

# 新原子論 ( New atom model and new SU(5) model )

By Wan-Chung Hu MD PhD

**Abstract:** This manuscript provides a new determinative atom model. The magic number 2, 8, 8, 18, 18, 32, 32 can be well explained without using quantum mechanics. In addition, spin-orbit coupling can also be deduced without quantum mechanics. In the final part of the manuscript, modified su(5) model called Hu SU(5) model includes all the fundamental particles and explain mass origin and decay mode in a clear picture.

**Text:**

原子核的 semi-empirical mass formula :

$$E_b = \alpha(v)A - \alpha(s)\frac{A^2}{3} - \alpha(c)\frac{Z^2}{A^{1/3}} - \alpha(a)\frac{T^2}{A} + \delta(A, Z)$$

在非對稱項 T (其為中子-質子同位旋差 NZ)，中子數和質子數的差越大將降低核結合能。這能說明質子和中子是一條線交替排列，如果他們擠在一起，就會有沒有區別的結合能。值得注意的是磁矩：質子是+ 14 \* 10<sup>-27</sup> 焦耳/T 和中子是-9.7 \* 10<sup>-27</sup> 焦耳/T。電子也具有負磁矩，所以磁矩方面中子就像電子。正號意味著質子的磁矩平行於它的旋轉，而負號表示中子的磁矩是反平行其自旋。因此，當質子和中子左右相鄰在相同的方向旋轉，將有一個吸引他們倆者的磁力。

中子和質子之間的核力是自旋依賴性的(張量分量)。如果兩個核子側對側(side-by-side)同自旋方向，之間就有吸引力核力。核力的自旋依賴性說明核力其實與吸引性的磁力相關。自由中子因為質量比質子大會衰變成質子和電子，但是與質子連結的中子就不會衰變。後述為什麼在原子核中子不會衰變成質子。質子因為由最小質量的三種夸克構成而不會衰變。中子和質子在同一個方向共同轉動。如果不是這種相吸的磁力，離心力將會斥開質子或中子。計算也可得這磁力量度大於離心力。

我建議，在原子核的質子和中子的是一條線交替排列，如

NPNPNPNPNP

P 代表質子

N 代表中子

質子和中子位於側對側有相反磁場

N- S

S- N

由於電荷排斥，質子和中子內三個夸克排列為：

質子 UDU

中子 DUD

質子或中子自旋而上夸克與下夸克同向自旋產生相反磁矩，故質子與中子是同方向自旋而其內三夸克自旋也同方向，這樣才能有相吸引的電磁力，當質子與中子線狀相接就成：

UDU-DUD

根據上下夸克所帶正負電荷相反，這樣就能靠吸引力電磁力來聯繫質子與中子。

雙質子 UDU-UDU

雙中子 DUD-DUD

可看到兩核子最外側夸克是互相排斥的而不能成為穩定結構，故雙質子或雙中子以上之同核子排列不安定且半衰期極短，這是為什麼原子核必是由質子與中子交替線狀排列。

在小原子序原子，中子數通常與質子數相等或多一個。氫一共有七個同位素，也就是除了無中子外，氫質子的上下前後左右各有六個位置可填入中子。而氘的研究可佐證人理論，氘的總自旋  $S=1$  表示其質子和中子 **side-by-side** 以同自旋方向排列才能產生相吸磁力。因此中子和質子排列時自轉取向與磁力相關聯。質子或中子均以同方向自轉因此彼此才有相吸的磁力能緊密連結，而原子核也會因為中子和質子產生的磁矩依長軸而旋轉。因為有質子之間庫倫靜電排斥力，若質子站在在一條線上而原子核又在旋轉，離心力將斥開質子。中子也是如此。因為中子具有磁矩，只有質子中子彼此相吸才可以排在一列上。另外，由於質子之間的庫倫斥力，質子不會形成球體狀結構，它們只能線狀排列。此外，在較重元素，需要更多的中子提供更多吸引性的磁力才能穩定原子核。這在偶數奇數核的原子尤其重要。中子過量重要的是要保持原子的穩定性。在重元素中，中子數是質子數的 1.5 倍，這剛好是質子比中子磁矩的倍數，也就是說在重元素磁力越來越重要必須平衡。原子核磁矩也是電子軌道的重要因素。此外，如果有一個質子球那麼一些質子會隱藏在球心，質子的淨電荷將因為屏蔽效應被抵消。因此，線性排列像一個扁長橄欖球的形狀是最合理的結構。核旋轉時，細胞核會像扁圓月餅形狀。這種新的核模型解決了原子核形狀之謎。因為中子和質子之間的不平等的磁矩，會有一個淨原子核磁矩。為了對抗這種內在的磁矩，由於角動量守恆原子核將開始以長軸為旋轉平面旋轉，此乃 **Einstein-de Haas Effect**。原子核旋轉必須生成才能使外層電子用兩個相反的方向繞核自旋。如果是偶偶核或奇奇核，質子和中子的自旋平衡磁矩相銷，沒有核自旋（角動量）。如果在奇偶，或偶奇原子核，中子質子之間有不平等的磁矩，會有額外中子或質子造成不平衡原子核磁矩。所產生的原子核旋轉磁矩是與固有核子磁矩相反的。在偶-奇，奇-偶核，核自旋不為零，這解釋了核磁共振的原理。重原子的原子核排列示意如下，每三質子多兩中子，中子質子同方向自旋產生相反磁矩：

N            N  
 NPNPNPNPNPNP  
 N

這個模型參考了順式反式異構物的一般情況以反式異構物較穩定而且較有對稱性，原因是中子都產生相同磁矩故需要盡量拉長中子-中子間距離避免其之間的磁力相斥。核殼層模型是目前比較流行的核模型。但是，我認為這是不正確的。如果核子形成一個圈，這些質子或中子產生的離心力會讓他們加速遷出核心。此外，核殼層模型不能解釋為何具有庫侖斥力的質子會聚在一起。由於其接近圓形的特點，殼模型也排除新添加核子的可能性。而且，在殼模型中，外層質子對內層質子由於屏蔽效果會減少原子核淨電荷。此外，由於盧瑟福的實驗，原子核是緊湊而無縫隙的。因此，核殼層模型是錯誤的。中子可看做有八膠子之質子加一個 Pi-介子，質子是 UUD，Pi-介子是 uD 小寫表反夸克，兩者加起來就是中子 UDD，自由中子會弱作用 Beta 衰變放出 Pi-介子。中子質量比質子大因此自由中子會衰變。質子中子透過釋放或吸 Pi 介子互相轉換，經測不準原理於真空獲能量成 W-玻色子，Pi-介子放出後做 Beta 衰變，再繼續往緲子與反緲微中子衰變，緲子又衰變為電子、緲微中子、和反微中子，緲微中子和反緲微中子相消，最後中子 Beta 衰變成質子、電子、和反微中子。因此 SU(2)核力作用可以透過 Pi 介子做為核力結合中子質子，SU(2)弱作用則產生電子構成原子。質子和中子同方向自轉才可因磁矩連結，因此說核力是 spin dependent。而 Pi0 介子不但可媒介質子間或中子間作用力，也可媒介質子-中子交互作用，所以核力是 charge independent。又原子核內中子不衰變，但自由中子質量大於質子，會因 Beta 衰變放出 W-玻色子。Pi 介子媒介核子間作用力，中子質子間 Pi 介子可媒介吸引力，因此我們可以把核內的中子或質子看成藏有一個 Pi0 介子，因此媒介連著中子與質子的交互作用，這也是 SU(2)的量子強子力學。SU(2)有二作用對象：質子和中子，有 2<sup>2</sup>-1 個介子如 Pi+,Pi-,Pi0 與 2<sup>2</sup>-1 種同位旋 Tx,Ty,Tz，此 SU(2)等價於 Spin-1 SO(3)，也因此 3x3 同位旋矩陣涉及夸克和膠子，Pi 介子是夸克(spin+1/2)和反夸克(spin-1/2)和中性膠子(spin 1)複合自旋整數玻色子媒介核力，Pi 介子也經希格斯機制得額外質量。因此 SU(2)核力作用可維繫原子核核子，SU(2)弱作用製造電子，而 SU(3)量子色動力學強作用可維繫質子和中子本身，QCD 場無散度此為 SU(3)的漸近自由，SU(3)媒介中子和質子內夸克吸引力，最後 U(1)電磁力維繫原子的原子核與電子。這三力都可由 Yukawa potential 描述。故膠子、W/Z 玻色子和 Pi 介子都可由 Yukawa potential 表示，因為此三種媒介子都有質量故只能媒介短程作用力只能作用於原子核或核子內，當距離增加作用力迅速減為趨近零，強作用力漸近自由有一項觀念說強交互作用隨距離增加會變無限大，這是錯誤觀念，只有強作用力隨距離減小而變小，理由下述，強力與核力距離變小生斥力。Pi 介子，光子或膠子 spin=1 為奇數故有吸引也有排斥力。Pi 介子衰變如下：(e<sup>-</sup> : spin+1/2, ν<sub>e</sub><sup>-</sup> : spin+1/2 右旋向上因宇稱不守恆)

$$\begin{aligned} \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \\ \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \\ \pi^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e \\ n &\rightarrow p + \pi^- \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \end{aligned}$$

