

Verfahren zum Empfang von kontinuierlichen Gravitationswellen

Herbert Weidner*

Corresponding author: herbertweidner@gmx.de
Am Stutz 3, D-63864 Glattbach, Germany

Mit dem Kepler space telescope und dem Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS) wurden zahlreiche Mehrfach-Sternsysteme entdeckt, die GW abstrahlen. Manche davon besitzen Planeten, die die GW phasenmodulieren. Die Nachweistechniken werden an Beispielen ausführlich erklärt.

1 Einleitung

Doppelsterne strahlen Energie in Form kontinuierlicher Gravitationswellen (GW) ab. Deren Modulation enthält Hinweise auf Planeten und Systemeigenschaften wie Massenaustausch zwischen den Partnern. Seit etwa 20 Jahren versucht man erfolglos und mit riesigen Antennen, kontinuierliche GW nachzuweisen. Liegt es an zu kurzen Antennen? Von elektromagnetischen Wellen weiß man, dass die Antennenlänge etwa $\lambda/2$ betragen sollte. LIGO/Virgo-Interferometer sind 4000 m lang und könnten deshalb gute Antennen sein für Frequenzen um 40 kHz – falls sich GW mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten (das wurde bisher nie überprüft). Es ist unklar, ob GW-Quellen existieren, die so hochfrequente Dauersignale abstrahlen.

Erfolgversprechender ist die Suche nach Signalen im μHz -Bereich, weil es zahlreiche Doppelsterne mit Umlaufdauern um 40 Stunden gibt. Diese leistungsstarken GW-Quellen strahlen auf genau bekannten Frequenzen $f_{GW} = 2f_{orbit}$ und lassen sich zuverlässig identifizieren, weil die Umlaufdauern bekannt sind. Eine gute Antenne soll mehrere AU lang sein – das ist kaum realisierbar. Ob die Erde als Ersatzantenne dienen kann, lässt sich nur experimentell und nicht philosophisch beantworten. Versuche zeigen, dass die Lufthülle besser geeignet ist, weil sie nicht auf Erdbeben reagiert. Die Untersuchung von Eigenresonanzen der Erde zeigt, dass Langzeitaufnahmen von Barometern Signale unbekannter Ursache enthalten [1]. In den records weit auseinander liegender Wetterstationen findet man identische Spektrallinien mit den Eigenschaften von Gravitationswellen. Diese Untersuchung geht davon aus, dass die Atmosphäre – genauso wie jeder andere Gegenstand – auf GW reagiert und deshalb eine geeignete Antenne für den Empfang von GW ist.

Beispiele aus der Funktechnik (GPS) zeigen, dass sich die geringe Signalamplitude von "unmöglichen" Antennen mit spezieller Empfangstechnik ausgleichen lässt – falls man die Modulation des Signals kennt. Das ist Thema dieses papers.

2 Randbedingungen

Antennen liefern ein analoges Signalgemisch, beispielsweise veränderliche elektrische Spannungen. In den Anfangsjahren der Funktechnik isolierte und dekodierte man das Nutzsignal mit Verstärkern und Schwingkreisen. Aktuelle Technik funktioniert anders: In vorgegebenen Zeitschritten misst ein ADC die Signalspannung der Antenne (Sampling) und

speichert das Ergebnis als Digitalwert. Diese Zahlenfolge lässt sich fehlerfrei speichern und beliebig oft analysieren. Es gibt keinen Zusammenhang zwischen untersuchter Frequenz und Geschwindigkeit der digitalen Datenverarbeitung. Die Nachrichtentechnik kennt bewährte Verfahren, um zu prüfen,

- ob im Rauschen ein Signal vorhanden ist,
- wie groß die Frequenz ist und ob sich diese ändert (Drift),
- ob und wie das Signal moduliert ist,
- wie man vorhandene Modulationen entziffert.

