On the Particle-Wave Duality in Light Propagation

Fang Zhou

tony_zf_zf_zf@126.com

An important and crucial Law —'*Law of Light Propagation*'— is firstly put forward by author, and a relevant Law —'*Law of Motion Observation*'— is revealed. They are fundamental laws in Relativistic Theory for Motion Observation. *Minkowski Space-time* is the space-time where there is only one 'Observer', and could be imagined to be a *'Single-Observer's World'*, and its '*World-line*' is represented by a 'single curve' . The proposed equations for deriving *Lorentz Transformation* are defined in *Minkowski Space-time*, which makes *Lorentz Transformation* being '*Identical Transformation*' i.e. '*Null Transformation*'. *Lorentz Transformation* describes observation process of either one single observer or two relatively rest observers. But, on the contrary, *Galilean Space-time* is the space-time where there are more than one 'Observers', and could be imagined to be a *'Multi-Observer's World'*, and its '*World-line*' is represented by a branch of similar curves. The logical relationship for Space-time and Transformation is as follows: *Minkowski Space-time*, which is the "Set of *Identical Transformation*", is subset of *Galilean Space-time*, and *Galilean Space-time*, which is the "Set of *Galilean-Zhou Transformation*", is subset of the "*Newtonian Space-time*" (the '*Universe Space-time*'). *Lorentz Transformation* in *Minkowski Space-time* is actually '*Identical Transformation*' which is only fit for fibre-glass and wiring propagation without *Doppler's Effect*, and *Galilean-Zhou Transformation* in *Galilean Space-time* is fit for all around wireless propagation with *Doppler's Effect*. It is necessary to give crucial physical verification and evidence for predictions and mathematical conclusions made by STR and GTR, deduced in *Minkowski Space-time* (*'Single-Observer's World'*) by means of *Galilean-Zhou Transformation* in *Galilean Space-time* (*'Multi-Observer's World'*), otherwise any mathematical conclusion deduced in *Minkowski Space-time* won't acquire real physical interpretation and, consequently, will not but just only be mathematical conjecture.

光传播中的“波粒二象性”

周 方

tony_zf_zf_zf@126.com

摘要 文中首次揭示了一条重要定律：“光传播定律”（**Law of Light Propagation**） — 任意时空点上的“光传播时空弹性”（**Space-Time Elasticity of Light Propagation**）恒等于 1。“光传播定律”也可以称为“真空中光传播速率为恒定值定律”或简称“光传播速率不变性（绝对性）定律” — “在任意时空点，真空中光传播速率为恒定值，乃是光的固有属性”。这条定律为“相对运动观测论”（**Relativistic Theory for Motion Observation**）的基础定律。闵可夫斯基时空（**Minkowski Space-time**）为“运动质点只可被运动质点处的一个‘抵近观测者’观测到”的“一人世界”（**Single-observer’s World**），所以代表闵可夫斯基时空的“世界线”（**World-line**）为‘一条曲线’。闵可夫斯基时空是恒等变换（**Identical Transformation**）的‘（单元素）集合’。伽利略时空（**Galilean Space-time**）为“运动质点既可被运动质点处的‘抵近观测者’观测到，也可以‘同时’被对于‘抵近观测者’有相对运动的其它观测者观测到”的“多人世界”（**Multi-observer’s World**），所以代表伽利略时空的“世界线”为‘多条相似曲线’（曲线数量可多至‘可数无穷多条’）。伽利略时空是伽利略-周方变换（**Galilean-Zhou Transformation**）的‘集合’。闵可夫斯基时空为伽利略时空的‘子集合’（**Subset**），而伽利略时空为“牛顿时空”（**Newtonian Space-time**）**[**“宇宙时空”（**Universe Space-time**）**]** 的‘子集合’。由于闵可夫斯基时空是恒等变换为元素的‘（单元素）集合’，故恒等变换成为既属于闵可夫斯基时空也属于伽利略时空的一个‘元素’。伽利略时空为“多人世界”，因此，在闵可夫斯基时空（“一人世界”）内推导出的数学公式及数学结论必须通过伽利略时空（“多人世界”）内的‘时空变换’作出‘物理验证’，使这些数学公式及数学结论获得明确而切实的物理涵义，否则这些数学公式及数学结论就只能是一种未经‘验证’的“数学猜测”，而不能成为物理学结论。实际上，洛伦兹变换（**Lorentz Transformation**）为“恒等变换”，仅适应于“无多普勒效应的（光子）有线传输（**Cable Propagation**）”场合，如使用显微镜、医用内窥视镜、望远镜等‘物镜-目镜’之间无相对运动的透视系统‘直接观测’实时图景。“伽利略-周方变换”适应于“有多普勒效应的（光波、电磁波）无线传输（**Wireless Propagation**）”之场合，例如使用太空望远镜、太空飞船摄像装置、火星摄

像车、月球摄像车等‘物镜-目镜’之间有相对运动的透视系统通过‘观测 — ‘时空变换’ — 显示’获取遥远太空的实时图景。在闵可夫斯基时空内推导出的‘狭义相对论’及‘广义相对论’的数学‘理论’有两种：‘微观理论’（关于微观粒子运动的理论）与‘宏观理论’（关于太空星系运动的理论）。‘微观理论’只能使用有线传输方式’通过“恒等变换”进行‘验证’。‘宏观理论’无法使用有线传输方式通过“恒等变换”进行‘验证’，而必须使用（光波、电磁波）无线传输方式，例如使用太空望远镜、太空飞船摄像装置、火星摄像车、月球摄像车等摄取图像，通过“伽利略-周方变换”进行‘验证’。总之，惟有通过伽利略时空内惟一的客观存在的‘时空变换’— “伽利略-周方变换”才能揭示遥远太空的实时图景。

~~~~~~

关键词 时空 伽利略时空 闵可夫斯基时空 牛顿时空 相对论 狭义相对论 相对运动观测论 伽利略变换 伽利略-周方变换 洛伦兹变换 恒等变换
~~~~~~

目 录

I. （三维）伽利略时空$\left\{\begin{array}{l}\text{时空变换}\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\vec{r}(kt)-\vec{u}\bullet kt\\kt\end{bmatrix}\Bigg|k=f(\vec{u})\\\vec{u}\text{为两观测者之间的相对速度}\end{array}\right\}$内之诸定义：时空变换$\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\vec{r}(kt)-\vec{u}\bullet kt\\kt\end{bmatrix}\Bigg|k=f(\vec{u})$中，变换方程$\vec{r}'(t')=\vec{r}(kt)-\vec{u}\bullet kt$为“空间变换方程”，变换方程$t'=kt$为“时间变换方程”。$K$（$K'$）系观测者[$K$（$K'$）系坐标原点]在时刻$t$（$t'$）观测到运动质点（‘光照点’）的位置记为$\vec{r}(t)$[$\vec{r}'(t')$]。矢量$\begin{bmatrix}\vec{r}(t)\\t\end{bmatrix}$$\left\{\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\t'\end{bmatrix}\right\}$为$K$（$K'$）系观测者‘在时刻$t$（$t'$）观测到运动质点$\vec{r}(t)$[$\vec{r}'(t')$]时’指向运动质点$\vec{r}(t)$[$\vec{r}'(t')$]的“观测矢量”（**Observation Vector**）。$\begin{bmatrix}\vec{r}(t)\\t\end{bmatrix}$$\left\{\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\t'\end{bmatrix}\right\}$也称为“$K$（$K'$）系观测者在时刻$t$（$t'$）的时空点”，简称“$K$（$K'$）系时空点”。时间函数$\vec{r}(t)$[$\vec{r}'(t')$]为“$K$（$K'$）系时空轨迹”。

II. 沿$\vec{r}$的任意方向（x）之（一维）伽利略时空$\left\{\begin{array}{l}\text{时空变换}\begin{bmatrix}x'(t')\\t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x(kt)-u\bullet kt\\kt\end{bmatrix}\Bigg|k=f(u)\\u\text{为两观测者之间的相对速度}\end{array}\right\}$内之诸定义：时空变换$\begin{bmatrix}x'(t')\\t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x(kt)-u\bullet kt\\kt\end{bmatrix}\Bigg|k=f(u)$中，变换方程$x'(t')=x(kt)-u\bullet kt$为“空间变换方程”，变换方程$t'=kt$为“时间变换方程”。

（a）t'、t分别为K'系观测者、K系观测者所持‘时钟’指示的‘时刻（读数）’；t'称为‘K'系时刻’，t称为‘K系时刻’。

（b）x'、x分别为K'系观测者、K系观测者所持‘量尺’指示的‘位置（读数）’，x'称为‘K'系坐标’，x称为‘K系坐标’。

（c）$x'(t')$为K'系观测者在时刻t'观测到运动质点（‘光照点’）所处的K'系内位置。

（d）$x(t)$为K系观测者在K系时刻t观测到运动质点（‘光照点’）所处的K系内位置。

（e）$\begin{bmatrix}x'(t')\\t'\end{bmatrix}$为$K'$系观测者在$K'$系时刻$t'$对运动质点$x'(t')$的“观测矢量”，即“$K'$系时空点”。函数$x'(t')$为“$K'$系时空轨迹”。

（f）$\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$为$K$ **系观测者**在K 系时刻t 对运动质点$x(t)$ 的**"观测矢量"**，即**"K 系时空点"**。

函数$x(t)$ 为"K 系时空轨迹"。

III. 有时为了简化书写，略去括号及其中自变量符号(t)、(t')，即：

$x(t)$、$y(t)$、$z(t)$、$\vec{r}(t)$ 相应地简写为x、y、z、$\vec{r}$；

$x'(t')$、$y'(t')$、$z'(t')$、$\vec{r}'(t')$ 相应地简写为x'、y'、z'、$\vec{r}'$。

~~~~~~

第一章

"光传播定律"

（Law of Light Propagation）

"光传播定律"又称为**"真空中光传播速率为恒定值定律"（Law of constancy of light propagation velocity）："在任意时空点，真空中光传播速率为恒定值，乃是光的固有属性"。**

光在光源周围真空内的传播表现出'光芒四射'之景象，即光的传播过程呈现出'各向同性'性质：从**'光源'**向四周急速产生**'次生光源'**，有似'病毒复制扩散'。光在周围真空内向四周的传播表现为**'波动'**，以'群速度（Group Velocity）$c = \lambda \bullet f_\lambda$'向四周展开：'波阵面'上所有各点的**'光子'**（photon）以同一'传播速率'—'相速度（Phase Velocity）$c = 1\big/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$'向各个方向运动（传输光能量）：（**'双缝实验'**）

$$\left|\vec{r}(t)\right| = ct\,,\quad c = 1\big/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = const.\ （c\text{为真空中光传播速率}）$$

在任意时空点的四周任意方向（x）上，都有：

$$x(t) = ct\,,\quad c = const.\ （c\text{为真空中光传播速率}）$$

故有：

$$\ln x(t) = \ln c + \ln t$$

$$d\ln x(t) = d\ln t$$

即：

$$\varepsilon_{xt} = \frac{d\ln x(t)}{d\ln t} = 1$$

在**'光源'**以及**'次生光源'**的四周任意方向（x）上**"光传播时空弹性（Space-Time Elasticity of Light Propagation）"**恒等于 1：
~~~~~~

$$\boxed{\varepsilon_{xt} = \frac{d\ln x(t)}{d\ln t} = 1}$$

光在真空中的传播具有这一特性，源于真空中光传播的以下特点：在**‘光源’**以及**‘次生光源’**的四周任意方向（x）上，传播速率皆为‘恒定值’（$c = const.$）。而且 $d\ln x(t) = d\ln t$ 这一等式之成立，与传播速率数值 c 之大小无关。因此，在**‘光源’**以及**‘次生光源’**的四周任意方向（x）上的‘光传播距离’为**时间变量** t 的**线性函数**。也就是说，观测者在时刻 t 对‘运动质点’的观测矢量 $\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$ 为**时间变量** t 的**线性函数**。于是，有：

“光传播定律”（Law of Light Propagation）

观测者在时刻 t 对‘运动质点’的观测矢量 $\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$ 为时间变量 t 的线性函数：

$$\begin{bmatrix} x(kt) \\ kt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kx(t) \\ kt \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$$

观测者在时刻 t 对‘运动质点’的**观测矢量** $\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$ 为**时间变量** t 的**线性函数**，

, 示于图 1。

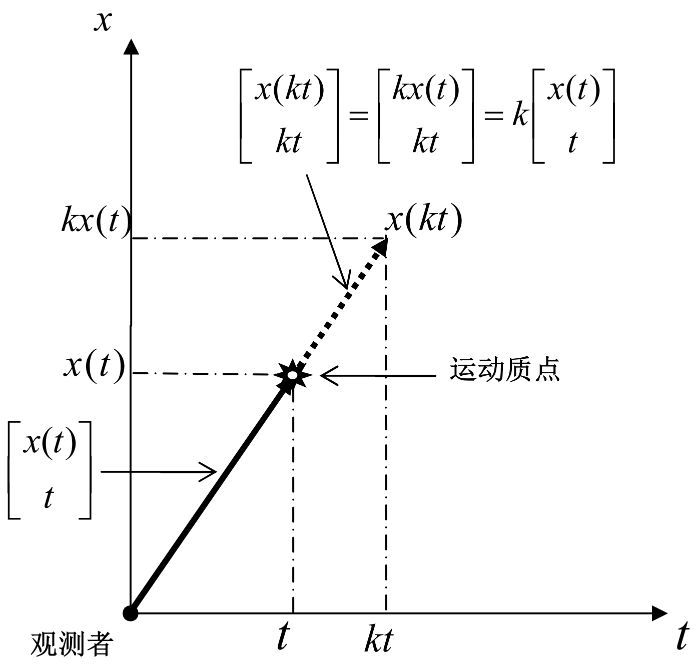

图 1 $\begin{bmatrix} x(kt) \\ kt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kx(t) \\ kt \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$

~~~~~~

第二章

"多普勒效应"

（Doppler's Effect）

在两坐标系间距离增大的相离运动中，以及在两坐标系间距离减小的相向运动中，均产生**多普勒效应**，原因是：

1．光源对观测者有相对运动（u）；

2．真空中光传播速率为恒定值（c），与光源运动无关。

运动光源O连续发光过程示于图 2、图 3。
~~~~~~

