VOYAGE A DEUX SYRACUSE

Berkouk Mohamed

Introduction

Rappelons d'abord ce que c'est une conjecture de Syracuse :

$\forall n \in N^*$, *partant* de n ; s'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1 (3n+1) ; s'il est pair on le divise par 2 (n/2) ; si on répète la transformation, on finit par tomber sur 1 qui suit son « vol » infiniment dans le cycle trivial, c'est-à-dire 1, puis 4, puis2, puis encore 1, ainsi de suite…

Dans une matrice carrée, vu qu'il y a deux suites, une horizontale de Syracuse (S_0 ,S_1,…S_m) Constituant les lignes de la matrice, puis des suites des valeurs prises de 0 à n pour un S_0 donné, ces valeurs s'organisant à leurs tours verticalement dans les colonnes.
le fait qu'elles soit déterminées respectivement par deux formules récurrentes issues des mêmes instructions de Collatz , méritent le nom de « deux Syracuse »

puis l'introduction du concept de la « moyenne parfaite » MP , intiment liée à Syracuse avait permis de constater le caractère décroissant de la MP qui tend franchement vers λ

qui est la moyenne de la somme des termes du cycle trivial divisée par 3 (= 7/3).

J'espère que l'étude approfondi de la matrice10^2 Initiale ouvrira la voie à d'autres récurrences définissants une ou plusieurs propriétés valables pour toute matrice **carré** de l'ordre de 10^{2i} , i allant de 1 à l'infini.

Vous souhaite bon voyage.

Zéro à la puissance zéro & zéro à la puissance deux

$0^0 = 1$

Introduisons deux arguments qui justifient le choix de la convention $0^0 = 1$

1° argument ensembliste :

Soit deux ensembles A et B.
Si A est constitué de p éléments et B est constitué de q éléments, alors
L'ensemble des applications de A dans B est constitué de q^p éléments.
il est évident que Lorsque A et B sont vides, il y a qu'une et une seule application de A dans B donc $0^0 = 1$

2° argument algébrique :

Soit la formule du binome de Newton $(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k a^{n-k}$

$\binom{0}{0}$ = 1 , et $0^0 = 1$, par convention :

Si k=0, alors 0 élément sont demandés, il n'y a un unique résultat vide. Ainsi $\binom{n}{0}$ = 1

Si n=0, alors il n'y a 0 élément, impossible d'en prendre k, donc il n'y a pas de résultats. Donc $\binom{0}{k}$ = 0

$Si \quad x = 0\, et \;\; a = 1$ ➔ $1 = (0+1)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{0} 0^0 1^n$ = 1*$0^0 * 1 = 0^0$

$Si \quad x = 0\, et \;\; a = 0 \;\; et$ n = 0 ➔ $0^0 = (0+0)^0 = \sum_{k=0}^{0} \binom{0}{0} 0^0 1^0$ = 1*1*1 = 1

Sans les deux conventions, les deux implications auraient mis en doute la formule du binôme de Newton.

Tout au long de l'exposé nous aurons à utiliser $0^0 = 1$ et $0^2 = 0$

Chaque ligne du tableau N°1 représente une suite de Collatz pour un S_0 donné prenant respectivement les valeurs de 0 à n, ∀ n ∈ **N** .Ces valeurs dans le tableau N°1 ont été obtenu et vérifiée à partir de cette fonction .

Chaque colonne du tableau N°1 contient des nombres de chaque terme de la suite de Collatz que pouvait prendre pour un S_0: donné :

S_0, par qui débute la suite, composée par les valeurs de 0 à n, ∀ n ∈ **N**

S_1 ,la colonne renfermant les valeurs 0,4,1,10,2,16,3,22…..n / n= C(1,n) .

S_2 ,la colonne renfermant les valeurs 0,2,4,5,1,8,10,11,2…..n / n= C(2,n) …

	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	…	Sm
C(0,0)	0	0	0	0	0	0	0	…	C(m,0)
C(0,1)	1	4	2	1	4	2	1	…	C(m,1)
C(0,2)	2	1	4	2	1	4	2	…	C(m,2)
C(0,3)	3	10	5	16	8	4	2	…	C(m,3)
C(0,4)	4	2	1	4	2	1	4	…	C(m,4)
C(0,5)	5	16	8	4	2	1	4	…	C(m,5)
C(0,6)	6	3	10	5	16	8	4	…	C(m,6)
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
C(0,n)	C(0,n)	C(1,n)	C(2,n)	C(3,n)	C(4,n)	C(5,n)	C(6,n)	…	C(m,n)

Tableau N° 1

soit $S_0 \dashrightarrow S_1 \dashrightarrow S_2 \dashrightarrow S_3 \dashrightarrow \dots S_m$, la suite de Collatz définit par la fonction suivante :

$$Sm = \left(\frac{S(m-1)}{2}\right) * 0^{\wedge}1-(-1)^{S(m-1)} + (3*S(m-1)+1)*0^{\wedge}1-(-1)^{S(m-1)+1}$$

$S_0 = 0$

$$S_1 = \left(\frac{0}{2}\right) * 0^{\wedge}1-(-1)^{0} + (3*0+1)*0^{\wedge}1-(-1)^{1}$$

$$= \left(\frac{0}{2}\right) * 0^{\wedge}0 + (3*0+1)*0^{\wedge}2 = 0 \quad \dots\dots$$

0 →0 →0 →0 →…..0 →

$S_0 = 1$

S1 = $\left(\frac{1}{2}\right) * 0{\wedge}1-(-1)^{1}$ + $(3*0+1) * 0{\wedge}1-(-1)^{2}$

= $\left(\frac{1}{2}\right) * 0{\wedge}2$ + $(3*1+1) * 0{\wedge}0$ = 4

S2 = $\left(\frac{4}{2}\right) * 0{\wedge}1-(-1)^{4}$ + $(3*4+1) * 0{\wedge}1-(-1)^{5}$

= $(2) * 0{\wedge}0$ + $(3*1+1) * 0{\wedge}2$ = 2 ....

