

Die Suche nach Gravitationswellen Grundlagen der Empfangstechnik

Herbert Weidner, DL2ZC

Corresponding author: herbertweidner@gmx.de
Am Stutz 3, 63864 Glattbach, Germany

4. November 2023

Zusammenfassung: Um die phasenmodulierten Signale von Gravitationswellen im Rauschen zu entdecken und zu dekodieren, benötigt man einen Empfänger im μHz -Bereich mit speziellen Merkmalen. Die notwendige Technik wird ausführlich beschrieben.

1 Einleitung

Vor 107 Jahren behauptete Albert Einstein, dass gewisse astronomische Ereignisse Gravitationswellen erzeugen. Diese wurden 99 Jahre später erstmals nachgewiesen, allerdings nur in Form kurzzeitiger Wellenpakete mit begrenzter Aussagekraft. Astronomen wünschen sich wesentlich mehr Information, die man nur durch die Untersuchung von kontinuierlichen, also lang anhaltenden Gravitationswellen gewinnen kann. Obwohl es diese zweifellos gibt, ist es bisher trotz riesiger Antennen und trotz enormem personellen Aufwand nicht gelungen, Dauersignale mit den Eigenschaften von GW nachzuweisen. Ursache könnte sein, dass Wissenschaftler ausschließlich Signale der Interferometer LIGO und VIRGO auswerten, weil sie glauben, dass nur diese empfindlich genug sind. Die untere Grenzfrequenz dieser Antennen liegt bei 20 Hz und niemand ist sicher, ob bei höheren Frequenzen Sender mit nennenswerter Leistung existieren, beispielsweise Pulsare mit hohen Bergen. Und sie versuchen, Dauersignale mit breitbandigen Empfängern und mit statistischen Methoden (Markov chains) nachzuweisen, obwohl die Frequenzen möglicher Quellen sehr genau bekannt sind.

In der Funktechnik weist extrem schwache Signale entfernter Raumsonden wie Voyager mit möglichst schmalbandigen Empfängern nach, um das Rauschen zu minimieren. GPS könnte man nicht mit 'unmöglichen' Antennen empfangen, ohne die Eigenschaften der bekannten Modulation auszunutzen.

Und man stellt andere Fragen: In welchem Frequenzbereich senden die leistungsstärksten Quellen, wie weit entfernt sind diese? Gibt es gute Empfänger und Antennen?

Über GW weiß man bisher: Doppelsterne mit Umlaufdauern von einigen Tagen erzeugen GW im Frequenzbereich um 10 μHz , die abgestrahlte Leistung dürfte etwa 10^{30} Watt betragen – das ist mehr als die Strahlungsleistung der Sonne bei elektromagnetischen Wellen. Da man Sterne im Abstand von nur hundert Lichtjahren gut sehen kann, sollten auch GW hier gut messbar sein. Ein Software Defined Receiver (SDR) kann problemlos diesen Frequenzbereich empfangen und ist außerordentlich empfindlich.

Das einzige Problem ist die Antenne: Sie muss mechanische Verformungen in ein elektrisches Signal umwandeln, denn laut Theorie sind GW Quadrupolwellen, die den messbaren Abstand zwischen zwei Punkten stauchen und strecken können. GW sind Transversalwellen und deshalb soll eine Antenne quer zur Ausbreitungsrichtung der GW orientiert sein. Jede denkbare Antenne ist im Gegensatz zu elektromagnetischen Wellen ein viel zu kurzer Notbehelf, da die Wellenlänge in der Größenordnung von Millionen Kilometern liegt. Ob es jemals resonante Antennen gibt, die etwa so groß wie das Sonnensystem sein müssten?

Bisher wurden schon einige Antennenbauformen untersucht:

- Vor 55 Jahren versuchte Weber, Resonanzantennen mit Metallzylindern zu bauen, obwohl unklar war, ob es Quellen gibt, die GW bei hohen Frequenzen um 1500 Hz erzeugen. Diese Versuche wurden vor 20 Jahren endgültig wegen Erfolglosigkeit eingestellt.
- Interferometer sind deutlich empfindlicher und reagieren auch auf etwas tiefere Frequenzen. Mit LIGO gelang 2016 der Nachweis kurzzeitiger Signale. Seitdem versucht man mit diesen Antennen erfolglos, kontinuierliche GW nachzuweisen. Möglicherweise haben Quellen im Bereich $f_{GW} > 20$ Hz generell nur geringe Leistung.
- Geplant ist eine Antenne, die für extrem große Wellenlängen ausgelegt ist. In frühestens 10 Jahren will man das Interferometer LISA der Seitenlänge 2,5 Millionen km starten, mit dem man hofft, niederfrequente GW nachzuweisen.
- Niemand will glauben, dass auch die Erde selbst oder die Atmosphäre eine brauchbare Antenne sein könnte. Diese Ansicht kann man nur durch Experimente widerlegen.

In langen Versuchsreihen mit unterschiedlichen Antennen und extrem schmalbandigen Empfängern konnte ich auf tiefen Frequenzen um 10 μHz Signale empfangen, die alle Kennzeichen von GW aufweisen (Sektion 3). Die Technik werde ich nachfolgend beschreiben in der Hoffnung, dass andere mit verbesserten Methode erfolgreicher sind.

Meine erste Idee war: GW misst man mit Gravimetern. Diese sind außerordentlich empfindlich und zahlreich, weil sie Geophysiker in der Erdbebenforschung verwenden (Die Messwerte sind frei zugänglich). Die Auswertelektronik ist für den Frequenzbereich 10 μHz bis 0,5 Hz optimiert und erste Versuche zeigten, dass man in diesem Bereich viele Signale mit Eigenschaften von GW findet (siehe Sektion 3). Die Ergebnisse stellen nicht zufrieden, da häufige Erdbeben die Gravimeter stören. Deshalb untersuchte ich andere Antennen. Geophysiker reduzieren das starke Rauschen der Gravimeter, indem sie den Wert des Luftdrucks addieren. Ein Vergleich zeigt, dass sich die Spektren der Gravimeter deutlich vom Spektrum des Luftdrucks unterscheiden, insbesondere reagiert der Luftdruck kaum auf Erdbeben. Beide enthalten sowohl bekannte als auch unerklärliche Spektrallinien [1]. Könnten das GW sein?