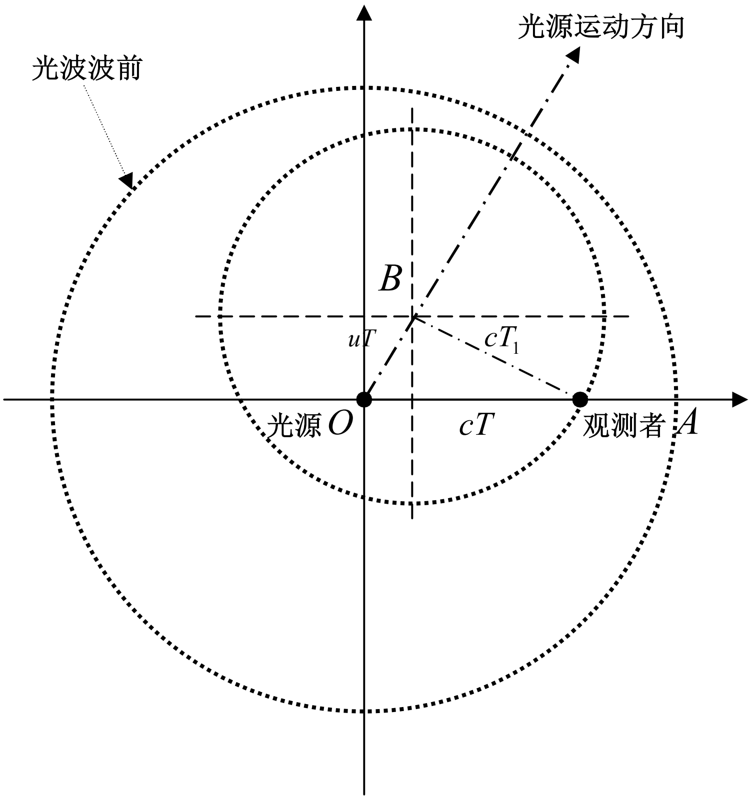

图 2 运动光源O连续发光过程

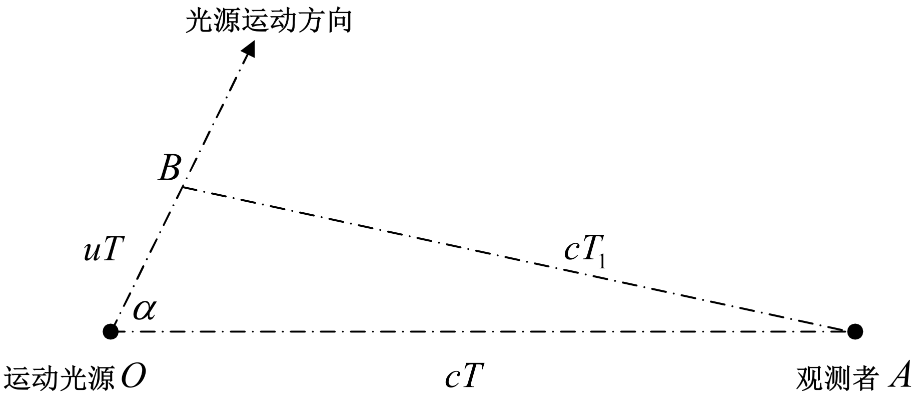

图 3 运动光源O连续发光过程

参看图 2、图 3。c为真空中光传播速率，T为光波的发射周期（固有周期），T_1为光波的接收周期（多普勒周期）。$\left|\overline{OA}\right| = cT$，$cT$为光波的固有周期行程。$\left|\overline{BA}\right| = cT_1$，$cT_1$为光波的多普勒周期行程。$\left|\overline{OB}\right| = uT$，$uT$为光源在光波固有周期内的运动行程。

光源运动速度u对‘**光源O—观测者A**’连线的夹角为α，即$\overline{OB}$对$\overline{OA}$的夹角为α，即图中$\angle BOA = \alpha$。

参看图 2、图 3。

$$\overline{OB}+\overline{BA}=\overline{OA}$$

得：

$$\overline{BA}=\overline{OA}-\overline{OB}$$

$$\left|\overline{OA}\right|=cT\ ;\ \left|\overline{OB}\right|=uT\ ;\ \left|\overline{BA}\right|=cT_1$$

参看图 3，有：

$$\left|\overline{BA}\right|=\sqrt{\left|\overline{OA}\right|^2+\left|\overline{OB}\right|^2-2\left|\overline{OA}\right|\left|\overline{OB}\right|\cos\angle BOA}$$

即：

$$cT_1=\sqrt{(cT)^2+(uT)^2-2(cT)(uT)\cos\alpha}$$

$$=cT\sqrt{1+\frac{u^2}{c^2}-2\frac{u}{c}\cos\alpha}$$

从而得：

$$T_1=T\sqrt{1+\frac{u^2}{c^2}-2\frac{u}{c}\cos\alpha}$$

考虑到（发射）光波的固有频率为$\eta=1/T$及（接收）光波的多普勒频率为$\eta_1=1/T_1$，得：

$$\boxed{\begin{array}{c}\eta_1=\dfrac{\eta}{\sqrt{1+\dfrac{u^2}{c^2}-2\dfrac{u}{c}\cos\alpha}}\\[2ex] u>0\end{array}}$$

式中：c — 真空中光传播速率；u — 光源运动速度；α — 光源运动速度u对‘**光源O—观测者A**’连线的夹角；T—光波的发射周期（固有周期）；T_1—光波的接收周期（多普勒周期）；$\eta=1/T$ — （发射）光波的固有频率；$\eta_1=1/T_1$ — （接收）光波的多普勒频率。

A．当光源O背离观测者A运动时，$\alpha=\pi$；这时发生**“多普勒红移”**：

$$T_1=T\sqrt{1+\frac{u^2}{c^2}+2\frac{u}{c}}=\left(1+\frac{u}{c}\right)T$$

得：

$$\boxed{\begin{gathered}\eta_1=\frac{\eta}{1+\frac{u}{c}}<\eta \\ 0<u<+\infty\end{gathered}}$$

B．当光源O向着观测者A运动时，$\alpha=0$；这时发生**“多普勒蓝移”**：

$$T_1=T\sqrt{1+\frac{u^2}{c^2}-2\frac{u}{c}}=\left(1-\frac{u}{c}\right)T$$

得：

$$\boxed{\begin{gathered}\eta_1=\frac{\eta}{1-\frac{u}{c}}>\eta \\ 0<u<c\end{gathered}}$$

“多普勒红移”与**“多普勒蓝移”**示于图 4、图 5。

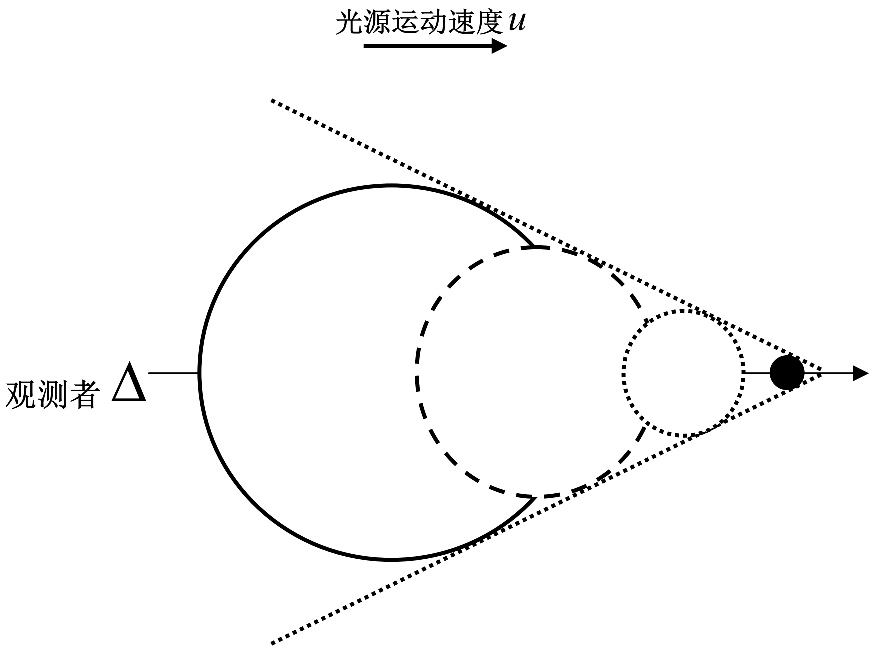

图 4 多普勒红移

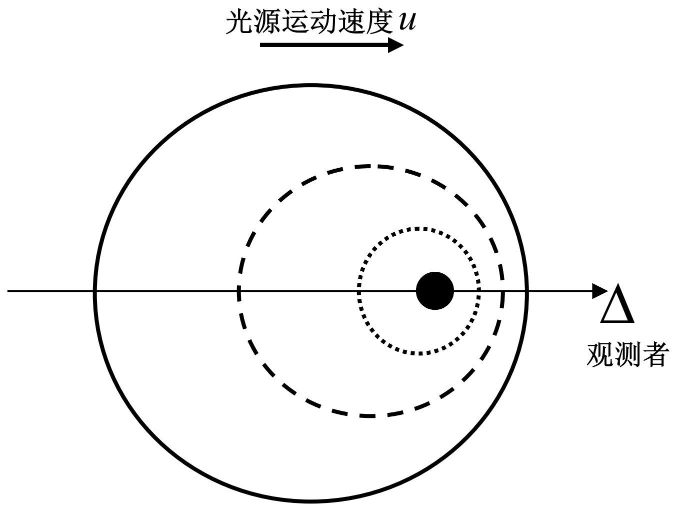

图 5 多普勒蓝移

~~~~~~

第三章

“闵可夫斯基时空” 与“恒等变换”

一、“时空”与“时空变换”

“时空”（Space-time）是‘空间’（**Space**）与‘时间’（**Time**）结合为一体，容纳万物及其活动的‘场所’（**Arena**）。笔者认为，在**‘物理学’**中，成为这种‘场所’的必要条件是：**观测者**可使用工具（**‘时钟’**及**‘量尺’**）直接量测其中**运动质点**（**‘光照点’**）的‘位置’及所处之‘时刻’。所以，只有**‘一维’**、**‘二维’**及**‘三维’**的**‘欧氏空间’**才能成为**‘物理学’**中的**“空间”**。因此，在**‘物理学’**中，**“时空”**只能是观测者可使用工具直接量测其中运动质点‘位置’及其所处‘时刻’的**‘时间-空间’场所**。那种不具有**“度规”**（**Metric**）的**“时空”**称为**“绝对时空”**，后者可称为**“牛顿时空”**（Newtonian **Space-Time**）。关于**“牛顿时空”**的理论与讨论不涉及**‘数学’**与**‘物理学’**。

“时空变换” — “两观测者在各自时钟所示的时刻（时钟读数：t' 与 t）**‘同时’**（$t' \equiv kt$， $0 < k \le 1$）**观测到运动质点”**（即构成**‘伽利略变换’**）时，**‘运动观测者’**（K' 系观测者）的观测矢量$\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix}$与**‘静止观测者’**（$K$ 系观测者）的观测矢量$\begin{bmatrix} \vec{r}(t) \\ t \end{bmatrix}$之间**客观形成的时空数据转换关系称为“时空变换”**。

****
~~~~~~

（一）“闵可夫斯基时空”与“恒等变换”

闵可夫斯基时空（$Min.ST$）的一个重要特征是：“运动质点被始终处于相对静止状态的多个观测者‘同时’观测到”或“运动质点只被运动质点处的‘一个’观测者观测到”

根据闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 的这一特点，闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 可定义为如下‘集合’：

$$\left\{ \text{伽利略变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(k\tau) - \vec{u} \bullet k\tau \\ k\tau \end{bmatrix} \middle| k = f(\vec{u}) = 1, \vec{u} \equiv 0 \right\}$$

$\vec{u} = const.$ 为两观测者之间的相对速度；

系数 k 为‘K' 系时空度规’对‘K 系时空度规’之比值，即：K' 系对 K 系的‘时钟单位秒长比’及‘量尺单位长度比’。

$$\Updownarrow$$

$$\left\{ \text{恒等变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \middle| \vec{u} \equiv 0 \right\}$$

即：闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 为恒等变换 $\begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Big| \vec{u} \equiv 0$ 的‘（单元素）集合’。恒等变换 $\begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Big| \vec{u} \equiv 0$ 又称为‘零’变换（**‘Null’ Transformation**）。‘零’变换实际上是‘无’变换。所以，恒等变换 $\begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Big| \vec{u} \equiv 0$ 就是‘无’变换。

代表闵可夫斯基时空 $Min.ST$ $\left\{ \text{恒等变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \middle| \vec{u} \equiv 0 \right\}$ 的“世界线”（**World-line**）示于图 6。

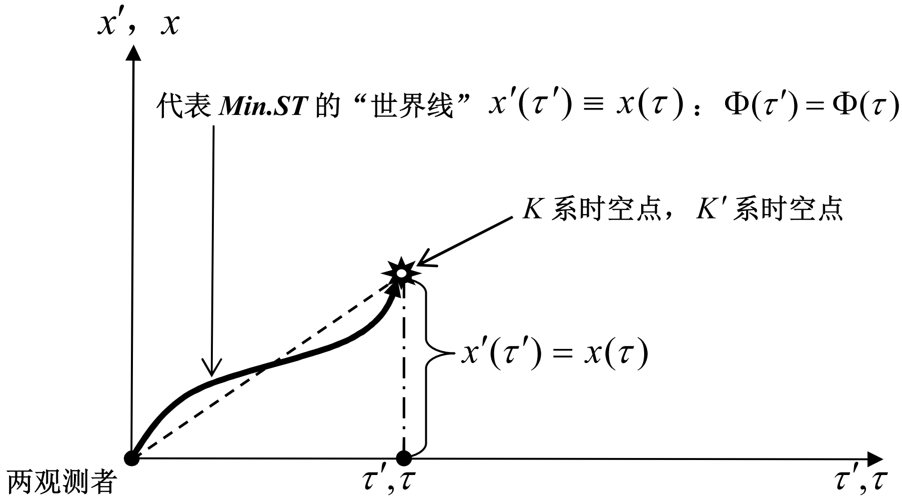

图 6 代表 $Min.ST$ $\left\{ \quad \text{恒等变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg|_{\vec{u} \equiv 0} \quad \right\}$ 的“世界线”

在图 6 中，设 $x'(\tau')$ 为某个函数 $\Phi(\tau')$ ：$x'(\tau') = \Phi(\tau')$

将 $x'(\tau') = \Phi(\tau')$ 代入图中等式 $x(\tau) = x'(\tau')$，得：

$$\tau' \equiv \tau: \ x(\tau) = \Phi(\tau') = \Phi(\tau)$$

即：

$$x(\tau) = \Phi(\tau)$$

代表闵可夫斯基时空 $Min.ST$ $\left\{ \quad \text{恒等变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg|_{\vec{u} \equiv 0} \quad \right\}$ 的“世界线”

为：

通过观测者重合点的‘一条’曲线

$\tau' \equiv \tau$：

$$\begin{cases} x'(\tau') = \Phi(\tau') \\ x(\tau) = \Phi(\tau) \end{cases}$$

实际上，闵可夫斯基时空 $Min.ST$ $\left\{ \quad \text{恒等变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg|_{\vec{u} \equiv 0} \quad \right\}$ 为“运动质点只被‘一个’观测者观测到”的“一人世界”。

闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 为‘只有一个观测者’的“一人世界”，故其中只可能存在“恒等变换”（‘零’变换）。

~~~~~~
~~~~~~

二、“洛伦兹变换”为“恒等变换”

（一）“洛伦兹变换”之导出

对‘全部方程都定义在闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 内’的预设方程组（A）：

$$\begin{cases} x' = k(x - u\tau) \\ x = k(x' + u\tau') \\ x = c\tau \\ x' = c\tau' \end{cases} \qquad \text{(A)}$$

进行联立求解。

将 $x = c\tau$ 及 $x' = c\tau'$ 代入上面的方程 $x' = k(x - u\tau)$ 及 $x = k(x' + u\tau')$，得：

$$\begin{cases} c\tau' = k(c\tau - u\tau) \\ c\tau = k(c\tau' + u\tau') \end{cases}$$

两式相乘，得： $$c^2\tau\tau' = k^2(c^2 - u^2)\tau\tau'$$

系数 k 必须为 $k > 0$，故在约束条件 $(0 < c^2 - u^2 \le c^2) \Leftrightarrow (0 \le u^2 < c^2)$ 下约去等式两边的 $\tau\tau'$，得：

$$k^2 = \frac{c^2}{c^2 - u^2} = \frac{1}{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

从而得： $$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$s.t.$ $$0 \le u^2 < c^2$$

（1）将 $k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$ 代入方程 $x' = k(x - u\tau)$，得：空间变换式 $x' = \frac{x - u\tau}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$

（2）将 $x' = \frac{x - u\tau}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$ 代入方程 $x' = c\tau'$，得；

$$\tau' = \frac{x'}{c} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\left(\frac{x}{c}-\frac{u}{c}\tau\right) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\left(\tau-\frac{u}{c}\frac{x}{c}\right)$$

