{H}^2) \tag{1}$$

Dans un espace euclidien classique, il est possible de la réécrire :

$$\rho = \frac{1}{2} . (\epsilon_0 . < \mathbf{E}, \mathbf{E} >_{Id_3} + \frac{1}{\mu_0} . < \mathbf{H}, \mathbf{H} >_{Id_3})$$

en précisant que le symbole $<\ldots, \ldots>_{Id3}$ représente le produit scalaire qui y est habituellement défini et utilisé. Une dérivation ordinaire par rapport au temps fournit :

$$\frac{d\rho}{dt} = \epsilon_0 . < \mathbf{E}, \frac{d\mathbf{E}}{dt} >_{Id_3} + \frac{1}{\mu_0} . < \mathbf{H}, \frac{d\mathbf{H}}{dt} >_{Id_3}$$

Les lois établies par J. C. Maxwell pour ce genre d'environnement autorisent à pousser la transformation un cran plus loin avec :

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{\mu_0} . \{< \mathbf{E}, \mathbf{Rot_x H} >_{Id_3} - < \mathbf{H}, \mathbf{Rot_x E} >_{Id_3}$$

Ce qu'une identité remarquable permet de simplifier en :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{1}{\mu_0} . div_{\mathbf{x}}(\mathbf{E} \wedge \mathbf{H} + \mathbf{Rot_x X})$$

Le vecteur **X** n'a pas, à ce stade, de nature physique bien identifiée ; il apparaît là pour satisfaire une nécessité mathématique en ne changeant apparemment rien puisque la divergence d'un rotationnel est nulle. Pour autant, cette relation définit spontanément une équation de continuité concernant la quantité vectorielle suivante dans laquelle le rotationnel de ce vecteur inconnu n'a aucune raison de dispraraitre :

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\mu_0} . (\mathbf{E} \wedge \mathbf{H} + \mathbf{Rot_x X}) \tag{2}$$

Le terme placé à droite de l'égalité est connu sous le nom de vecteur de Poynting. La direction dans laquelle il pointe indique le sens dans lequel se déplace l'energie EM. Par cohérence des unités physiques impliquées dans cette relation, le rotationnel du vecteur **X** définit forcément un certain type de courant énergétique dont la nature échappe pour l'instant à notre compréhension.

Quoiqu'il en soit, le contexte initial de cette démonstration a permis de définir une équation de continuité :

$$\frac{d\rho}{dt} = -div(\mathbf{J}) \tag{3}$$

Le terme de droite dans la relation précédente est la limite du flux de la grandeur vectorielle **J** sortant de la surface entourant n'importe quel point P de l'espace vide étudié ici, lorsque le volume limité par cette surface tend vers zéro. Le terme de gauche donne la variation de densité volumique d'énergie EM au point P au cours du temps lorsque celle-ci est mesurée sur un intervalle de temps tendant vers zéro. L'équation prise dans sa globalité peut se laisser interpréter comme une équation de continuité relative à la grandeur physique ρ définie en P.

Je continue maintenant le travail en dérivant l'expression du courant EM obtenu précédemment par rapport au temps :

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} = \frac{1}{\mu_0} . (\frac{d\mathbf{E}}{dt} \wedge \mathbf{H} + \mathbf{E} \wedge \frac{d\mathbf{H}}{dt} + \frac{d\mathbf{Rot_x X}}{dt})$$

J'y réinjecte une fois de plus les équations de Maxwell définies dans le vide pour obtenir :

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0 . \mu_0^2} . \mathbf{Rot_x H} \wedge \mathbf{H} - \frac{1}{\mu_0} . \mathbf{E} \wedge \mathbf{Rot_x E} + \frac{1}{\mu_0} . \frac{d\mathbf{Rot_x X}}{dt}$$