中子與質子由夸克構成，關於漸近自由和夸克禁閉，以較簡單的介子來說，介子由一個夸克及反夸克對構成，若正夸克帶藍色，反夸克帶反藍色，其中中間連繫的膠子為反藍-藍膠子，同性荷相斥異色荷相吸。若中子的某藍夸克帶反藍-藍膠子(此由一個中性 Pi 介子提供)，則其反藍色荷會吸引鄰近質子的藍夸克，可是因中子藍夸克本身是藍色會與其所佔膠子藍色色荷發生排斥，SU(2) QHD 無散度，這就是 SU(2)核力漸近自由的原因使負β函數成立。同理在 SU(3)強作用力中，在一個藍夸克和一個綠夸克之間靠反藍-綠膠子和反綠-藍膠子兩個膠子媒介，由於色荷吸引和排斥關係，藍夸克含有反綠-藍膠子而綠夸克含有反藍-綠膠子，藍夸克帶的膠子反綠色色荷會使相鄰綠夸克產生吸引力，但藍夸克本身含的反綠-藍膠子的藍色色荷卻會造成本身排斥力，同理可用於綠夸克，如此可解釋漸近自由的產生，距離越小變斥力，也因膠子必有色荷-反色荷兩極，同理中子質子中一定有紅綠藍三色變白色，如同磁鐵必有南北兩極，磁場散度為零沒有磁單極，強力場(色荷)散度同樣也是零只有旋度(膠子自旋)沒有色荷單極就像磁鐵一樣，產生了夸克禁閉。比較因為電場散度不為零因此沒有禁閉現象與漸近自由。中子或質子自旋為三同向夸克與反向介子自旋之和(3\*1/2-1=1/2)，如此或解決中子或質子自旋之謎。磁必依附於電荷而存在，如同磁鐵為偶極矩當分裂膠子時會產生夸克反夸克對，而即使是中性膠子也需依附夸克色荷而不能單獨存在。

中子和質子的質量幾乎是相等的。在輕原子，質子質量數等於中子質量數。另外敝人著作提出旋力 (Spinity)：

$$\text{Spinnity } F = \frac{Sj}{r^4}$$

然而，由於中子或質子具有非常小的質量 (~10<sup>-27</sup>kg)，相較於中子或質子產生的磁力來說，旋力是非常微小的。然而，由核產生的旋力可以幫助電子繞原子核公轉。另外，核產生的重力也將讓電子繞原子核軌道公轉。另值得一提的是電子尺寸比中子或質子大因此受力面積也大。

玻爾原子模型只考慮庫侖靜電力。然而，由於質子和中子具有磁矩，質子或中子產生的磁力不能被忽視。由於質子和中子旋轉在相同方向，但它們具有相反的磁矩。因此，它們可以對在軌道運動的電子產生相反的磁場。這是由於下面的公式：

$$\tau = mXB$$

$$F = \nabla(m \cdot B)$$

質子的磁矩和中子的磁矩的磁場可以解釋兩個方向的公轉電子駐波。通過質子或中子產生的磁矩可以讓電子的軌道與質子或中子磁場對齊。通過質子或中子引起的力可以加速電子，讓他們有足夠的軌道速度產生足夠的離心力與質子庫侖靜電力抗衡。最後，庫侖靜電力，磁力和離心力會達到一個平衡。

我們知道旋轉坐標系的加速度可由下推導：

$$\frac{d}{dt}f = \left[ \left( \frac{d}{dt} \right)_r + \omega \times \right] f$$

$$V_i = \frac{dr}{dt} = \left( \frac{dr}{dt} \right)_r + \omega \times r = V_r + \omega \times r$$

$$a_i = \left(\frac{d^2r}{dt^2}\right)_i = \left(\frac{dV}{dt}\right)_i = \left[\left(\frac{d}{dt}\right)_r + \omega \times\right] \left[\left(\frac{dr}{dt}\right)_r + \omega \times r\right]$$

$$a_r = a_i - 2\omega \times V_r - \omega \times (\omega \times r) - \frac{d\omega}{dt} \times r$$

我們可以將以上公式運用在原子模型中電子繞原子核公轉運動， $2\omega \times V_r$ 項就是原子核對電子的旋力但極微小， $\omega \times (\omega \times r)$ 項就是電子公轉產生的離心力與質子的庫倫靜電向心力平衡，最後一項歐拉加速度不考慮因為此不為變角速度運動。

根據玻爾的推論，電子圍繞質子旋轉是因為質子提供電力的向心力。向心庫倫力等於由電子的軌道旋轉運動產生的離心力。從慣性參照系來看，我們發現有電子的軌道旋轉時的向心力。但是，我們知道廣義相對論的等價原理。因此，從慣性參考系中觀察到的向心力實際上是作用於電子本身（加速參考系）的離心力。為了保持電子的軌道，向心力庫倫力必須等於電子的軌道運動離心力。離心力和庫倫力的平衡是非常重要的，因為電子的淨加速是零，電子不會輻射能量並落入核。我們可以推出淨向內/向外的力： $F_{io}$ 。

$$F_c = \frac{KQq}{r^2}$$

(K=庫倫常數，Q=質子的電荷，q=電子電荷，電子和質子之間距離=r)

$$Net F_{io} = \frac{KQq}{r^2} - mr\omega^2 = \frac{KQq}{r^2} - m \frac{V^2}{r} = 0$$

(W=電子的軌道角速度)

當角動量被量子化，則公式給出如下

$$r = \frac{nh'}{mV}$$

(n=主要量子數，h'=約化普朗克常數，m=電子質量，V=電子軌道的線速度，相對論下角度除以洛倫茲因子抵銷動量乘洛倫茲因子)

因此，我們可以得到：

$$\frac{KQq}{r} = mV^2$$

$$\frac{KQq}{nh'} = V = V_e$$

例如：在氫原子與 n = 1 的最內層軌道： $V_e = 2.3 \times 10^6$  M /秒

因此，電子軌道的線速度是接近光速 ( $3 \times 10^8$  /秒)。

目前最大的原子電子線速度比光速小。對於 atom118 (Q = 118q 和 n=1)：

$$V_e = 118 \times 2.3 \times 10^6 = 2.7 \times 10^8 \text{ /秒}$$

值得注意的是，最大可能形成的原子是 Feynanium (Z=137)。由於我的原子模型，如果原子序數大於 137 電子速度將超過光速。相比於 Dirac 方程，最大的原子 Unseptinum Z = 173。這是錯誤的，因為狄拉克方程是錯誤的。

旋轉電子總能量為：

$$\text{Total } E = \frac{-KQq}{r} + \frac{1}{2}mV^2 = \frac{-1}{2}mV^2 = -\frac{13.6\text{ev}}{n^2}$$

如果有相對論效應，我們將需要含伽瑪因子的公式。在一個更複雜的多電子原子，庫倫靜電力，磁力，和離心力必須處於平衡。但是，在一個靜態的核，則沒有磁力。因為磁力電的相對論運動效果。如果核旋轉，我們需要調整公式。公式應該是：

$$\frac{KQq}{r^2} \pm \frac{\mu Q_{m1} Q_{m2}}{4\pi r^2} = mr\omega^2$$

基於 French AP 博士的推導，我們可以得到基準 S (X, Y, Z) 和基準 S' (X', Y', Z') 之間的力。參考 S 包括相對移動電荷和參考 S' 包括相對靜電荷。

$$x = \gamma(x' + vt')$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right)$$

當電荷 q1 是以 V 速度（沿 x 軸）移動而電荷 q2 以 W 速度和相同的方向（沿 x 軸）移動，則：

$$W' = \frac{W - V}{1 - \frac{VxW}{c^2}} = \frac{dx'}{dt'}$$

動量 Py' = Py，然後 q1 和 q2 之間的力 Fy：（兩者有相同的電荷 q）

$$F_y = \frac{dP_y}{dt} = \frac{\frac{dP_y}{dt'}}{\frac{dt}{dt'}} = \frac{\frac{dP_y'}{dt'}}{\gamma\left(1 + \frac{Vdx'}{c^2 dt'}\right)} = \frac{\frac{F_y'}{\gamma}}{1 + \frac{v}{c^2}\left(\frac{W - v}{1 - \frac{vXW}{c^2}}\right)} = \gamma F_y' \left(1 - \frac{VxW}{c^2}\right)$$

由於 Fy' = KQ²/R²，我們可以比較 Lorentz 方程式。我們可以看到 V \* W / C² 在兩電荷之間的相對運動過程中出現。這是磁力。因此，我們可以看到磁力僅僅是狹義相對論移動的電荷的影響。

當電子吸收光子能量，它可以增加其動能。然後，電子的線速度將提高，在離心力作用下讓電子跳到外軌道。在外軌道電子的軌道頻率等於吸收的光子頻率。然而，當電子在外層軌道，有力不平衡即離心力不等於庫倫靜電力，此時電子處於高位態會傾向往低位態運

動。因此，由於加速度關係電子將開始輻射。以後，電子將回落到原來的內層軌道重新回復力平衡。勢能可以換為動能或光子能量。新原子模型也可以解釋里德伯公式。

磁力在新原子模型中有重要作用。在這個新原子模型，電場力和磁力被用作兩個平衡力來控制電子運動。

根據庫倫磁力定律，二自旋電荷間感應磁力是：

$$F_m = \left(\frac{\mu}{4\pi}\right) * qVs * \frac{qVs}{r^2} = \left(\frac{K}{c^2}\right) \frac{q^2}{r^2} Vs^2$$

如果成對的電子以相反的方向旋轉，它們之間的磁力是吸引力。我們可以推導淨力：

$$Net\ F_{ib} = F_c - F_m = \gamma \left(1 - \frac{Vs^2}{c^2}\right) \frac{Kq^2}{r^2} = 0$$

(Vs=電子自旋線速度)

電子自旋速度(Vs)若是光速即可克服排斥電力。因此，兩個電子之間的淨力接近於零。因為兩個配對的電子在不同方向旋轉，它們可以像兩個小磁鐵連接在一起。然而，兩個配對的電子之間的平衡及成對電子與成對電子之間的斥力將電子保持在軌道位置。

值得一提的是，軌道上配對電子(尺寸  $10^{-13}$  米)比原子半徑(尺寸  $10^{-11}$  米)來的小。若是兩個電子具有相反的自旋，此成對的電子單元就沒有磁矩。因此，由於電子自旋成對的電子和原子核之間沒有磁力。然後，在軌道上偶數成對電子處於平衡位置。而且，電子無淨加速且成駐波。