Um schwache Signale nachzuweisen, gibt es nur eine Methode: Filtern mit möglichst geringer Bandbreite. Windowed-sinc Filter mit 10^6 Stützstellen und 0.8 nHz Bandbreite liefern gute Resultate. Andere Verfahren wie IIR-Filter sind ungeeignet, weil sie Phasenverzerrungen erzeugen. Es ist selten sinnvoll, die Bandbreite enger zu wählen als die *natürliche Linienbreite*. Bei zu großer Bandbreite kann das unvermeidliche Rauschen das Signal überdecken. Die Messdauer T legt die Linienbreite Δf eines Signals fest, die man durch Spektralzerlegung überprüft (FFT). Dafür gilt laut Küpfmüller [4]

$$T \cdot \Delta f \geq 0.5. \quad (1)$$

Will man GW im Frequenzbereich um $10 \mu\text{Hz}$ nachweisen, sollte die Frequenzauflösung Δf besser als 1 nHz sein. Um das zu erreichen, muss man während eines Zeitraums von mindestens 16 Jahren Daten sammeln. Der Deutschen Wetterdienst DWD speichert Luftdruckdaten [2], die sich nach einiger Vorarbeit verwenden lassen. Um den Einfluss lokaler Besonderheiten und Datenlücken einzelner Wetterstation zu reduzieren, addiert man die Messwerte möglichst vieler Barometer, die über ganz Deutschland verteilt sind. Weil die Wellenlänge der gesuchten GW mindestens um den Faktor 10^6 größer ist als die gegenseitigen Abstände der Barometer, reagieren alle Instrumente gleichphasig auf die GW. Diese kohärente Addition verbessert das S/N der gesuchten Signale deutlich und macht Spektrallinien sichtbar, die bei der Analyse nur einer Datenkette im Rauschen verschwinden.

Auch nahe Himmelskörper regen Erde und Lufthülle zu Schwingungen an, deren Frequenzen man dem tidal potential catalogue HW95 [3] entnimmt. Bei jeder vermuteten GW-Linie muss man prüfen, ob sie nicht hier im Sonnensystem erzeugt wird.

3 Vorbehandlung der Empfangsdaten

Um GW zu messen, genügen ein Empfänger (vergleichbar mit einem FM-Radio) und eine Antenne, die Signale liefert, mehr nicht. Hier geht es nicht darum, die Qualitätsunterschiede von Antennenbauformen zu diskutieren, sondern um den Nachweis und die Analyse von schwachen Wechsellspannungssignalen bekannter Frequenz. Gemessen am Aufwand für LIGO und VIRGO sind Luftdruckdaten eine höchst preiswerte Methode,

um GW zu empfangen. Alle Bauformen leiden unter Störungen durch die unruhige Erde und besitzen wohl eine gewisse Richtwirkung. Um das S/N zu verbessern, kann man den Empfänger nur dann mit voller Verstärkung arbeiten lassen, wenn die Signalamplitude gut ist. Bei keiner Antennenbauform existieren Erfahrungswerte, deshalb lohnt es sich, zu experimentieren: Wenn eine GW die Lufthülle der Erde im Rhythmus ihrer Frequenz verformt, entstehen Gebiete unterschiedlichen Drucks. Da sich die Erde unter dieser variablen Massenverteilung dreht, sollte entsprechende Schwankungen des Luftdrucks messbar sein. Dann ist die Atmosphäre eine Empfangsantenne. Der Anteil, den eine spezielle GW verursacht, lässt sich wegen der bekannten Frequenz f_{GW} herausfiltern. Das Verfahren hat einen Nachteil: Es ist eine Amplitudenmodulation mit der Schwingungsdauer 24 Stunden. Das kann den Nachweis von Planeten um fremde Sonnen mit vergleichbarer Umlaufzeit erschweren.

4 Phasenmodulation PM

Vermutlich ist keine kontinuierliche GW amplitudenmoduliert. Die Überprüfung ist schwierig, weil das S/N keiner GW ausreicht, um AM nachzuweisen und zu demodulieren.

Jede GW ist mit mindestens einer Frequenz phasenmoduliert, weil sich die Antenne während der Messdauer um die Sonne bewegt. Der Nachweis einer PM mit $f_{orbit} = 31.7$ nHz ist die notwendige Bestätigung, dass die GW *nicht* im Sonnensystem erzeugt wird. Die MSH-Methode kann die Amplitude der Spektrallinie bei f_{GW} deutlich verstärken und deshalb auch Signale mit sehr geringem S/N detektieren. Das Sternsystem Kepler-47 ist ein gutes Beispiel: Mindestens drei Planeten sorgen dafür, dass das Binärsystem im Zentrum um den Schwerpunkt des Gesamtsystems kreist [5]. Die abgestrahlte GW ist deshalb mehrfach phasenmoduliert mit den Modulationsfrequenzen $1/P_A$, $1/P_B$ und $1/P_C$. Die maximale Frequenzverschiebung Δf der GW, die jeder Planet hervorruft, hängt auch ab von seiner Masse und seinem Bahnradius.