2 Die Atmosphäre als Antenne für GW

Marconi gelang es mit eigenartigen Antennen, den Atlantik mit Funkwellen zu überbrücken. Erst im Lauf vieler Jahre lernte man, effektive Antennen zu bauen. Das wird bei GW nicht anders sein: Zuerst muss man lernen, GW reproduzierbar zu empfangen, anschließend lassen sich Antennen optimieren. Ob sich kompakte Antennen ähnlich wie Ferritantennen realisieren lassen, bleibt abzuwarten.

Den Luftdruck misst man nicht kontinuierlich, sondern in festen Zeitabständen von beispielsweise einer Stunde. Den Kehrwert des Abtastintervalls t_s nennt man Abtastfrequenz f_s . Will man kontinuierliche Wellen der Frequenz f_{GW} messen, müssen zwei Voraussetzungen erfüllt sein: Vor der Messung muss das Signalgemisch einen analogen Tiefpass der Grenzfrequenz $0.5 \cdot f_s$ durchlaufen und die Abtastfrequenz muss ausreichend hoch sein ($f_s > 2 \cdot f_{GW}$). Verstößt man gegen diese beiden Bedingungen, sind die gemessenen Frequenzen mehrdeutig. (<https://de.wikipedia.org/wiki/Bandpassunterabtastung>)

In Figur 1 fallen mehrere Details auf:

- Die Rauschamplitude bei $f \approx 1 \mu\text{Hz}$ ist etwa 10^7 mal größer als bei $f \approx 100 \mu\text{Hz}$. Es handelt sich also nicht um das häufig beobachtete $1/f$ Rauschen. Ist es überhaupt Rauschen? Könnten das Spektrallinien von GW sein, die (noch) unbekannte Doppelsterne abstrahlen? Astronomen schätzen, dass unsere Galaxis mindestens 10^6 Binärsysteme mit Umlauffrequenzen in diesem Bereich beherbergt.

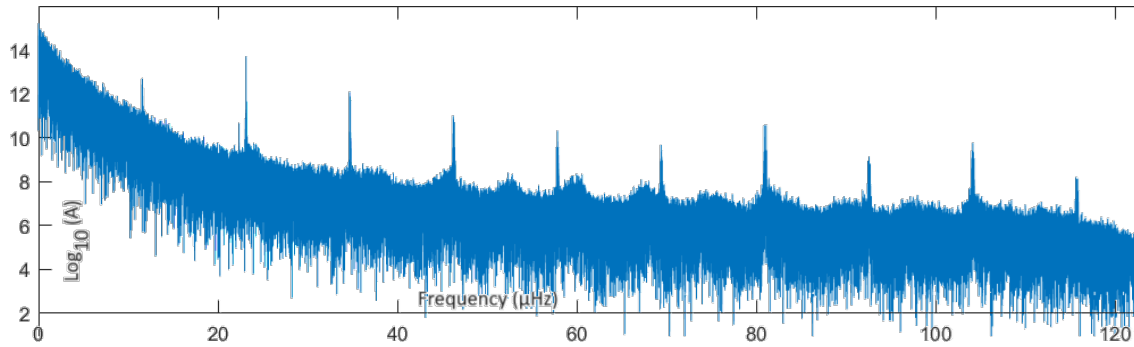


Abbildung 1): *Spektrum des Luftdrucks in Deutschland. Datenbasis ist der mittlere Luftdruck zwischen den Jahren 2000 und 2020. Bei einer Messung pro Stunde wird das Spektrum des Signalgemisches in den Frequenzbereich $0 < f < 139 \mu\text{Hz}$ gefaltet. Die auffallenden Maxima werden im Text erläutert.*

- Den Amplitudenunterschied zwischen linkem und rechten Rand des Spektrums kann man vorteilhaft nutzen: Beschränkt man alle Untersuchungen auf den Bereich $f < 40 \mu\text{Hz}$, darf man die nicht unterdrückten Frequenzanteile über $140 \mu\text{Hz}$ vernachlässigen, weil sie ausreichend schwach sind. Dann kommt es nicht darauf an, ob der DWD vor dem Sampler einen analogen Tiefpass verwendet.
- In der Umgebung von Vielfachen von $f \approx 11,57 \mu\text{Hz} = 1/(24 \text{ Stunden})$ sollte man keine GW suchen. Die Schwingungsdauer legt nahe, dass die Sonne beteiligt ist an diesen auffallenden Resonanzen der Atmosphäre.
- Eine Besonderheit ist der einsame peak bei $22,3643 \mu\text{Hz}$. Mit dieser Frequenz verformt der Mond die Erde und die Atmosphäre (Gezeiten). Der Mond, die Sonne und die Planeten erzeugen weitere, wesentlich schwächere Resonanzfrequenzen, die genau bekannt und in [3] tabelliert sind. Diese bekannten 13000 Frequenzen stören die Suche nach GW in keiner Weise, weil die Amplituden meist sehr klein sind, weil sich ihre Frequenzen nicht ändern und weil sie nicht phasenmoduliert sind.

In den records weit auseinander liegender Wetterstationen findet man identische Spektrallinien mit Eigenschaften von Gravitationswellen (siehe Sektion 3). Bisherige Ergebnisse legen nahe, dass die Atmosphäre genauso wie jeder andere Gegenstand auf GW reagiert und deshalb eine geeignete Antenne ist. Die Amplitude der Signale ist klein und das Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) reicht (ohne Vorbehandlung) nicht aus für präzise Messungen im Frequenzbereich um $10 \mu\text{Hz}$.