泡利不相容原理是說沒有兩個電子具有完全相同的量子數。如果兩個電子處於同一位置，其旋轉方向必須是不同的。但是，泡利不相容原理會造成 EPR 佯謬。EPR 佯謬是說：如果我們搬走配對電子之一般到宇宙遙遠距離。如果我們檢查一個電子的旋轉方向，另一個電子的旋轉方向可以一次決定。因此，這違背了物理學的局部性原理。在這個新的原子模型，我們推斷出泡利不相容原理的原因其實只是自旋電子產生的磁力抵銷了庫倫靜電力。

電子自旋將讓他們成為一個小磁鐵。自旋方向可以決定磁場的方向。因此，兩個電子具有不同的自旋方向，因此它們可以聯接在一起作為兩個小磁鐵。兩個電子的不同自旋方向的吸引力磁力使它們在相同的軌道位置彼此耦合。如果兩個電子被分開時，兩個電子的自旋方向將被改變。它可以解釋為什麼泡利不相容原理是有效的。因此，EPR 佯謬就解決了。

從玻爾的推論：

$$E\ total = \frac{Re}{n^2} = \frac{-13.6eV}{n^2}$$

從此公式，我們可以推斷，半徑和主要量子數（ $n$ ）之間的關係。當  $n = 1$ ， $R$  稱為玻爾半徑（ $r = 1^2$ ）。當  $n = 2$ ， $R = 2^2 = 4$  玻爾半徑。當  $n = 3$ ， $R = 3^2 = 9$  玻爾半徑。當  $n = 4$ ， $R = 4^2 = 16$  玻爾半徑。我們也可以推斷出電子公轉半徑。從內到外軌道，半徑如 1, 4, 9, 16, 25, 36 的兩個電子可以在相同的軌道位置。所以魔術數字可以預言：2, 8, 8, 18, 18, 32, 32。值得一提的是，電子形成駐波。駐波的形成是由於相對傳播的兩波有相同的頻率和幅度互相抵消。舉例：在  $n=2$  的距離，電子在順時針方向公轉（總共有 8 個電子）。另外電子在反時針方向與在同一平面內逆向公轉（ $n = 2$  的軌道，另一個 8 個電子）。這是因為只有這樣才能讓形成駐波。因此，定態公轉電子不向外釋放電磁能量沒有能量損失而原子可以極其穩定。目前量子力學模型假設駐波的形成，但它沒有兩個相等波在相反方向上傳播。因此，目前的量子力學理論不能產生實際的理想駐波。因此，我們可以解釋反磁性的起源。例如 Ar 與它的電子構型：2, 8, 8。在  $n = 2$  的軌道上的兩個節點，氬中的電子同時在順時針方向和逆時針方向轉動。這些軌道電子不產生淨磁矩。因此，氬氣是一般抗磁性。它也可以解釋為什麼  $n = 1$  的軌道只有 2 個配對電子。在  $n = 1$  的軌道，只可以形成一個圓形波。因此，如果有兩個波在相反方向上傳播。這兩個波將相互碰撞而不能形成駐波。因此，在  $n = 1$  的軌道上，電子波只能運行於單一方向。因為電子運動是像橫波，電子駐波存在節點。金原子（Au）的的電子組態是 2, 8, 18, 18, 32, 1。在  $n = 2$  軌道，只有 8 個電子單方向運行填滿此軌道。電子運動的物質波波長應與軌道長度相合。它在  $n = 1$  的軌道上最小長度只有  $2\pi$ 。因此，僅一個配對的電子可以允許在  $n = 1$  的軌道。僅僅是一個完整的圓。值得一提的是成對電子位於駐波的節點。成對電子從位於右側和左側的其它電子接收相對且相等的力。因此，不會產生淨力，並沒有淨加速度。我的原子模型也可以解釋為什麼鋁（2, 8, 3）原子半徑小於鋰（2, 1）原子半徑。雖然 Li 原子有較少軌道電子，但 Li 原子和 Al 原子的外層軌道電子均在  $n=2$  的軌道，其能最大限度地包括 8+8 個電子。因此，並不奇怪，Li 原子半徑比鋁原子半徑稍大乃由於 Li 的外圍未成對電子從鋰原子核收到較少庫侖引力。這種現象不能用量子力學來解釋。量子力學的提出與電子的雙狹縫干涉有關，但波大略分兩種：需要介質的力學波和不須介質的物質波，物質波不需介質乃因其運動軌跡就成波的型態，這就解釋了電子繞原子核公轉為何有駐波而為何電子有雙狹縫干涉，不需要量子力學。

值得注意的是，多個電子在同一軌道的狀態。由於庫侖斥力，在同一軌道上的所有電子會相互排斥，以保持在同一軌道上彼此相等的距離。沒有淨庫侖斥力和加速度。這是因為各電子或一個電子對可以從它的兩邊得到相等且相反的庫侖力。因此，在原子軌道的電子是穩定的。

對於許多電子原子：

$$\text{Total } E = \frac{(Z - j)^2 R_e}{n^2}$$

$Z$  是在任何給定的多電子原子之總質子數。 $j$  是任何給定的多電子原子的總電子數而不含價電子。由於內殼電子有電磁屏蔽作用，價電子獲得質子靜電力，內殼電子應該總電量計算過程中被減去。這樣做了以後，價電子的軌道運動離心力仍與淨質子電荷的向心力平衡。



用於多電子原子的估計的總能量相當準確。這意味著，這種新的模型原子也適用於多電子原子。

根據以往的量子力學，原子模型需要四個量子數。我的新原子模型，給了量子數新的意義。所述第一主量子數乃因為電子軌道角動量量子化。第二角動量量子數應該沒有意義。量子力學說最小角動量量子數為零，這明顯違背測不準原理( $L=xp \geq 1/2h'$ )，故也是錯的。磁量子數  $m$  也被捨棄乃因為電子在同一平面內旋轉。因此，沒有必要進行電子軌道空間量子化。這四個自旋量子數  $s$  是因為電子以光速  $C$  自旋而電子的半徑為  $h'/2MC$ 。我的新模型不含量子力學的缺點。在此，用我的理論解釋 Stern-Gerlach experiment 可知電子自旋為  $+1/2h'$  或  $-1/2h'$ ，當 Cu, Ag, Au, K, Na, Li 等原子高溫爐加熱後通過外磁場則因為這些原子最外層只有一個電子而會因為自旋分別為  $+1/2$  或  $-1/2$  分成兩束，當 Zn, Cd, Hg 等原子通過磁場則因為這些原子最外層有一成對電子而會因為自旋互相抵銷成為一束，當 Fe, Co, Gd, Mn 等原子通過磁場則因為這些鐵/反鐵磁性原子最外層有多個不成對電子而會因為自旋有的  $+1/2$  有的  $-1/2$  成為多束。最後，實驗氧原子(O)於 Stern-Gerlach experiment 會分成五束。敝人給出氧原子電子組態為 2,6 所以最外層有六個不成對電子，依自旋  $+1/2$  或  $-1/2$  則總外層電子自旋為  $-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$ ，但因為氧原子為順磁性去掉總自旋為零選項，最後剩下六種可能會分六束。另一種解釋，高溫氧原子形成氧氣分子則最外層電子剩 4 個，總自旋數為  $-2, -1, 0, +1, +2$  共五種成五束。

因為電子的線速度接近光速，我們應該使用相對論來調整能量公式。因此，

$$E = mc^2 * \left[ \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}} - 1 \right]$$

$$\frac{v}{c} = \frac{\alpha * Z}{n}$$

這個公式是非常相似於狄拉克的公式。我認為，狄拉克的公式只是一個近似值。事實上，我的能量公式是正確的答案。我們將需要使用泰勒級數來解決伽馬因子：

$$E = mc^2 * \left[ \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}} - 1 \right] = mc^2 \left( \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \dots \right)$$

第二項是相對論調整玻爾原子模型項。

此外，我們需要考慮的另一個調整項是自旋軌道耦合。因為電子具有自旋和公轉，它將具有磁勢能的調節項。基於畢奧-薩伐爾定律的二維磁場：（不需要托馬斯因子），

$$B_L = \frac{\mu_0 Z e}{2\pi m r^3} L$$

以及自旋電子磁矩是：

$$\mu_s = -\frac{e}{m} S$$

由於電子自旋軌道相互作用的總能量是：

$$E = \mu_s B_L = \frac{\mu_0 Z e^2}{2\pi m^2 r^3} (S \cdot L)$$

在這裡，我們知道電子自旋角動量  $S$  是  $1/2h'$  和電子軌道角動量  $L$  是  $nh'$ 。因此，我們可以解方程。最後，我們可以得到一個最終的能量：

$$E = -\frac{me^4 Z^2}{2n^2 h'^2 (4\pi\epsilon)^2} \left[ 1 + \frac{\alpha^2 Z^2}{n} \left( \frac{2}{n^2} - \frac{3}{4n} \right) \right]$$

這與索末菲公式以及狄拉克方程兼容。因此，我並不需要用狄拉克的量子數  $j$  和  $m$  得出最終的能級公式。

相比於狄拉克的公式：

$$E = -\frac{me^4 Z^2}{2n^2 h'^2 (4\pi\epsilon)^2} \left[ 1 + \frac{\alpha^2 Z^2}{n} \left( \frac{1}{j + 1/2} - \frac{3}{4n} \right) \right]$$

狄拉克能級頻譜鈉原子證實。鈉具有電子 2,8,1。基於我的原子模型，有最外層 1 個電子在  $n=2$  軌道。如果我們上面的兩個公式令  $n=2$  且  $j=3/2$ ，我們可以得到相同的結果。因此，我的原子模型是成功的預測鈉能級頻譜。