1 → 4 → 2 → 4 → 2 → 1.....

S0 = 2

S1 = $\left(\frac{2}{2}\right) * 0{\wedge}1-(-1)^{2}$ + $(3*2+1) * 0{\wedge}1-(-1)^{3}$

= $\left(\frac{2}{2}\right) * 0{\wedge}0$ + $(3*1+1) * 0{\wedge}2$ = 1

S2 = $\left(\frac{1}{2}\right) * 0{\wedge}1-(-1)^{1}$ + $(3*1+1) * 0{\wedge}1-(-1)^{2}$

= $\left(\frac{1}{2}\right) * 0{\wedge}2$ + $(3*1+1) * 0{\wedge}0$ = 4 ....

2 → 1 → 4 → 2 → 1 → 4.....

S0 = 3

S1 = $\left(\frac{3}{2}\right) * 0{\wedge}1-(-1)^{3}$ + $(3*3+1) * 0{\wedge}1-(-1)^{4}$

= $\left(\frac{3}{2}\right) * 0{\wedge}2$ + $(3*3+1) * 0{\wedge}0$ = 10

S2 = $\left(\frac{10}{2}\right) * 0{\wedge}1-(-1)^{10}$ + $(3*10+1) * 0{\wedge}1-(-1)^{11}$

= $\left(\frac{10}{2}\right) * 0{\wedge}0$ + $(3*3+1) * 0{\wedge}2$ = 5

S3 = $\left(\frac{5}{2}\right) * 0{\wedge}1-(-1)^{5}$ + $(3*5+1) * 0{\wedge}1-(-1)^{6}$

= $\left(\frac{5}{2}\right) * 0{\wedge}2$ + $(3*5+1) * 0{\wedge}0$ = 16 ......

3 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1 ...

on pouvait alors construire une autre suite récurrente C(m,n) , qui s'applique à chaque colonne suivant le rang m , de S_m . Dont voici la formule :

C(m,n) =

$$\left(\frac{C((m-1),n)}{2}\right) * 0{\wedge}1-(-1)^{C((m-1),n)} + (3*C((m-1),n)+1) * 0{\wedge}1-(-1)^{C((m-1),n)+1}$$

vous voyez que cette deuxième formule ressemble étrangement à la précédente qui retrace horizontalement la suite de Collatz sur chaque ligne, on dirait que cette dernière use des mêmes instructions pour reproduire une nouvelle suite de Syracuse verticale pour chaque successeur S_m

Vérifiant cette Formule :

C(1,0) = 0 ; C(0,0)=0

$$\left(\frac{C((m-1),n)}{2}\right) * 0^\wedge 1-(-1)^{C((m-1),n)} + (3 * C((m-1),n)+1) * 0^\wedge 1-(-1)^{C((m-1),n)+1}$$

$$= \left(\frac{C(0,0)}{2}\right) * 0^\wedge 1-(-1)^{C(0,0)} + (3 * C(0,0)+1) * 0^\wedge 1-(-1)^{C(0,0)+1}$$

$$=\left(\frac{0}{2}\right) * 0^\wedge 1-(-1)^{0} + (3 * 0+1) * 0^\wedge 1-(-1)^{1} \quad \text{avec} \quad 0^\wedge 0 = 1 \ \text{ et } 0^\wedge 2 = 0$$

$$=\left(\frac{0}{2}\right) * 0^\wedge 1-(-1)^{0} + (3 * 0+1) * 0^\wedge 1-(-1)^{1}$$

$$= \left(\frac{0}{2}\right) * 0^\wedge 2 + (3 * 0+1) * 0^\wedge 2 = 0$$

C(1,1) =4 ; C(0,1)=1

$$\left(\frac{C((m-1),n)}{2}\right) * 0^\wedge 1-(-1)^{C((m-1),n)} + (3 * C((m-1),n)+1) * 0^\wedge 1-(-1)^{C((m-1),n)+1}$$

$$= \left(\frac{C(0,1)}{2}\right) * 0^\wedge 1-(-1)^{C(0,1)} + (3 * C(0,1)+1) * 0^\wedge 1-(-1)^{C(0,1)+1}$$

$$=\left(\frac{1}{2}\right) * 0^\wedge 1-(-1)^{1} + (3 * 1+1) * 0^\wedge 1-(-1)^{2} \quad \text{avec} \quad 0^\wedge 0 = 1 \ \text{ et } 0^\wedge 2 = 0$$

$$=\left(\frac{1}{2}\right) * 0^\wedge 2 + (4) * 0^\wedge 0$$

$$= \left(\frac{0}{2}\right) * 0^\wedge 2 + (3 * 1+1) * 0^\wedge 0 = 4$$

C(1,2) =1 ; C(0,2)=2

$$\left(\frac{C((m-1),n)}{2}\right) * 0^\wedge 1-(-1)^{C((m-1),n)} + (3 * C((m-1),n)+1) * 0^\wedge 1-(-1)^{C((m-1),n)+1}$$

$$= \left(\frac{C(0,2)}{2}\right) * 0^\wedge 1-(-1)^{C(0,2)} + (3 * C(0,2)+1) * 0^\wedge 1-(-1)^{C(0,2)+1}$$

$$=\left(\frac{2}{2}\right) * 0^\wedge 1-(-1)^{2} + (3 * 2+1) * 0^\wedge 1-(-1)^{3} \quad \text{avec} \quad 0^\wedge 0 = 1 \ \text{ et } 0^\wedge 2 = 0$$

$$=(1) * 0^\wedge 0 + (7) * 0^\wedge 2$$

$$= (1) * 0^\wedge 0 + (7) * 0^\wedge 2 = 1 \quad ....$$

C(1,3) =10 ; C(0,3)=3

$$\left(\frac{C((m-1),n)}{2}\right) * 0^\wedge 1-(-1)^{C((m-1),n)} + (3 * C((m-1),n)+1) * 0^\wedge 1-(-1)^{C((m-1),n)+1}$$

$$= \left(\frac{C(0,3)}{2}\right) * 0^\wedge 1-(-1)^{C(0,3)} + (3 * C(0,3)+1) * 0^\wedge 1-(-1)^{C(0,3)+1}$$