即：**时间变换式** $\tau' = \dfrac{\tau-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$

这样，就得出**洛伦兹变换** $\left[x' = \dfrac{x-u\tau}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\ \tau' = \dfrac{\tau-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \middle| 0 \le u^2 < c^2\right]$

但是，**洛伦兹变换**的这种表达形式 $\left[x' = \dfrac{x-u\tau}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\ \tau' = \dfrac{\tau-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \middle| 0 \le u^2 < c^2\right]$ 还不是**最终的时空变换表达式**，它仍旧是一个需待‘求解’的联立方程组，还必须进一步‘求解’联立方程组 $\left[x' = \dfrac{x-u\tau}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\ \tau' = \dfrac{\tau-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \middle| 0 \le u^2 < c^2\right]$，才可得到时空变换的**最终表达式** —**“两观测者‘同时’（$\tau' \equiv k\tau$）观测到运动质点”（构成‘伽利略变换’）时，‘运动观测者’的观测矢量 $\begin{bmatrix} x'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix}$ 与‘静止观测者’的观测矢量 $\begin{bmatrix} x(k\tau) \\ k\tau \end{bmatrix}$ 之间的数据转换关系。**

为此，记 $\dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = k$，将方程组 $\left[x' = \dfrac{x-u\tau}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\ \tau' = \dfrac{\tau-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \middle| 0 \le u^2 < c^2\right]$ 换写成如下形式：

$$\begin{cases} x' = k(x-u\tau) = kx - ku\tau \\ \tau' = k\left(\tau - \dfrac{ux}{c^2}\right) = -\dfrac{ku}{c^2}x + k\tau \end{cases}$$

得：
$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kx-ku\tau \\ -\dfrac{ku}{c^2}x+k\tau \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} x-u\tau \\ -\dfrac{u}{c^2}x+\tau \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

求逆变换式：

$$\begin{cases} kx - ku\tau = x' \\ \left(-\dfrac{ku}{c^2}\right)x + k\tau = \tau' \end{cases}$$

解方程组：

$$\begin{cases} x = \dfrac{\begin{bmatrix} x' & -ku \\ \tau' & k \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} k & -ku \\ -\dfrac{ku}{c^2} & k \end{bmatrix}} = \dfrac{kx' + ku\tau'}{k^2 - \dfrac{k^2u^2}{c^2}} = \dfrac{x' + u\tau'}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)} = \dfrac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}x' + \dfrac{u}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}\tau' \\ \tau = \dfrac{\begin{bmatrix} k & x' \\ -\dfrac{ku}{c^2} & \tau' \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} k & -ku \\ -\dfrac{ku}{c^2} & k \end{bmatrix}} = \dfrac{k\tau' + \dfrac{ku}{c^2}x'}{k^2 - \dfrac{k^2u^2}{c^2}} = \dfrac{\tau' + \dfrac{u}{c^2}x'}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)} = \dfrac{\dfrac{u}{c^2}}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}x' + \dfrac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}\tau' \end{cases}$$

得：

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)} & \dfrac{u}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)} \\ \dfrac{\dfrac{u}{c^2}}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)} & \dfrac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = \dfrac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)} \begin{bmatrix} 1 & u \\ \dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \dfrac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)} \begin{bmatrix} 1 & u \\ \dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

于是得：

$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

逆变换式：

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \frac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}\begin{bmatrix} 1 & u \\ \dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

（a）将正变换与逆变换综合，得：

$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix}\frac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}\begin{bmatrix} 1 & u \\ \dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

即：

$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\dfrac{u^2}{c^2}}\begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & u \\ \dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1-\dfrac{u^2}{c^2}}\begin{bmatrix} 1-\dfrac{u^2}{c^2} & 0 \\ 0 & 1-\dfrac{u^2}{c^2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1-\dfrac{u^2}{c^2}}\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)\bullet\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

$$\therefore \quad \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

即：

$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv 0$$

~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~

（b）同理，将逆变换与正变换综合，得：

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \frac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}\begin{bmatrix} 1 & u \\ \dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix}k\begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$
~~~~~~~~~~~~~~~~

即：

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\frac{u^2}{c^2}} \begin{bmatrix} 1 & u \\ \frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1-\frac{u^2}{c^2}} \begin{bmatrix} 1-\frac{u^2}{c^2} & 0 \\ 0 & 1-\frac{u^2}{c^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1-\frac{u^2}{c^2}} \left(1-\frac{u^2}{c^2}\right) \bullet \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

即：

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \equiv 0$$

~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~

故有： $$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = 0$$

即： $$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = 0$$

于是，得： $$\text{恒等变换} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg| u \equiv 0$$

由于闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 为“一人世界”，故在闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 内只可能存在“恒等变换”（‘零’变换），所以必有：

$$\boxed{\text{洛伦兹变换} \left[x' = \frac{x-u\tau}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, \tau' = \frac{\tau-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \right] \Bigg| u=0 \Leftrightarrow \text{恒等变换} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg| u \equiv 0}$$

****
~~~~~~~~~~~~~~~~

（二）“洛伦兹变换”之性质

预设方程组（A）的‘完整解’为：

$$\left[x' = \frac{x - u\tau}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \tau' = \frac{\tau - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \middle| 0 \le u^2 < c^2, \quad x = c\tau, \quad x' = c\tau' \right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\left[\text{恒等变换} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \middle| u \equiv 0, \quad x = c\tau, \quad x' = c\tau' \right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{ \frac{x'}{\tau'} \equiv \frac{x}{\tau} = c \right\}$$

很明显，恒等变换 $\left\{ \frac{x'}{\tau'} \equiv \frac{x}{\tau} = c \right\}$ 自然可使（建立在闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 内的）

Maxwell 电磁方程组中的‘电磁波不变性’获得验证，即：

$$\left\{ \frac{x'}{\tau'} \equiv \frac{x}{\tau} = c \right\} \Leftrightarrow \left\{ \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau'^2} \equiv \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau^2} = 0 \right\}$$

即： $$\left\{ x'^2 - c^2 \tau'^2 \equiv x^2 - c^2 \tau^2 = 0 \right\} \Leftrightarrow \left\{ \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau'^2} \equiv \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau^2} = 0 \right\}$$

~~~~~~

第四章

“伽利略时空” 与“伽利略-周方变换”

一、“伽利略时空”与“伽利略变换”

伽利略时空（$Gal.ST$）的一个重要特征是：“运动质点可被运动质点处的观测者与至少一个‘离开该运动质点’的观测者 “同时”（$t' \equiv kt, 0 < k = f(\vec{u}) \le 1$，$\vec{u}$ 为两观测者之间的相对速度）观测到”。

根据伽利略时空 $Gal.ST$ 的这一特性，伽利略时空 $Gal.ST$ 可定义为如下‘集合’：
~~~~~~

$$\left\{ \quad 伽利略变换\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \Bigg\| 0 < k = f(\vec{u}) \le 1, \vec{u} \ge 0 \quad \right\}$$

（$\vec{u} = const.$ 为两观测者之间的相对速度）

伽利略时空 $Gal.ST$ 为伽利略变换 $\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \Bigg\| 0 < k = f(\vec{u}) \le 1, \vec{u} \ge 0$ 的‘集合’。

代表伽利略时空 $Gal.ST$ $\left\{ 伽利略变换\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \Bigg\| 0 < k = f(\vec{u}) \le 1, \vec{u} \ge 0 \right\}$ 的“世界线”示于图 7。

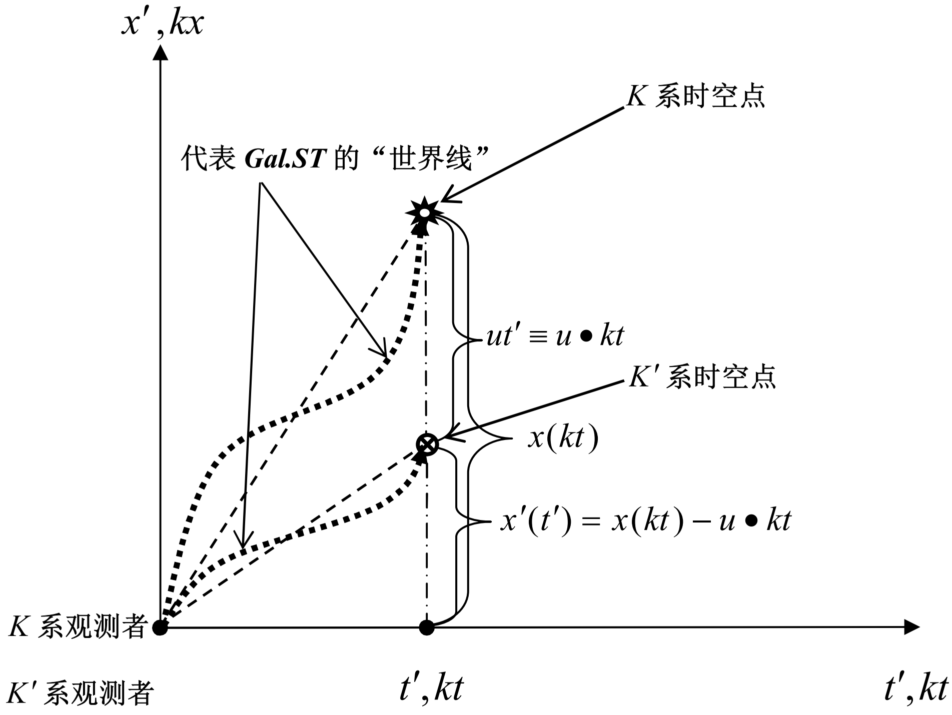

图 7 代表 $\left\{ \quad 伽利略变换\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \Bigg\| 0 < k = f(\vec{u}) \le 1, \vec{u} \ge 0 \quad \right\}$ 的“世界线”

在图 7 中，设 $x(kt)$ 为某个函数 $\Phi(kt)$： $x(kt) = \Phi(kt)$

将 $x(kt) = \Phi(kt)$ 代入等式 $x'(t') = x(kt) - u \bullet kt$，得：

$$t' \equiv kt : x'(t') = \Phi(kt) - u \bullet kt$$

$$= \Phi(t') - u \bullet t'$$

即： $$x'(t') = \Phi(t') - ut'$$

代表伽利略时空 $Gal.ST$ $\left\{ \quad \text{伽利略变换}\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \middle| 0 < k = f(\vec{u}) \leq 1, \vec{u} \geq 0 \quad \right\}$

的“世界线”为：

通过观测者重合点的‘多条’相似曲线 $t' \equiv kt$ $\begin{cases} x(kt) = \Phi(kt) \\ x'(t') = \Phi(t') - ut' \end{cases}$ $(u = const.)$

伽利略时空 $Gal.ST$ $\left\{ \quad \text{伽利略变换}\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \middle| 0 < k = f(\vec{u}) \leq 1, \vec{u} \geq 0 \quad \right\}$

为“运动质点可被多个观测者‘同时’观测到”的“多人世界”。

~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~

小结

（1）闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 可定义为如下‘（单元素）集合’：

$\left\{ \quad \text{伽利略变换}\begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(k\tau) - \vec{u} \bullet k\tau \\ k\tau \end{bmatrix} \middle| k = f(\vec{u}) = 1, \vec{u} \equiv 0 \quad \right\}$ $\vec{u} = const.$ 为两观测者之间的相对速度； 系数 k 为‘K' 系时空度规’对‘K 系时空度规’之比值。

$$\Updownarrow$$

\+

$\left\{ \quad \text{恒等变换}\begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \middle| \vec{u} \equiv 0 \quad \right\}$

即：闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 为恒等变换 $\begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \bigg| \vec{u} \equiv 0$ 的‘（单元素）集合’。恒等变换 $\begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \bigg| \vec{u} \equiv 0$ 又称为‘零’变换（**‘Null’ Transformation**）。‘零’变换
~~~~~~~~~~~~~~~~

实际上是‘无’变换。所以，恒等变换$\begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg\| \vec{u} \equiv 0$就是‘无’变换。

闵可夫斯基时空$Min.ST$ $\left\{ \text{恒等变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg\| \vec{u} \equiv 0 \right\}$为“运动质点只被‘一个’观测者观测到”的“一人世界”。

（2）伽利略时空$Gal.ST$ 可定义为如下‘集合’：

$$\left\{ \text{伽利略变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \Bigg\| 0 < k = f(\vec{u}) \le 1, \vec{u} \ge 0 \right\}$$

$\vec{u} = const.$ 为两观测者之间的相对速度

即：伽利略时空$Gal.ST$ 为伽利略变换$\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \Bigg\| 0 < k = f(\vec{u}) \le 1, \vec{u} \ge 0$的‘集合’。

伽利略时空$Gal.ST$ $\left\{ \text{伽利略变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \Bigg\| 0 < k = f(\vec{u}) \le 1, \vec{u} \ge 0 \right\}$为“运动质点可被多个观测者‘同时’观测到”的“多人世界”。

显然，存在以下关系式：

$$Min.ST \left\{ \text{恒等变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg\| \vec{u} \equiv 0 \right\}$$

$$\subset Gal.ST \left\{ \text{伽利略变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \Bigg\| 0 < k = f(\vec{u}) \le 1, \vec{u} \ge 0 \right\}$$

$\subset$ 宇宙时空（牛顿时空）

由于$Min.ST$ 为恒等变换$\begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg\| \vec{u} \equiv 0$的‘（单元素）集合’，故有：

$$\text{恒等变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(t) \\ t \end{bmatrix} \Bigg\| \vec{u} \equiv 0 \Leftrightarrow \text{伽利略变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \Bigg\| k = f(\vec{u}) = 1, \vec{u} = 0$$

代表闵可夫斯基时空$Min.ST$ 的“世界线”（通过观测者重合点的‘一条’曲线）与代

表伽利略时空 $Gal.ST$ 的“世界线”（通过观测者重合点的‘多条’相似曲线）相重合，示于图 8。（参看图 6 与图 7）

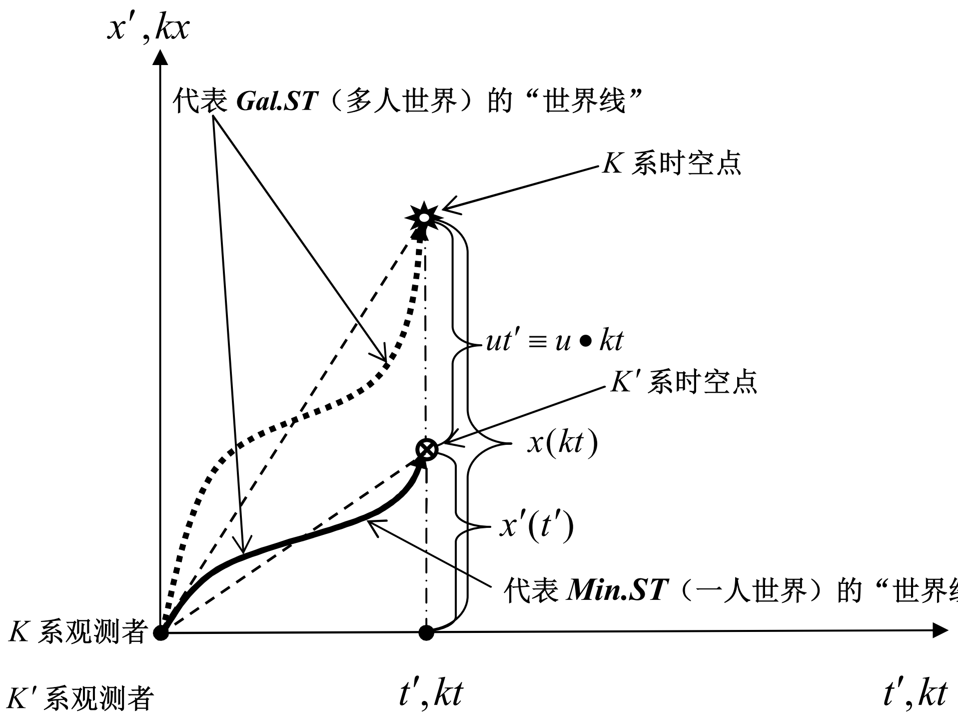

图 8 代表 ***Min.ST*** 的“世界线”与代表 ***Gal.ST*** 的“世界线”相重合