Der DWD speichert Luftdruckdaten auf seiner homepage [2], die sich nach einiger Vorarbeit als kostenlose Datenquelle verwenden lassen. Um den Einfluss lokaler Besonderheiten und Datenlücken einzelner Wetterstation zu reduzieren, addiert man die Messwerte möglichst vieler Barometer, die über ganz Deutschland verteilt sind und mindestens zehn Jahre lang fast lückenlos in Betrieb waren. Im Zeitraum 2000 bis 2009 wurden 64 Datenketten gefunden, im Zeitraum 2010 bis 2019 nur 51 Datenketten. Weil die Wellenlänge der gesuchten GW mindestens um den Faktor 10^6 größer ist als die gegenseitigen Abstände der Barometer, reagieren alle Instrumente gleichphasig auf die GW. Diese kohärente Addition vieler records verbessert das SNR und macht Spektrallinien sichtbar, die bei der Analyse nur einer Datenkette im Rauschen verschwinden.

Ein 20-jähriger Zeitraum ist notwendig, um eine Frequenzauflösung Δf besser als 1 nHz zu erreichen. Filter dieser geringen Bandbreite benötigen viel Zeit, um sich zu beruhigen. Für die Mindestzeit gilt laut Küpfmüller[4]

$$T_{min} \cdot \Delta f \geq 0.5 \quad (1)$$

Die störende Umgebung der schwachen Signale blendet man mit extrem schmalbandigen Filtern aus. Windowed-sinc Filter mit 10^5 Stützstellen und 0,5 nHz Bandbreite liefern gute Resultate. IIR-Filter benötigen zwar weniger Berechnungsdauer, sind aber wenig geeignet, da sie Phasenverzerrungen erzeugen.

3 Eigenschaften kontinuierlicher GW

Vermutlich ist keine kontinuierliche GW auf einer Zeitskala von weniger als tausend Jahren amplitudenmoduliert. Die Überprüfung ist schwierig, da das SNR selten ausreicht, um AM zu erkennen und zu demodulieren.

Jede GW ist mit mindestens einer Frequenz phasenmoduliert, da die Antenne die Sonne umkreist. Nehmen wir an, dass eine GW-Quelle in der Nähe der Ekliptik liegt. Dann ist die Empfangsfrequenz f_{GW} ein halbes Jahr lang kleiner als der Durchschnittswert, weil sich der Abstand zwischen Quelle und Erde vergrößert (redshift). Im nächsten Halbjahr ist f_{GW} größer als der Durchschnittswert. Da der Erdborbit fast kreisförmig ist, ist eine sinusförmige Phasenmodulation mit der Frequenz $f_{orbit} = 31,688$ nHz eine notwendige Bestätigung dafür, dass die GW *nicht* im Sonnensystem erzeugt wird.

Die Erde benötigt 365 Tage, um die 150×10^9 m entfernte Sonne zu umkreisen. Die daraus errechnete Bahngeschwindigkeit 30 km/s ist viel kleiner als die Lichtgeschwindigkeit und erzeugt eine Frequenzverschiebung Δf , die sich mit dem Dopplereffekt berechnen lässt:

$$\Delta f = f_{GW} \cdot \left(\sqrt{\frac{c + v_{orbit}}{c - v_{orbit}}} - 1 \right) \approx f_{GW} \cdot \frac{v_{orbit}}{c} \approx \frac{f_{GW}}{10000}. \quad (2)$$

Misst man eine GW der Frequenz $f_{GW} = 10 \mu\text{Hz}$, sollte man eine periodische Frequenzmodulation mit dem Frequenzhub 1 nHz beobachten können. Das entspricht der Breite einer Spektrallinie und deshalb gerade noch messbar. Seltsamerweise ergaben alle bisherigen Messungen deutlich größere Werte des Frequenzhubs, meist um den Faktor 100. Messfehler dieser Größenordnung sind ausgeschlossen.

Ein Doppelsternsystem kompensiert den ständigen Energieverlust durch GW, indem es immer schneller rotiert. Das äußert sich in einer geringen Frequenzdrift von f_{GW} . Dadurch verringert sich der Abstand der Sterne und irgendwann vereinigen sie sich.

Astronomen vermuten, dass die meisten Doppelsterne von mehreren Planeten umkreist werden. Auch wenn ein Planet sehr leicht ist, verursacht er eine Phasenmodulation mit seiner Umlauffrequenz. Man kennt (meist) weder die Anzahl der Planeten noch deren Perioden, man muss aber mit einem mehrfach modulierten Signal rechnen.

4 Phasenmodulation (PM)

Es geht nicht ohne Mathematik. Der Ansatz

$$y = A_{GW} \cdot \sin(2\pi t(f_{GW} + kt) + \phi_{GW} + a_{planet} \cdot \sin(2\pi t f_{planet} + \phi_{planet})) \quad (3)$$

beschreibt eine phasenmodulierte GW, wenn es einen einzigen Planeten gibt. Es gibt keinen physikalischen Grund, bei GW über Amplituden- oder Frequenzmodulation zu diskutieren. Die Parameter des Ansatzes bedeuten:

- y ist die Ausgangsspannung des Oszillators
- A_{GW} ist die Amplitude der GW (wenig interessant)
- t ist die Zeit
- k ist die lineare Frequenzdrift (= Frequenzänderung pro Jahr)
- ϕ_{GW} gibt an, wann sich unser Abstand zur Quelle vergrößert bzw. verringert
- a_{planet} ist der Modulationsindex der PM, ein wichtiges Messergebnis

- f_{planet} ist die Umlauffrequenz des Planeten
- ϕ_{planet} gibt an, wann der Planet vor oder hinter dem Doppelstern steht

Die Formel 3 ist Grundlage des SDR (Sektion 5). Jede Modulation erzeugt Seitenbänder, also Spektrallinien neben f_{GW} , die Energie transportieren. Logische Konsequenz bei PM und FM: Die Amplitude der Trägerfrequenz f_{GW} verringert sich, weil die Gesamtenergie der GW konstant bleibt. Bei gewissen Werten des Modulationsindex – beispielsweise $a_{planet} = 2,4$ – ist die Trägerfrequenz nicht mehr messbar. Dann ist die GW nicht verschwunden, nur die Suche wird komplizierter. Da man nicht weiß, ob einer der meist zahlreichen Planeten einen ungünstigen Modulationsindex verursacht, ist es meist sinnlos, nach starken Spektrallinien zu suchen (Figur 2).