$=\left(\frac{3}{2}\right) * 0\text{^}1-(-1)^{3}$ + $(3*3+1) * 0\text{^}1-(-1)^{4}$ avec $0\text{^}0 = 1$ et $0\text{^}2 = 0$

$= \left(\frac{3}{2}\right) * 0\text{^}2$ + $(10) * 0\text{^}0 = 10$ ....

****

C(2,0) = 0 ; C(1,0)=0

$\left(\frac{C(m,(n-1))}{2}\right) * 0\text{^}1-(-1)^{C(m,(n-1))}$ + $(3*C(m,(n-1))+1) * 0\text{^}1-(-1)^{C(m,(n-1))+1}$

$= \left(\frac{C(1,0)}{2}\right) * 0\text{^}1-(-1)^{C(1,0)}$ + $(3*C(1,0)+1) * 0\text{^}1-(-1)^{C(1,0)+1}$

$=\left(\frac{0}{2}\right) * 0\text{^}1-(-1)^{0}$ + $(3*0+1) * 0\text{^}1-(-1)^{1}$ avec $0\text{^}0 = 1$ et $0\text{^}2 = 0$

$=(0) * 0\text{^}0$ + $(1) * 0\text{^}2$

$= (1) * 0\text{^}0$ + $(1) * 0\text{^}2 = 0$ ....

C(2,1) = 2 ; C(1,1)=4

$\left(\frac{C(m,(n-1))}{2}\right) * 0\text{^}1-(-1)^{C(m,(n-1))}$ + $(3*C(m,(n-1))+1) * 0\text{^}1-(-1)^{C(m,(n-1))+1}$

$= \left(\frac{C(1,1)}{2}\right) * 0\text{^}1-(-1)^{C(1,1)}$ + $(3*C(1,1)+1) * 0\text{^}1-(-1)^{C(1,1)+1}$

$=\left(\frac{4}{2}\right) * 0\text{^}1-(-1)^{4}$ + $(3*4+1) * 0\text{^}1-(-1)^{5}$ avec $0\text{^}0 = 1$ et $0\text{^}2 = 0$

$=(2) * 0\text{^}0$ + $(13) * 0\text{^}2 = 2$ .....

C(2,2) =4 ; C(1,2)=1

$\left(\frac{C(m,(n-1))}{2}\right) * 0\text{^}1-(-1)^{C(m,(n-1))}$ + $(3*C(m,(n-1))+1) * 0\text{^}1-(-1)^{C(m,(n-1))+1}$

$= \left(\frac{C(1,2)}{2}\right) * 0\text{^}1-(-1)^{C(1,2)}$ + $(3*C(1,2)+1) * 0\text{^}1-(-1)^{C(1,2)+1}$

$=\left(\frac{1}{2}\right) * 0\text{^}1-(-1)^{1}$ + $(3*1+1) * 0\text{^}1-(-1)^{2}$ avec $0\text{^}0 = 1$ et $0\text{^}2 = 0$

$=\left(\frac{1}{2}\right) * 0\text{^}2$ + $(4) * 0\text{^}0 = 4$ .....

C(2,3) =5 ; C(1,3)=10

$\left(\frac{C(m,(n-1))}{2}\right) * 0\text{^}1-(-1)^{C(m,(n-1))}$ + $(3*C(m,(n-1))+1) * 0\text{^}1-(-1)^{C(m,(n-1))+1}$

$= \left(\frac{C(1,3)}{2}\right) * 0\text{^}1-(-1)^{C(1,3)}$ + $(3*C(1,3)+1) * 0\text{^}1-(-1)^{C(1,3)+1}$

$=\left(\frac{10}{2}\right) * 0\text{^}1-(-1)^{10}$ + $(3*10+1) * 0\text{^}1-(-1)^{11}$ avec $0\text{^}0 = 1$ et $0\text{^}2 = 0$

$=\left(\frac{10}{2}\right) * 0\text{^}0$ + $(31) * 0\text{^}2 = 5$ .....

****

Nous vérifions donc la récurrence des termes dans le tableau N°1 aussi bien pour les suites de Collatz s'organisant horizontalement sur les lignes, que pour les suites des valeurs prises de 0 à n pour un S_m donné, ces valeurs s'organisant à leurs tours verticalement dans les colonnes.

Ces séries de suites horizontales, que verticales s'obtiennent par les deux formules respectives vues ci-dessus avec la particularité d'être des suites définies par récurrence et non explicites, dépondant alors du terme précédent

C'est pour cela que j'avais décidé d'étudier les suites défini dans les colonnes

dans le but de les rendre par formule explicite * , en faisant cela , j'ai constaté qu'il existe plusieurs sous-suites de la forme an+b dont on peut tirer une « valeur –propriété » (vp) de S_0 puis de S_1 jusqu'à S_m en remarquant que cette vp semble décroitre en suivant le trajet $S_0 \rightarrow S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow \dots \rightarrow S_m$, tendant vers une valeur inférieur constante quand n tend vers l'infini ce qui ressemble à ce que vous deviniez , d'où l'intérêt qui m'a poussé à rapporter tous cela.