Betrachten wir den "mittleren" Planeten mit $P_C = 187$ Tage. Messungen des Dopplereffektes zeigen [6], dass er f_{GW} um einen Wert Δf_C ändert. Daraus errechnet sich der Modulationsindex $a = P_C \cdot \Delta f_C \approx 2.4$. Berechnet man das zu erwartende Spektrum mit den Gesetzen der PM, ergibt sich: Die Amplitude der Trägerfrequenz $f_{GW} = 3.1078 \mu\text{Hz}$ ist bei diesem Wert von a annähernd Null, die Gesamtenergie der GW ist in den umgebenden Seitenbändern enthalten. Das erklärt das erstaunliche Spektrum der Rohdaten (Figur 1).

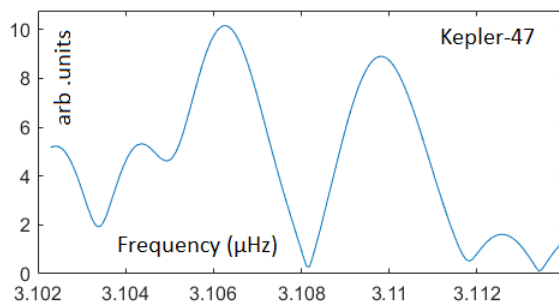


Abbildung 1): *Spektrum des mittleren Luftdrucks in Deutschland. Dort, wo man f_{GW} von Kepler-47 erwartet, ist die Amplitude besonders klein. Möglicherweise erzeugt eine PM mit $f \approx 1.9$ nHz die fast symmetrische Struktur. Die Überprüfung erfordert eine Demodulation der PM.*

Mit dem MSH-Verfahren lassen sich die Kennwerte einer GW bestimmen: Frequenz, Frequenzdrift und alle PM. Jede PM besitzt drei Kennwerte: Modulationsfrequenz f_{mod} , maximaler Frequenzhub Δf und Phasenverschiebung. Das MSH-Verfahren erleichtert die Suche nach GW: Es kompensiert alle PM und sorgt dafür, dass die gesamte Energie der GW in einer einzigen Spektrallinie f_{GW} konzentriert ist. Deren Amplitude steigt deshalb um ein Vielfaches und verbessert das S/N erheblich.

Figur 2 zeigt das Resultat: Das MSH-Verfahren reduziert die Frequenz der GW, die das Binärsystem Kepler-47 abstrahlt, auf $f_{ZF} = 1/(400 \cdot 3600 \text{ s}) \approx 694 \text{ nHz}$.

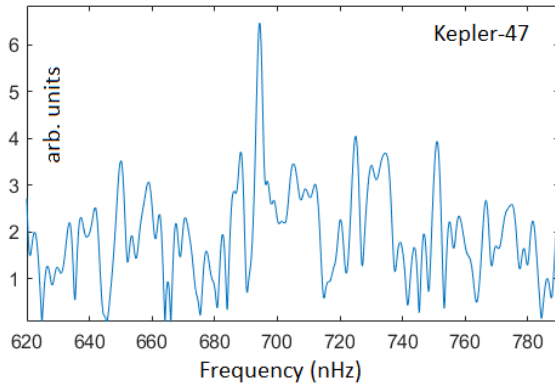


Abbildung 2): *Spektrum der Umgebung von f_{ZF} . Das MSH-Verfahren reduziert den Wert von f_{GW} und wertet nur den engen Bereich $(694 \pm 1) \text{ nHz}$ aus und ignoriert die benachbarten Linien. Diese werden möglicherweise durch andere Binärsysteme erzeugt.*

Möglicherweise scheiterten die bisherigen Versuche, GW nachzuweisen, *wegen* des Versuchs, den Nachweis der PM zu umgehen, die der Erdborbit verursacht: Üblicherweise rechnet man die von der Antenne gelieferten Rohdaten so um, als ob sich die Antenne im Schwerpunkt des Sonnensystems befinden würde. Dabei setzt man ohne Beweis voraus, dass $v_{GW} = c$ gilt. Bisherige Messungen im μHz -Bereich liefern reproduzierbare Ergebnisse, die sich nur mit der Annahme $v_{GW} < c$ erklären lassen. Diese Frage wird in diesem paper nicht vertieft, hier geht es ausschließlich um Empfangstechnik.