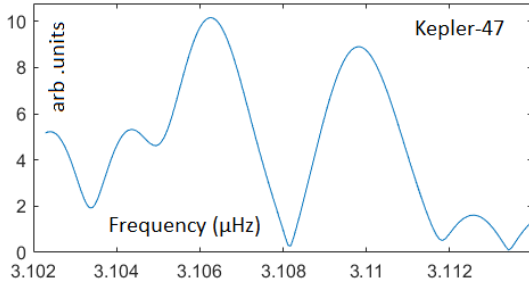


Abbildung 2): *Spektrum des mittleren Luftdrucks in Deutschland. Bei $f_{GW} = 3,108 \mu\text{Hz}$ sollte die GW von Kepler-47 sein, dort ist die Amplitude besonders klein. Ob eine PM mit $f \approx 1,9 \text{ nHz}$ die nahezu symmetrische Struktur erzeugt, weiß man erst nach der Demodulation des Signals.*

Ein Beispiel zeigt, wie unübersichtlich das Spektrum einer GW werden kann. Basierend auf bisherigen Messungen sind folgende realistischen Parameter voreingestellt:

- $f_{GW} = 10 \mu\text{Hz}$, SNR = 10, keine anderen GW Quellen in der Umgebung von f_{GW} !
- Planet-a: $f_1 = 4 \text{ nHz}$, $a_1 = 2,4$;
- Planet-b: $f_2 = 60 \text{ nHz}$, $a_2 = 3,4$;
- Planet-c: $f_3 = 40 \text{ nHz}$, $a_3 = 1$;
- Planet-d: $f_4 = 13 \text{ nHz}$, $a_4 = 2$;
- Planet-e: $f_5 = 1,3 \text{ nHz}$, $a_5 = 3$;

In Figur 3 ist schrittweise dargestellt, wie sich das Spektrum verbreitert und wie sich das SNR verschlechtert, wenn immer mehr Planeten die GW-Quelle umkreisen. Bei zehn Planeten unterscheidet sich das Breitbandsignal kaum noch von Rauschen. Da es in unserer Galaxie einige Millionen Doppelsterne gibt, überlagern sich die Spektren gegenseitig. Dann lässt sich kaum noch feststellen, welche Spektrallinie zu welcher GW gehört.

PM und FM sind nah verwandt. Da sich die Formeln ineinander umrechnen lassen, kann man die Begriffe austauschen. Die wichtigste Kennzahl ist der Modulationsindex $a = \Delta f / f_{mod}$, der bei GW zur Formel 2 passt. Δf ist der Frequenzhub, also die größte Abweichung der instantanen Frequenz vom Mittelwert. Zwei Beispiele erläutern die Anwendung:

- Beim UKW-Rundfunk überträgt man auf 100 MHz Musik mit der höchsten Modulationsfrequenz 15 kHz. Der Frequenzhub darf 75 kHz nicht überschreiten, um den Nachbarkanal nicht zu stören. Daraus folgt $a < 5$. Die Sendefrequenz schwankt also im Bereich $99,925 \text{ MHz} < f < 100,075 \text{ MHz}$.
- Wenn ein Doppelstern $f_{GW} = 10 \mu\text{Hz}$ abstrahlt und von einem erdähnlichen Planeten umkreist wird, könnte dessen Umlaufdauer etwa 400 Tagen ($f_{orbit} = 30 \text{ nHz}$) und die Bahngeschwindigkeit etwa 30 km/s betragen. Zusammen mit Formel 2 errechnet sich daraus: $a = \Delta f / f_{mod} = 1 \text{ nHz} / 30 \text{ nHz} \approx 0,033$. Die Sendefrequenz schwankt also im Bereich $9,999 \mu\text{Hz} < f < 10,001 \mu\text{Hz}$. Dazu kommt die PM, die die Erde durch die Rotation um die Sonne erzeugt.

In beiden Fällen ist der Wert der Trägerfrequenz bedeutungslos. In beiden Fällen ist es unmöglich, die kurzzeitigen Extremwerte der Momentanfrequenz zu messen, weil man dafür eine zu lange Messdauer benötigen würde, in der die Frequenz konstant ist (vergleiche Formel 1).

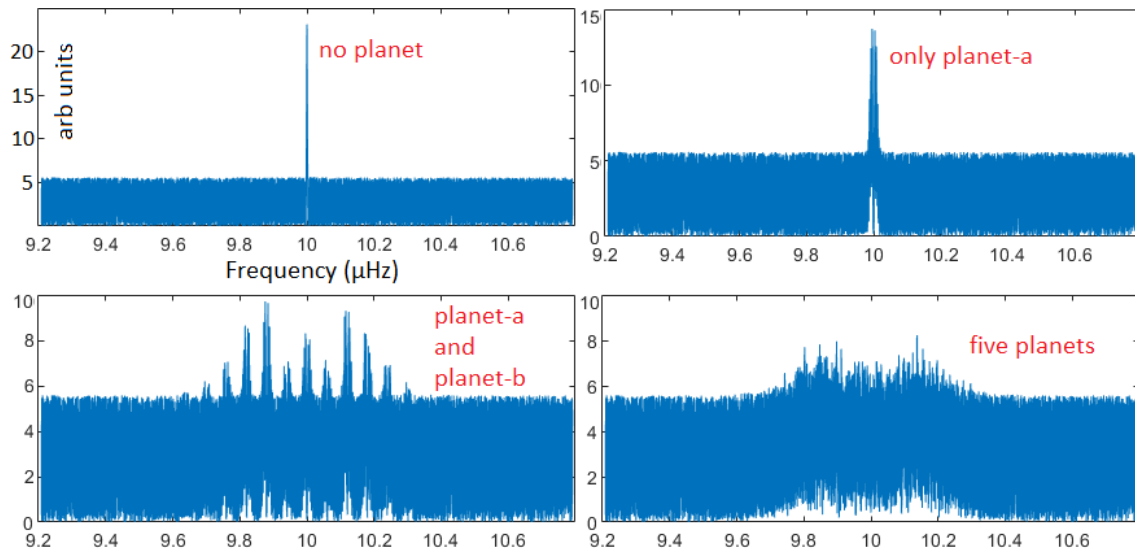


Abbildung 3): Vervielfachung der Anzahl der Spektrallinien, wenn immer mehr Planeten einen Doppelstern umkreisen. Der Planet mit der höchsten Umlauffrequenz bestimmt die zu verarbeitende Carson-Bandbreite. Unrealistische Annahme für alle Spektren: Im Frequenzbereich $9 \mu\text{Hz} < f_{GW} < 11 \mu\text{Hz}$ gibt es ein einziges Binärsystem.