* en trouvant une formule explicite qui génère les nombres de la forme 6n+1 et 6n-1, j'espérais trouver de même pour les termes des colonnes en utilisant la même démarche. …

disposons d'abord les termes de chaque colonne pour un Sm donné ,dans une matrice de façon à aligner les dix premiers (de C0 à C9) dans la première colonne , puis les suivants dans la deuxième colonne (C10 à C19) , … et ainsi de suite jusqu'à l'infini.

Comme ci-dessous, L'étude, pour l'instant est limitée pour les 100 premiers termes

Sm

C0	C10	C20	C30	C40	C50	C60	C70	C80	C90	
C1	C11	C21	C31	C41	C51	C61	C71	C81	C91	
C2	C12	C22	C32	C42	C52	C62	C72	C82	C92	
C3	C13	C23	C33	C43	C53	C63	C73	C83	C93	
C4	C14	C24	C34	C44	C54	C64	C74	C84	C94	
C5	C15	C25	C35	C45	C55	C65	C75	C85	C95	
C6	C16	C26	C36	C46	C56	C66	C76	C86	C96	
C7	C17	C27	C37	C47	C57	C67	C77	C87	C97	
C8	C18	C28	C38	C48	C58	C68	C78	C88	C98	
C9	C19	C29	C39	C49	C59	C69	C79	C89	C99….	

Commençant par S0 (qui représente le premier terme par lequel débute la suite de Collatz .

S0

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	
1	11	21	31	41	51	61	71	81	91	
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92	
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93	
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94	
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96	
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97	
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98	
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99	
45	145	245	345	445	545	645	745	845	945	4950

suite	somme générales des suites	sommes adaptées aux frequences	frequences	
n	(n+1).n /2	(99+1).99 /2	99	4950
		n^2/2 + n/2	99	4950

comme c'est une seule suite dont le premier terme commence par 0 , d'où une fréquence de 99 par laquelle, la somme totale Vt de la matrice S_0 est obtenue de 4950 à gauche du tableau , soit :

$$\text{Soit } V_t = \frac{n\text{\^{}}2}{2} + \frac{n}{2}$$

Prenant ensuite la matrice S_1 :

S_1

0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
4	34	64	94	124	154	184	214	244	274	
1	6	11	16	21	26	31	36	41	46	
10	40	70	100	130	160	190	220	250	280	
2	7	12	17	22	27	32	37	42	47	
16	46	76	106	136	166	196	226	256	286	
3	8	13	18	23	28	33	38	43	48	
22	52	82	112	142	172	202	232	262	292	
4	9	14	19	24	29	34	39	44	49	
28	58	88	118	148	178	208	238	268	298	
90	265	440	615	790	965	1140	1315	1490	1665	8775

suites	somme générales des suites	sommes adaptées aux fréquences	fréquences	
6n+4	n.(8+6(n-1))/2	(50 n/99)*(8+6*((50*n/99)-1))/2	n=50	7550
n	(n+1).n /2	(((49*n/99)+1)*(49*n/99)) /2	n=49	1225
		(17401n^2)/19602 + (149n/198)	99	8775

Vous remarquez comment se disposent les termes de S_1 pour cette première ça saute aux yeux, on voit clairement deux sous-suites extraites de S_1, une en rouge de la forme 6n+4

la deuxième, sous formes de n, dont les sommes respectives est de (n*(8+6*(n-1))/2

& (n+1)*n /2. Ces sommes obéissent à la répartition de l'effectif ou fréquence, du chacun des termes de ces suites, dans le cas de S_1, les sommes adaptées des suites sont, telles qu'elles sont présentées à gauche du tableau en dessous de la matrice S_1, par application de la formule générale :

soit U_0 le premier terme d'une suite, U_n le terme générale de la suite

la somme totale des termes $S = \frac{(n+1)*(U0+Un)}{2}$. Pour la sous-suite 6n+4 en remplaçant n par sa fréquence (50*n/99) nous obtenons une somme $V_1 = \frac{(50\,n/99)*(8+6*((50*n/99)-1)\,)}{2}$; et pour la suite n de fréquence (49*n/99), une somme $V_2 = \frac{(\,(49*n/99)+1)*(49*n/99)}{2}$.

Sachant que la somme totale de la matrice $V_t = V_1 + V_2$

$$= \frac{(50\,n/99)*(8+6*((50*n/99)-1))}{2} + \frac{((49*n/99)+1)*(49*n/99)}{2}$$, qui après simplification donne :

$$= \frac{17401n\hat{}2}{19602} + \frac{149n}{198}$$

Vérification : en remplaçant n= 99, on trouve $V_t = 8775$, la même somme indiquée en bas et à gauche de la matrice S_1.