~~~~~~

二、“伽利略-周方变换”之导出（1）

（1）在‘时空度规比’（‘K' 系时空度规’对‘K 系时空度规’之比值）为 k 的伽利略时空内，K' 系观测者对 K 系观测者以速度 u 做相离运动并在某个时刻 $t' = t = 0$ 掠过 K 系观测者。

（2）在（任意）时刻 $t' = kt > 0$，处在 K 系观测者前方距离为 ut' 的 K' 系观测者观测到运动质点，此时 K' 系时空点（‘K' 系光照点’）在 K 系观测者前方的距离为 $ut' + x'(t')$。

（3）在同一时刻 $t' = kt > 0$，K 系观测者也观测到运动质点，此时 K 系时空点（‘K 系光照点’）在 K 系观测者前方的距离为 $x(kt)$。

这样，在时刻 $t' = kt > 0$，K' 系观测者与 K 系观测者‘同时’观测到运动质点（构成在时刻 $t' = kt$ 的“伽利略变换”），故有：

$$t' = kt > 0\text{：}x(kt) = ut' + x'(t')$$
~~~~~~

从而得：

$$\begin{bmatrix} x(kt) \\ kt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ut' + x'(t') \\ t' \end{bmatrix}$$

考虑到**“光传播定律”（Law of Light Propagation）**，得：

$$\begin{bmatrix} x(kt) \\ kt \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ut' + x'(t') \\ t' \end{bmatrix}$$

即：
$$\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \frac{1}{k}\begin{bmatrix} ut' + x'(t') \\ t' \end{bmatrix}$$

逆变换为：

$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} x(t) - ut \\ t \end{bmatrix}$$

（4）确定**时间变换方程** $t' = kt$ 中的‘**时空度规比** k’：

K' **系观测者**对 K **系观测者**以**相对速度** u 做相离运动，故光波（电磁波）在传播过程中产生**多普勒效应（Doppler's Effect）**—‘**多普勒频率红移**’**（Doppler Redshift）**：

$$\eta = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \eta'$$

$$T = \left(1 + \frac{u}{c}\right) T'$$

即：
$$t = \left(1 + \frac{u}{c}\right) t'$$

可以写成：
$$t' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t$$

将 $t' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t$ 与**时间变换方程** $t' = kt$ 比较，得：$k = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1}$

$$\boxed{k = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1}}$$

将**时空度规比** $k = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1}$ 代入 $\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} x(t) - ut \\ t \end{bmatrix}$，得**“伽利略-周方变换”**：

$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix}$$

逆变换为：
$$\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right) \begin{bmatrix} x'(t')+ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

~~~~~~

三、“伽利略-周方变换”之导出（2）

（1）在伽利略时空内，K' **系观测者**对 K **系观测者**以**速度** u 做相离运动并在某个时刻 $t'=t=0$ 掠过 K **系观测者**。

（2）在（任意）时刻 $t'>0$，处在 K **系观测者**前方距离为 ut' 的 K' **系观测者**观测到**运动质点**，此时 K' **系时空点**在 K **系观测者**前方的距离为 $ut'+x'(t')$。在同一时刻 t'，K **系时空点**在 K **系观测者**前方的距离为 $x(t')$。

（3）由于真空中光传播速率 c 为有限值，故处在 K' **系观测者**后方距离为 ut' 的 K **系观测者**只能在滞后于时刻 t' 的时刻 $t=t'+\dfrac{ut'}{c}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)t'$ 观测到运动质点。因此，在时刻 $t=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)t'$，$K$ **系观测者**才观测到运动质点，此时 K **系时空点**在 K **系观测者**前方的距离为 $x(t)$。在此时刻 t，K' **系时空点**在 K **系观测者**前方的距离为：

$$ut+x'(t)=u\left(1+\frac{u}{c}\right)t'+x'(\left(1+\frac{u}{c}\right)t')=\left(1+\frac{u}{c}\right)[ut'+x'(t')]\text{。}$$

由此得：
$$x(t)=\left(1+\frac{u}{c}\right)[ut'+x'(t')]$$

于是，得“**伽利略-周方变换**”：

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right) \begin{bmatrix} x'(t')+ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

逆变换为：
$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix}$$
~~~~~~

~~~~~~

四、“伽利略-周方变换”之导出（3）

（1）在伽利略时空内，K' 系观测者对 K 系观测者以速度 u 做相离运动并在某个时刻 $t'=t=0$ 掠过 K 系观测者。

（2）在（任意）时刻 $t'>0$，处在 K 系观测者前方距离为 ut' 的 K' 系观测者观测到运动质点，此时 K' 系时空点在 K 系观测者 O 前方的距离为 $ut'+x'(t')$。在同一时刻 t'，K 系时空点在 K 系观测者 O 前方的距离为 $x(t')$，示于图 9。

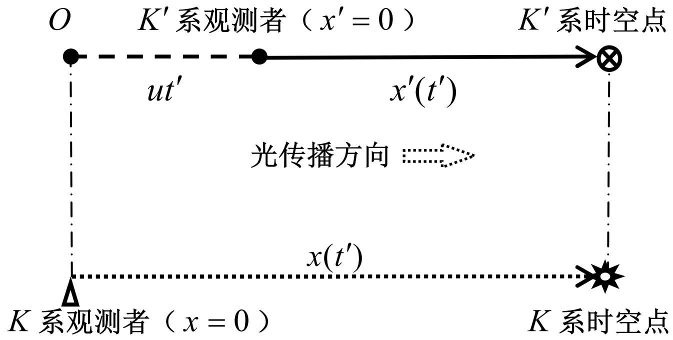

图 9 两观测者在时刻 t' ‘同时’观测到运动质点

根据“光传播定律”（**Law of Light Propagation**），有：$x(t)=ct$ 与 $x'(t')=ct'$。K' 系观测者与 K 系观测者在各自的时刻 t' 与 t 观测到运动质点，示于图 10。

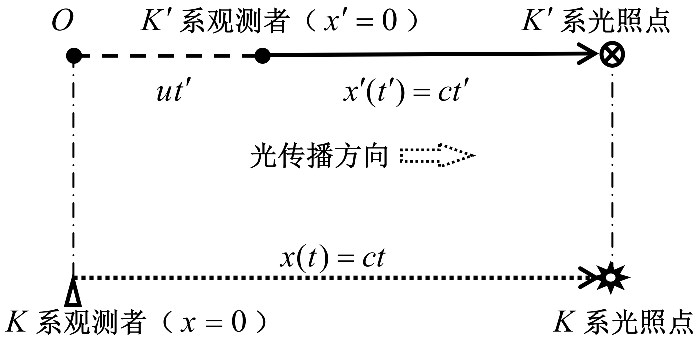

图 10 两观测者在各自时刻 t' 与 t 观测到运动质点

从图 10 得：

$$x(t)=ut'+x'(t')$$

将 $x(t)=ct$ 与 $x'(t')=ct'$ 代入 $x(t)=ut'+x'(t')$，得：

$$ct=ut'+ct'$$
~~~~~~

$$t=\left(1+\frac{u}{c}\right)t'$$

即：
$$t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$$

$$\boxed{t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t}$$

对于任意时刻t'，这个关系式$t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$均成立。这个等式告示，在$K'$系对$K$系之**‘时空度规比’**为$\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}$的**伽利略时空**内，$K'$**系观测者**与$K$**系观测者**在各自时钟所示时刻$t'$与$\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$ **‘同时’**（在每个时刻$t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$）观测到运动质点（构成**‘伽利略变换’**）。等式$t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$就是时空变换的**‘时间变换式’**，也可以称之为**“时间度规变换式”**。

~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~~~

a. 从图 9 得 $x(t')=ut'+x'(t')$，从图 10 得 $t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$。将**时间变换式** $t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$代入等式$x(t')=ut'+x'(t')$的右边，得：

$$x(\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t)=ut'+x'(t')$$

考虑到**“光传播定律”**，得：

$$\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}x(t)=ut'+x'(t')$$

即：
$$x(t)=\left(1+\frac{u}{c}\right)[ut'+x'(t')]$$

于是，得**“伽利略-周方变换”**：
~~~~~~~~~~~~~~~~

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix} x'(t')+ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

逆变换为：
$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix}$$

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

b. 从图 10 得 $t' = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t$ 。将时间变换式 $t' = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t$ 换写成：

$$t = \left(1+\frac{u}{c}\right)t'$$

即：
$$\frac{t}{t'} = 1+\frac{u}{c}$$

根据**“光传播定律”**：在时空点的四周任意方向（x）上**“光传播时空弹性（Space-Time Elasticity of Light Propagation）”**恒等于 1：

$$\boxed{\varepsilon_{xt} = \frac{d\ln x(t)}{d\ln t} = 1}$$

即：
$$\frac{x(t)}{x(t')} = \frac{t}{t'}$$

考虑到 $\frac{t}{t'} = 1+\frac{u}{c}$，得：
$$\frac{x(t)}{x(t')} = 1+\frac{u}{c}$$

从图 11 得 $x(t') = ut' + x'(t')$，代入上式，得：

$$x(t) = \left(1+\frac{u}{c}\right)x(t') = \left(1+\frac{u}{c}\right)[ut' + x'(t')]$$

即：
$$x(t) = \left(1+\frac{u}{c}\right)[x'(t') + ut']$$

于是，得**“伽利略-周方变换”**：

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix} x'(t')+ut' \\ t' \end{bmatrix}$$
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

逆变换为：
$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix}$$

“伽利略-周方变换”

$$\boxed{\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix} \quad \text{逆变换：} \begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right) \begin{bmatrix} x'(t')+ut' \\ t' \end{bmatrix}}$$

伽利略-周方变换$\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right) \begin{bmatrix} x'(t')+ut' \\ t' \end{bmatrix}$的$K'$系时空点$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix}$（$K'$系观测者在时刻$t'$时的观测矢量）与$K$系时空点$\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$（$K$系观测者在时刻$t$时的观测矢量）示于图 11。

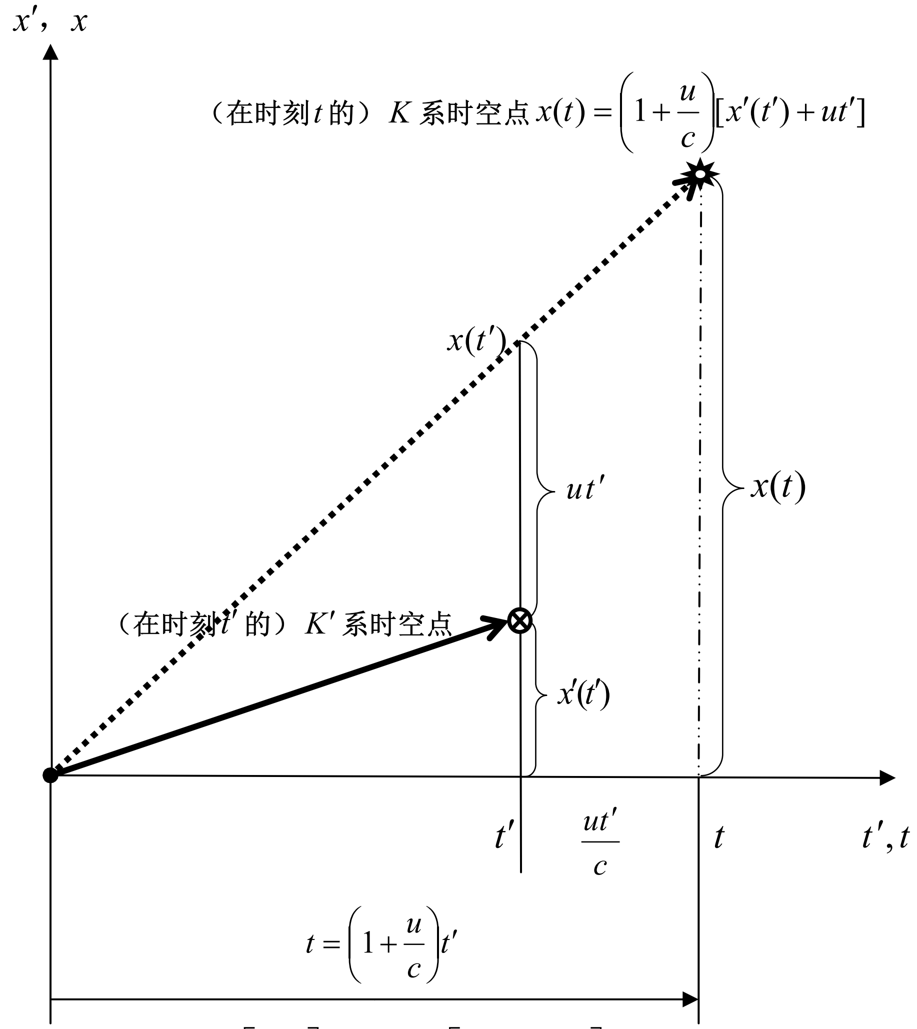

图 11 伽利略-周方变换$\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right) \begin{bmatrix} x'(t')+ut' \\ t' \end{bmatrix}$的$K'$系时空点与$K$系时空点

~~~~~~

五、“伽利略-周方变换”之性质

考虑到**“光传播定律”**，**伽利略-周方变换**$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix}$可以表示为每个时刻$t' = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t$下的**‘伽利略变换’**：

$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\left[\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t\right] - u\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t \\ \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix}$$

故可得：

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{伽利略-周方变换} \begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix} \\ \Updownarrow \\ \text{伽利略变换} \begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\left[\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t\right] - u\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t \\ \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix} \end{array}}$$

所以，**伽利略时空**$Gal.ST$ 实际上也是**伽利略-周方变换**$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix}$的**‘集合’**：

$$\boxed{Gal.ST \left\{ \quad \text{伽利略}-\text{周方变换} \begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix}, u \geq 0 \quad \right\}}$$

与**伽利略-周方变换**$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix}$等价的**每个时刻**$t' = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t$**下的伽**
~~~~~~

利略变换$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\left[\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t\right] - u\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \\ \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix}$示于图 12。