Ein Doppelstern mit Planeten strahlt eine phasenmodulierte kontinuierliche GW ab, weil sich die GW-Quelle um den gemeinsamen Schwerpunkt bewegt. Bekannte Umlaufdauern liegen zwischen einigen Minuten und vielen Jahren, entsprechend groß ist der Suchbereich für mögliche Modulationsfrequenzen. Jede PM erzeugt Seitenbänder, also Gruppen von Spektrallinien im gegenseitigen Abstand $f_{modulation}$ über und unter f_{GW} .

- Bei sehr tiefer Modulationsfrequenz (weit entfernter Planet) sind die Seitenbandlinien eng benachbart und lassen sich auch mit guten Filtern kaum von f_{GW} trennen.
- Planeten mit kurzer Umlaufdauer erzeugen eine hohe Modulationsfrequenz, der gegenseitige Abstand der Seitenbandfrequenzen groß. Der Zwischenraum enthält störendes Rauschen und sollte unterdrückt oder ignoriert werden. Um Signalverzerrungen zu vermeiden, muss man alle Linien innerhalb der ausreichend großen Carson-Bandbreite verarbeiten, die oft deutlich größer ist als die maximale Frequenzänderung Δf .

Diese Fälle verlangen unterschiedliche Verfahren. Das Messverfahren für a hängt davon ab, ob Δf größer oder kleiner ist als die Linienbreite von f_{GW} .

4.1 Weit entfernte Planeten

Falls der Planet wesentlich weniger Masse besitzt als der Doppelstern und der Abstand größer ist als etwa 0.1 AU, rotiert die GW-Quelle sehr nah und mit geringer Bahngeschwindigkeit um den gemeinsamen Schwerpunkt. Dann ist der Maximalwert Δf der periodischen Dopplerverschiebung vergleichbar mit der natürlichen Linienbreite und der Bandbreite der Signalverarbeitung von etwa 0.8 nHz. Eine Unterscheidung zwischen einem kurzen Abschnitt der sinusförmigen Dopplerverschiebung und der linearen Frequenzdrift gelingt nur durch hohen Rechenaufwand.

Es ist wichtig, diese sehr langsame PM und die Drift zu ermitteln und zu kompensieren, bevor weitere Analyseschritte folgen, damit f_{ZF} konstant ist. Die MSH-Methode bietet sich dafür an, Figur 3 zeigt die zweistufige Signalverarbeitung. In diesem Beispiel verringert man f_{GW} zuerst um $9 \mu\text{Hz}$, weil die dann folgende Dezimation die Berechnungen beschleunigt. Es folgt die MSH-Methode: Wenn alle Modulationen von f_{osz2} identisch sind mit den niederfrequenten Modulationen von f_{GW} , ist f_{ZF} unmoduliert. Die hohen Modulationsfrequenzen von f_{GW} unterdrückt man durch ein Bandfilter für f_{ZF} .

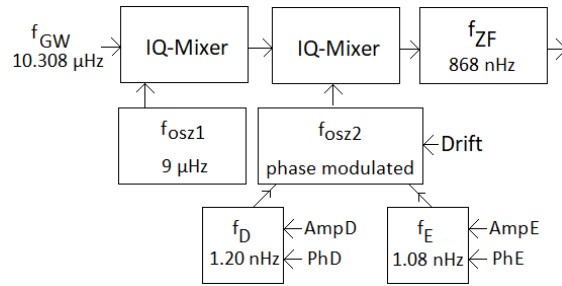


Abbildung 3): Die MSH-Methode: f_{osz1} reduziert die Signalfrequenz, ohne die Modulation zu beeinflussen. f_{osz2} imitiert die niederfrequenten Eigenschaften des Signals, damit f_{ZF} konstant ist. f_D und f_E sind die Modulationsfrequenzen. Am Ausgang rechts oben bestimmt man die Schwingungsdauer von f_{ZF} .