Mettant à profit l'isomorphisme mathématique existant entre les espaces vectoriels E(3, C) et E*(3, C), je réécris cette relation vectorielle dans l'espace dual en utilisant les notations symboliques dûes à Dirac (et couramment employées en mécanique quantique) :

$$|\frac{d\mathbf{J}}{dt} >= \frac{1}{\epsilon_0 . \mu_0^2} . |\mathbf{Rot_x H} \wedge \mathbf{H} > + \frac{1}{\mu_0} . |\mathbf{Rot_x E} \wedge \mathbf{E} > + \frac{1}{\mu_0} . |\frac{d\mathbf{Rot_x X}}{dt} >$$

En utilisant à cet endroit précis l'état d'esprit caractérisant la théorie que je développe (voir [b]), il est d'abord possible de remarquer que le produit vectoriel classique est équivalent à un produit de Lie déformé défini dans un espace mathématique de dimension trois et bâti sur le cube des composantes du tenseur de rang trois complètement antisymétrique. Ce cube se laisse synthétiser en une matrice [J] telle que :

$$[J] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Il est ensuite facile de montrer grâce à l'isomorphisme :

$$\mathbf{q}_1 \in E(3, C) \to \left| \begin{array}{c} {}_1q^1 \\ {}_1q^2 \\ {}_1q^3 \end{array} \right\rangle \in C^3 \to {}_{[J]}\Phi(\mathbf{q}_1) = \begin{bmatrix} 0 & -{}_1q^3 & {}_1q^2 \\ {}_1q^3 & 0 & -{}_1q^1 \\ -{}_1q^2 & {}_1q^1 & 0 \end{bmatrix}$$

que la plus triviale des décompositions d'un produit vectoriel classique se laisse représenter par une matrice que je nommerai par la suite de type Φ et que :

$$|\mathbf{q}_1 \wedge \mathbf{q}_2 >= {}_{[J]}\Phi(\mathbf{q}_1) \,.\, |\mathbf{q}_2 >$$

L'application de ces considérations très générale au contexte physique qui nous préoccuppe fournit :

$$|\frac{d\mathbf{J}}{dt} >= \frac{1}{\epsilon_0 \cdot \mu_0^2} \cdot {}_{[J]}\Phi(\mathbf{Rot_x H}) \,.\, |\mathbf{H} > + \frac{1}{\mu_0} \cdot {}_{[J]}\Phi(\mathbf{Rot_x E}) \,.\, |\mathbf{E} > + \frac{1}{\mu_0} \cdot |\frac{d\mathbf{Rot_x X}}{dt} > \tag{4}$$

Définition 1.1. *Jacobiennes.*

J'introduis ici un ensemble de tables de Pythagore particulières bâties sur la composition des fonctions, le gradient classique d'une fonction et les composantes d'un quelconque vecteur :

$$T_2(o)(\partial_{\mathbf{a}}, \mathbf{b}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial b^1}{\partial a^1} & \frac{\partial b^1}{\partial a^2} & \frac{\partial b^1}{\partial a^3} \\ \frac{\partial b^2}{\partial a^1} & \frac{\partial b^2}{\partial a^2} & \frac{\partial b^2}{\partial a^3} \\ \frac{\partial b^3}{\partial a^1} & \frac{\partial b^3}{\partial a^2} & \frac{\partial b^3}{\partial a^3} \end{bmatrix}$$

et j'en profite pour remarquer deux propriétés simples de ces tables :

$$Trace\{T_2(o)(\partial_{\mathbf{a}}, \mathbf{b})\} = div_{\mathbf{a}}\mathbf{b}$$

$$T_2(o)(\partial_{\mathbf{a}}, \mathbf{b}) - T_2^t(o)(\partial_{\mathbf{a}}, \mathbf{b}) = {}_{[J]}\Phi(\mathbf{Rot_a a})$$