5 Die MSH-Methode

Thema dieser Sektion ist, wie man die PM einer GW entziffert. Mir es es nicht gelungen, die PM von GW mit den Methoden der digitalen Signalverarbeitung (SDR) zu demodulieren. Mögliche Gründe: Das SNR müsste deutlich besser sein; der Modulationsindex sollte größer als 2 sein; das Demodulationsprogramm eines SDR ist so konstruiert, dass es die komplette Modulation, die meist sehr viele Einzelfrequenzen umfasst, in einem Schritt demoduliert. Man will Musik hören und nicht wenige ausgewählte Frequenzen. Dazu kommt: Man kann die PM der GW-Quelle nicht vorübergehend abschalten, um die Trägerfrequenz zu messen. Immer bleibt die Unsicherheit, ob die gesuchte GW existiert und ob man auf der richtigen Frequenz sucht.

Folgende Beobachtung führte zu einer Lösung: Ein modulierte Signal belegt eine gewisse Bandbreite. Bei PM ist diese theoretisch unendlich breit, in der Praxis genügt es aber, die Spektrallinien innerhalb der Carson-Bandbreite $B = 2f_{mod}(a + 2)$ zu berücksichtigen. Unterschreitet man diese Bandbreite, wird die Modulation verzerrt und die Demodulation problematisch. Formal gilt die Carson-Formel für $a > 1$. Ein Spektrum zeigt, dass bei $a \ll 1$ die Seitenbandlinien $f_{GW} \pm f_{mod}$ nicht verschwinden.

Das ist eine wichtige Beobachtung: Zum Nachweis einer *schwachen* Phasenmodulation mit einer einzigen Frequenz genügen drei Frequenzen: $f_{GW} - f_{mod}$, f_{GW} und $f_{GW} + f_{mod}$. Der dazwischen liegende Frequenzbereich enthält keine Information, nur Rauschen. Ein entsprechendes Filter mit drei sehr engen Durchlassbereichen ist mit digitaler Signalverarbeitung schnell konstruiert und eine Suche nach Planeten mit unterschiedlichen Werten von f_{mod} liefert überraschende Resultate:

- Jedes der bisher untersuchten Doppelsternsysteme besitzt mehr als fünf Planeten. Präzise ausgedrückt: Fünf gut reproduzierbare Modulationsfrequenzen, die wahrscheinlich durch Planeten verursacht werden.
- Die Amplituden der Seitenbänder bei $f_{GW} - f_{mod}$ und $f_{GW} + f_{mod}$ sind viel höher als (am Ende von Sektion 4) vermutet.
- Sie sind so hoch, dass der Vergleich mit den Besselfunktionen nahelegt, dass der Modulationsindex im Bereich $0, 1 < a < 5$ liegt. (Hier diskutieren wir nicht die Interpretation dieser großen Werte, hier geht es um Empfangstechnik.)

- Große Werten von a verbreitern die zu verarbeitende Carson-Bandbreite. Das erfordert Filter mit mehreren schmalen Durchlassbereichen pro Planet.

Nebenbemerkung: Schwache Modulationen mit den Methoden AM, FM und PM mit f_{mod} würden alle das gleiche Spektrum erzeugen. Sie unterscheiden sich nur durch die Phasenbeziehungen der Seitenbänder, die man im Spektrum nicht erkennen kann. Ein brauchbares Demodulationsverfahren muss also auch die Phasen der Seitenbänder auswerten. Das MSH-Verfahren ist dazu in der Lage.

Diese Aufgaben lassen sich mit SDR gut lösen, mehrere Planeten machen die Konstruktion des Filters unübersichtlich. Problematisch ist, dass die effektive Bandbreite zunimmt und das unerwünschte Rauschen deshalb ansteigt. Das zeigt eine kurze Rechnung: Erzeugt ein Planet den Modulationsindex $a = 3$, besteht das entsprechende Spektrum aus zehn Spektrallinien, weil man alle Besselfunktionen J_1 bis J_5 berücksichtigen muss. Besitzt der Doppelstern zehn Planeten, muss das ZF-Filter 101 schmale Durchlassbereiche aufweisen, die insgesamt zu viel Rauschen passieren lassen. Das ist kein erfolgversprechender Weg um schwache GW zu entdecken.

Deshalb ändert man das Prinzip: Üblicherweise ist bei einem Superhet die Oszillatorfrequenz konstant, damit die Modulation des Signals unverändert auf die Zwischenfrequenz übertragen wird. Bei einem Modifizierten Superhet (MSH) moduliert man den Oszillator mit dem Ziel einer *konstanten* ZF. Das kann man einfach überwachen, ermöglicht ein ZF-Filter mit extrem geringer Bandbreite (Figur 4) und bringt zwei Vorteile:

- Die effektive Bandbreite verringert sich um den Faktor 101, wodurch die Amplitude des störenden Rauschens um den Faktor 10 sinkt. Das SNR kann so stark steigen, dass sich Signale unter dem Rauschpegel dekodieren lassen.
- Die Gesamtenergie der GW, die vorher auf 101 Spektrallinien verteilt war, konzentriert sich in der zentralen Linie bei f_{GW} . Anschaulich gesprochen addiert man die vielen Linien in Figur 3, rechts unten und erhält wieder die ursprüngliche Linie links oben.