最後，敝人想補充洪德法則在敝人新原子模型的合理性。當一個原子最外層軌道電子數較少時，代表其開始只有少數電子在最外層軌道產生小的磁矩，此時內層軌道傾向需要電子兩兩成對用掉越過自旋軌道耦合所需之能量，才能開始排列在能量更大的最外層。舉例來說：**Cu** 的電子排列是 2 8 18 1，因此內層電子是 2 個、4x2 個、和 9x2 個已經成對的電子，因為內層電子是軌道的成對電子故為反磁性。當外加磁場因為 **Einstein de Haas effect** 軌道成對電子會因角動量守恆與外加磁場反向公轉來抵禦外來磁場，這是反磁性的成因。同理可見於 **Ag 2 8 18 18 1, Au 2 8 18 18 32 1, Zn 2 8 18 2, Cd 2 8 18 18 2, Hg 2 8 18 18 32 2**，他們的特點都是內層電子多(電子海)，可成軌道成對電子公轉，而最外層自由電子數少而易丟失。而當原子的最外層電子超過半滿或近全滿時，最外層電子因為庫倫電力的排斥力兩兩相斥，使得最外層電子以不成對電子的極大化自旋來排列，這就是洪德法則第一原則。另外其內層電子因為最外層電子極大的磁矩也傾向對齊其最外電子磁矩而使得內層電子變成極大自旋的不成對電子，此可以解釋鐵鈷鎳為何具有鐵磁性的由來。舉例來說：**Fe 2 8 16, Co 2 8 17, Ni 2 8 18** 其最外層分別有 16、17、18 個不成對電子，有極大電子自旋磁矩造成鐵磁性。此理論可解釋為何釹磁鐵 (**Nd 2 8 18 32**) 是目前發現最強力的磁鐵。順磁性的來源則是電子有不成對自旋狀態者如 **Li 2 1, Na 2 8 1, K 2 8 8 1, Rb 2 8 8 18 1, Cs 2 8 8 18 18 1** 等，特點是內層電子沒那麼多或是已形成兩相反方向完美駐波，而比之於 **Cu Ag Au**，鹼金屬沒有內層成對軌道電子而加上最外層自旋電子而成順磁性。而此也可以解釋為何 **Pt 2 8 18 18 32** 以及 **Pd 2 8 18 18** 為順磁性，因為內層 8 電子以最大自旋排列而有磁性，另外反鐵磁性原子有 **Cr 2 8 8 6, Mn 2 8 8 7**，輕鏷元素(**La 2 8 8 18 18 3, Ce 2 8 8 18 18 4, Pr 2 8 8 18 18 5, Pm 2 8 8 18 18 7, Sm 2 8 8 18 18 8, Eu 2 8 8 18 18 9**)等，因為內層電子已經全滿無磁矩故最外層電子以交錯自旋排列減低磁性而為反鐵磁性。而 **Kr 2 8 8 18** 則是因為內層電子已經兩兩成對無磁矩，故最外層電子也傾向兩兩成對無自旋磁矩類似銅原子的狀況。此解釋為何遞建原理和洪德法則成立。同理可見 **He 2, Ne 2 8, Ar 2 8 8, Kr 2 8 8 18, Xe 2 8 8 18 18, Rn 2 8 8 18 18 32**，其外層電子受內層成

對軌道電子排列的影響而也成軌道成對電子排列或成兩反向完美駐波，因此惰性氣體也成反磁性。

在這裡，我也想解釋克萊因-戈登 (Klein-Gordon) 方程只能用於介子或膠子媒介的作用力而不用於質子與電子間的電磁作用力。Klein-Gordon 方程是

$$\left[ \nabla^2 - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right] \varphi(\mathbf{r}) = 0$$

它可以從薛定諤方程的相對論版本中導出：

如果我們考慮屏蔽庫倫勢的概念，我們仍然可以得到克萊因-戈登方程。

屏蔽的庫倫方程是

$$[\nabla^2 - k^2] \varphi(\mathbf{r}) = \frac{-Q}{\epsilon} \delta(\mathbf{r})$$

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon r} e^{-kr}$$

$\delta(\mathbf{r}) = \infty$  當  $r = 0$  或  $\delta(\mathbf{r}) = 0$  如果  $r > 0$

由於不相鄰的作用力子之間的距離不為零。因此

$$[\nabla^2 - k^2] \varphi(\mathbf{r}) = 0$$

$$kr = R / R_0$$

由於作用力子半徑 =  $\hbar / mc = R_0$

$kr = R / (\hbar / mc) = (mc / \hbar) * R$ 。因此， $k = mc / \hbar$ 。

因此，

$$\left[ \nabla^2 - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right] \frac{Q}{4\pi\epsilon r} e^{-mc r / \hbar} = 0$$

另外，我們知道，湯川勢的公式為

$$V(\mathbf{r}) = \frac{-g^2}{r} e^{-\frac{r}{d}}$$

( $d$ ：介子半徑 =  $\hbar / mc$  (代表 spin-1)， $g$ ：偶合常數)

使用我的原子模型，可以導出 Klein-Gordon 方程。克萊因-戈登方程的解非常相似狄拉克方程。然而敝人認為克萊因-戈登方程只能用於具質量的 spin-1 玻色子 (如 Pi 介子或膠子) 而其解是作用力子的屏蔽庫倫勢。若應用於膠子和介子似能解釋為何強相互作用和核力是短程力。

電子半徑

$$r = \hbar / 2mc$$

電子直徑

$$d = \hbar / mc$$

我們也可以使用康普頓散射以獲得粒子半徑。康普頓散射方程是：

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta)$$

在散射，存在相位延遲，其為輸入波和輸出波之間的差異。這意味著光子穿過粒子球體的延遲。相位延遲為

$$\frac{2r(n-1)2\pi}{\lambda}$$

$r$  是粒子半徑， $n$  是折射率。當光子通過顆粒直行，輸入角度  $\theta_i = 0$

$$n = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = 0$$

這意味著，不存在折射。因此，康普頓散射時的相位延遲是

$$\frac{4\pi r}{\lambda} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda}$$

與康普頓散射方程比較，我們讓：

$$4\pi r = \frac{h}{mc}$$

因此，

$$r = \frac{h'}{2mc}$$

因此，有康普頓波長 ( $h'/mc$ ) 和費米子大小之間的關係。我的推導與實驗觀察相符。

因此，

$$r * mc = \frac{1}{2} h'$$

相較於海森堡的位置動量不確定性原理，我們可以以  $mc$  作為動量不變：

$$\Delta X * \Delta P \geq \frac{1}{2} h'$$

我們可以找出很大的相似！我們可以看到基於不確定性的原則粒子半徑的天然限制。 $\Delta P$  最大無法超過  $mc$ 。因此，粒子尺寸（半徑）必須有一個限制：

$$\Delta X \geq \frac{h'}{2mc}$$

因此，粒子的尺寸必須超過  $h'/2mc$ ，即康普頓縮短長度 (Reduced Compton Wavelength)。因此，基本粒子的尺寸（直徑）必須大於  $h'/mc$ 。因此，舊的理論說電子的經典半徑為：

$$r = \frac{e^2}{Kmc^2} = 2.8 * 10^{-15} \text{ meter}$$

這根本達不到電子的康普頓縮短長度。這意味著經典電子半徑是錯誤的。經典電子半徑是基於假設電子的尺寸乃源於電子質能與電勢能完全相等。這是一個錯誤的假設。質量和電荷是兩個不同的實體。因此，降低的康普頓波長實際上才是電子的直徑。質子和中子亦如此。質子和中子的直徑是康普頓縮短波長。它們的直徑不應小於它們的康普頓縮短波長。

量子力學推測，電子的相速度不等於群速度。然而，在原子上不會有色散現象。因此，我們怎麼能說電子波的相速度是電子波的群速度不同。其實我覺得電子的群速度與相速度是

完全一樣的。如果我們接受這個事實，電子群速度是相速度，薛定諤和狄拉克方程就有嚴重的缺陷。薛定諤和狄拉克方程的原理假設是，電子波能量可以通過普朗克定律來描述：

$$E = hf \quad (f = \text{電子波頻率})$$

根據德布羅意的假說，物質波的波長為：

$$\lambda = h / P, \quad P = \gamma mv$$

$$\text{因此, } E = hf = hv / \lambda = \gamma mv^2$$

根據愛因斯坦的狹義相對論，運動電子的總能量為：

$$E = \gamma mc^2$$

我們可以看到，這兩個等式的差異。電子移動速度不等於光速  $c$ 。電子波的能量不能由  $E = hf$  進行說明。

如何用量子力學描述靜止電子的情況呢？

$$E = hf = h \cdot 0 = 0$$

這完全違背休息粒子  $E = mc^2$  狹義相對論的結果。即使我們使用了狄拉克方程，我們仍然得到錯誤的結果。

因此，薛定諤和狄拉克等式低估電子的總能量。薛定諤和狄拉克方程的基本假設是完全錯誤的。因此，量子力學是錯的！電子軌跡為物質波解釋雙狹縫干涉而靜止電子無波於觀察狀態。

基於四動量洛倫茲不變性：

$$E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2}$$

當靜止質量  $m = 0$  時，如在光子

$$E = Pc = hc / \lambda = hf = h'w$$

當靜止質量  $m$  不為零，例如電子

$$M = E / c^2 = P / v \quad \text{那麼 } Pc = Ev / c, \quad E = \gamma mc^2$$

此外，近來證明海森堡的矩陣力學不等於薛定諤的波動方程。因此，存在海森堡的公式和薛定諤的公式之間的不一致性。這是量子力學中的一個重大缺陷。並且，所謂 **Bremsstrahlung** 現象說明電子能夠發射連續光譜的電磁輻射。它直接反對薛定諤和狄拉克方程說，電子只有離散的能量。在薛定諤方程中，符號  $\Psi$  被定義為概率或波幅。然而， $\Psi$  實際上在薛定諤方程是一個複數。複數如何描述薛定諤方程概率波幅？量子力學是錯的！