L'injection de ces informations généralistes dans le cadre de la démonstration en cours fournit alors :

$$|\frac{d\mathbf{J}}{dt} > \tag{5}$$

$$=$$

$$\frac{1}{\epsilon_0 \cdot \mu_0^2} \cdot \{T_2(o)(\partial_{\mathbf{x}}, \mathbf{H}) - T_2^t(o)(\partial_{\mathbf{x}}, \mathbf{H})\} \,.\, |\mathbf{H} >$$

$$+$$

$$\frac{1}{\mu_0} \cdot \{T_2(o)(\partial_{\mathbf{x}}, \mathbf{E}) - T_2^t(o)(\partial_{\mathbf{x}}, \mathbf{E})\} \,.\, |\mathbf{E} >$$

$$+$$

$$\frac{1}{\mu_0} \,.\, |\frac{d\mathbf{Rot_x X}}{dt} >$$

En tenant compte de la relation bien connue liant permittivité électrique, perméabilité magnétique et vitesse de la lumière dans le vide :

$$\epsilon_0 \,.\, \mu_0 \,.\, c^2 \,=\, 1 \tag{6}$$

et du fait qu'il est aisé de démontrer à partir des dérivations partielles de l'Equ.(1) :

$$\partial_{\mathbf{x}}\rho \,=\, \epsilon_0 \,.\, T_2^t(o)(\partial_{\mathbf{x}},\, \mathbf{E}) \,.\, |\mathbf{E}> \,+\, \frac{1}{\mu_0} \,.\, T_2^t(o)(\partial_{\mathbf{x}},\, \mathbf{H}) \,.\, |\mathbf{H}> \tag{7}$$

La démonstration s'achève sur une expression dont l'analyse des unités physiques y étant impliquées montre qu'elle décrit une densité volumique de force dont les deux premiers termes s'identifie facilement à une polarisation électromagnétique du vide :

$$|\frac{d\mathbf{F}}{d\tau}> \tag{8}$$
$$=$$
$$\frac{1}{c^2} \,.\, |\frac{d\mathbf{J}}{dt}>$$
$$=$$
$$\underbrace{\epsilon_0 \,.\, T_2(o)(\partial_{\mathbf{x}},\, \mathbf{E}) \,.\, |\mathbf{E}> \,+\, \frac{1}{\mu_0} \,.\, T_2(o)(\partial_{\mathbf{x}},\, \mathbf{H}) \,.\, |\mathbf{H}>}_{Polarisation\,EM} - \partial_{\mathbf{x}}\rho \,+\, \epsilon_0 \,.\, |\frac{d\mathbf{Rot_x X}}{dt} >$$

□

Je viens de démontrer qu'en absence de sources matérielles et électromagnétiques (EM), dans les conditions caractérisant les espaces temps vides tels que ceux-ci pouvaient être conçus à la fin du dix-neuvième siècle par J. C. Maxwell et ses contemporrains, il peut exister une densité volumique (tridimensionnelle) de force non-nécessairement nulle.

Remarque 1.1. *Commentaires.*

Sur le plan technique, cette force apparaît essentiellement grâce à l'usage de :

1. l'expression admise pour la densité volumique d'énergie électromagnétique dans le vide ;
2. l'usage de dérivations partielles ou ordinaires ;
3. l'utilisation des équations de J. C. Maxwell :
4. l'introduction de la notion de décomposition triviale d'un produit vectoriel dans l'espace dual E*(3, C).

Cette force est une somme de trois types de forces :

1. une force de polarisation électromagnétique ;
   L'explication de son existence dans une région supposée vide de sources doit se chercher du côté des conséquences d'un phénomène lointain et la tentation est donc grande de vouloir y reconnaître la signature du fond

diffus cosmologique (Cosmic Microwave Background dans la langue de Shakespeare).

Une de ses nombreuses composantes est mesurée une première fois en 1941 par Andrew MacKellar et (re)découverte expérimentalement [1] par hasard en 1964 grâce à l'usage d'un radiomètre par les physiciens américains Arno Allan Panzias et Robert Woodrow Wilson ; ce qui a valu à ces derniers le prix Nobel de physique en 1978.

Une connaissance complète de ce fond diffus exige le recensement et l'étude de toutes les autres composantes (du spectre électromagnétique et gravitationnel). Les projets BAO (étude des oscillations acoustiques), COBE et WMAP ont permis de mieux interpréter les signaux qui nous parviennent ; en particulier, de repérer des anisotropies (Smoot et al. 1992).