Voyons par la même démarche la matrice S_2 :

S_2

0	16	5	46	10	76	15	106	20	136	
2	17	32	47	62	77	92	107	122	137	
4	3	34	8	64	13	94	18	124	23	
5	20	35	50	65	80	95	110	125	140	
1	22	6	52	11	82	16	112	21	142	
8	23	38	53	68	83	98	113	128	143	
10	4	40	9	70	14	100	19	130	24	
11	26	41	56	71	86	101	116	131	146	
2	28	7	58	12	88	17	118	22	148	
14	29	44	59	74	89	104	119	134	149	
57	188	282	438	507	688	732	938	957	1188	5975

suite	somme générales des suites	sommes adaptées aux fréquences	fréquences	
n	S= (n+1).n /2	(((24*n/99)+1)*(24*n/99)) /2	24	300
6n+4	S= n.(8+6(n-1))/2	(25 n/99)*(8+6*((25*n/99)-1))/2	25	1900
3n+2	S= n.(4+3(n-1))/2	(50* n/99).(4+3((50*n/99)-1))/2	50	3775
		(73 n^2/121) + (62n/99)	99	5975

Vous voyez par « induction » la présence de trois sous-suites extraites de la matrice S_2, les différentes couleurs aidants à les repérer une en rouge de la forme 6n+4

la deuxième, sous formes de n comme dans la matrice S_1, cette fois ci avec une différence dans les fréquences, plus une troisième de forme 3n+2 dont les sommes adaptées inscrites au tableau ci-dessus

Ces sommes dites V_1, V_2, V_3 obéissent à la répartition respective de l'effectif de 24, 25,50

Sachant que la somme totale de la matrice $V_t = V_1 + V_2 + V_3$

$$= \frac{(25\,n/99)*(8+6*((25*n/99)-1))}{2} + \frac{((24*n/99)+1)*(24*n/99)}{2} + \frac{\left(50*\frac{n}{99}\right)*(4+3*\left(50*\frac{n}{99}\right)-1)}{2}$$, qui après simplification donne :

$$= \frac{73.n\^2}{121} + \frac{62.n}{99}$$

Vérification : en remplaçant n= 99, on trouve $V_t = 5975$, la même somme indiquée en bas et à gauche de la matrice S_2.

Passant à S_3, représentant la colonne du troisième terme :

S_3

0	8	16	23	5	38	46	53	10	68	
1	52	16	142	31	232	46	322	61	412	
2	10	17	4	32	40	47	9	62	70	
16	10	106	25	196	40	286	55	376	70	
4	11	3	26	34	41	8	56	64	71	
4	70	19	160	34	250	49	340	64	430	
5	2	20	28	35	7	50	58	65	12	
34	13	124	28	214	43	304	58	394	73	
1	14	22	29	6	44	52	59	11	74	
7	88	22	178	37	268	52	358	67	448	
74	278	365	643	624	1003	940	1368	1174	1728	8197

suites	somme générales des suites	sommes adaptées aux fréquences	fréquences	
n	S= (n+1).n /2	(((25*n/99)+1)*(25*n/99)) /2	12	78
6n+4	S= n.(8+6(n-1))/2	(12 n/99)*(8+6*((12*n/99)-1))/2	12	444
6n+4	S= n.(8+6(n-1))/2	(12 n/99)*(8+6*((12*n/99)-1))/2	12	444
3n+2	S= n.(4+3(n-1))/2	(25* n/99)*(4+3((25*n/99)-1))/2	25	950
18n+16	S=n.(32+18(n-1))/2	(n*13/99).(32+18((13*n/99)-1))/2	25	5800
6n+1	S= n.(2+6(n-1)) /2	(13*n /99)*(2+6((13*n/99)-1)) /2	13	481
		(593n^2/726)+(383n/198)	99	8197

Vous voyez la présence de six sous-suites extraites de la matrice S3, vous remarquez aussi

que l'effectif dans chaque matrice est de 100 , nous avons pris 99 , car tous les termes généraux des suites est de la forme an + b ont un terme initial $U_0 = b$ supérieur à 0 sauf la suite n qui apparait dans chaque matrice a un terme initial = 0 , pour respecter le domaine de définition de la suite de Collatz , nous avons décidé de l'éliminer , d'où un effectif de 99 les sommes adaptées nommées V_1 , V_2 , V_3 , V_4 , V_5 , V_6 définissent la somme totale

$V_t = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6$

soit $V_t = \frac{593.n\text{^}2}{726} + \frac{383.n}{198}$

Vérification : en remplaçant n= 99, on trouve V_t =8197, la même somme indiquée en bas et à gauche de la matrice S_3.

De même pour la matrice S_4 :

S4

0	4	8	70	16	19	23	160	5	34	
4	26	8	71	94	116	23	161	184	206	
1	5	52	2	16	20	142	28	31	35	
8	5	53	76	98	20	143	166	188	35	
2	34	10	13	17	124	4	28	32	214	
2	35	58	80	17	125	148	170	32	215	
16	1	10	14	106	22	25	29	196	6	
17	40	62	14	107	130	152	29	197	220	
4	7	11	88	3	22	26	178	34	37	
22	44	11	89	112	134	26	179	202	224	
76	201	283	517	586	732	712	1128	1101	1226	6562

suites	somme generales des suites	sommes adaptées aux frequences	frequences	
6n+4	S= n.(8+6(n-1))/2	(6*n/99)*(8+6((6*n/99)-1))/2	6	114
n	S= (n+1).n /2	((6*n/99)+1)*(6*n/99) /2	6	21
3n+1	S= n.(2+3(n-1))/2	(13* n/99)*(2+3((13*n/99)-1))/2	13	247
9n+8	S= n.(16+9(n-1))/2	(25* n/99)*(16+9((25*n/99)-1))/2	25	2900
3n+2	S= n.(4+3(n-1))/2	(12* n/99)*(4+3((12*n/99)-1))/2	12	222
3n+2	S= n.(4+3(n-1))/2	(12* n/99)*(4+3((12*n/99)-1))/2	12	222
18n+16	S= n.(32+18(n-1))/2	(12* n/99)*(32+18((12*n/99)-1))/2	12	1380
18n+4	S= n.(8+18(n-1))/2	(13* n/99)*(8+18((13*n/99)-1))/2	13	1456
		(2147n^2/3267)+(11n/9)	99	6562

Cette fois ci Vous êtes en présence de huit sous-suites extraites de la matrice S_4.

les sommes adaptées nommées V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8 définissent la somme totale

$V_t = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 + V_7 + V_8$

$$\text{Soit } V_t = \frac{2147.n^2}{3267} + \frac{11.n}{9}$$

Vérification : en remplaçant n= 99, on trouve V_t =6562, la même somme indiquée en bas et à gauche de la matrice S_4.