海森堡的不確定性原理說，我們無法預測電子在原子的精確位置，因為光子將與電子干涉。然後，薛定諤博士利用波概率函數提出了他的原子模型。然而，概率有嚴格的限制。它會導致像薛定諤的貓和量子力學邏輯問題的悖論。而且，很難想像電子真能有奇怪的軌道形狀，如從薛定諤的原子模型中的啞鈴或雙重甜甜圈型旋轉。量子力學需要哥本哈根解釋說觀察期間的波函數坍塌。它說，物理定律和事實受觀察對象而改變。它不是真理。由於波函數坍塌這種哥本哈根詮釋不能被大多數科學家所接受，因而產生其他的量子力學解釋，如一致性歷史，多世界假說，類似詮釋，退相干，意識造成坍塌，目的崩潰論，多心靈理論，量子邏輯，波姆解釋，不完整測量，和關係性量子力學。這些理論相互攻擊且沒有在科學界普遍接受。我認為他們沒有一個是正確的。此外，量子力學需要假設絕對時間。量子力學分別處理空間和時間，而不是以時空作為四維度結構。此外，狄拉克旋量沒有任何幾何意義。這裡

提出的這新的原子模型可讓原子回到經典物理學。不確定性原理只是觀測物理的限制，但它不能被看作是一個管轄真正的原子軌道的定律。我相信，敝人這個新的原子模型為真。

最後補充說明，當初拉塞福-波爾模型被認為是錯的乃因軌道運行的電子會因加速放出輻射最後失去能量墜入核中，這觀念才是錯的。根據電荷相對論，電磁場只是時空撓率。而廣義相對論指出重力是時空曲率。其實所有場力都可視為假想力，其實只有力場的曲率和撓率。當電子在軌道圓周運動會有越繞越大圈的傾向，產生外擴使時空平坦的曲率，這就是被視為假想力的離心加速度。質子與電子撓率場交互作用產生向心的曲率，正好與此離心的曲率互相抵消，因此電子處於類失重的靜止狀態好似自由落體的狀態，這也就是愛因斯坦的等效原理。電子繞核不會放出電磁輻射墜入核中如同地球繞日不會放出重力輻射墜入太陽，道理相同。至於為何非慣性系會有假想力，敝人在此提一假說，加速的物體作用在時空會使時空線性排列的普郎克細胞相應產生反向加速度場類比作用力反作用力原理，好比簡諧運動彈簧被壓縮會產生一回復反彈力(真空零點能意味真空質量能量密度不為零則虎克定律適用)，因此相應向心加速度產生離心加速度，或自由落體時相應重力加速度產生向上加速度，此外簡諧運動也可和等速率圓周運動相對應，解釋此失重情況。自然物依據能量守恆有二屬性：慣性和彈性。慣性是抗拒運動狀態改變的性質而對應動能，彈性是抗拒形狀改變的性質對應位能。

再詳細解釋這個概念，液體產生的浮力可類比於彈力恢復力，當一個皮球落入水中半沉半浮，其施予水的重力激起水的反作用力彈力恢復力施於皮球： $F=G$ 。作用力大小與反作用力同。當一個自由落體的電荷質點(想像同巨觀世界自由落體的蘋果)，其會向下壓縮自由空間的普郎克空間產生彈力(普郎克空間在光經過時會有 SHM 簡諧運動)。空間為理想彈性體符合：連續性、完全彈性、各同向性、均勻性。此時我們要用達倫貝特虛功原理(類似熱力學第一定律，根據能量守恆一平衡系統中(動態或靜態)功的變化量為零)： $\delta W = F * \delta r = (f + l) * \delta r = 0$ 。

虎克定律：

$$F = -kx$$

普郎克空間加速度：

$$a = -l_p \omega^2$$

電荷質點的重力  $f$  與其壓縮線性排列普郎克空間的反作用力  $l$  大小相等方向相反： $f+ma=f+l=0$ 。故上面虛功原理成立。牛頓所謂的假想慣性力其實就是這種壓縮普郎克空間的反作用力，同樣例子也可發現於愛因斯坦描述等效原理的電梯思想實驗。但若電荷質點靜止在地面其重力  $F=mg$  不為零，但是此時重力向下不會壓縮地面造成形變的彈力正向力向上與重力大小相等方向相反  $f+l=0$  且因小形變虛位移不為零  $\delta r > 0$ ，此時虛功原理依然成立。愛因斯坦的電梯思想實驗也描述過。在電子繞行原子核之情況，原子核對電子產生向心力  $f$ ，而自由空間中電子公轉向內壓縮線性排列普郎克空間產生反彈離心力  $l$ ，此時  $f+l=0$ 。且由於力與虛位移(位移於公轉軌道)成九十度故虛功原理仍然成立。所以公轉電子不會放出電磁輻射。公轉電子因為合力  $F=0$  因此不放出輻射，發展量子力學的初衷因此不成立。上述牛頓第三作用力反作用力不管是慣性系或非慣性系都成立，但牛頓一二定律只在慣性系成立，某甲觀察蘋果落地為慣性系故只能看到  $f=mg$  牛頓第二運動定律成立，某甲又觀察靜止地面蘋果也為

慣性系故看到蘋果靜者恆靜而牛頓第一定律成立。 $f+l=0$  也可用於科氏力與科氏加速度力的關係。同因能量守恆，虛功原理可導出拉格朗日方程。而虛功原理可適用於非保守力而比最小作用量原理更基本。原子論中，原子結構中公轉的電子是懸空在自由空間的，即使此原子靜止地球表面而有作用於電子的重力，但虎克定律之彈性仍會產生自由空間反作用力假想力抵銷重力，因此電子仍沒有淨加速度使它們放出電磁輻射來使原子維持穩定。

在此額外補充有關正向力的概念，根據狹義相對論沒有絕對剛體，剛體會因兩物形變受到屬於彈力的正向力，但所謂動摩擦力和靜摩擦力都正比於正向力，其實精確地說應是正比於物體的重力(大部分情況)，搬動桌子時把抽屜的東西清掉較好平行搬動，其實就是減輕了桌子重力因而減輕摩擦力，而摩擦力轉為熱則可由盎魯霍金效應得到。摩擦力與物質間吸引力的重力相關而與電磁力較無關。而且目前說法摩擦力源自物質間電磁吸引力而正向力來自物體形變的反彈彈力，兩者並無法連結出因果關係。(μ為動或靜摩擦係數)

$$F \propto \mu * mg$$

按照敝人原子模型，電子以組態 2 8 8 18 18 32 32 來繞原子核公轉，類比於一個均勻帶電荷的直流電環狀線圈以等速率繞圈，若說這是圓周加速度運動一定會放出電磁輻射合理嗎?哪裡有直流電線圈會放出電磁輻射?

再者，可用相對論加速度四向量來檢視是否放出電磁輻射:

加速度四向量:

$$A = \left( \gamma^4 \frac{a \cdot u}{c}, \gamma^2 a + \gamma^4 \frac{a \cdot u}{c} u \right)$$

當加速度  $a=0$  如靜止於地表或等速度坐標系，或是 co-moving refernce frame  $u=0$  如同自由落體下落觀察者，或是等速率圓周運動  $a$  垂直於  $u$  則加速度和速度的點積為零。此時加速度四向量:

$$A = (0, \gamma^2 a)$$

再看能量動量四向量:

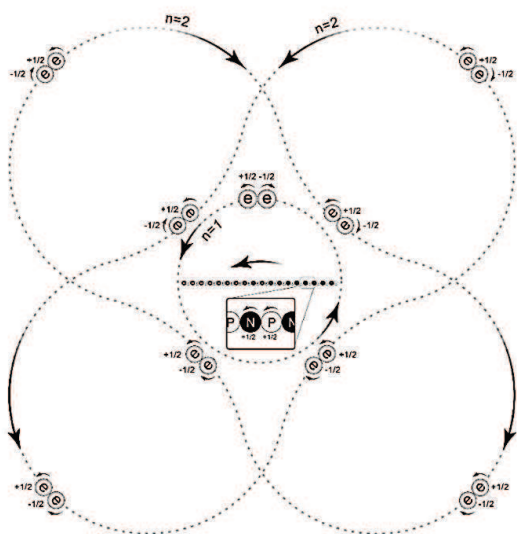
$$P = \left( \frac{E}{c}, p \right)$$

四維加速度時間項為零其實對應能量動量四向量的能量項為零，在這些情況下運動物體都沒有放出能量即電磁能量，所以等速率圓周運動的電子繞核公轉根本不會放出輻射最後墜核。吾人可用這四維加速度操作解決重力場中電荷輻射悖論。

我們再回到經典電磁學來看電磁輻射產生的最根本原理，馬克士威用其方程組推導出時變的磁場產生時變的電場，而時變的電場產生時變的磁場，如此不斷的循環而產生電磁輻射，因此時變的磁場和電場是電磁輻射產生的最重要原因。而敝人原子模型中電子繞原子核等速率圓周運動猶如直流電線圈根本只能產生固定的電場和磁場而不是時變的電場和磁場，因此根本不會有電磁輻射產生。之所以有加速度電荷會放出電荷輻射的說法是因為加速度是速度對時間微分，因此有加速度一般來說就代表有速度的時變性，而磁場的來源是根據畢奧沙伐定律是正比於電荷乘上速度，故速度有時變性可推得磁場也有時變性，再根據馬克士威方程

組的操作就可得電磁輻射。但是在電子繞核作等速率圓周運動情況，速度的大小並不改變甚至磁場的方向都不改變，這情況下如何能有時變性磁場而後產生時變電場更不會有後續電磁輻射，因此電子不會墜入核中。

