İkiz Asallar Kestirimi İspatı

Mesut Kavak[a]

İkiz Asallar ile ilgili soru oldukça açık:

"İkiz asallar, aralarındaki fark 2 olan asal sayılardır. Sonsuz sayıda ikiz asal sayı var mıdır?"

[a]kavakmesut@outlook.com.tr

I. Giriş

Sonsuz sayı grupları içinden "n" adet ardışık ve asal olmayan tek sayı içeren herhangi bir sayı grubunu seçilirse bu grup, bu koşuluna göre mutlaka 2 tane asal sayı arasında bulunmak zorundadır. n=4 için p_1 ve p_2 gibi 2 asal sayının arasında bulunan ve 4 adet n_1, n_2, n_3 ve n_4 olmak üzere ardışık tek sayıdan oluşan aşağıdaki gibi bir sayı grubu seçilsin.

$$\mathbf{p_1} \quad n_1 \quad n_2 \quad n_3 \quad n_4 \quad \mathbf{p_2}$$

II. Çözüm

Teori *Bu asal olmayan ardışık "n" tek sayılarından en az birisi, mutlaka 3'ün tek katlarından birisi olmak zorundadır; çünkü 3'ün tek katlarının tek sayılar kümesinde dağılımı f(x)=6x+3 fonksiyonuna bağlıdır ve bu nedenle tek sayılar kümesinde 3'ün her iki ardışık tek katı arasında mutlaka 2 adet ardışık tek sayı mevcuttur.*

$$n_0 \quad n_x \quad \mathbf{p_1} \quad n_1 \quad n_2 \quad n_3 \quad n_4 \quad \mathbf{p_2} \quad n_y \quad n_5$$

- Eğer n_2 tek sayısı 3'ün bir tek katı olarak kabul edilirse p_2 asal sayısı, 3'ün bir sonraki ardışık tek katı olmak zorundadır.

  p_2 bir asal sayı olduğundan bu, ancak örneğin n=5 gibi bir grupta asal olmayan bir sayıya denk gelirse mümkün olur.

  n=4 için farklı gruplar oluşmak zorundadır.

- Eğer n_3 tek sayısı 3'ün bir tek katı olarak kabul edilirse p_1 asal sayısı, 3'ün bir önceki ardışık tek katı olmak zorundadır.

  p_1 bir asal sayı olduğundan bu, ancak örneğin n=5 gibi bir grupta asal olmayan bir sayıya denk gelirse mümkün olur.

  n=4 için farklı gruplar oluşmak zorundadır.

- Eğer n_1 tek sayısı 3'ün bir tek katı olarak kabul edilirse n_4 tek sayısı 3'ün bir sonraki ardışık tek katı olmak zorundadır.

  Ayrıca n_5 tek sayısı da n_4 tek sayısının hemen ardından 3'ün iki sonraki ardışık tek katı olmak zorunda olduğu gibi n_0 tek sayısı da n_1 tek sayısından önce 3'ün bir önceki ardışık tek katı olmak zorundadır.

- Eğer n_4 tek sayısı 3'ün bir tek katı olarak kabul edilirse n_5 tek sayısı, 3'ün bir sonraki ardışık tek katı olmak zorundadır.

  Ayrıca bu kabul için n_0 ve n_1 tek sayıları, 3'ün önceki ardışık tek katları olmak zorundadır; bu nedenle "n_1 *ve* n_4 *tek sayıları 3'ün tek katları olmak için en iyi seçimdir."*

III. Sonuç

n_5 tek sayısından sonra sonsuz sayıda ardışık "n" tek sayısı yer alabilir; bu nedenle $n = 4$ grubundan bir sonra herhangi bir "n" değeri için oluşmuş bir "n" tek sayı grubunun eleman sayısı önemsizdir; fakat n_y tek sayısı her zaman asaldır veya değildir, bu önemlidir. Bu bilgilerle $n_y = n_5 - 2 = (6x + 3) - 2$ eşitliği üzerinden (1) eşitliği oluşur.

$$n_y = 6x + 1 \tag{1}$$

Öyleyse n_y için denilebilir ki;

I. $x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x > 0$ koşulu ile (1) üzerinden n_y asla yalnızca asal ya da asal olmayan bir sayı olamaz.

II. Bunu sağlayan bir "x" değeri için (1) üzerinden asal değildir; fakat iki ardışık x ve $x + 1$ sayısının sonucu olan iki n_y ve n_{y+1} sayısının arasında oluşan tek sayılar için asaldır.

III. Sonuçta $n_y = p_3$ olduğunda n_4 ve n_5 tek sayıları arasındaki bir ikiz asal grubudur ve dolayısı ile ikiz asallar, yalnızca tek bir "n" değeri için yazılabilecek aynı eleman sayısına ve farklı sayılara sahip sayı grupları için bile "sonsuz tanedir".

Sonuç *"İkiz asallar, aralarındaki fark 2 olan asal sayılardır ve sonsuz sayıda ikiz asal sayı vardır."*

12.06.2023

IV. Ek Bölüm

Aslında göstermesi kolay olduğundan ihtiyaç olmasa da bu ispatın kurgusuyla ilgili 2 ek ispat daha yapma gereği hissettim.

a. Bunlardan ilki n gruplarının varlığı ile ilgili. Bu gruplarla ilgili konular aşağıdaki gibidir.