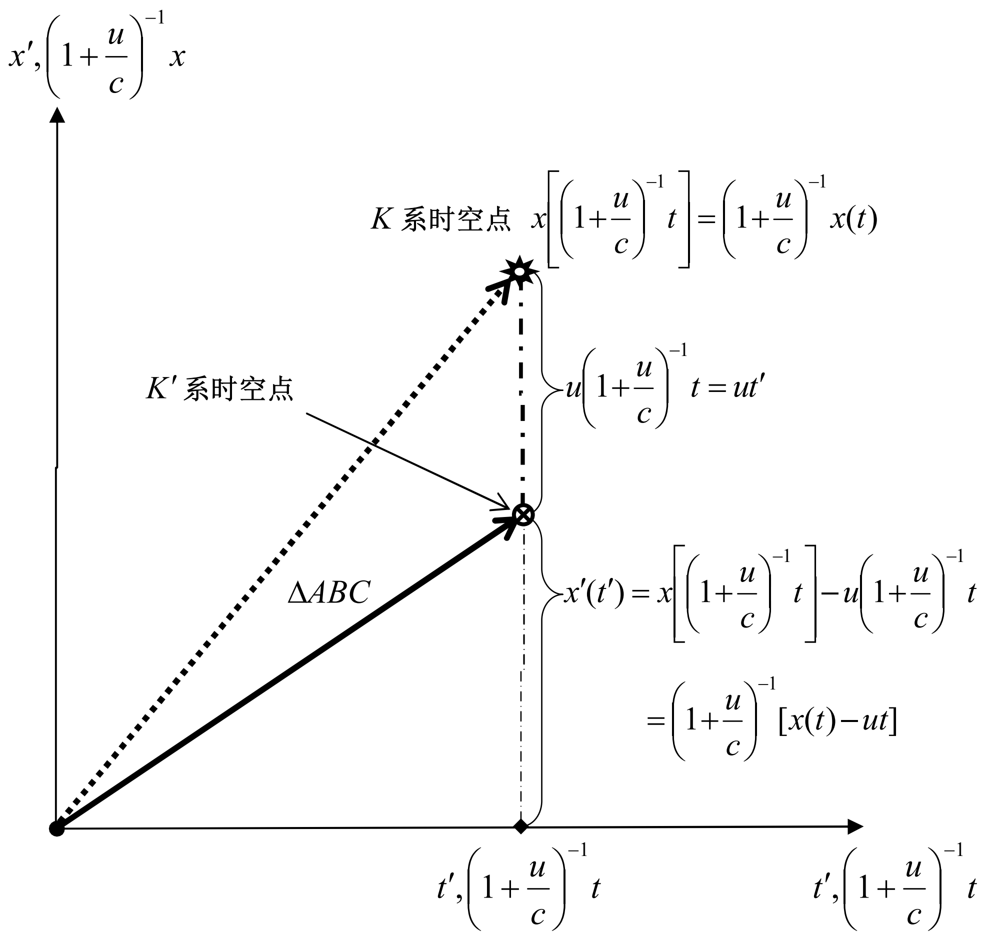

图 12 伽利略-周方变换$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\left[\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t\right] - u\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \\ \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix}$

图 12 展示的图景是：在每个时刻$t' = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t$，两观测者‘**同时**’观测到运动质点［**每个时刻**$t' = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t$下的‘**伽利略变换**’］— 在每个时刻$t' = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t$，$K'$系观测者（在时刻$t'$的）**观测矢量**$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix}$与 K 系观测者（在时刻$\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t$的）**观测矢量**

$\begin{bmatrix} x\left[\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}t\right] \\ \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}t \end{bmatrix}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$通过两观测者之间的距离$ut'=u\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}t$构成‘矢量合成三角形$\Delta ABC$。

伽利略-周方变换$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix}$也可以表示为时刻$t'=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}t=t_j$下的伽利略变换$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x(t_j)-ut_j \\ t_j \end{bmatrix}$。

$$t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t=t_j:$$

$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x(t_j)-ut_j \\ t_j \end{bmatrix}\quad \text{逆变换：}\begin{bmatrix} x(t_j) \\ t_j \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x'(t')+ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~

伽利略-周方变换满足“相对性原理”：

取伽利略-周方变换$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)\begin{bmatrix} x'+ut' \\ t' \end{bmatrix}$， 记$\left(1+\dfrac{u}{c}\right)=k'$，将伽利略-周方变换$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)\begin{bmatrix} x'+ut' \\ t' \end{bmatrix}$换写成变换方程组：

$$\begin{cases} x=k'(x'+ut') \\ t=k't' \end{cases}$$

求‘逆函数’：

$$\begin{cases} k'x'+k'ut'=x \\ 0x'+k't'=t \end{cases}$$
~~~~~~~~~~~~~~~~

$$\begin{cases} x' = \dfrac{\begin{vmatrix} x & k'u \\ t & k' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} k' & k'u \\ 0 & k' \end{vmatrix}} = \dfrac{1}{k'}(x-ut) \\ \\ t' = \dfrac{\begin{vmatrix} k' & x \\ 0 & t \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} k' & k'u \\ 0 & k' \end{vmatrix}} = \dfrac{1}{k'}t \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \frac{1}{k'}\begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$$

得伽利略-周方变换$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)\begin{bmatrix} x'+ut' \\ t' \end{bmatrix}$的‘逆变换’：

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$$

~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~~~

伽利略-周方变换：$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\left[\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}t\right]-u\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}t \\ \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}t \end{bmatrix}$

总结出一条重要定律 — “运动观测定律”（**Law of Motion Observation**）：

“在由两个观测者构成的‘伽利略时空’内，两观测者作相对运动$(u \neq 0)$且真空中光传播速率(c)为有限值之场合下，‘时空度规比’为$f(u) \neq 1$的两观测者在每个时刻$t' = f(u)t$同时观测到运动质点，即构成‘伽利略-周方变换’，其充分必要条件为：两观测者对运动质点的‘观测矢量’$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix}$与$\begin{bmatrix} x\left[f(u)t\right] \\ f(u)t \end{bmatrix}$[或$f(u)\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$]通过两观测者之间的距离ut' [或$u \bullet f(u)t$]构成‘矢量合成三角形’”

~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~~~

计算示例（一）

设 K' 系时空轨迹为 $x'(t')=\left|\sin t'\right|$，代入伽利略－周方变换 $\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix} x'(t')+ut' \\ t' \end{bmatrix}$：$x(t)=\left(1+\frac{u}{c}\right)[x'(t')+ut']$ 及 $t=\left(1+\frac{u}{c}\right)t'$，即得出 K 系时空轨迹：

$$x(t)=\left(1+\frac{u}{c}\right)(\left|\sin t'\right|+ut')$$

$$=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left|\sin t'\right|+\left(1+\frac{u}{c}\right)ut'$$

$$=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left|\sin t'\right|+ut=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right|+ut\ 。$$

计算结果示于图 13。

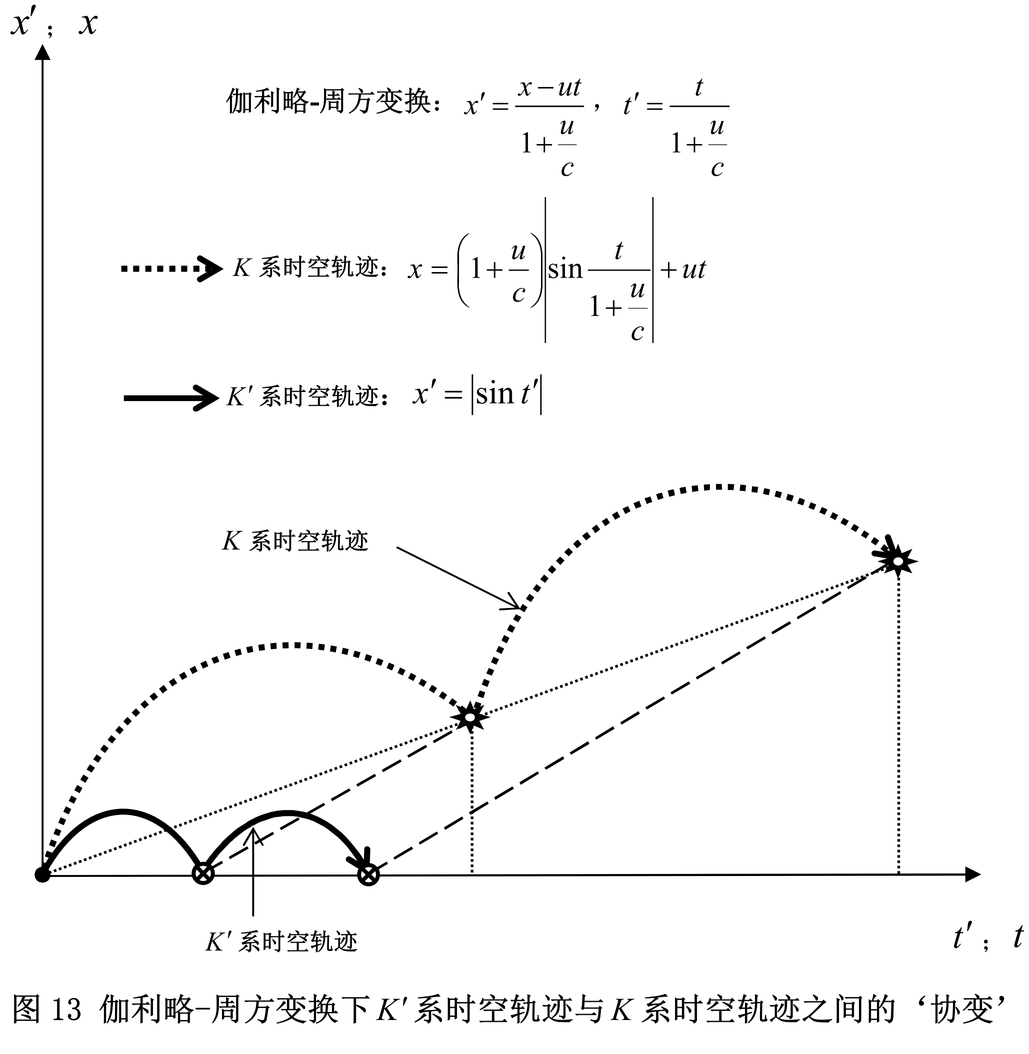

图 13 伽利略-周方变换下 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹之间的‘协变’

图 13 展示了运动质点的 K' 系时空轨迹 $x'(t')=\left|\sin t'\right|$ 在伽利略-周方变换下与 K 系时空轨迹 $x(t)=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right|+ut$ 之间的'协变'('形状相似')情况。

(1) 由于 K' 系观测者与 K 系观测者之间有相对运动(u)且真空中光传播速率为有限值(c),因而使得从 K' 系观测者向 K 系观测者传播的光波产生'多普勒效应'("红移")。

因此,在 K 系观测者看来,K' 系中的波动变慢 [波动频率变低至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}$ 倍],这等同于波动周期变大至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。

(2) K 系观测者的 K 系时空点 $\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$ 满足'光传播定律':"光传播时空弹性"为 $\varepsilon_{xt}=\frac{d\ln x(t)}{d\ln t}=1$,所以,在 K 系观测者看来,K' 系中的波动周期变大至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍,就使得波长与振幅均变大至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。

总的情况是:在 K 系观测者看来,K' 系中的波动:波动频率变低至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}$ 倍,波动周期变大至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍,波长及振幅均变大至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。

~~~~~~~~~~~~~~~~   ~~~~~~~~~~~~~~~~   ~~~~~~~~~~~~~~~~

计算示例(二)

假设运动质点的 K' 系时空轨迹为 $x'(t')=\left|\sin t'\right|$,将 $x'(t')=\left|\sin t'\right|$ 代入伽利略-周方变换:

$$\begin{cases} x=\left(1+\frac{u}{c}\right)(x'+ut') \\ t=\left(1+\frac{u}{c}\right)t' \end{cases}$$

得到相应的 K 系时空轨迹:
~~~~~~~~~~~~~~~~

$$x(t)=\left(1+\frac{u}{c}\right)(\left|\sin t'\right|+ut')$$

$$=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left|\sin t'\right|+\left(1+\frac{u}{c}\right)ut'=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left|\sin t'\right|+ut=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right|+ut$$

即：
$$x=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right|+ut$$

这就是 K **系观测者**相应于 K' **系时空轨迹** $x'=\left|\sin t'\right|$ 观测到的 K **系时空轨迹**。可以看到，

K **系时空轨迹** $x=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right|+ut$ 与 K' **系时空轨迹** $x'=\left|\sin t'\right|$ 有相似的形状，

这证明**伽利略-周方变换**满足**"相对性原理"**。

~~~~~~~~~~~~~~~~　　~~~~~~~~~~~~~~~~　　~~~~~~~~~~~~~~~~

下面是 K **系观测者**根据所测得的 K **系时空轨迹** $x=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right|+ut$ 通过**伽利略-周方变换**推断出 K' **系时空轨迹** $x'=\left|\sin t'\right|$ 的运算过程。

第一步：对**伽利略-周方变换** $x'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}(x-ut)$，$t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$ 进行"变量替换"：

令 $t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t=t_j$ 及 $x'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}x=x_j$，使**伽利略-周方变换** $x'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}(x-ut)$，

$t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$ 等价地转换为参考系(x'、t')与参考系(x_j、t_j)之间的**"伽利略变换"**