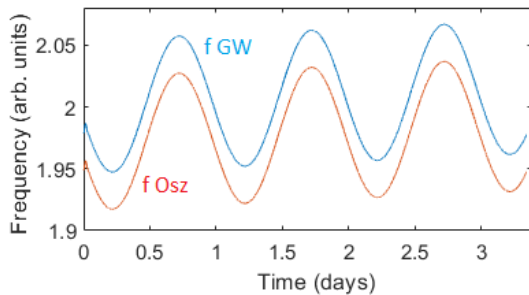


Abbildung 4): Die Idee hinter der MSH-Methode: Die Frequenz des GW oszilliert um einen Durchschnittswert, der langsam ansteigt. Wenn es gelingt, eine Hilfsfrequenz f_{Osz} mit identischer Modulation zu erzeugen, ist die Differenz $f_{GW} - f_{Osz} = f_{ZF}$ (= vertikaler Abstand der beiden Kurven) konstant.

Figure 5 zeigt die zweistufige Signalverarbeitung des SDR. In diesem Beispiel verringert man f_{GW} zunächst um $f_{osz1} = 9 \mu\text{Hz}$, da die anschließende Dezimierung die Berechnungen beschleunigt. Sucht man extrem tieffrequente GW, ist diese Stufe nicht notwendig.

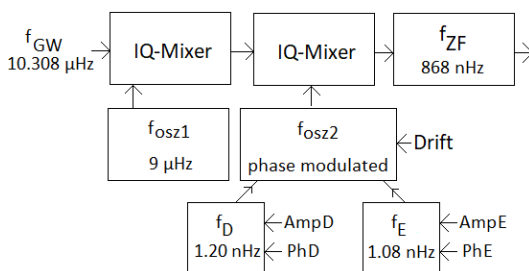


Abbildung 5): Blockschaltbild der MSH-Methode: f_{osz1} reduziert die Signalfrequenz, ohne die Modulation zu beeinflussen. f_{osz2} ahmt die PM des Signals nach, um f_{ZF} konstant zu halten. f_D und f_E sind die Modulationsfrequenzen. Am Ausgang oben rechts misst man Schwingungsdauer und Amplitude von f_{ZF} .

Ein zweiter Oszillator f_{osz2} wird mehrfach phasenmoduliert, wozu man für jeden Planeten des Doppelsterns einen separaten Hilfsoszillator (f_D, f_E, \dots) programmiert. Grundlage ist die Formel 3, die man sich entsprechend verlängert denkt. Wie man Planeten sucht, ist Thema

von Sektion 8. Wenn es gelingt, f_{osz2} genauso zu modulieren wie f_{GW} , ist f_{ZF} konstant und unmoduliert und hat eine besonders große Amplitude.

Beim MSH-Verfahren wählt man als Bandbreite des ZF-Filters sehr geringe Werte um 0,5 nHz, weil alle Modulationen beseitigt sind. Da man keine perfekt rechteckige Durchlasskurve erzeugen kann, ist es wichtig, dass f_{ZF} genau in der Mitte des Filterbereiches liegt. Deshalb muss f_{osz2} eine präzise arbeitende Abstimmautomatik (AFC) besitzen.

6 IQ-Mixer

Ein IQ-Mixer ist das perfekte Verfahren, um Signalfrequenzen zu verschieben. Er kennt keine Spiegelfrequenzen und verzerrt nicht wie die analogen Mixer aus grauer Vorzeit. Dieser Standardbaustein wurde von Weaver beschrieben, um SSB zu erzeugen (Figur 6). Man könnte das Verfahren auch als 'frequenzverschiebendes Bandfilter' bezeichnen, weil man damit die Mittenfrequenz eines Signalgemisches der Bandbreite $2B$ von f_{osz1} nach f_{osz2} verschieben kann. B ist die Grenzfrequenz der beiden Tiefpässe.

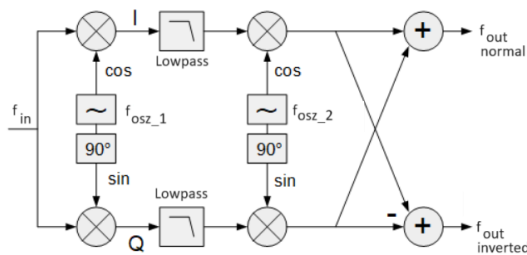


Abbildung 6): Blockschaltbild des IQ-Mixers. Die beiden Tiefpässe besitzen die gleiche Grenzfrequenz B . Durchgelassen wird der Frequenzbereich $f_{in} - B < f < f_{in} + B$.

Im Zeitalter der Analogtechnik wurde diese Schaltung selten eingesetzt, da man vier doppelsymmetrische Mischer benötigt. In Digitaltechnik sind das vier Multiplikationen jeweils zweier Datenketten. Im Regelfall wählt man den oberen Signalausgang, weil dann eine hohe Eingangsfrequenz als hohe Ausgangsfrequenz erscheint (USB). Den unteren Ausgang benötigt man nur, wenn das Signal in Frequenzkehrlage benötigt (LSB). Mit folgenden Programmzeilen berechnet man einen IQ-Mixer in MATLAB.

```
function usb = Waever(y,Ts,f_ein,f_aus,B) % 0<B<0.5
L=length(y); j=(1:L)*2*pi*f_ein*Ts; %f_osz1 erzeugen
ys=y.*sin(j); yc=y.*cos(j);
[b,a] = cheby1(6,0.01,B); %Koeff. des Tiefpasses berechnen
yc=filtfilt(b,a,yc); ys=filtfilt(b,a,ys);
j=(1:L)*2*pi*f_aus*Ts; %f_osz2 erzeugen
ys=ys.*sin(j); yc=yc.*cos(j); usb=2*(yc+ys); % lsb=2*(yc-ys);
end
```

7 Innere und äußere Planeten

Die inneren Planeten benötigen wenig Zeit, um den Doppelstern zu umkreisen und erzeugen hohe Modulationsfrequenzen von f_{GW} ($f_{mod} > 2$ nHz), die das schmale ZF-Bandfilter ($B \approx 0,4$ nHz) unterdrückt. Das erschwert die Suche, weil man 'blind' alle möglichen Frequenzen im Bereich $2 \text{ nHz} < f_{mod} < 150 \text{ nHz}$ ausprobieren muss. Bisherige Messungen ergaben meist Modulationsindices $a > 1$, was – zusammen mit hoher Modulationsfrequenz – eine große Carson-Bandbreiten erfordert. Ein großer Modulationsindex bedeutet aber auch, dass es viele Seitenbandkomponenten im gegenseitigen Abstand von f_{mod} gibt, die Energie übertragen und die Trägerfrequenz schwächen.