Regardons la matrice S_5 :

S_5

0	2	4	35	8	58	70	80	16	17	
2	13	4	214	47	58	70	484	92	103	
4	16	26	1	8	10	71	14	94	106	
4	16	160	38	49	10	430	83	94	106	
1	17	5	40	52	62	2	14	16	107	
1	106	29	40	52	376	74	85	16	646	
8	4	5	7	53	11	76	88	98	3	
52	20	31	7	322	65	76	88	592	110	
2	22	34	44	10	11	13	89	17	112	
11	22	34	268	56	67	13	538	101	112	
85	238	332	694	657	728	895	1563	1136	1422	7750

suites	somme générales des suites	sommes adaptées aux fréquences	fréquences	
9n+4	S=n.(8+9(n-))/2	((13*n/99)*(8+9((13*n/99)- 1)))/2	13	754
9n+2	S=n.(4+9(n-1))/2	(13*n/99)*(4+9((n*13/99)-1))/2	13	728
18n+4	S= n.(8+18(n-1))/2	((7* n/99)*(8+18((7*n/99)-1)))/2	7	406
3n+2	S= n.(4+3(n-1))/2	((6* n/99)*(4+3((6*n/99)-1)))/2	6	57
n	S=n.(n+1)/2	((3*n/99)*((3*n/99)+1))/2	3	6
54n+52	n.(104+54(n-1))/2	((12*n/99)*(104+54((12*n/99)-1)))/2	12	4188
9n+8	S= n.(16+9(n-1))/2	((12* n/99)*(16+9((12*n/99)-1)))/2	12	690
18n+16	S=n.(32+18(n-1))/2	((6*n/99)*(32+18((6*n/99)-1)))/2	6	366
3n+1	S=n.(2+3(n-1))/2	((6*n/99)*(2+3((6*n/99)-1)))/2	6	51
18n+16	S=n.(32+18(n-1))/2	((6*n/99)*(32+18((6*n/99)-1)))/2	6	366
3n+1	S=n.(2+3(n-1))/2	((6*n/99)*(2+3((6*n/99)-1)))/2	6	51
3n+2	S= n.(4+3(n-1))/2	((6* n/99)*(4+3((6*n/99)-1)))/2	6	57
6n+4	S=n.(8+6(n-1)/2	((3*n/99)*(8+6((3*n/99)-1))/2	3	30
		(1643n^2/2178 + 713.n/198)	99	7750

L'examen de la matrice S_5 fait ressortir treize sous-suites extraites de cette matrice .

les sommes adaptées nommées V_1 , V_2 , V_3 , V_4 , V_5 , V_6 , V_7 , V_8, V_9 , V_{10}, V_{11} , V_{12} , V_{13} , définissent la somme totale

$V_t = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 + V_7 + V_8 + V_9 + V_{10} + V_{11} + V_{12} + V_{13}$

$$\text{soit } V_t = \frac{1643.n^2}{2178} + \frac{713.n}{198}$$

Vérification : en remplaçant n= 99, on trouve V_t =7750 , la même somme indiquée en bas et à gauche de la matrice S_5.

Reprenons le tableau N°1 :

	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	…	Sm
C(0,0)	0	0	0	0	0	0	0	…	C(m,0)
C(0,1)	1	4	2	1	4	2	1	…	C(m,1)
C(0,2)	2	1	4	2	1	4	2	…	C(m,2)
C(0,3)	3	10	5	16	8	4	2	…	C(m,3)
C(0,4)	4	2	1	4	2	1	4	…	C(m,4)
C(0,5)	5	16	8	4	2	1	4	…	C(m,5)
C(0,6)	6	3	10	5	16	8	4	…	C(m,6)
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
C(0,n)	C(0,n)	C(1,n)	C(2,n)	C(3,n)	C(4,n)	C(5,n)	C(6,n)	…	C(m,n)

Tableau N° 1

Lemme I :

La somme de la dernière colonne est égale à la somme de la dernière ligne :

(Vérifiable pour toute matrice, la récurrence s'en suit, autrement dit la moyenne parfaite obtenu du côté termes des sous-suites (colonnes), est la même que celle obtenu du côté des suites de Collatz (lignes).

$$\sum_{n=0}^{n} \sum_{m=0}^{n} \mathrm{C(m, n)} \quad = \quad \sum_{m=0}^{n} \sum_{n=0}^{n} \mathrm{C(m, n)}$$

Lemme II :

la moyenne parfaite est égale à la somme de la matrice carrée divisé par n^2 qui est l'effectif totale de la matrice :

$$\mathrm{MP} = \frac{\sum_{n=0}^{n} \sum_{m=0}^{n} \mathrm{C(m,n)}}{n^2}$$

on voit que la somme totale des termes de la suite, est égale a une fonction de la forme : $\alpha.n^2$ + ß.n +λ :

Chaque colonne, est constituée par un certain nombre de sous-suites extraites de la forme an+b dont la somme des termes selon la formule générale :

$$= \frac{(\mathrm{n}+1)*(\mathrm{b}+(\mathrm{a.n}+\mathrm{b}))}{2}$$

$$= \frac{(\mathrm{n}+1)*(2\mathrm{b}+\mathrm{a.n})}{2}$$

$= \frac{(an^2)}{2} + \frac{(a+2b).n}{2} + b$

la somme totale , en général , de ces sous-suites St =

$= (\frac{a1n^2}{2} + \frac{(a1+2b1).n}{2} + b1) + (\frac{(a2n^2)}{2} + \frac{(a2+2b2).n}{2} + b2) +....+ (\frac{(ak.n^2)}{2} + \frac{(ak+2bk).n}{2} + bk)$