$x'=x_j-ut_j$，$t'=t_j$：
~~~~~~~~~~~~~~~~

$$\begin{cases} x' = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}(x-ut) \\ t' = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_j = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \\ x_j = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} x \\ x' = x_j - ut_j \\ t' = t_j \end{cases}$$

相应地，前面的图 12 等价地转换为下面的图 12A：

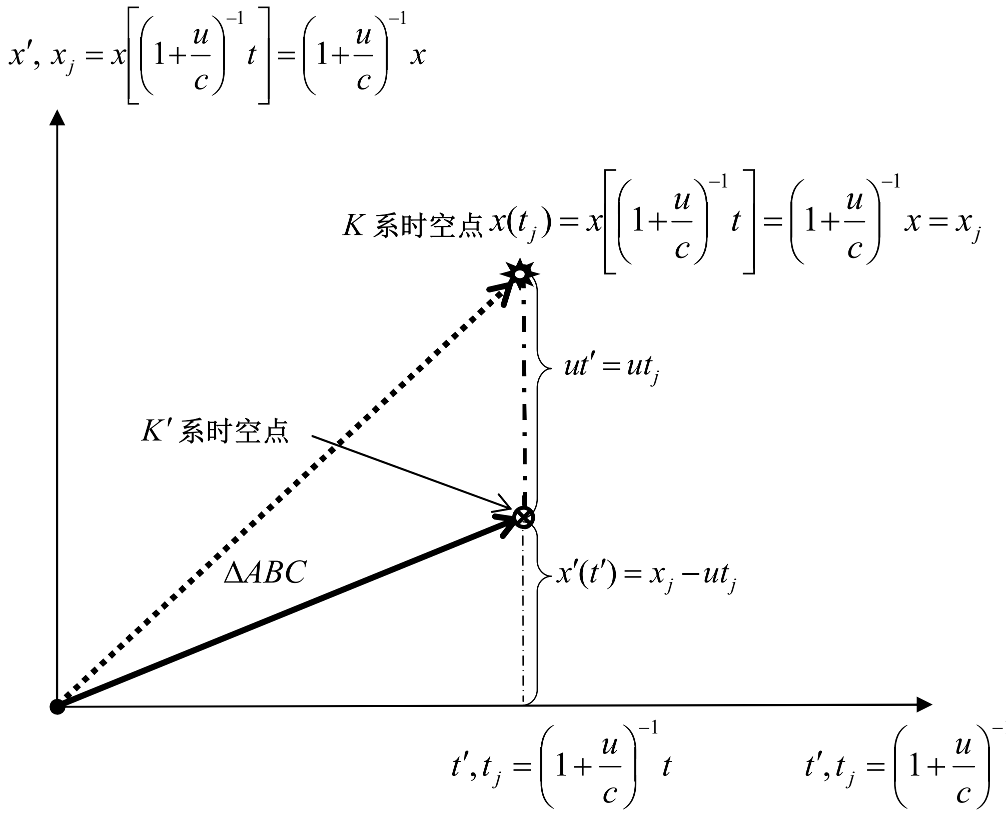

图 12A 伽利略变换$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_j - ut_j \\ t_j \end{bmatrix}$，$t_j = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t$， $x_j = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} x$

于是，我们在“伽利略-周方变换”的 K 系时空轨迹 $x = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)\left|\sin\dfrac{t}{1+\dfrac{u}{c}}\right| + ut$ 中代入 $\dfrac{t}{1+\dfrac{u}{c}} = t_j$，即可得：$x = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)\left|\sin t_j\right| + ut_j\left(1+\dfrac{u}{c}\right) = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)\left(\left|\sin t_j\right| + ut_j\right)$

再将 $\dfrac{x}{1+\dfrac{u}{c}}=x_j$ 代入上式 $x=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)(\left|\sin t_j\right|+ut_j)$，我们就得到通过变量 x_j 及 t_j 表示的 K 系时空轨迹：

$$x_j=\frac{x}{1+\dfrac{u}{c}}=\left|\sin t_j\right|+ut_j$$

第二步：将 K 系时空轨迹 $x_j=\left|\sin t_j\right|+ut_j$ 代入**"伽利略变换"**：

$$\begin{cases} x'=x_j-ut_j \\ t'=t_j \end{cases}$$

最终得到**"伽利略-周方变换"**的 K' 系时空轨迹 $x'=\left|\sin t'\right|$：

$$x'=x_j-ut_j=\left|\sin t_j\right|+ut_j-ut_j=\left|\sin t_j\right|=\left|\sin t'\right|$$

这样，我们就得到两观测者有相对速度（u）且真空中光传播速率（c）为有限值场合下**"伽利略-周方变换"**的 K' 系时空轨迹与相应的 K 系时空轨迹。

计算结果示于图 14。

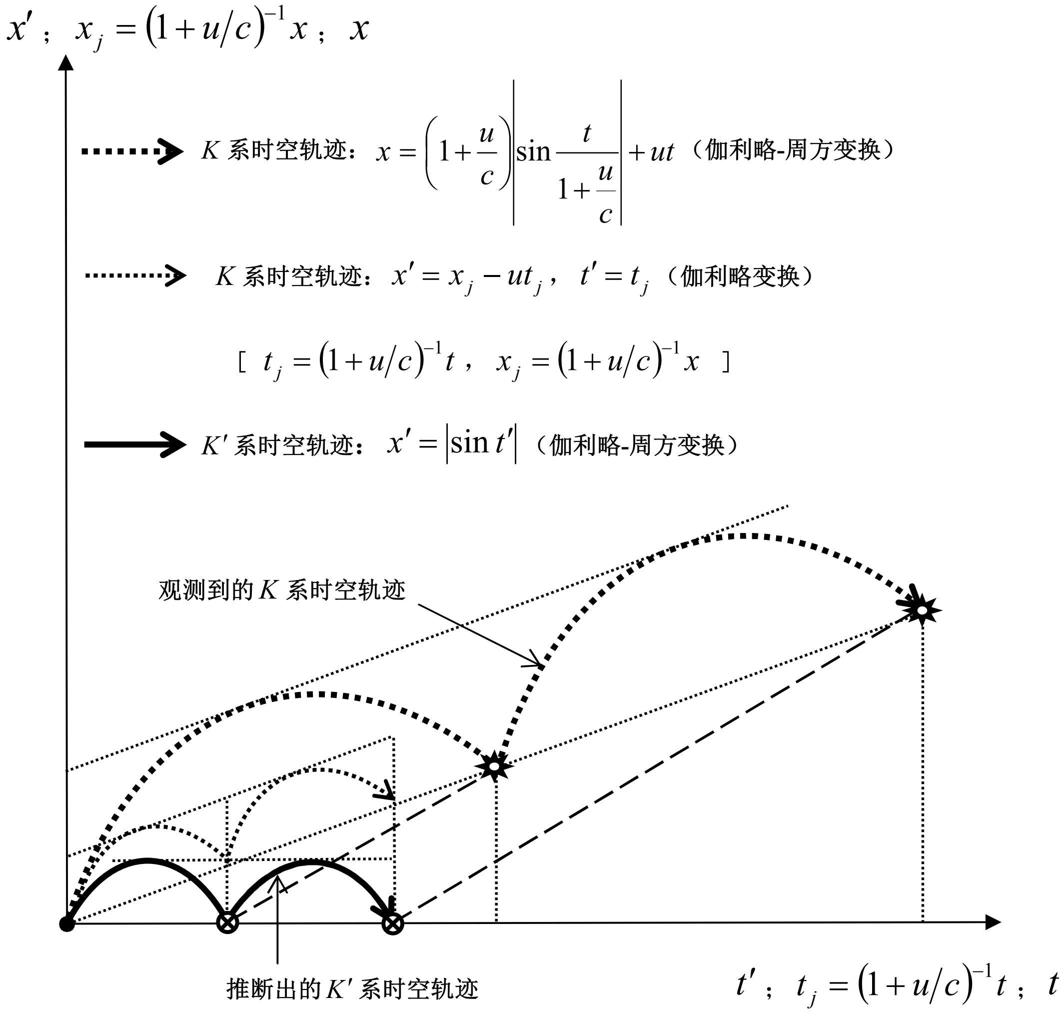

图 14 伽利略-周方变换下 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹之间的‘协变’

实际上，将 K 系时空轨迹 $x=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right|+ut$ 直接代入“伽利略-周方变换”：

$$\begin{cases} x'=\dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}(x-ut) \\ t'=\dfrac{t}{1+\dfrac{u}{c}} \end{cases}$$

便可以直接得到相应的 K' 系时空轨迹：

$$x' = \frac{x - ut}{1 + \frac{u}{c}} = \left|\sin\frac{t}{1 + \frac{u}{c}}\right| = \left|\sin t'\right|$$

即：
$$x' = \left|\sin t'\right|$$

这样，K **系观测者**根据所测得的 K **系时空轨迹** $x = \left(1 + \frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t}{1 + \frac{u}{c}}\right| + ut$，通过**“伽利略-周方变换”**即可推断出 K' **系时空轨迹** $x' = \left|\sin t'\right|$。

但是，如果 K **系观测者**将所观测到的 K **系时空轨迹** $x = \left(1 + \frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t}{1 + \frac{u}{c}}\right| + ut$ 代入**“伽利略变换”**：$x' = x - ut$，$t' = t$，即对 K **系时空轨迹**直接进行**“伽利略变换”**而非**“伽利略-周方变换”**，则将得出如下的“ K' **系时空轨迹**”：

$$x' = x - ut = \left[\left(1 + \frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t}{1 + \frac{u}{c}}\right| + ut\right] - ut$$

$$= \left(1 + \frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t}{1 + \frac{u}{c}}\right|$$

$$= \left(1 + \frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t'}{1 + \frac{u}{c}}\right|$$

这就是说，K **系观测者**根据观测到的 K **系时空轨迹** $x = \left(1 + \frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t}{1 + \frac{u}{c}}\right| + ut$ **错误地**按**“伽利略变换”**推断出“ K' **系时空轨迹**” $x' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t'}{1 + \frac{u}{c}}\right|$，后者却不是**“伽利略-周方变换”**下的 K' **系时空轨迹** $x' = \left|\sin t'\right|$。

由此我们可以得到以下重要结论：K **系观测者**根据所测得的 K **系时空轨迹**

$x=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right|+ut$，按**“伽利略-周方变换”**才能够推断出真实的K'**系时空轨迹**

$x'=\left|\sin t'\right|$，而直接按**“伽利略变换”**则将**错误地**推断出**“K'系时空轨迹”**为

$x'=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t'}{1+\frac{u}{c}}\right|$。

将K**系时空轨迹**$x=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left|\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right|+ut$分别按**“伽利略-周方变换”**与按**“伽利略变换”**推断出的K'**系时空轨迹**示于图 15。

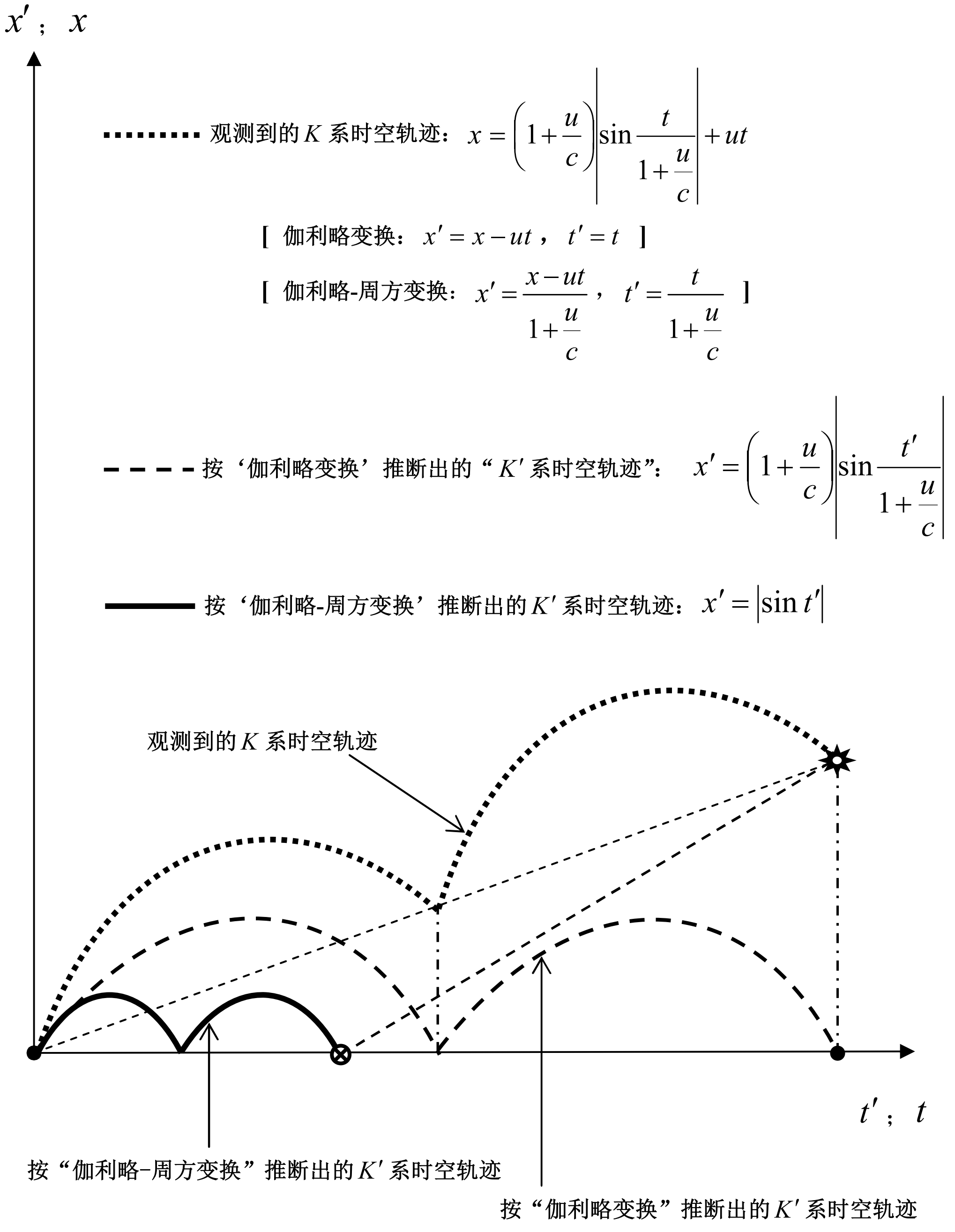

图 15 按“伽利略-周方变换”与按“伽利略变换”推断出的K'系时空轨迹

可以清楚地看到，按“**伽利略-周方变换**”推断出的真实的K'系时空轨迹$x'=\sin t'$与按“**伽利略变换**”推断出的“K'系时空轨迹”$x'=\left(1+\frac{u}{c}\right)\sin\frac{t'}{1+\frac{u}{c}}$之间在本质上存在着相当大的差异。