2. un gradient spatial de la densité volumique d'énergie EM ;
   (a) Connaissant la relation d'équivalence "masse - énergie" établie à partir des considérations de la relativité restreinte [07],
   (b) sachant que l'énergie a une tendance naturelle à se dégrader au cours des processus physiques (augmentation de l'entropie et pertes par divers processus : freinage, dissipation, échanges, etc.),
   (c) prenant en considération le principe de Mack,

   sa présence dans l'Equ.(8) a peut-être un lien avec l'ensemble des interférences entre champs et particules se déroulant dans l'univers.
3. une force découlant des dérivations partielles par rapport au temps d'un rotationnel (tenseur tourbillon) dont l'interprétation physique est encore incertaine.

La démarche technique mise en œuvre peut se généraliser en ce sens que le produit vectoriel classique pourrait être déformé et que les décompositions de celui-ci pourraient être non-triviales. Pour cette raison, je pars du principe que ces densités volumiques de force existent dans la nature.

1.3 Un lien plausible avec l'existence de filaments cosmiques.

J'ai écrit ce qui suit pour la première fois en 2004. Les ondes gravitationnelles et les trous noirs faisaient encore partie du bagage spéculatif résultant des travaux initiés par A. Einstein. Pour autant, les premiers filaments cosmiques avaient été détectés au milieu des années soixante-dix [2][08 ; p. 2].

Une force de polarisation est une force qui apparaît du fait de la présence d'une différence de potentiel ou qui, inversement, tend naturellement à détruire un état neutre pour faire apparaître une différence de potentiel.

1. Voir la très intéressante progression des idées et des expériences ayant mené à un consensus sur l'existence de ce fond ; par exemple dans les présentations pédagogiques proposées sur Wikipédia.
2. Pour la petite histoire, j'ai passé mon Baccalauréat C en 1974.

Je vais admettre que la force de polarisation mise en évidence par les calculs précédents, voir l'Equ.(8), agit comme le ferait une tension sur un bout de corde parce que je pars de l'a priori maintenant confirmé par la découverte de l'existence effective de l'effet Lense-Thirring [09] et des ondes gravitationnelles [09-d], [10], que la structure géométrique en chaque point P de l'espace est dotée d'une sorte d'élasticité potentielle.

Je vais donc avancer l'idée que chaque point P de l'espace vide de Maxwell est une des extrémités d'un bout de corde élastique fictif de longueur initiale nulle ($L(t) = 0$) à un instant t. Et je vais admettre qu'une interaction lointaine agit sur elle comme si elle voulait et pouvait exprimer l'élasticité potentielle locale de la structure géométrique en ce point. C'est-à-dire que j'accepte de me représenter cette interaction comme une action qui serait capable de modifier les longueurs en P ; et donc pourrait faire apparaitre un bout infinitésimal de corde.

Si ce scénario choque l'académie, je la prie de m'excuser mais également de considérer la découverte très récente du fait que notre univers est en expansion accélérée et que personne, à ce jour et à mon humble connaissance, ne semble avoir été en mesure d'en donner une explication persuasive. J'apporterai pour ma défense le fait que de jeunes chercheurs se posent eux aussi depuis quelques petites années la question de savoir si la cosmologie peut servir de laboratoire pour la théorie des cordes [11] pendant que d'autres en sont déjà à écrire les équations décrivant les cordes cosmiques [12], [13] ?

Remarque 1.2. *Intérêt de la notion de surface en évolution.*

Je pose donc que la densité de force trouvée précédemment, voir Equ.(8), génère une tension linéaire, **T**, qui pourrait éventuellement être prise en compte pour expliquer l'expansion de l'univers et les variations d'intensité de cette expansion :

$$\mathbf{T} = S \, . \, \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau} \tag{9}$$

S désigne ici un élément de surface entourant le point P dont le comportement est étudié.