- Pozitif ve aynı bir n tek tam sayısı için sonsuz tane, "2 asal sayı arasında n adet asal olmayan tek sayı içeren" bir sayı grubunun varlığı.
- "Değişen n değerleri için oluşan n gruplarından" sonsuz tane olup olmadığı.

b. Diğeri ise (1) eşitliği ile ilgili. Bu eşitlikle ilgili konular aşağıdaki gibidir.

- Yalnızca asal sayı sonucu verip vermediği.
- Yalnızca asal olmayan sonuçlar verip vermediği.

a. Gruplar

I.

Herhangi tek sayılar kullanılabilecek olsa da örneğin n = 5 grubu için 3, 5, 7, 9 ve 11'in ardışık katlarını alalım. a bir tek sayı olduğundan, tek sayıların herhangi bir katı gerekli x için $a(2x+1)$ olur; yani

- $(6x_1+3)+2 = 10x_2+5$
  üzerinden $x_1 = 5x$ olur.
- $(6x_1+3)+4 = 14x_3+7$
  üzerinde, $x_1 = 7x$ olur.
- $(6x_1+3)+6 = 18x_4+9$
  üzerinde, $x_1 = 9x$ olur.
- $(6x_1+3)+8 = 22x_5+11$
  üzerinde, $x_1 = 11x$ olur.

3'ün tek katları olan $6x_1+3$ sonuçları, belirtilen x_1 değerleri için $30x+3$, $42x+3$, $54x+3$ ve $66x+3$ olur. Bunlar da birbirine eşit yapılırsa,

$$(11\cdot 9\cdot 7\cdot 5\cdot x) = u$$

ve grubun ilk sayısı 3'ün katı ise, grup numaralarının ardışık katları sırasıyla $6u+3$, $6u+5$, $6u+7$, $6u+9$ ve $6u+11$ olur. Daha farklı ardışık tek katlar için, bir grupta kullanılan sayıların sayısını sonsuza kadar aynı şekilde artırabiliriz.

II.

Yukarıdaki gibi bir grup 2 asalın arasında olmak zorunda değildir her zaman; çünkü grubu oluşturan sayılar da önemlidir. Bu, aynı zamanda 2 asal arasında bulunan grupların sonsuz olmadığı anlamına da gelmez. Grupların sonsuzluğu konusuna gelinsin.

Aslında ispatı hiçbir matematiksel işlem gerektirmiyor; çünkü asallar, ardışık olmadığı sürece değişen n değerleri için sonsuz farklı grup oluşacaktır.

Asal olmayan tüm tek sayılar, her x ve y tam sayı değeri için (2x+1)(2y+1) olduğundan

$$(2x+1)(2y+1) = 1$$

gibi bir eşitlikte 1. deereceden 1 bilinmeyenli bir fonksiyonda olduğu gibi yalnızca belli değerler alan x ve y oluşmaz. Bu, tam olarak bir hiperboldür; dolayısı ile asal ve asal olmayan tek sayıların dağılımı da her iki ardışık asal arasında ardışık kurallara bağlı değildir.

b. Fonksiyon

Eğer f(x)=6x+1 fonksiyonu, yalnızcs asal olmayan ve *ardışık* tüm tek sayıları veriyorsa

$$(2x+1)(2y+1) = 6z+1$$

eşitliği, her x ve y değeri için sırasıyla sağlanmalıdır; çünkü asal olmayan tek sayılar, asal ve asal olmayan tek sayıların tek katlarıdır.

Her x ve y değeri için bir z değeri olması asal olmayan tek sayıların hepsiyle bir ortaklığı olduğu anlamına gelir. Aksi halde bazen asal da verebilir demektir. Bunun için m=(2x+1)(2y+1) eşitliği ile

$$\frac{m-1}{2} = 3n$$

eşitliği analiz edilir. Eşitlik, 6n+1 ile eşitlenen herhangi bir sayı operasyon sonunda mutlaka 3'e bölünebilmek zorundadır demektir; o halde

$$2(6a+3)+1 = 6b+3$$

eşitliği sağlanmalıdır. Düzenlenirse

$$b-2a = \frac{2}{3}$$

Bu da demektir ki; m-1 çift sayısı 2 ile bölündüğünde oluşan tek sayı 3'ün katı olmalı ve m-1 çift sayısından önceki ya da sonraki tek sayı da asla 3 ile bölünebilen bir sayı olamaz. m-1 daima 3'ün iki ardışık tek katı arasındadır; *o halde diğer tüm tek sayıların tek katlarından 3'ün de katı olan sayılar*, 3'ün iki ardışık tek katı arasında olamayacağından arada mutlaka asallar olmalıdır.

Sonuç *"f(x)=6x+1 fonksiyonu ardışık olarak her x değeri için yalnızca ardışık ya da değil asal olmayan tek sayı vermez. Bunu sağlayan bir x tam sayısı için mutlaka asal sayı sonucu da verir. "*

16.06.2023