以下附圖為氫原子(Ar18)的結構示意圖，值得注意的是原子核為清楚描述含 18 個中子(N)和 18 個質子(P)而畫較大較長，其實原子核比例應較更小。中子和質子自旋方向相同而產生相反磁場可吸引彼此降低勢能，而成對電子(e)彼此自旋相反才能產生相吸引磁力抵銷彼此庫倫靜電斥力，這是包立不相容原理來源。在  $n=1$  的軌道，最多含一對電子成為正圓形駐波。在  $n=2$  軌道，則可形成兩個公轉方向相反而錯開不互撞的駐波，含  $2 \times (4 \times 2) = 16$  個電子，氫原子(Ar18)共有 18 個電子。電子的大小比中子或質子大，而中子與質子大小相似。銅原子呈同心圓形狀曾由 IBM Almaden Lab 拍攝(G. Binnig)，沒有量力 p 或 d 軌域形狀。



u	c	t
d	s	b
e	$\mu$	$\tau$
$\nu_e$	$\nu_\mu$	$\nu_\tau$
G	g	$\gamma$
W	Z	H

上面右圖中則是標準模型中基本粒子的列表，在這裡筆者將有色膠子(G)和中性膠子(g)分開，因為兩者經希格斯作用之後帶有不同質量為不同粒子，夸克重子群三代六種，輕子群三代六種，玻色子也有六種，構成  $6 \times 3 = 18$  的方陣。由於標準模型是  $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$  的群論組成，括號內數字  $1+2+3=6$  或  $1 \times 2 \times 3 = 6$  代表六種重子或輕子或玻色子，而三者維數相加  $1 + (2^2 - 1) + (3^2 - 1) = 12$  代表共 12 種費米子(含夸克和輕子)或是共十二個媒介力的玻色子。而分成三代則須引入洛倫茲群  $SO^+(1,3)$  的概念，洛倫茲群最早由相對論引入，幾乎所有物理量只要合乎洛倫茲變換都能納入洛倫茲群，它的四個單位為一維時間和三維空間，洛倫茲群代表一種時間與空間的全局對稱性，也就是該物理量或物理定律在宇宙每個時間空間中都是不變的。洛倫茲群的結構是六維非緊緻非連通非阿貝爾的李群。非緊緻代表時間空間是開集合且無界的。非連通代表時空有最小組成單位，即新普郎克空間與時間。非阿貝爾代表洛倫茲轉換的不可對易性。李群代表宇宙時間空間是光滑的。洛倫茲群又有兩重要構成: Lorentz rotation 和 Lorentz boost。前者是旋轉的意義，對應到基本粒子則為同位旋與手性，夸克家族可分為上夸克和下夸克群，輕子家族可分為電子和微中子群，都是因為同位旋符號相反而分成兩大群，同位旋也和電荷有線性關係。後者有 motion 的意義，可以連結到粒子在空間三個軸 XYZ 的 motion，



因此會有三代夸克和三代輕子，且由於希格斯機制的關係，靠 Z 軸粒子質量較大，靠 X 軸粒子質量較小。這就可以對應為何洛倫茲群是六維的。

規範場名詞	微分幾何名詞	微分幾何名詞
規範	主纖維叢	切標架叢
規範勢	仿射聯絡	仿射聯絡
場強(規範場)	曲率張量：流形上的測地線與直線差異	撓率張量：李括號藉仿射聯絡變換前後差異
形式	曲率形式	焊接形式
規範場變換	曲率張量局部座標變換	撓率張量局部座標變換
重力(叢聯絡)	O(1), Spin(1)	
電磁(叢聯絡)		U(1), SO(2), Spin(2)
弱力(叢聯絡)		SU(2), SO(3), Spin(3)
強力(叢聯絡)		SU(3)

這裡用群論的歸類來討論四大交互作用:重力、電磁力、強力、與弱力。這些已在筆者著作統一場論中討論，但加上 **Orthogonal group** 在這些作用力的表現。而筆者也提出一模型修改原來的 **Georgi-Glashow SU(5) model** 變成 **Hu SU(5) model** 來統合所有發現的基本粒子。**SU(5)**是最小最簡單的李群來統一標準模型的 **U(1)xSU(2)xSU(3)**。模型如下(L 代表左旋粒子而 R 代表右旋粒子，右旋粒子同位旋為零，可依同位旋維持上下兩代夸克位置，也可將上下兩代夸克互換位置，第二個矩陣只是補充第一矩陣):

$$\begin{bmatrix} \gamma & r\bar{b} & r\bar{g} & u_{LR} & \nu_{eL} \\ b\bar{r} & b\bar{b} & b\bar{g} & c_{LR} & \nu_{\mu L} \\ g\bar{r} & g\bar{b} & g\bar{g} & t_{LR} & \nu_{\tau L} \\ d_{LR} & s_{LR} & b_{LR} & Z & W^+ \\ e_{LR} & \mu_{LR} & \tau_{LR} & W^- & H \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \gamma & r\bar{b} & r\bar{g} & d_R & \nu_{eL} \\ b\bar{r} & b\bar{b} & b\bar{g} & s_R & \nu_{\mu L} \\ g\bar{r} & g\bar{b} & g\bar{g} & b_R & \nu_{\tau L} \\ u_R & c_R & t_R & Z & W^+ \\ e_{LR} & \mu_{LR} & \tau_{LR} & W^- & H \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \gamma & r\bar{b} & r\bar{g} & u_L & \nu_{eL} \\ b\bar{r} & b\bar{b} & b\bar{g} & c_L & \nu_{\mu L} \\ g\bar{r} & g\bar{b} & g\bar{g} & t_L & \nu_{\tau L} \\ d_L & s_L & b_L & Z & W^+ \\ e_L & \mu_L & \tau_L & W^- & H \end{bmatrix}$$

$$U(1) \times SU(2) \times SU(3) \rightarrow S(U(2) \times U(3)) \subset SU(5)$$

$$U(1)_y \times SU(2)_L \times SU(3)_c \rightarrow SU(5)$$

核 Kernal:  $\{(\alpha, \alpha^{-3}Id_2, \alpha^2 Id_3 | \alpha \in \mathbb{C}, \alpha^6 = 1)\} \cong Z_6$

當 zeroth power:  $\Lambda^0 C^5$

這符合左旋微中子而填入矩陣右上角:  $C_0 \otimes C \otimes C$

當 first exterior power:  $\Lambda^1 C^5 \cong C^5$

$$C^5 \cong C^2 \oplus C^3$$

當  $\alpha^{-3} = \alpha^{6Y}$

此時 SU(2)弱作用超荷  $Y=-1/2$ , 代表 2x2 矩陣我們填到右下角。

當  $\alpha^2 = \alpha^{6Y}$

此時 SU(3)強作用超荷  $Y=1/3$ , 代表 3x3 矩陣我們填到左上角。

兩者得到的超荷與筆者在統一場論一書的推論完全相符。

當 second power:  $\Lambda^2 C^5$

由下式獲得:

$$\Lambda^2 (V \oplus W) = \Lambda^2 V \oplus (V \otimes W) \oplus \Lambda^2 W$$

霍奇對偶(upper three power):

$$\Lambda^P C^5 \cong (\Lambda^{5-P} C^5)^*$$

當  $P=2$  則  $5-P=3$ , 代表有兩種三代費米子基本粒子, 將  $Y=1/3$  or  $0$  的上夸克及下夸克三代, 以及將  $Y=-1/2$  or  $0$  的電子與微中子三代, 以對偶原則填入剩下欄位。右上方是  $+1/2$  or  $0$  同位旋而左下方是  $-1/2$  or  $0$  同位旋, 用 NNG 公式計算後可得基本費米子的電荷。

補充量子色動力學超荷與同位旋:

	$Y^c$	$I^c$		$Y^c$	$I^c$
$r$	1/3	1/2	$\bar{r}$	-1/3	-1/2
$b$	1/3	-1/2	$\bar{b}$	-1/3	1/2
$g$	-2/3	0	$\bar{g}$	2/3	0

可得:

	$Y^c$	$I^c$	$I^c + 1/2 Y^c$
$r\bar{g}$	1	1/2	1
$g\bar{r}$	-1	-1/2	-1
$r\bar{b}$	0	1	1
$b\bar{r}$	0	-1	-1
$b\bar{g}$	1	-1/2	0
$g\bar{b}$	-1	1/2	0

另外  $W^+$ 同位旋+1 而  $W^-$ 同位旋-1 ( $W$  粒子和微中子只有左旋，也因此其同位旋正負固定，前面上下兩矩陣不變位置)

這裡一般量子色動力學學說較不能完美解釋為何此矩陣右上方偏帶正電以及有正同位旋，若我們審視電弱交互作用  $W$  粒子：

$$W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_1 \mp iW_2)$$

將共軛複數中  $a-bi$  定義為正同位旋粒子或偏正電荷粒子而將  $a+bi$  定義為負同位旋粒子或偏負電荷粒子可解釋此  $SU(5)$ 矩陣。

由於  $SU(2)$ 同構於三度空間自旋  $Spin(3)$ 群， $SU(2)$ 包立矩陣為：

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

另一種表示  $SU(2)$ 群的方式：

$$t_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix} t_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} t_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$$

此兩者的相關性：

$$t_i \leftrightarrow \frac{1}{2i}\sigma_i$$

由於同位旋的定義是包立矩陣第三個群：

$$I_z = \frac{1}{2}\sigma_3$$

當  $I_z$  為+1/2 是正同位旋而  $I_z$  為-1/2 是負同位旋，我們比對上面兩者  $SU(2)$ 群表示( $\sigma_3$  &  $t_3$ )，可佐證-i 是正同位旋而+i 是負同位旋。

再補充對角線的中性玻色子：

$$5H = (T_1, T_2, T_3, H', H)$$

可用來標示  $A_\mu^a T^a$  左上方  $SU(3)$ 的  $3 \times 3$  膠子  $G$  矩陣與右下方  $SU(2)$ 的  $2 \times 2$  弱力  $W$  矩陣：

$$\begin{pmatrix} G_\mu^a T^a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma^a W_\mu^a}{2} \end{pmatrix}$$

左上方  $3 \times 3$  矩陣 $\lambda^1$ 到 $\lambda^8$ 相當於膠子的各個群表示，而右下方  $2 \times 2$  矩陣 $\lambda^{21}$ 到 $\lambda^{23}$ 相當於弱作用的包立矩陣代表各個群表示， $\lambda^9$ 到 $\lambda^{20}$ 代表可得三代基本費米子(夸克與輕子)共 12 個。