$= \frac{(a1+a2+\cdots ak)n^2}{2} + \frac{((a1+a2+\cdots+ak)+2(b1+b2+\cdots+bk)).n}{2} + (b1 + b2 + \cdots + bk)$

avec bien entendu, chaque ak et bk représentent respectivement les totales de tous les a et b au sein de chaque colonne , c'est-à-dire que a1 =(a1+a2+...+ap) ...

en posant A= $(a1 + a2 + \cdots + ak)$ et B = $(b1 + b2 + \cdots + bk)$ / ak = (a1+a2+...+ap) et bk=(b1+b2+...+bp) , k,p $\in \mathbf{N}^2$

$St = \frac{A.n^2}{2} + \frac{(A+2B).n}{2} + B$ **(1)**

Avant de commencer avec le tableau N°1, comparons notre relation **(1) avec** ce que nous avons trouvé dans les cinq ou six tableaux matriciels :

la matrice S0 : somme des ap = 1 =**1** ; bp = 0 =**0**
la matrice S1 : somme des ap = 1+6 =**7** ; bp = 0+4 =**4**
matrice S2 : somme des ap = 1+6+3 =**10** ; bp =0+4+2 =**6**
matrice S3 : somme des ap = 1+6+6+3+18+6 =**40** ; bp =0+4+4+2+16+1 =**27**
matrice S4 :somme des ap = 6+1+3+9+3+3+18+18=**61** ; bp =4+0+1+8+2+2+16+4=**37**
matrice S5 : somme des ap = 9+9+18+3+1+54+9+18+3+18+3+3+6 =**154** ;
bp = 4+2+4+2+0+52+8+16+1+16+1+4+4 = **112**

par application de la relation **(1)**

$St = \frac{(1+7+10+40+61+1\quad).n^2}{2} + \frac{((1+7+10+40+61+15\quad)+2(4+6+27+37+112)).n}{2}$

$St = \frac{273.n^2}{2} + \frac{273+2*186.n}{2}$

$St = \frac{273.n^2}{2} + \frac{644.n}{2} +186$

il est à préciser que cette somme St calculée à partir de n pour « toutes » suites est bien supérieur à celle obtenue (= 42209) par des n adaptée à la fréquence pour chaque suite au sein d'une matrice .

Les sommes totales des termes calculés pour S0 ,S1,S2,S3,... S5 semblent respecter les règles de la relation **(1)** :

$Vt0 = \frac{n\text{^}2}{2} + \frac{n}{2}$;

Vt1 = $\frac{17401n^2}{19602} + \frac{149n}{198}$; Vt2 = $\frac{73.n^2}{121} + \frac{62.n}{99}$; Vt3 = $\frac{593.n^2}{726} + \frac{383.n}{198}$

Vt4 = $\frac{2147.n^2}{3267} + \frac{11.n}{9}$; Vt5 = $\frac{1643.n^2}{2178} + \frac{713.n}{198}$ …

1°) - λ = 0 de Vt_0 à Vt_5 .

2°) – dans les sommes adaptées à la fréquence, les coefficients respectifs de n^2 *et de n sont différents* .

L'existence de ces deux différences nous amène à poser le problème selon deux options que nous allons détailler maintenant :

Option I, dite α

Nous considérons alors que les sommes totales de nos S_m sont un cas particulier qui obéissent à la forme : $\alpha.n^2$ + ß.n +λ avec λ=0, $\alpha = \frac{A.}{2}$ et ß # $\frac{(A+2B)}{2}$

ß et λ ne posent aucun problème à la suite du raisonnement qui ne concernera que $\alpha.n^2$, ∀ ß et λ quand nous utilisions les limites , donc aucun obstacle pour continuer.

- à partir du tableau N°1, nous considérons la MP, la moyenne parfaite pour chaque ligne et colonne :

$$MP = \frac{\sum_{n=0}^{n} \sum_{m=0}^{n} C(m,n)}{n^2} \quad \Rightarrow \quad MP = \frac{\frac{A.n^2}{2} + \frac{(A+2B).n}{2} + B}{n^2}$$

La moyenne des moyennes MP est toujours de la forme $\alpha.n^2 + ß.n + \lambda$, donc

La moyenne parfaite MP = $\frac{(\alpha.n^2 + ß.n + \lambda)}{n^2}$ (qui représente une « valeur-propriété »comme je disais au début)

Examinons la limite de MP quand n tend vers +l'infini :

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{(\alpha.n^2 + ß.n + \lambda)}{n^2}\right)$$

En levant l'indétermination

$$= \lim_{n\to\infty}\left(\frac{(\alpha.n^2\ )}{n^2}\right) = \alpha$$

Comme $\alpha = \frac{A}{2}$ (voir la relation **(1)**), la limite de MP quand n tend vers l'infini = $\frac{A}{2}$

nous avons vu que A= $(a1 + a2 + \cdots + ak)$ / ak = (a1+a2+…+ap) , k, p $\in \mathbf{N}^2$

A tend à son tour à + l'infini quand p ou k tendent vers l'infini

⇒ La moyenne parfaite MP tend vers l'infini

⇒ **Syracuse diverge à l'infini**. Malheureusement ça ne tient pas debout parce qu'en

se basant sur les premiers résultats obtenues sur nos matrice Sm on voit clairement