Je vais ensuite parier que les évolutions de cette tension linéaire au cours du temps suivent une relation justifiée par le raisonnement heuristique suivant :

$$\frac{d\mathbf{T}}{dt} \tag{10}$$

$$=$$

Force linéaire par unité de temps.

$$=$$

Densité volumique de force par unité de surface par unité de temps.

$$=$$

(Densité volumique de force par unité de longueur) par (longueur par unité de temps).

$$=$$

(Circulation de la force par unité de volume) par (vitesse).

$$=$$

pression par vitesse.

$$=$$

$$p \, . \, \mathbf{u}$$

Soit maintenant le calcul de la dérivée ordinaire par rapport au temps de cette relation heuristique :

$$\frac{d^2\mathbf{T}}{d^2t} = \frac{dp}{dt} \, . \, \mathbf{u} + p \, . \, \frac{d\mathbf{u}}{dt} \tag{11}$$

Quelques rappels pédagogiques : Il n'est peut-être pas inutile de rappeler la définition de la pression exercée en un point P d'une surface S non nulle par une force $\mathbf{F}$ [–] :

$$p = \frac{1}{S} \, . < \mathbf{F}, \, \mathbf{n} >_{Id_3}$$

Le vecteur $\mathbf{n}$ désigne la normale unitaire (de norme égale à un) au point P. A partir de là, rien ne change en multipliant cette formule par un :

$$p = \frac{1}{\underbrace{S \, . \, L}_{volume}} \, . \, \underbrace{< \mathbf{F}, \, L \, . \, \mathbf{n} >_{Id_3}}_{Travail \, de \, la \, force}$$

Le dénominateur du terme placé à droite du signe de l'égalité représente le volume dessiné par le déplacement L (L $\neq$ 0) de la surface S. Le produit scalaire situé du même côté symbolise le travail accompagnant la circulation de la force $\mathbf{F}$ au cours de ce déplacement. Partant de là et remplaçant la force par une densité volumique de force, je peux admettre que l'existence d'une différence de pression décrite par la relation :

$$dp = < \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau}, \, d\mathbf{x} >_{Id_3} \tag{12}$$

L'injection de cette relation d'équilibre dans l'Equ.(11) fournit :

$$\frac{d^2\mathbf{T}}{d^2t} = < \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau}, \, \mathbf{u} >_{Id_3} \, . \, \mathbf{u} + p \, . \, \frac{d\mathbf{u}}{dt} \tag{13}$$

En général, dans les espaces euclidiens tridimensionnels classiques, la formule suivante s'applique :

$$\mathbf{a} \wedge (\mathbf{b} \wedge \mathbf{c}) = < \mathbf{a}, \, \mathbf{c} >_{Id_3} \, . \, \mathbf{b} - < \mathbf{a}, \, \mathbf{b} >_{Id_3} \, . \, \mathbf{c}$$

Lorsqu'en particulier $\mathbf{a} = \mathbf{b}$:

$$\mathbf{a} \wedge (\mathbf{a} \wedge \mathbf{c}) = < \mathbf{a}, \, \mathbf{c} >_{Id_3} \, . \, \mathbf{a} - < \mathbf{a}, \, \mathbf{a} >_{Id_3} \, . \, \mathbf{c}$$

L'application de ce résultat particulier à l'Equ.(13) donne (nota bene : le produit scalaire est commutatif.) :

$$\frac{d^2\mathbf{T}}{d^2t} = \mathbf{u}^2 \, . \, \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau} + \mathbf{u} \wedge (\mathbf{u} \wedge \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau}) + p \, . \, \frac{d\mathbf{u}}{dt} \tag{14}$$

Je projette cette relation dans l'espace dual et j'écris :

$$|\frac{d^2\mathbf{T}}{d^2t} >= \mathbf{u}^2 \,.\, |\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau} > + |\mathbf{u} \wedge (\mathbf{u} \wedge \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau}) > + p \,.\, |\frac{d\mathbf{u}}{dt} >$$