Ein Oszillator mit dem Startwert $f_D \approx 1.20 \text{ nHz}$ phasenmoduliert den Oszillator-2 des Heterodyne-Verfahrens (f_{osz2}). Dessen Parameter f_D , a_D und ϕ_D iteriert man mit dem Ziel, alle langsamen Frequenzschwankungen (auch die Frequenzdrift) von f_{GW} verschwinden zu lassen. Das überprüft man durch Zählen der Periodendauer von f_{ZF} . Die Genauigkeit steigt, wenn man für f_{ZF} den Wert $f_{sampling}/8$ oder $f_{sampling}/10$ wählt. Wenn sich zeigt, dass f_{GW} mit zwei unterschiedlichen tiefen Frequenzen moduliert ist, berechnet man die Frequenz des Oszillators-2 mit der Formel

$$f_{osz2} = f_{GW} - f_{osz1} + f_{ZF} + t \cdot \dot{f}_{GW} + a_D \cdot \sin(2\pi t f_D + \phi_D) + a_E \cdot \sin(2\pi t f_E + \phi_E) \quad (2)$$

Die Parameter haben folgende Bedeutung:

f_{GW} ist die Frequenz der vermuteten GW.

f_{ZF} ist im Prinzip beliebig. Vorteilhaft ist ein Wert, bei dem die Schwingungsdauer im Verhältnis zur Samplingdauer ganzzahlig ist.

\dot{f}_{GW} ist die Frequenzdrift von f_{GW} (Startwert=0 Hz/s)

a_D ist der Modulationsindex (Sektion 5) der PM unter der Annahme, dass der Planet D eine Kreisbahn um die GW-Quelle beschreibt.

f_D ist die Umlauffrequenz des vermuteten Planeten D .

Aus der Phase ϕ_D folgt, wann sich D aus Sicht der Erde vor oder hinter der GW-Quelle befindet.

a_E , f_E und ϕ_E gelten entsprechend für den vermuteten Planeten E . Summanden für zusätzliche Planeten können ergänzt werden.

Ziel ist, die Werte der Parameter in equation (2) so zu bestimmen, dass f_{ZF} konstant ist (Figur 4). Dann ist die Zwischenfrequenz unmoduliert. Aus den Parametern lassen sich astronomische Angaben wie Umlaufdauer der Planeten berechnen.

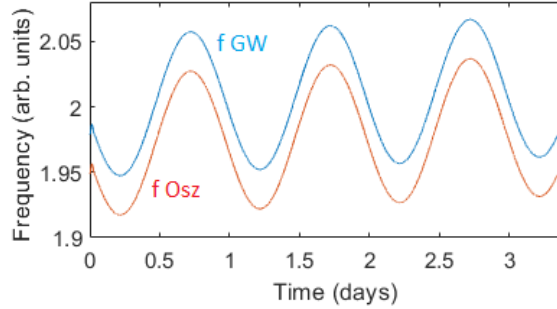


Abbildung 4): Die Idee hinter der MSH-Methode: Die Frequenz der GW pendelt um einen Mittelwert, der langsam ansteigt. Wenn es gelingt, eine Hilfsfrequenz f_{Osz} mit identischer Modulation zu erzeugen, ist die Differenz $f_{GW} - f_{Osz} = f_{ZF}$ (= vertikaler Abstand der beiden Kurven) konstant.

4.2 Nahe Planeten

Bei geringem Abstand zwischen Doppelstern und Planet bewirkt die hohe Umlauffrequenz, dass die Seitenbänder aus Spektrallinien bestehen, die weit voneinander entfernt sind. Beispiel: Hat ein Planet die Umlaufdauer 52 Tage, ist f_{GW} phasenmoduliert mit $f_{modulation} = 223$ nHz. Mit dem Schätzwert $a \approx 2.5$ berechnet sich die Carsonbandbreite $2f_C \cdot (a + 2) \approx 2000$ nHz.

Verarbeitet man das Signal mit dieser enormen Bandbreite, sinkt das S/N und es ist aussichtslos, die vielen Linien im Rauschen zu entdecken und zu identifizieren. Das MSH-Verfahren erlaubt die Analyse mit wesentlich geringerer Bandbreite ($BW \approx 1$ nHz), ohne die PM zu verzerren. Dadurch verbessert sich das S/N um den Faktor 2000.

Dazu kommt, dass sich die Energie der GW auf etwa neun Linien mit unterschiedlichen Amplituden verteilt. Das MSH-Verfahren sucht *nicht* diese Linien im Rauschen, um sie phasenrichtig zu einer einzigen Spektrallinie bei f_{GW} zusammenzusetzen. Bei MSH erzeugt man eine Hilfsfrequenz, die möglichst viele Eigenschaften der GW besitzt. Je geringer die Unterschiede, desto größer wird die Amplitude der Differenzfrequenz f_{ZF} , weil keine energiezehrenden Seitenbänder mehr existieren.