Wenn es dem MSH-Verfahren iterativ gelingt, die PM eines Planeten immer genauer nachzuahmen, schwächt man die Seitenbänder und vergrößert die Amplitude der Trägerfrequenz. Damit ist das Suchkriterium klar: Man ändert f_{planet} , a_{planet} und ϕ_{planet} mit dem Ziel, die Amplitude von f_{ZF} zu maximieren.

Die PM von weit außen liegenden Planeten muss man anders demodulieren: Sie benötigen viele Jahre für einen Umlauf und modulieren f_{GW} mit so niedrigen Frequenzen, dass die Seitenbänder innerhalb der Bandbreite des ZF-Filters liegen. Als Folge ist f_{ZF} nicht konstant. Das überprüft man nach der Art eines 'Frequenzzählers': Man bestimmt und vergleicht die Zeiten zwischen aufeinander folgenden Nulldurchgängen von f_{ZF} . Meist erhält man eine wellige Linie und es ist Aufgabe des MSH-Verfahrens, die Krümmung zu verringern. Da man die Amplitude der ZF in regelmäßigen Intervallen misst, steigt die Genauigkeit, wenn man $f_{ZF} = f_{sampling}/8$ oder $f_{ZF} = f_{sampling}/10$ wählt. Das ist der Grund für den 'krummen' Wert von f_{ZF} in Figur 5.

Die Zeiten zwischen aufeinander folgenden Nulldurchgängen springen zwischen diskreten Werten (digitales Rauschen). Zur Glättung sollte man keinen Tiefpass verwenden, sondern ein Polynom 2. oder 3. Grades. Die Iteration hat zwei Ziele: Maximale Amplitude und minimale Frequenzänderung von f_{ZF} .

Die Umlaufdauer des Binärsystems ändert sich extrem langsam und man erwartet eine lineare Frequenzdrift. Auch die PM eines sehr weit außen rotierenden Planeten kann jahrelang fast geradlinig aussehen. Diese beiden Ursachen lassen sich kaum unterscheiden, wenn die Datenbasis einen Zeitraum von nur zwanzig Jahre umfasst. Es ist schwierig, Luftdruckdaten über noch längere Zeiträume zu beschaffen.

8 Wie sucht man GW?

Drei Parameter beschreiben eine Planetenbahn: f_{Orbit} , Modulationsindex a und Phase ϕ . Die einzige Ausnahme bilden die durch die Erdumlaufbahn verursachten PM (P=365 Tage) mit der festen Frequenz 31.688 nHz. Es wird nicht gelingen, alle Planeten auf einmal mit dem MSH-Verfahren nachzuweisen, weil man zu viele Parameter ändern muss, die sich gegenseitig beeinflussen.

Bisherige Messungen haben allesamt Modulationen mit mindestens sechs verschiedenen Frequenzen gefunden, die Planeten mit Umlaufzeiten zwischen einigen Tagen und etwa 500 Jahren entsprechen. Das ist keine Garantie, dass Planeten diese PM verursachen. Welche andere Ursache könnte es geben? Sucht man Planeten mit $f_{Orbit} < 10^{-9}$ Hz, wählt man ein anderes Verfahren als für Planeten mit kleinem Umlaufradius. Diese wurden in der vorhergehenden Sektion beschrieben.

Die Kenntnis der Umlaufbahndaten *eines* Planeten aus Beobachtungen mit elektromagnetischen Wellen ist sehr hilfreich, da die Amplitude von f_{GW} mit jedem entdeckten Planeten zunimmt. Im Internet liefert das Stichwort TESS zahlreiche Hinweise. Bisher habe ich einen einzigen Fall entdeckt, bei dem das MSH-Verfahren eine deutlich andere Umlaufdauer liefert als Astronomen aus periodischen Bedeckungen des Binärsystems errechnet haben.

Die Suche beginnt mit der Entscheidung für ein Doppelsternsystem, das eine GW unter 120 μ Hz erzeugt. Diese Grenze folgt aus der Samplingperiode des Luftdrucks. Laut Theorie gilt: $f_{GW} = 2 \cdot f_{orbit}$. Es ist wenig sinnvoll, eine starke Spektrallinie zu suchen und diese einem Doppelstern zuzuweisen. Man sucht auch kein Bündel von Spektrallinien und setzt diese mit irgend einem Verfahren zusammen. Das MSH-Verfahren sucht sich zusammengehörige Spektrallinien selbst, wobei es vor allem auf den exakten Frequenzabstand und die Phasenlage ankommt. Welche und wieviele Spektrallinien ein phasenmoduliertes Signal erzeugt, ist mathematisch genau definiert und in Wikipedia beschrieben. AM erzeugt andere Phasenbeziehungen, die das MSH-Verfahren unterscheiden kann. Jede Linie, die MSH berücksichtigt, trägt zur Gesamtinformation bei, weshalb sich das Gesamtergebnis mit jedem neu entdeckten Planeten zunächst merklich ändern kann.

Man ermittelt durch Versuch und Irrtum, welche Modulationsfrequenzen im Breitbandspektrum im Bild rechts unten in Figur 3 enthalten sind. Wenn es gelingt, alle Modulationen rückgängig zu machen, erhält man am Schluss ein 'sauberes' Spektrum wie im Bild 3 links oben. Damit ist der Nachweis dieser GW beendet, alle Planeten sind gefunden. Der gesamte Messvorgang besteht aus mehreren Durchgängen, die jeweils etwa 15 Minuten dauern.