J'utilise à nouveau l'hypothèse intuitive selon laquelle, dans le vide de Maxwell, les décomposition des produits vectoriels classiques sont a priori de la forme la plus triviale :

$$|\frac{d^2\mathbf{T}}{d^2t} >= \mathbf{u}^2 \,.\, |\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau} > + |_{[J]}\Phi(\mathbf{u}) \,.\, ({}_{[J]}\Phi(\mathbf{u}) \,.\, |\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau} >) > + p \,.\, |\frac{d\mathbf{u}}{dt} >$$

Puisque les mathématiques de cette discussion se réalisent sur un corps commutatif de caractéristique différente de deux et que :

$${}_{[J]}\Phi^2(\mathbf{u}) \,=\, T_2(\otimes)(\mathbf{u},\, \mathbf{u}) \,-\, \mathbf{u}^2 \,.\, Id_3$$

Il suit :

$$|\frac{d^2\mathbf{T}}{d^2t} >= T_2(\otimes)(\mathbf{u},\, \mathbf{u}) \,.\, |\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau} > + p \,.\, |\frac{d\mathbf{u}}{dt} >$$

A cause du formalisme classique des forces (voir la loi de Newton et la version relativiste de ce concept - la masse varie avec la vitesse), je suppose qu'il existe un scalaire k non nul jouant *grosso modo* le rôle d'une densité volumique pondérée de masse tel que :

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau} \,=\, k \,.\, \frac{d\mathbf{u}}{dt} \,;\, k \,\neq\, 0 \tag{15}$$

Son utilisation dans la relation précédente la transforme en :

$$|\frac{d^2\mathbf{T}}{d^2t} >= \{k \,.\, T_2(\otimes)(\mathbf{u},\, \mathbf{u}) \,+\, p \,.\, Id_3\} \,.\, |\frac{d\mathbf{u}}{dt} >$$

Les situations physiques qui annulent la dérivée seconde par rapport au temps de la tension linéaire se traduisent par :

$$\frac{d^2\mathbf{T}}{d^2t} \,=\, \mathbf{0} \,\Rightarrow\, \{k \,.\, T_2(\otimes)(\mathbf{u},\, \mathbf{u}) \,+\, p \,.\, Id_3\} \,.\, |\frac{d\mathbf{u}}{dt} >= |\mathbf{0} >$$

Ces situations se répartissent en deux classes :

— **Classe 1** : L'accélération locale est nulle : le phénomène physique étudié se déplace à vitesse constante ;

— **Classe 2** : Quelle que soit l'accélération locale, la matrice entre parenthèses est dégénérée ; ceci implique :

$$|k \,.\, T_2(\otimes)(\mathbf{u},\, \mathbf{u}) \,+\, p \,.\, Id_3| \,=\, 0$$

Le ratio (-p/k) est une valeur propre de la table de Pythagore. Un petit calcul prouve que :

$$|T_2(\otimes)(\mathbf{u},\, \mathbf{u}) \,-\, (-\frac{p}{k}) \,.\, Id_3| \,=\, -\frac{p^2}{k^2} \,.\, \{(-\frac{p}{k}) \,-\, \mathbf{u}^2)$$

Il révèle que la classe des situations dégénérées contient deux sous-classes :

— **Sous-classe 2.1 :** Celle pour laquelle la pression est nulle (p = 0), ce qui sous-entend que le phénomène étudié n'exerce pas de pression ;

— **Sous-classe 2.2 :** Celle pour laquelle il existe une *équation d'état* du genre :

$$p + k \,.\, \mathbf{u}^2 = 0 \tag{16}$$

Ces situations englobent un ensemble d'équations d'état décrivant les divers types de courant énergétiques parcourant les régions vides de l'espace :

— Pour la cohérence des unités physiques et pour intégrer la relation d'équivalence entre masse et énergie, le scalaire k doit être proportionnel à la densité volumique d'énergie (ce qui avait été formellement souhaité en écrivant l'Equ.(15)) :

$$k = w \,.\, \frac{\rho}{c^2} \tag{17}$$

— Le paramètre w spécifie *la nature locale du courant d'énergie* (photons, neutrinos, etc.) ; $\mathrm{w} = \mathrm{u}^2/\mathrm{c}^2$.