另外有  $U(1)$ 超荷：

$$NB_\mu^0 \text{diag}(1/3, 1/3, 1/3, -1/2, -1/2)$$

若我們列出第 24 個群的表示：

$$\lambda^{24} = \frac{1}{\sqrt{15}} \text{diag}(2, 2, 2, -3, -3)$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \text{diag}(1/3, 1/3, 1/3, -1/2, -1/2)$$

又 SU(5) generator:

$$Y_w = \frac{1\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} \lambda^{24} = \text{diag}(1/3, 1/3, 1/3, -1/2, -1/2)$$

SU(5)對稱破缺發生於希格斯場使之相應於超荷而得到真空期望值，此可解釋基本粒子質量來源:

$$\langle 24H \rangle = v_{24} \text{diag}(1/3, 1/3, 1/3, -1/2, -1/2)$$

因為超荷 Y 則 SU(5)對稱破缺成亞群，SU(5)即相同於 SU(3)×SU(2)×U(1)，可得交換子關係:

$$[\langle 24H \rangle, G_\mu] = [\langle 24H \rangle, W_\mu] = [\langle 24H \rangle, B_\mu] = 0$$

我們再檢視群論 5x5 matrix:

$$[\bar{5}] \times [5] = (8, 1) + (\bar{3}, 2) + (3, \bar{2}) + (1, 3) + 2(1, 1)$$

矩陣中第 25 個位置(1,1)填上希格斯粒子，剩下 24 格為:

$$[24] = (8, 1, 0) + (\bar{3}, 2, -\frac{5}{6}) + (3, \bar{2}, \frac{5}{6}) + (1, 3, 0) + (1, 1, 0)$$

第一項(8,1,0)代表超荷為零的八個膠子 SU(3)矩陣，我們填入左上角區塊。第四項(1,3,0)代表超荷為零的三個弱作用玻色子 SU(2)矩陣，我們填入右下角區塊。第五項(1,1,0)代表超荷為零且質量為零之光子玻色子，我們填入最左上角區塊。而剩下兩項超荷不為零，這兩個 3x2 矩陣非填入玻色子而是填入基本費米子，其超荷是:-1/3-1/2=-5/6 或 1/3+1/2=5/6，來自夸克與輕子。又:

$$[5] \rightarrow \left(3, 1, \frac{1}{3}\right) + \left(1, 2, \frac{-1}{2}\right)$$

$$\left(3, 1, \frac{1}{3}\right) \otimes \left(1, 2, \frac{-1}{2}\right) \cong \left(3, 2, \frac{-1}{6}\right)$$

第一式可代表 $(T_1, T_2, T_3, H', H)$ 如前所述，第二式則為此二者交互作用可產生 3x2 矩陣而超荷相加 1/3-1/2=-1/6 填入費米子。

這樣我們可以統一六種有色膠子、兩種中性膠子、光子、W<sup>±</sup>/Z 粒子、三代上夸克、三代下夸克、三代電子、三代微中子以及希格斯子共 25 種基本粒子放在 5x5 SU(5)模型中。此模型排列偏左偏上角則越輕、偏右偏下角則越重，左上至右下對角線均為中性粒子所以跡為零。右上方則為有正電荷(或同位旋+1/2 等多為正)或有強色荷，左下方則為有負電荷(或同位旋-1/2 等多為負)或有強色荷。前後兩張表的差異是依同位旋填入左旋或右旋夸克，而玻色子和只有左旋之微中子的排法不變。左上方 3x3 矩陣為膠子 SU(3)矩陣，因為沒有 $r\bar{r}$ 玻色子，其

位置由光子取代。右下方為弱作用粒子  $2 \times 2$   $SU(2)$  矩陣，用希格斯子放在重量最重位置。左上方  $3 \times 4$  或  $4 \times 3$  矩陣則可類比於 CKM matrix，解釋膠子與夸克的相互作用來解釋為何夸克可得到顏色。最左邊一行代表  $W^+$  粒子會衰變成微中子和反電子類輕子(反粒子此表未秀出)，最下面一列代表  $W^-$  粒子會衰變成電子類輕子和反微中子(反粒子此表未秀出)。左邊第二行和下面第二行則解釋為何  $Z$  粒子傾向衰變成夸克和反夸克對。值得注意的是左邊第二行頂夸克(t)與下面第二列底夸克(b)必須由  $Z$  和  $W$  粒子共同結合後而成(尤其第二個矩陣右旋頂夸克最符合此預測)。最下一列希格斯子加上  $W$  粒子質量除以電耦合常數 137 或弱耦合常數 1836 則可約得濤子 1.5Gev 和缈子 110Mev。這模型也指出微中子均為左旋且亦可經希格斯機制獲得質量。此修改後模型不會提出新的媒介力 XY 玻色子，因此不會有 Georgi-Glashow  $SU(5)$  model 預測的質子衰變與違反重子和輕子數守恆。而且  $SU(5)$  model 的維度(秩)為  $5-1=4$ ，剛好符合我們三維空間加上一維時間的四維閔氏時空。不會有弦理論超高維度及超伴子的問題，此模型統一了所有基本粒子。 $SO(4)$  的歐氏空間相當於洛倫茲群  $SO^*(1,3)$  的閔氏時空，可由  $SU(2) \times SU(2)$  表述，因此六維(六種)基本粒子可由最右下方  $2 \times 2$   $SU(2)$  矩陣中  $W$ 、 $Z$ 、 $H$  等粒子兩兩作用而得。另外筆者在另一拙作統一場論描述了強作用的希格斯機制而解決了 doublet-triplet splitting problem。最前面三個矩陣，由於電弱理論適合於左旋粒子，因此第三個矩陣最完美契合筆者上述的推導，而考量將粒子的左旋 L 與右旋 R，以及將輕子當成白色 w，與夸克的紅 r 藍 b 綠 g 三種顏色一起討論則有 Pati-Salam model。此模型為:(此模型需要三維加一維閔氏時空)

$$SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R$$

其弱超荷 Y 可由下列兩矩陣得出:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \in SU(4)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \in SU(2)$$

此群可拆解為:

$$(4, 2, 1) \rightarrow (3, 2)_{\frac{1}{6}} \oplus (1, 2)_{-\frac{1}{2}}$$

$$(\bar{4}, 1, 2) \rightarrow (\bar{3}, 1)_{\frac{1}{3}} \oplus (\bar{3}, 1)_{-\frac{2}{3}} \oplus (1, 1)_1 \oplus (1, 1)_0$$

若我們用公式:

$$Q = T_3 + Y$$

可得到第一個公式的左旋夸克二元表示及左旋輕子二元表示:

$$Q_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$$

$$E_L = \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L$$

我們依超荷可在第二個公式依序得到三個右旋下夸克、三個右旋上夸克、一個右旋電子、以及一個光子，可得如下矩陣:

$$\begin{bmatrix} \nu_{wR} & \nu_{wL} & e_{wL} & e_{wR} \\ u_{rR} & u_{rL} & d_{rL} & d_{rR} \\ u_{bR} & u_{bL} & d_{bL} & d_{bR} \\ u_{gR} & u_{gL} & d_{gL} & d_{gR} \end{bmatrix}$$

此模型修正標準模型而放入右旋惰性微中子，因為微中子有質量在震盪下不可能維持左旋且右旋微中子是可能的暗物質。如此可將左旋或右旋一起放入基本粒子的統一模型。由於 Georgi-Glashow SU(5) model 和 Pati-Salam model 都是屬於 SO(10)或叫 Spin(10)維度  $n(n-1)/2=45$  種粒子的更大群所包含，故 SO(10)可能可做更大統合。由於 SO(10)的秩是 5，需對稱破缺降為秩為 4 的 SU(5)或 Pati Salam model。基本亞群概念如下:

$$\begin{aligned} SO(2n) \supset SU(n) & \therefore SO(10) \supset SU(5) \\ SO(6) & \cong SU(4) \\ SO(4) & \cong SU(2) \times SU(2) \\ SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R & \cong SO(6) \times SO(4) \rightarrow SO(10) \end{aligned}$$

SO group 有 branching rules:

$$SO(n-2) \times SO(n) \subset SO(n)$$

SO(10) branching rules:

$$45 \rightarrow 24_0 \oplus 10_{-4} \oplus \overline{10}_4 \oplus 1_0$$

$$16 \rightarrow 10_1 \oplus \overline{5}_{-3} \oplus 1_5$$

$$10 \rightarrow 5_{-2} \oplus \overline{5}_2$$

將 SO(10)拆解(45 field branches)for SU(3)<sub>c</sub> x SU(2)<sub>L</sub> x U(1)<sub>Y</sub>/Z<sub>6</sub>:

$$\begin{aligned} [45] = & (8,1,0) \oplus (1,3,0) \oplus (1,1,0) \oplus \left(\overline{3}, 2, -\frac{5}{6}\right) \oplus \left(3, \overline{2}, \frac{5}{6}\right) \oplus \left(3, 1, \frac{2}{3}\right) \\ & \oplus \left(\overline{3}, 1, -\frac{2}{3}\right) \oplus (1,1,1) \oplus (1,1,0) \oplus (1,1,-1) \oplus \left(\overline{3}, 2, -\frac{1}{6}\right) \oplus \left(3, \overline{2}, \frac{1}{6}\right) \end{aligned}$$