Der große Vorteil gegenüber anderen Verfahren: Jedes GW-Signal wird von starkem Rauschen begleitet, dessen Mittelwert nahe Null liegt. Langfristig betrachtet ($T \approx 20$ Jahre) kann das Rauschen die Amplitude des GW-Signals nicht systematisch ändern.

Der Modulationsindex ist unbekannt. Die PM, die durch unterschiedliche Planet erzeugt werden, überlagern sich linear. Das bedeutet, dass man jede PM separat analysieren kann.

5 Der Modulationsindex a

Jede Antenne rotiert mit der Bahngeschwindigkeit v_{orbit} um die Sonne und nähert sich während eines gewissen Zeitraums der GW-Quelle. Dann ist die Empfangsfrequenz wegen des Dopplereffektes höher als die Sendefrequenz. Sechs Monate später entfernt sich die Antenne mit der gleichen Geschwindigkeit und wir empfangen eine verringerte Frequenz. Entsprechend kann man auch messen, ob sich die GW-Quelle periodisch bewegt. Die größte Frequenzabweichung vom Mittelwert bezeichnet man als Frequenzhub Δf .

Beispiel: Eine GW-Quelle liegt in der ekliptischen Ebene und emittiert eine GW der Frequenz $10 \mu\text{Hz}$. Die Erde bewegt sich mit der Maximalgeschwindigkeit 30 km/s im Strahlungsfeld. Da ein Umlauf ein Jahr dauert, ist $f_{modulation} = 31.688 \text{ nHz}$. Nimmt man an, dass sich GW mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten, gilt

$$\Delta f = f_{GW} \cdot \left(\sqrt{\frac{c + v_{orbit}}{c - v_{orbit}}} - 1 \right) \approx f_{GW} \cdot \frac{v_{orbit}}{c} \approx f_{GW} \cdot 10^{-4} \quad (3)$$

Das begrenzt den Modulationsindex auf den Maximalwert

$$a = \frac{\Delta f}{f_{modulation}} = \frac{10 \times 10^{-6} \cdot 10^{-4}}{31.688 \times 10^{-9}} = 0.032 \quad (4)$$

Messungen bei $f_{GW} \approx 10 \mu\text{Hz}$ liefern aber meist etwa 100-mal höhere Werte [7]. Mit steigender Frequenz verringert sich a [8] und bei $f_{GW} \approx 60 \text{ Hz}$ (Crab-Pulsar) erreicht man – im Einklang mit bisherigen Annahmen – den Wert $\Delta f \approx f_{GW} \cdot 10^{-4}$. Ist v_{GW} frequenzabhängig?

6 Zusammenfassung

Aus nachrichtentechnischer Sicht ist die Dekodierung der Phasenmodulationen von f_{GW} eine Standardaufgabe, wenn das Signal ein gutes S/N aufweist. Für die Interpretation der Ergebnisse aus astronomischer Sicht gilt eher das Gegenteil: Die hohen Werte für den Frequenzhub (Δf) lassen sich nur durch die Annahme erklären, dass sich Gravitationswellen bei tiefen Frequenzen um $8 \mu\text{Hz}$ nicht mit Lichtgeschwindigkeit, sondern erheblich langsamer ausbreiten. Das erfordert weitere Messungen.

Literatur

- [1] Weidner, H., Puzzling, Very Slow Oscillations of the Air Pressure in Europe, 2022, <https://vixra.org/abs/2211.0148>
- [2] https://opendata.dwd.de/climate_environment/CDC/observations_germany
- [3] Hartmann and Wenzel, Tidal potential catalogue, 1995

- [4] https://de.wikipedia.org/wiki/Küpfmüllersche_Unbestimmtheitsrelation
- [5] , Orosz, J., Discovery of a Third Transiting Planet in the Kepler-47 Circumbinary System, *The Astronomical Journal*, 157:174 (46pp), 2019
- [6] , Weidner, H., Das Sternsystem Kepler-47 und die Geschwindigkeit von Gravitationswellen, (in press), 2023
- [7] Weidner, H., Nachweis der Planet Algol-D und Algol-E und die Geschwindigkeit von Gravitationswellen, 2023, <https://vixra.org/abs/2306.0103>
- [8] Weidner, H., Measurement of a Continuous Gravitational Wave near 2619.9 μHz , <https://vixra.org/pdf/2203.0130v1.pdf>, 2022
- [9] Weidner, H., Messung der Gravitationswellen des Krebspulsars (2) in den Ligo and Virgo O3b Daten, 2023