— Le carré de la norme de la vitesse est celle de la vitesse du type de courant énergétique concerné ; dans un vide absolu, il semble bien que : u = c.

Le raisonnement mené jusqu'à présent montre qu'un élément de surface mue par une densité volumique de force permet de définir un sous-ensemble de situations dont chacune est caractérisée par l'existence d'une équation d'état décrivant un type de fluide [a]. Par ailleurs, une section en évolution décrit forcément une sorte de forme tubulaire au cours du temps et évoque irrémédiablement la notion de filament.

a. Le lectorat intéressé par cette notion peut en découvrir les bases dans [14]

Remarque 1.3. *Une autre expression pour la dérivée seconde de la tension linéaire.*

Parallèlement à ces considérations, et puisque qu'une section de surface peut elle aussi évoluer, je réalise une dérivation ordinaire par rapport au temps de l'Equ.(9) ; elle fournit :

$$\frac{d\mathbf{T}}{dt} = \frac{dS}{dt} \,.\, \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau} + S \,.\, \frac{d\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau}}{dt} \tag{18}$$

Et une seconde dérivation ordinaire par rapport au temps :

$$\frac{d^2\mathbf{T}}{d^2t} = \frac{d^2S}{d^2t} \,.\, \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau} + 2 \,.\, \frac{dS}{dt} \,.\, \frac{d\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau}}{dt} + S \,.\, \frac{d^2\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau}}{d^2t} \tag{19}$$

Je décide de traduire la densité volumique de force apparue dans l'Equ.(8) en utilisant la conception de la force prônée par l'approche de la relativité restreinte ; concrétement, la densité volumique d"énergie EM totale possède un équivalent matériel valant ρ/c^2 et invitant à proposer en première intention :

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau} = \frac{1}{c^2} \,.\, \frac{\partial(\rho \,.\, \tau \,.\, \mathbf{u})}{\partial \tau} = \frac{1}{c^2} \,.\, \{(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \,.\, \tau + \rho) \,.\, \mathbf{u} + \rho \,.\, \tau \,.\, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \tau}\} \tag{20}$$

Exemple 1.1. *Le cas d'une densité volumique de force invariante.*

Pour la pédagogie, je considère maintenant le cas d'une densité volumique de force contante dans l'espace :

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau} = \mathbf{c^{te}} \tag{21}$$

Les démarches précédentes apportent deux expressions distinctes pour la dérivée seconde par rapport au temps de la tension linéaire $\mathbf{T}$:

$$\frac{d^2\mathbf{T}}{d^2t} = \frac{d^2S}{d^2t} \, . \, \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau} = T_2(\otimes)(\mathbf{u}, \mathbf{u}) \, . \, | \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau} > + p \, . \, | \frac{d\mathbf{u}}{dt} > \tag{22}$$

Le raisonnement initié et expliqué au niveau de la remarque 1.2 peut être réitéré. Il permet de montrer que les variations secondes par rapport au temps de la surface S modifie les valeurs propres de la table de Pythagore :

$$-\frac{p}{k} \to (-\frac{p}{k})_{\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tau} = \mathbf{c^{te}}} = -\frac{p}{k} + \frac{d^2S}{d^2t}$$

De sorte que les situations de la sous-classe 2.2 sont cette fois-ci associées avec des équations d'état du genre :

$$-(-\frac{p}{k} + \frac{d^2S}{d^2t})^2 \, . \, \{-\frac{p}{k} + \frac{d^2S}{d^2t} - \mathbf{u}^2) = 0$$

qui se répartissent elle-même en deux catégories décrites par les relations ci-dessous :

$$\frac{p}{k} = \frac{d^2S}{d^2t}$$

$$-\frac{p}{k} + \frac{d^2S}{d^2t} - \mathbf{u}^2 = 0$$

2 Conclusion

Sans faire appel aux outils mathématiques les plus récents et les plus sophistiqués, la démarche exposée dans ce document permet de comprendre simplement pourquoi les régions vides de notre univers peuvent être traversées par des courants de force et pourquoi ceux-ci peuvent donner naissance à des filaments cosmiques. Les observations faites dès le début des années soixante-dix trouvent ainsi un fondement rationnel.