第一項(8,1,0)代表強作用超荷為零的八個膠子 SU(3)矩陣，第二項是弱作用超荷為零的三個 W/Z 玻色子，兩個 3x2 矩陣填入基本三代費米子，其超荷是:-1/3-1/2=-5/6 或 1/3+1/2=5/6 的夸克與輕子，其中兩個左旋上下夸克系列，接著填入兩個群為上夸克系列—左旋—右旋分別帶紅色與藍色的 3x1 矩陣矩陣，最後兩個 3x2 矩陣可填入一個右旋帶綠色上夸克系列，其他三個則為一個右旋一個左旋一個右旋的下夸克系列分別帶紅色、藍色與綠色。第一個(1,1,0)填上光子，(1,1,1)填上希格斯粒子，(1,1,-1)填上右旋電子，第二個(1,1,0)填上右旋(惰性)微中子。For flipped SU(5): SU(5)<sub>c</sub> x U(1)<sub>x</sub>/Z<sub>5</sub> 或 SU(4) x SU(2)<sub>L</sub> x SU(2)<sub>R</sub> 則用 16f field branches 做拆解:

$$16 \rightarrow 10_1 \oplus \overline{5}_{-3} \oplus 1_5$$

$$16 \rightarrow (4,2,1) \oplus (\bar{4}, 1,2)$$

另外有一種其他拆解 SO(10)之 45 field branches:

$$45 \rightarrow (15,1,1) \oplus (6,2,2) \oplus (1,3,1) \oplus (1,1,3)$$

據此我們可寫出另一個 SO(10)矩陣:

$$\begin{bmatrix} -\rho & Ex & Ey & Ez & \gamma & r\bar{b} & r\bar{g} & u_{LR} & v_{eL} \\ -Ex & Px & -Bz & By & b\bar{r} & b\bar{b} & b\bar{g} & c_{LR} & v_{\mu L} \\ -Ey & Bz & Py & -Bx & g\bar{r} & g\bar{b} & g\bar{g} & t_{LR} & v_{\tau L} \\ -Ez & -By & Bx & Pz & d_{LR} & s_{LR} & b_{LR} & Z & W^+ \\ ct & x & y & z & e_{LR} & \mu_{LR} & \tau_{LR} & W^- & H \end{bmatrix}$$

這個 SO(10)矩陣是綜合了 SU(5)和統一場論矩陣 SO(1,3)≅SO(4)，(15,1,1)代表除了- $pc^2$  的統一場論矩陣，(6,2,2)代表 SU(5)中六個三代夸克、六個三代輕子、及十二個玻色子(三個 W/Z 粒子、八個膠子和一個希格斯子)，(1,3,1)和(1,1,3)代表分別是與光子有關之  $\gamma$ 、 $ct$ 、 $-pc^2$  以及代表空間三個軸 X,Y,Z。右邊部分為基本粒子而左邊部分為場，因為場與粒子有密不可分關係(Particle-field interaction)，故放在同一矩陣，左側最下方填入最基本四向量之位置四向量，因為基本粒子有的沒質量、沒電荷、或沒自旋，若粒子之單位為其體積(L<sup>3</sup>)而場之單位為 L<sup>-2</sup>，交互作用下可得單位 L 之位置四向量。這個 SO(10)矩陣右邊是 SU(2)和 SU(3)的弱作用力和強作用力，左側是重力場、電磁場、和光壓，時間與空間則為場-粒子交互作用之場域。強弱力的媒介是粒子(膠子或 W/Z 粒子)，電磁和重力媒介者為場(時空撓率或曲率之幾何)，當對稱破缺後四大力就分開了，宇宙最初普朗克能量 1019Gev 時四力合一，能量降到 1016Gev 以下四力都分開了，這 SO(10)矩陣統一了四大力場而成為萬有理論(Theory of Everything)。

在此筆者更要證明標準模型楊密場論符合 Wightman axioms 使得標準模型符合量子場論的數學構造公理。

公理 Axiom 1. 存在有希爾伯特空間 H 在此有龐加萊旋量 P 作用的么正 U 表示群:

由於本矩陣為 SU(5)本身就是特殊么正 U 表示群，而 SU(5)群的秩是 5-1=4 可用三維加一維的閔氏時空作表述，閔氏時空又與龐加萊群同構，證明存在有希爾伯特空間 H 的么正 U 表示群。

公理 Axiom 2. 能量動量運算子譜系 P'封閉在上方的光錐之中:

由於愛因斯坦-狄拉克能量動量關係一樣可用於基本粒子得證:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

$$P_0^2 - p^2 = (mc)^2 \geq 0$$

$$P_0 = E/c \geq 0$$

在本 SU(5)矩陣都是正能量和正質量，故能符合此一公理。

不過，筆者提出反物質是負能量和負質量，把負能量和負質量另外寫一個反物質 SU(5)矩陣，此 P<sub>0</sub>(E/c)不見得一定大於等於零。如正物質是 a+bi 而反物質是-a-bi，兩者相抵銷。

公理 Axiom 3. 存在於希爾伯特空間  $H$  有一個單位向量  $|0\rangle$  此為時間空間轉換不變之真空的定義。

在筆者  $SU(5)$  模型中若將全部費米子和玻色子移除即可得零向量代表真空狀態，此向量  $|0\rangle$  時間空間轉換不變。而  $SU(5)$ :

$$U(1)_y \times SU(2)_L \times SU(3)_c / Z_6 \rightarrow SU(5)$$

$Z_6$  代表 cyclic group 而與真空的定義相關。

公理 Axiom 4. 量子場  $\varphi$  是於史瓦茲空間之線性分佈其領域定義為  $D$  且  $D$  包含單位向量  $|0\rangle$ 。由於  $SU(5)$  是一個矩陣為線性運算之表示，而基本粒子可視為在某一極小固定之空間有高能量或高電荷或高質量，把基本粒子視為一種場符合史瓦茲分佈為凸函數，鄰接基本粒子極小固定之空間凸函數值為零。我們可以把這些基本粒子場場域定義為  $D$ ，而空集合即真空  $|0\rangle$  包含其中。

公理 Axiom 5. 量子場在龐加萊群之作用下是協變的，在洛倫茲變換下，表示群  $S$  為洛倫茲群或  $SL(2,C)$ :

$$U(a, L)^\dagger \varphi(x) U(a, L) = S(L) \varphi(L^{-1}(x - a))$$

以  $SU(2)$  為例可證明如下，洛倫茲轉換定義:

$$\Lambda \in SO^+(1,3)$$

為  $\Lambda_{\nu}^{\mu}$ , spacetime indexes  $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$

四向量可由 Pauli matrix 表示:

$$\sigma^\mu = (I, \vec{\sigma})$$

$$\overline{\sigma}^\mu = (I, -\vec{\sigma})$$

而:

$$\overline{\sigma}_\mu = \sigma^\mu$$

且洛倫茲轉換:

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu = \Lambda_{\nu}^{\mu} x^\nu$$

$$S \in SL(2, C)$$

$$x'^\mu \overline{\sigma}_\mu = \overline{\sigma}_\mu \Lambda_{\nu}^{\mu} x^\nu = S x^\nu \overline{\sigma}_\nu S^\dagger$$

$$\overline{\sigma}_\mu \Lambda_{\nu}^{\mu} = S \overline{\sigma}_\nu S^\dagger$$

而知  $SU(5)$ :

$$U^{-1} = U^\dagger$$

代換回去可得:

$$U(a, L)^\dagger \varphi(x) U(a, L) = S(L) \varphi(L^{-1}(x - a))$$

另一種證明法是參考 [physics.stackexchange.com](https://physics.stackexchange.com):

$$G \ni g \rightarrow U_g$$

$$Lg: g \rightarrow g$$



$$g e^{tS} g^{-1} = e^{tLgS}$$

$$G \ni g \rightarrow Lg$$

$$L_g s_k = \sum A^r_k(g) s_r$$

$$Ug = \exp(-i \sum a^k S_k)$$

$$s_k \rightarrow -iS_k$$

$$U_g S_k U_g^{-1} = \sum A^r_k(g) S_r$$

當  $g$  代表洛倫茲轉換而  $S$  代表量子場可得證明。我們知道在  $SU(5)$  模型中，有右上方和左下方分別為正同位旋和負同位旋之六個三代費米子，它們即屬於洛倫茲群符合洛倫茲轉換。而  $SU(2)$  與  $SU(3)$  中有六個有色膠子和六個無色玻色子，它們亦屬於洛倫茲群符合洛倫茲轉換。其實本  $SU(5)$  模型可由龐加萊群同構之閔氏四維時空來描述，洛倫茲群包含於龐加萊群之中而自然也可被描述。

公理 Axiom 6. 量子場的兩個組成  $\varphi(x)$  和  $\varphi(y)$  不是有連通性質(commute)就是沒有連通性質(non-commute)，對空間區隔的  $x$  和  $y$  而言。

由於此  $SU(5)$  可拆解並包含強作用  $SU(3)$  和弱作用  $SU(2)$ ，此兩者位在對角線上， $SU(3)$  是  $3 \times 3$  克萊表(Cayley table)而  $SU(2)$  是  $2 \times 2$  克萊表(Cayley table)，代表這些自旋 1 玻色子有連通性質。舉例來說， $r\bar{g}$  為  $a-bi$  而  $g\bar{r}$  為  $a+bi$ ，兩者為共軛複數因此互為倒數而相符克萊表。而自旋 1/2 費米子則為右上和左下的  $3 \times 2$  和  $2 \times 3$  矩陣內次群，相乘維數不同故沒有連通性質。

公理 Axiom 7. 前面  $D$  的向量線性組合在希爾伯特空間  $H$  是稠密(dense)。

由於  $SU(5)$  模型每個位置都有基本粒子，故其補集為空集則符合稠密(dense)的定義。

## 參考文獻

1. N. Bohr, Nature 92, 231 (1914)
2. W. Heisenberg, Zeitschrift fur Physik 43,172 (1927)
3. A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen Phys Rev 47: 777 (1935)
4. DJ Griffiths, Introduction to Quantum Mechanics (2004)
5. B. Mashhoon, FW Hehl, and DS Thesis, General Relativity and Gravitation 16, 711 (1984)
6. LD Landau and EM Lifshitz, The Classical Theory of Fields (1975)
7. G. Binnig & H. Rohrer, Rev of Modern Phys 71(2), 5324 (1999)
8. Kamehchi MA et al. Negative mass hydrodynamic in spin-orbit coupled Bose-Einstein condensate. Phy Rev Let 2017 118, 155301
9. <http://physics.stackexchange.com/questions/525919/opwrator-valued-vectors-and-representation-theory>