~~~~~~
~~~~~~

六、两观测者之间的‘相离运动’与‘相向运动’

（一）两观测者之间的相离运动

两观测者相离运动下**伽利略-周方变换**的 K 系时空点示于图 16、图 17、图 18。

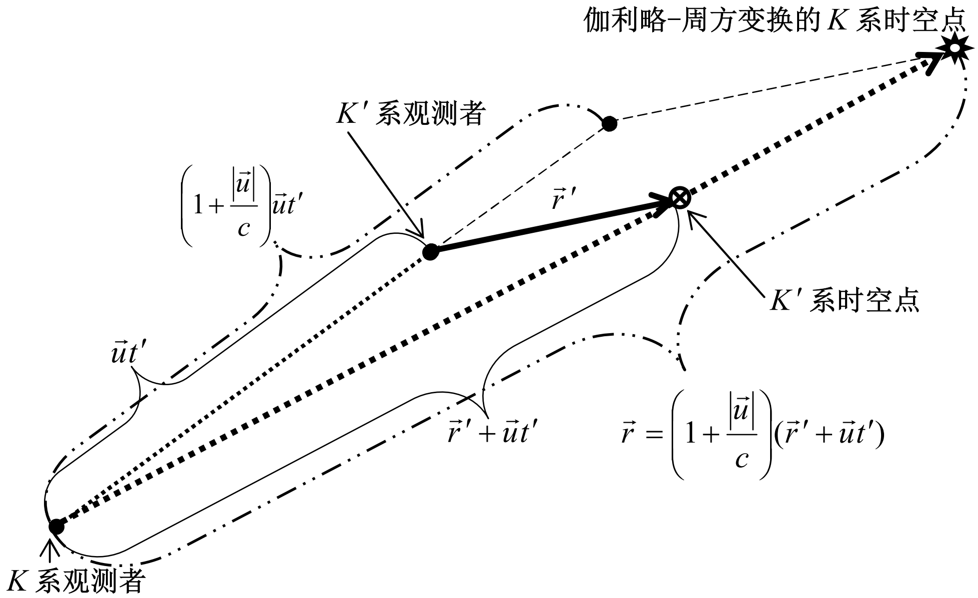

图 16 两观测者相离运动下伽利略-周方变换的 K 系时空点

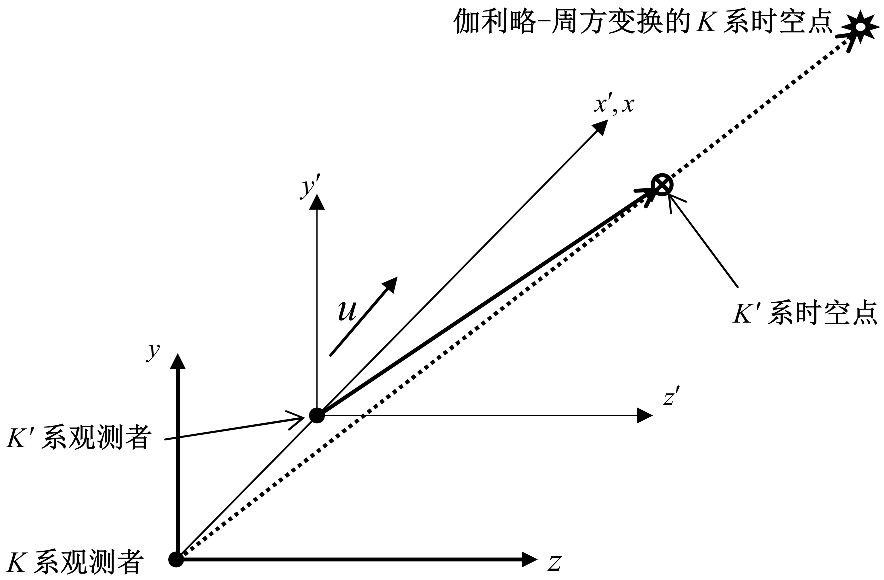

图 17 两观测者相离运动下伽利略-周方变换的 K 系时空点

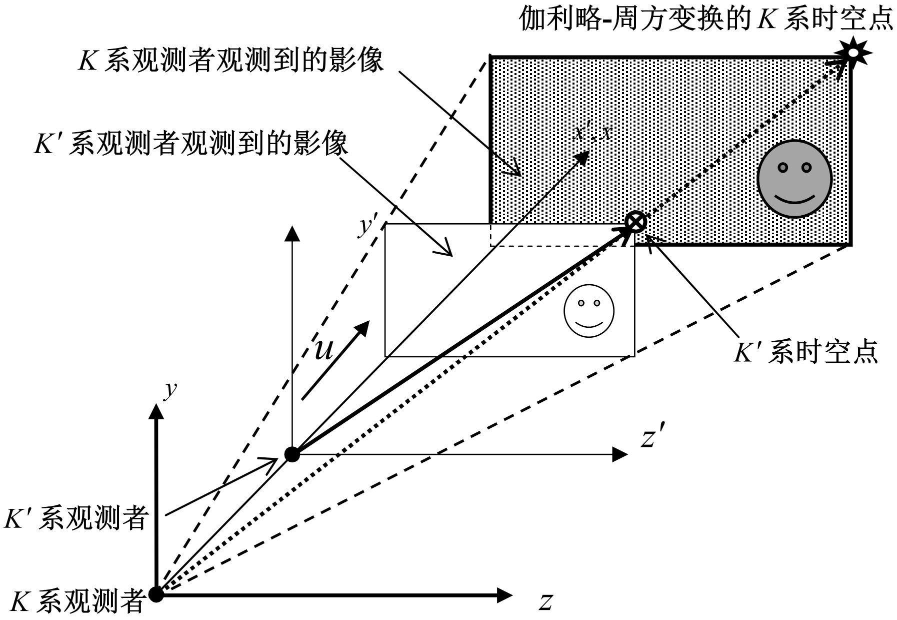

图 18 两观测者相离运动下伽利略-周方变换的 K 系时空点

****

（二）两观测者之间的相向运动

两观测者相向运动下伽利略-周方变换的 K 系时空点示于图 19、图 20、图 21。

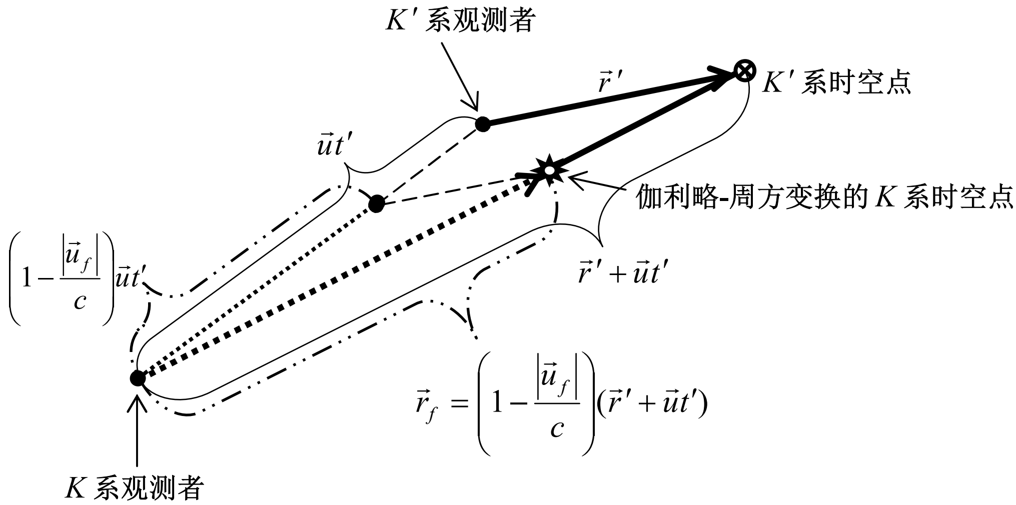

图 19 两观测者相向运动下伽利略-周方变换的 K 系时空点

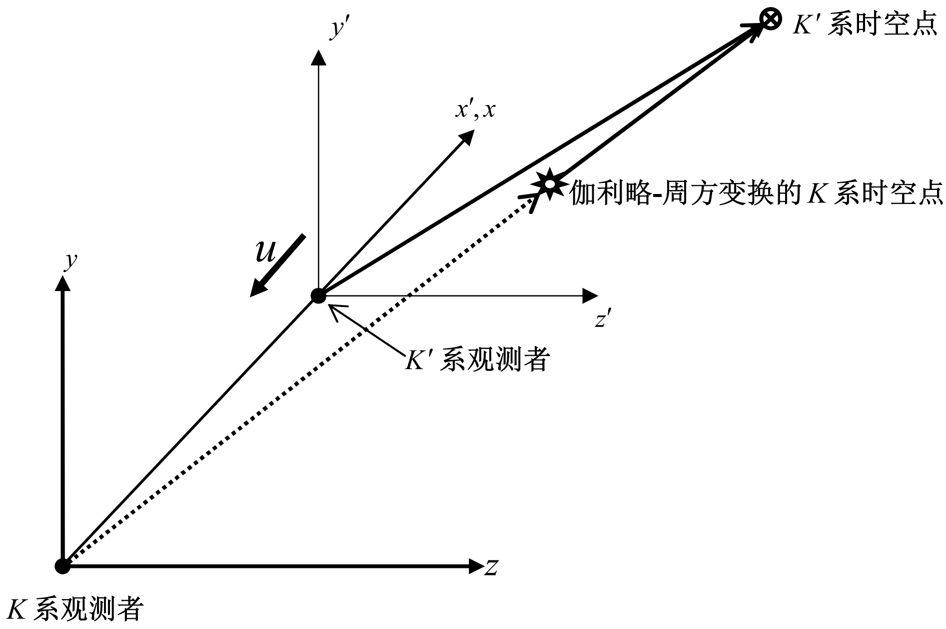

图 20 两观测者相向运动下伽利略-周方变换的 K 系时空点

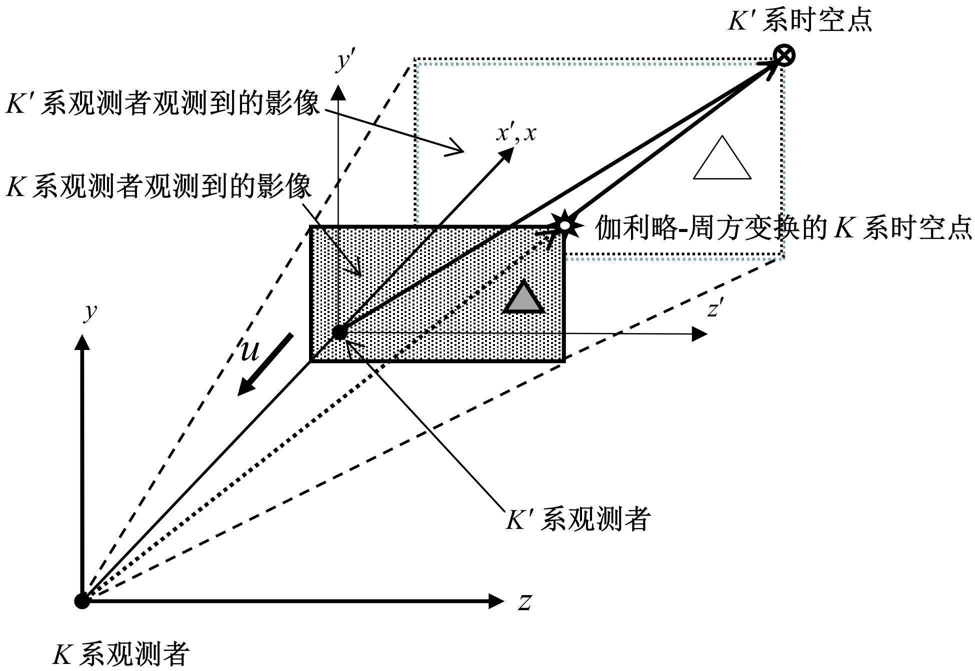

图 21 两观测者相向运动下伽利略-周方变换的 K 系时空点

萤火虫飞行时空轨迹示于图 22。

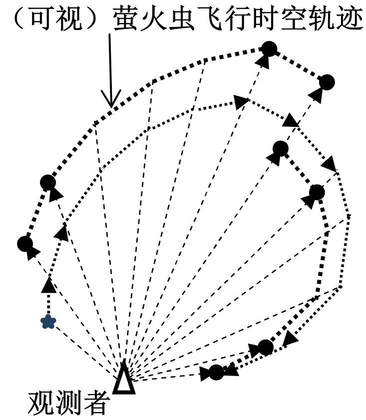

图 22 萤火虫飞行时空轨迹

伽利略-周方变换的 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹示于图 23、图 24。

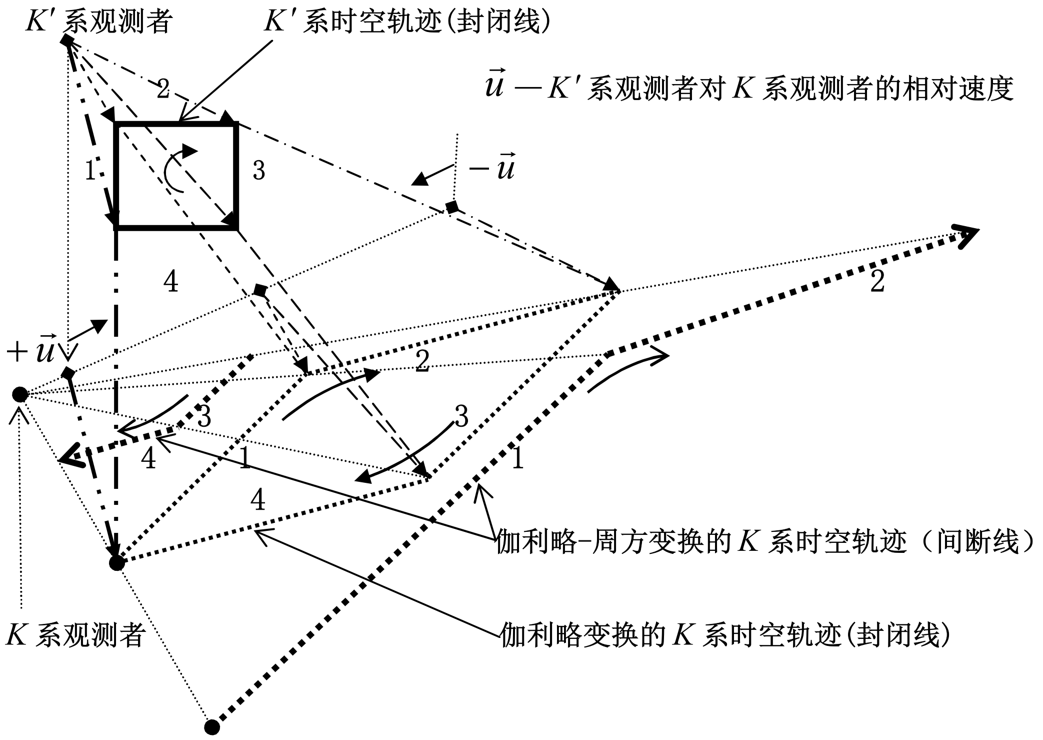

图 23 伽利略-周方变换的 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹

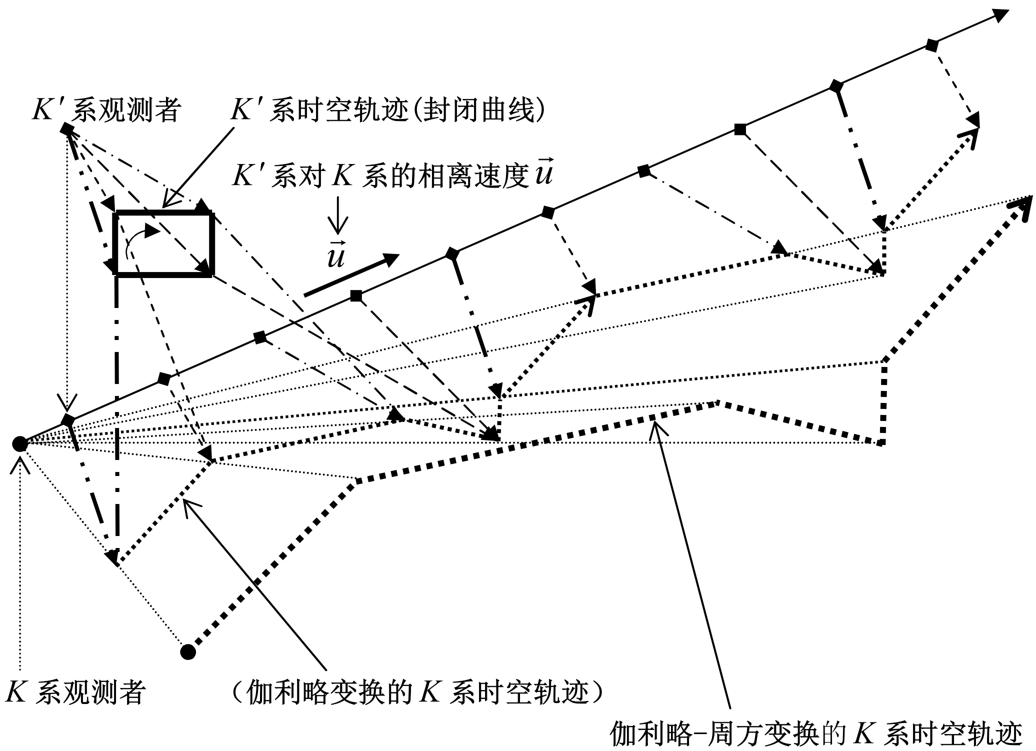

图 24 伽利略-周方变换的 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹

~~~~~~

~~~~~~

结 论

（1）闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 定义为‘集合’：

$$\left\{ \text{伽利略变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(k\tau) - \vec{u} \bullet k\tau \\ k\tau \end{bmatrix} \Bigg| k = f(\vec{u}) = 1, \vec{u} \equiv 0 \right\}$$

$\vec{u} = const.$ 为两观测者之间的相对速度；

系数 k 为‘K' 系时空度规’对‘K 系时空度规’之比值。

$$\Updownarrow$$

$$\left\{ \text{恒等变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg| \vec{u} \equiv 0 \right\}$$

即：闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 为恒等变换 $\begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Big| \vec{u} \equiv 0$ 的‘（单元素）集合’。

恒等变换$\begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau')\\ \tau'\end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix}\vec{r}(\tau)\\ \tau\end{bmatrix}\Bigg|\vec{u}\equiv 0$ 又称为‘零’变换（‘**Null**’ **Transformation**）。‘零’变换实际上就是‘无’变换。

闵可夫斯基时空 $Min.ST\left\{\quad \text{恒等变换}\begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau')\\ \tau'\end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix}\vec{r}(\tau)\\ \tau\end{bmatrix}\Bigg|\vec{u}\equiv 0 \quad\right\}$ 为“运动质点被‘一个’观测者观测到”的“一人世界”。

（2）伽利略时空 $Gal.ST$ 为伽利略-周方变换$\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix} = \left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}\vec{r}(t)-\vec{u}t\\ t\end{bmatrix}\Bigg|\vec{u}\geq 0$ 的‘集合’：

$$\left\{\quad \text{伽利略}-\text{周方变换}\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix} = \left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}\vec{r}(t)-\vec{u}t\\ t\end{bmatrix}\Bigg|\vec{u}\geq 0 \quad\right\}$$

伽利略时空 $Gal.ST$ 为“运动质点被多个观测者‘同时’观测到”的“多人世界”。

（3）存在以下关系式：

$$Min.ST\left\{\quad \text{恒等变换}\begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau')\\ \tau'\end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix}\vec{r}(\tau)\\ \tau\end{bmatrix}\Bigg|\vec{u}\equiv 0 \quad\right\}$$

$$\subset Gal.ST\left\{\quad \text{伽利略}-\text{周方变换}\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix} = \left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}\vec{r}(t)-\vec{u}t\\ t\end{bmatrix}\Bigg|\vec{u}\geq 0 \quad\right\}$$

$$\subset \text{宇宙时空（牛顿时空）}$$

由于 $Min.ST$ 为恒等变换$\begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau')\\ \tau'\end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix}\vec{r}(\tau)\\ \tau\end{bmatrix}\Bigg|\vec{u}\equiv 0$ 的‘（单元素）集合’，故有：

$$\text{恒等变换}\begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau')\\ \tau'\end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix}\vec{r}(\tau)\\ \tau\end{bmatrix}\Bigg|\vec{u}\equiv 0 \Leftrightarrow \text{伽利略-周方变换}\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix} = \left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}\vec{r}(t)-\vec{u}t\\ t\end{bmatrix}\Bigg|\vec{u}=0$$

代表闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 的“世界线”（‘一条’曲线）与代表伽利略时空 $Gal.ST$ 的“世界线”（‘多条’相似曲线）相重合，参看图 8。

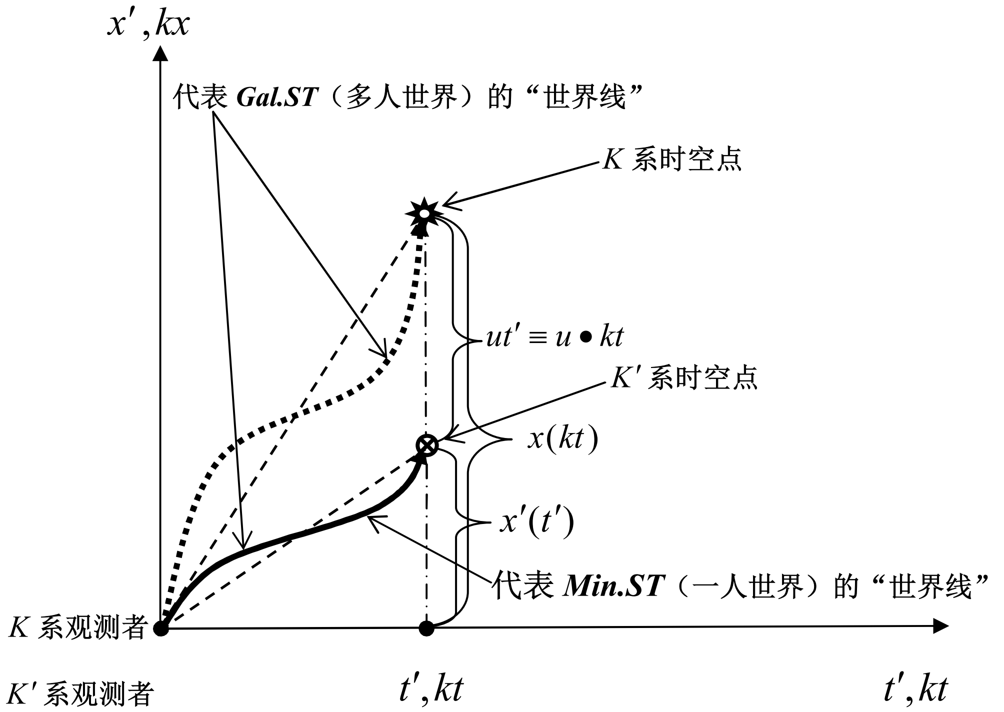

图 8 代表 ***Min.ST*** 的“世界线”与代表 ***Gal.ST*** 的“世界线”相重合

伽利略时空为“多人世界”，因此，在闵可夫斯基时空（“一人世界”）内推导出的数学公式及数学结论必须通过伽利略时空（“多人世界”）内的‘时空变换’作出‘判决性物理验证’，使这些数学公式及数学结论具有明确而切实的物理涵义，否则这些数学公式及数学结论就只能是一种尚未经过‘验证’的“数学猜测”，而不能成为真实的物理学结论。

（4）伽利略-周方变换 $\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix}$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\left[\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t\right] - u\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \\ \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix}$$

总结了一条重要定律 — “运动观测定律”（**Law of Motion Observation**）：

“在‘伽利略时空’内，两观测者作相对运动且真空中光传播速率为有限值之场合下，两观测者于每个时刻 $t' = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t$ 同时观测到运动质点（构成‘伽利略变换’），其充分必要条件为：两观测者对运动质点的‘观测矢量’通过两观测者之间的距离（矢量）构成‘矢量合成三角形’”

a. 洛伦兹变换$\left[x'=\dfrac{x-u\tau}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}},\tau'=\dfrac{\tau-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\right]\Bigg\| u=0 \Leftrightarrow$ 恒等变换$\begin{bmatrix}x'\\ \tau'\end{bmatrix}\equiv\begin{bmatrix}x\\ \tau\end{bmatrix}\Bigg\| u\equiv 0$，仅适应于“无多普勒效应的（光粒子）有线传输”之场合，例如通过显微镜、医用内窥视镜、望远镜等‘物镜-目镜’之间无相对运动（$u=0$）的透视系统直接观测到实时图景。

b. 伽利略-周方变换$\begin{bmatrix}x'\\ t'\end{bmatrix}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x-ut\\ t\end{bmatrix}\Bigg\| u>0$适应于“有多普勒效应的（光波、电磁波）无线传输”之场合，例如通过太空望远镜、太空飞船、火星摄像车等‘物镜-目镜’之间有相对运动（$u\neq 0$）的透视系统进行‘观测 — 变换 — 显示’，推断出已往的遥远星系运动实时图景。

c. 在闵可夫斯基时空$Min.ST$内推导出的‘狭义相对论’、‘广义相对论’的数学‘理论’有两种：‘微观理论’（关于微观粒子运动的理论）与‘宏观理论’（关于太空星系运动的理论）。‘微观理论’只能使用‘（光粒子）有线传输方式’通过恒等变换$\begin{bmatrix}x'\\ \tau'\end{bmatrix}\equiv\begin{bmatrix}x\\ \tau\end{bmatrix}\Bigg\| u\equiv 0$进行‘验证’。‘宏观理论’无法使用‘（光粒子）有线传输方式’通过恒等变换$\begin{bmatrix}x'\\ \tau'\end{bmatrix}\equiv\begin{bmatrix}x\\ \tau\end{bmatrix}\Bigg\| u\equiv 0$进行‘验证’，而只能运用‘（光波、电磁波）无线传输方式’（如使用太空望远镜、太空飞船、火星摄像车等摄取图像）通过伽利略-周方变换$\begin{bmatrix}x'\\ t'\end{bmatrix}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x-ut\\ t\end{bmatrix}\Bigg\| u>0$进行‘验证’。

d. 惟有通过伽利略时空$Gal.ST$内惟一的客观存在的‘时空变换’— 伽利略-周方变换$\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}\vec{r}(t)-\vec{u}t\\ t\end{bmatrix}$ — 才能获得过往的太空星系运动的实时图景。

~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~
~~~~~~~~~~~~~~~

表 1

	特　　性　　与　　定　　义
闵可夫斯基时空 $Min.ST$	“运动质点被始终处于相对静止状态的多个观测者‘同时’观测到”或“运动质点只被运动质点处的‘一个’观测者观测到”。闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 定义为‘集合’： $$\boxed{\left\{ \text{伽利略变换}\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\vec{r}(kt)-\vec{u}\bullet kt\\ kt\end{bmatrix}\middle| k=f(\vec{u})=1,\vec{u}=0 \right\}}$$ $$\Updownarrow$$ $$\boxed{\begin{gathered}\left\{ \text{恒等变换}\begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau')\\ \tau'\end{bmatrix}\equiv\begin{bmatrix}\vec{r}(\tau)\\ \tau\end{bmatrix}\middle| \vec{u}\equiv 0 \right\}\\ \text{（}\vec{u}\text{ 为两观测者之间的相对速度）}\end{gathered}}$$ 即：闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 为恒等变换 $\begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau')\\ \tau'\end{bmatrix}\equiv\begin{bmatrix}\vec{r}(\tau)\\ \tau\end{bmatrix}\Big\| \vec{u}=0$ 的‘（单元素）集合’。
伽利略时空 $Gal.ST$	“运动质点可被运动质点处的观测者与至少一个‘离开该运动质点’的观测者“同时”（$t'\equiv kt, 0<k=f(\vec{u})\leq 1$，$\vec{u}$ 为两观测者之间的相对速度）观测到”。 伽利略时空 $Gal.ST$ 定义为‘集合’： $$\boxed{\left\{ \text{伽利略变换}\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\vec{r}(kt)-\vec{u}\bullet kt\\ kt\end{bmatrix}\middle| 0<k=f(\vec{u})\leq 1,\vec{u}\geq 0 \right\}}$$ 即：伽利略时空 $Gal.ST$ 为伽利略变换 $\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\vec{r}(kt)-\vec{u}\bullet kt\\ kt\end{bmatrix}\Big\| 0<k=f(\vec{u})\leq 1,\vec{u}\geq 0$ 的‘集合’。 即：伽利略时空 $Gal.ST$ 定义为‘集合’： $$\boxed{\left\{ \text{伽利略}-\text{周方变换}\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{\lvert\vec{u}\rvert}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}\vec{r}(t)-\vec{u}t\\ t\end{bmatrix}\middle| \vec{u}\geq 0 \right\}}$$

表 2

	“世界线”
闵可夫斯基时空 $Min.ST$	“运动质点只被‘一个’观测者观测到”的“一人世界”，“世界线”为： 通过观测者重合点的‘一条’曲线 $\tau' \equiv \tau$： $\begin{cases} x'(\tau') = \Phi(\tau') \\ x(\tau) = \Phi(\tau) \end{cases}$ （参看图 6）
伽利略时空 $Gal.ST$	“运动质点被多个观测者‘同时’观测到”的“多人世界”，“世界线”为： 通过观测者重合点的‘多条’相似曲线 $t' \equiv kt$ $\begin{cases} x(kt) = \Phi(kt) \\ x'(t') = \Phi(t') - ut' \end{cases}$ （参看图 7）

表 3

$$Min.ST \left\{ \quad \text{恒等变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg\|_{\vec{u}\equiv 0} \right\}$$

$$\subset Gal.ST \left\{ \quad \text{伽利略} - \text{周方变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} \vec{r}(t) - \vec{u}t \\ t \end{bmatrix} \Bigg\|_{\vec{u}\geq 0} \right\}$$

$\subset$ 宇宙时空（牛顿时空）

故有：

$$\begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg\|_{\vec{u}\equiv 0} \Leftrightarrow \text{伽利略-周方变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} \vec{r}(t) - \vec{u}t \\ t \end{bmatrix} \Bigg\|_{\vec{u}= 0}$$

表 3（续）

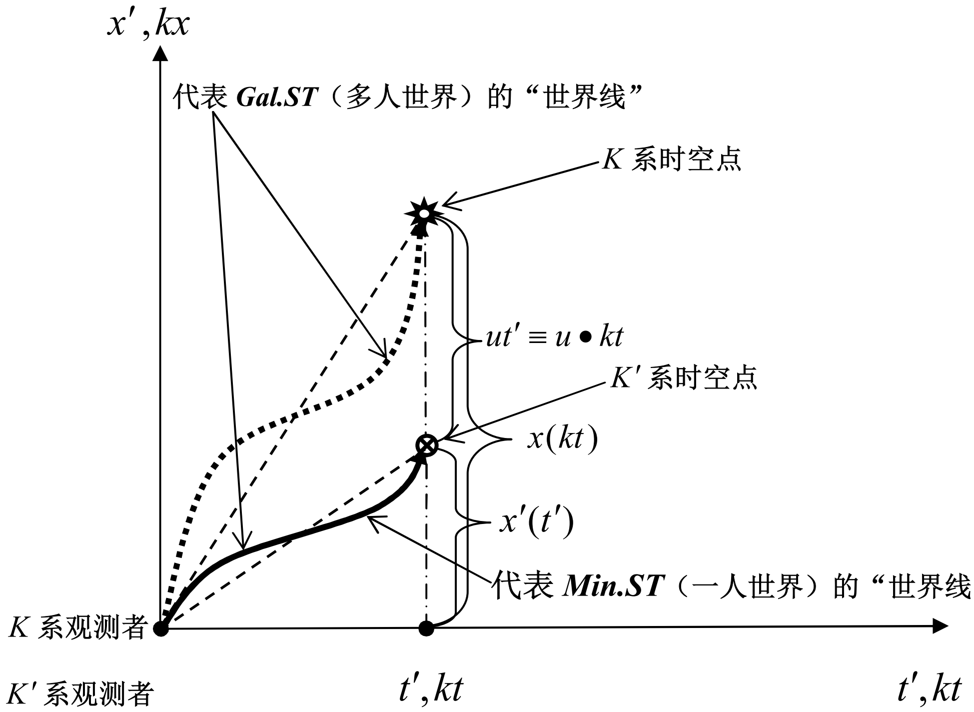

图 8 代表 ***Min.ST*** 的“世界线”与代表 ***Gal.ST*** 的“世界线”相重合

表 4

<table>
<tr><td rowspan="3">“时空”：</td><td colspan="3">广 袤 无 边 的 “宇 宙” ：三维“欧氏空间”+ 一维“时间”</td></tr>
<tr><td colspan="3">牛顿时空 New.ST(Newtonian Space-Time)
⊃ 伽利略时空 Gal.ST(Galilean Space-Time)
⊃ 闵可夫斯基时空 Min.ST(Minkowski Space-Time)</td></tr>
<tr><td>牛顿时空 New.ST</td><td>伽利略时空 Gal.ST</td><td>闵可夫斯基时空 Min.ST</td></tr>
<tr><td>“时空度规”：</td><td>不具有“时空度规”，不可‘量化’
（绝对时空）</td><td colspan="2">具有“时空度规”，可以‘量化’
（相对时空）</td></tr>
<tr><td>参考系：</td><td></td><td>‘时空度规’两两不相同的任意数量的多个时空参考系重叠构成的一个‘多层参考系’</td><td>一个‘单层参考系’</td></tr>
<tr><td>观测者：</td><td></td><td>有相对运动的多个观测者
（多人世界）</td><td>一个观测者（或‘相对静止的多个观测者’）
（一人世界）</td></tr>
<tr><td>‘集合’的元素：</td><td></td><td>“伽利略-周方变换”</td><td>“恒等变换”
（“洛伦兹变换”）</td></tr>
<tr><td>“世界线”：</td><td></td><td>‘多条’相似曲线</td><td>‘一条’曲线</td></tr>
<tr><td>适应场合：</td><td></td><td>（光波、电磁波）在真空中传播</td><td>光沿光纤导线传播，电沿导线流动</td></tr>
</table>

~~~~~~
~~~~~~

参 考 文 献

[1]《狭义与广义相对论浅说》，（美）**A.**爱因斯坦/著　杨润殷/译　北京大学出版社　**2006** 年版

[2]《狭义相对论（第二版）》，刘辽 费保俊 张允中 编著 科学出版社 **2008** 年版

[3]《牛顿力学的新时空变换》，周 方/著　经济科学出版社　**2013** 年版

[4]《现代牛顿力学的运动观测理论—兼评狭义相对论之“洛伦兹变换”》，周 方/著　经济科学出版社　**2014** 年版

[5]《现代牛顿力学的运动观测理论—兼评狭义相对论之“洛伦兹变换”》（第二版），周 方/著　经济科学出版社　**2016** 年版

[6]《相对运动观测理论》，周 方/著　经济科学出版社　**2018** 年版

****************　　****************　　****************

作 者 简 介

周 方　教授、博士生导师。毕业于莫斯科航空学院飞机设计与制造系。著述涉及的专业领域：航空工程、系统工程、数理经济学与经济计量学、理论物理学与相对运动观测论。

（tony_zf_zf_zf@126.com）