3 Remerciements

N'étant pas dans une position sociale me permettant de publier selon les canaux orthodoxes (faute d'un diplôme officiel en physique mathématique), je présente cette exploration sous ma seule responsabilité. J'appuie mes propos sur l'étude d'ouvrages acquis personnellement et sur des œuvres librement accessibles en ligne. Je remercie les auteurs ayant accepté de les mettre gracieusement à disposition.

4 Bibliographie

Références

4.1 Travaux personnels préalables

[a] PERIAT, T. : Neutral flow in vacuum, ISBN 978-2-36923-017-5, EAN 9782369230175, v3, 18 June 2021, 11 pages.

[b] PERIAT, T. : Dissertation sur les décompositions des produits vectoriels déformés, ISBN 978-2-36923-036-6, EAN 9782369230366, partie I : la méthode intrinsèque 9 mai 2024, 40 pages.

[c] PERIAT, T. : Electromagnetic waves as strings in vacuum, introducing a new vision in cosmology ; ISBN 978-2-36923-092-2, EAN 9782369230922, v5, 8 April 2023, 9 pages.

4.2 Articles, cours et livres.

[01] Maxwell, J. C. : A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field ; Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1865, 155 : 459...512.

[02] (a) Einstein, A. : Die Grundlage der allgemeinen Relativitaetstheorie ; Annalen der Physik, vierte Folge, Band 49, (1916), N 7. (b) Petropoulos, P. M. : Relativité générale, la gravitation en une leçon et demie, conférence X-ENS-UPS de physique, année 2017.

[03] A.D.M., the Dynamics of General Relativity ; arXiv : 0405109v1, 19 May 2004.

[04] 3 + 1 formalism and bases of numerical relativity - lecture notes ; arXiv : gr-qc/0703035v1, 06 March 2007.

[05] Purcell, E. M., Guthmann, C., Lallemand, P. : Berleley, Cours de physique, volume 2, électricité et magnétisme, Collection U, ©Librairie Armand Colin, Paris, 1973, 460 pages.

[06] Crawford, F. S. Jr., Lena, P. : Berleley, Cours de physique, volume 3, ondes, Collection U, ©Librairie Armand Colin, Paris, 1972, 603 pages.

[07] Lennuier, R., Gal, P.-Y.,Perrin, D. : Mécanique des particules, champs, Collection U, premier cycle de l'enseignement supérieur, Librairie Armand Colin, Paris, 1970, 363 pages.

[08] On the nature of filaments of the large-scale structure of the universe ; HAL id : hal-01962100, preprint submitted on 20 Dec. 2018.

[09] (a) Thirring H. : Phys. Z., **19**, 33 (1918) ; Phys. Z., **22**, 29 (1921). (b) Lense, J. and Thirring, H. : Phys. Z., **19**, 156 (1918). (c) On the gravitational effects of rotating masses : The Thirring-Lense papers ; General Relativity and Gravitation, Vol. 16, numero 8, 1984. (d) Fliessbach, T. : Allgemeine Relativitaetstheorie, 4. Auflage, Spektrum Lehrbuch, ©2003, 1998, 1995, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin, ISBN 3-8274-1356-7, 343 pages.

[10] Misner, C. W., Thorne, K. S., Wheeler J. A. : Gravitation, ©by W. H, Freeman and Cie, USA, 1973. 1278 pages.

[11] Vanhove, P. : La cosmologie : un laboratoire pour la théorie des cordes ; IHES/P/09/50, 2009.

[12] Kinetic theory and hydrodynamics of cosmic strings ; arXiv :1301.1973v3 [hep-ph] 1 March 2013.

[13] Cosmic strings ; arXiv :1506.04039v2 [astro-ph.CO] 19 June 2015.

[14] Lichnerowicz, A. : Théories relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme ; Masson et Cie éditeurs, Paris, 1955, 289 pages.