Pro Lauf ermittelt man die Daten von maximal zwei Planeten, deren Umlaufzeiten sich deutlich unterscheiden – beispielsweise ein Planet mit $P \approx 1$ Jahr und ein zweiter mit $P \approx 50$ Jahren. Man beginnt mit einem Modulationsindex 0,1, die Phase ist gleichgültig. MSH korrigiert diese Werte iterativ. Diese Anfangswerte wählt man nach Belieben, die Schätzungen müssen nicht besonders genau sein, weil das MSH-Verfahren einen breiten Fangbereich aufweist. Dann startet man die Iteration und prüft nach etwa 300 Iterationen, ob sich die Ergebnisse stabilisiert haben. Wenn insbesondere die Modulationsfrequenz ohne erkennbares System wandert, wählt man einen anderen Wert und startet neu.

Einen guten Hinweis, ob man einen Planeten entdeckt hat, erhält man, wenn man am Ende einer Iterationsrunde aufsummiert, wie stark die tatsächlichen Periodendauern von f_{ZF} vom Mittelwert abweichen (siehe 'Frequenzzähler' in Sektion 7). Nach Kompensation aller PM ändert sich f_{ZF} nicht mehr und man sollte das Ergebnis Null erhalten. Rundungsfehler sorgen dafür, dass man diesen Wert nicht erreicht.

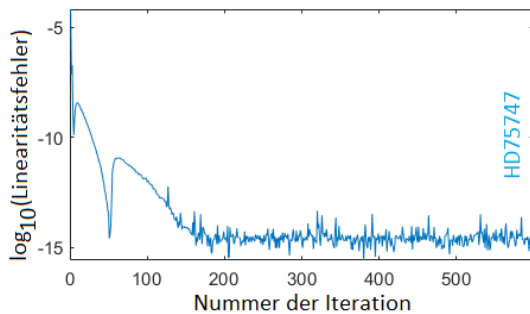


Abbildung 7): *Beispiel für die Konvergenz des MSH-Verfahrens. Nach einigen hundert Iterationen erreichen die Frequenzvariationen von f_{ZF} das darstellbare Minimum der CPU (Double precision arbeitet mit 15 gültigen Ziffern).*

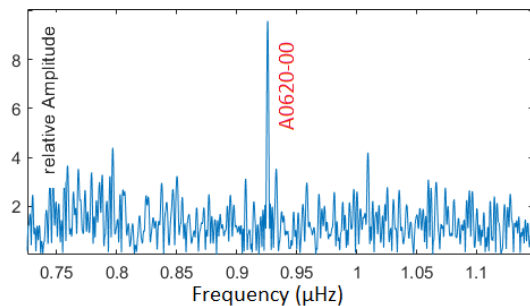


Abbildung 8): *Breitbandspektrum von f_{ZF} , nachdem die Daten von allen Planeten gemessen wurden. Die PM sind beseitigt, die Gesamtenergie der GW ist in einer Linie konzentriert. Die Umgebung zeigt verzerrte Spektren anderer GW.*

9 Technische Einzelheiten

Es ist schon seltsam, GW und Planeten ferner Doppelsterne am Schreibtisch und ohne Blick nach außen zu erforschen. Man muss Daten über einen Zeitraum von sehr vielen Schwingungen sammeln und wegen der sehr großen Schwingungsdauer dauert das viele Jahre. Die Datenquelle DWD ist lieblos zusammengestellt und es dauert einige Zeit, die zahlreichen Fehler zu finden und zu beseitigen. Es gibt auch andere Quellen: Bei allen Gravimetern misst man auch den Luftdruck im Sekundentakt, damit lassen sich höhere Frequenzen analysieren.

Alle Programme muss man selbst schreiben und noch Monate später entziffern können, welchen Zweck eine gewisse Befehlszeile hat. Da hilft es, viele Kommentare einzustreuen und zu beschreiben, wieso man die Aufgabe so und nicht anders gelöst hat. Vorgängerversionen sollte man chronologisch geordnet aufheben, denn manchmal enthalten sie gute Ideen, die man aus den Augen verloren hat. Früher war es für Ehrensache, alles selbst zu machen. Das halte ich mittlerweile für Zeitverschwendung und baue auf MATLAB auf. Vorteil: Sehr fehlerfrei, weil sehr viele Leute damit arbeiten. Und schnell, weil teilweise in Assembler geschrieben. Es gibt jüngere, kostenlose Konkurrenten wie Python oder Octave, die noch nicht so ausgereift und wahrscheinlich langsamer sind. Wichtig ist eine umfangreiche Bibliothek an Hilfsprogrammen und guten Beispielen. Dazu eine Beschreibung, wie

die vorbereiteten Hilfsprogramme intern arbeiten, denn zu oft umgeht man bewährte Mathematik – beispielsweise die zeitaufwändige Convolution zweier Datenreihen – trickreich mit FFT, um Rechenzeit zu sparen. Das fördert nicht immer die Qualität der Daten.

Alles läuft abwechseln auf zwei Laptops, damit ich auf einem etwas Neues probieren oder schreiben kann, während der andere mit Volldampf rechnet. Als Mindeststandard empfehle ich: 500 GB Hauptspeicher und 32 GB RAM. 16 GB reicht nicht, denn mein MATLAB (R2021b) hat Probleme, überflüssige Dateien zu erkennen und zu löschen, beginnt also nach etlichen Stunden, Datenblöcke auszulagern und zurückzuholen und wird deshalb immer langsamer. Mit nur 4 GB RAM ist keine sinnvolle Arbeit möglich. Die CPU muss mindestens CORE I5 entsprechen und mit 2,5 GHz arbeiten.

Wer Lust hat selbst aktiv nach GW zu suchen, kann von mir alle notwendigen Programme und Daten haben. Dafür sind sie da.

Literatur

- [1] Weidner, H., Puzzling, Very Slow Oscillations of the Air Pressure in Europe, 2022, <https://vixra.org/abs/2211.0148>
- [2] https://opendata.dwd.de/climate_environment/CDC/observations_germany
- [3] Hartmann T., Wenzel H., 1995, The HW95 tidal potential catalogue, <https://publikationen.bibliothek.kit.edu/160395>
- [4] https://de.wikipedia.org/wiki/Küpfmüllersche_Unbestimmtheitsrelation