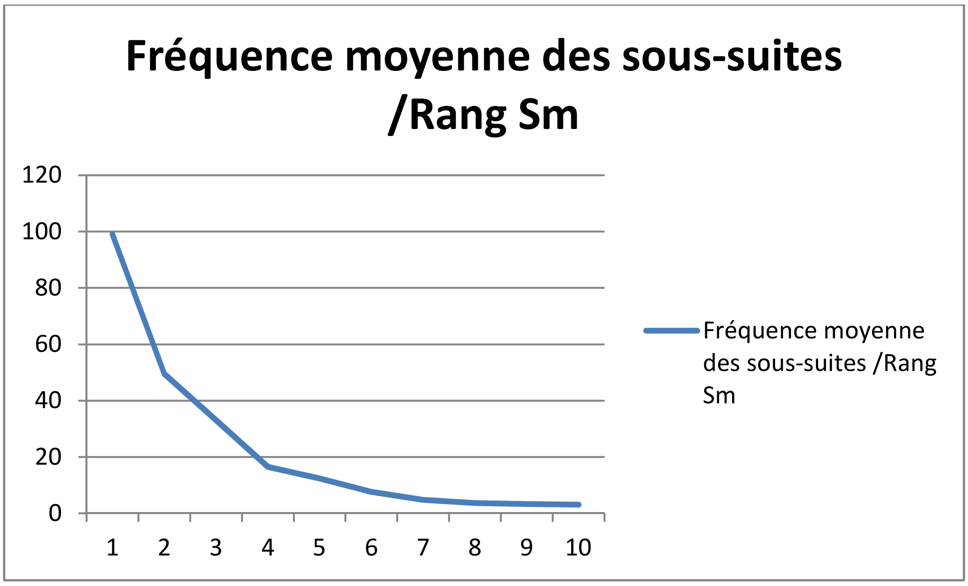
que les p et q de Ak ou les coefficients directeurs a de chaque sous-suite (an+b) si nous tenons cette fois ci des sous-suites adaptés à leur fréquence nous voyons que la tendance des p et q est à la baisse , voir s'annuler comme dans le cas de la matrice Sc du cycle trivial comme nous allons voir après , ce qui donne en tout cas un Ak bornée .. ,

Option II, dite ß

Regardons un tableau des fréquences par rapport aux nombres des sous-suites dans chaque matrice Sm.

on constate la valeur moyenne de la fréquence est inversement proportionnelle aux nombres de sous suites tout au long de la trajectoire Sm de Collatz .

S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9 *
99	50	24	12	6	13	6	6	6	3
99	49	25	12	6	13	6	6	3	4
		50	12	13	7	6	3	3	3
	49,5		25	25	6	6	6	3	4
		33	25	12	3	6	3	3	3
	0		13	12	12	6	6	3	3
		0		12	12	6	3	3	3
			16,5	13	6	3	3	3	3
			0		6	6	4	3	3
				12,37	6	7	3	3	3
				0	6	3	3	3	3
					6	7	3	3	3
					3	3	3	3	3
						3	4	4	3
					7,61	4	3	5	3
					0	4	3	3	3
						3	3	5	3
						3	3	4	3
						3	3	3	3
							3	3	3
						4,78	3		
							3,66		
								3,45	3,1



* j'ai rajouté S_6 à S_9 pour compléter les 10 cases de la matrice…qui apparaissent , cette fois ci , avec λ # 0 .

Nous considérons alors que les sommes totales de nos Sm sont toujours un cas particulier qui obéissent à la forme : $\alpha.n^2$ + ß.n +λ avec λ # 0, $\alpha = \frac{A.}{2}$ et ß # $\frac{(A+2B)}{2}$

là aussi aucun obstacle ∀ α, si α=0 , avec ß # B.n et λ # 0,

➔ $0.n^2$ + ß.n + λ = B.n +B ➔(ß – B).n + λ - B =0 ➔ n=$\frac{B-\lambda}{ß - B}$ =$\frac{0}{ß - B}$ définit dans N (ß # B)

D'après **(1)** B= λ et comme ß # B.n , ∀ n ∈ **N** ➔ n=$\frac{0}{ß - B}$ = 0

➔ qu'il existe une matrice Sm , qui renferme 0 sous-suites arithmétiques (de forme an+b) et dont le nombre des termes (x1 ,x2,x3) * est de 3 , valeur duquel tend la moyenne des fréquences de la matrice en décroissant franchement , et auquel est définit le minimum de termes de chaque suite qui se « respecte »,on définit t= (x1+x2+x3)/3, constante , qui correspond à la valeur de la MP minimale à laquelle tend la suite des moyennes-Colonnes et de lignes , en décroissant également en suivant la décroissance de ses termes vers 3, comme nous avons vu ci-dessus**

or $\alpha.0^2$ + ß.0 + λ = t ➔ <u>**t= λ**</u> (pour n=0, ∀ α et ∀ ß) ou bien

$\alpha.n^2$ + ß.n + λ = t ➔ $\alpha.n^2$ + ß.n + λ - t = 0 à pour solutions entière α= ß=0 & <u>**t= λ**</u>

* (x1 ,x2,x3) est une suite de Collatz d 'une matrice carré de côté 3 (S_1,S_2 S_3,) , qui dans le cas du cycle trivial du fait de la périodicité peut être présenté sous forme d'une matrice carré de côté de tout ce qu'on veut , comme c'est le cas de nos matrices de 10^2.

** une sous-suite doit avoir au moins 3 termes pour se faire reconnaître en tant que suite.

Examinons la matrice Sc du cycle trivial :

0	4	2	1	4	2	1	4	2	1	
4	2	1	4	2	1	4	2	1	4	
2	1	4	2	1	4	2	1	4	2	
1	4	2	1	4	2	1	4	2	1	
4	2	1	4	2	1	4	2	1	4	(7/3)*99
2	1	4	2	1	4	2	1	4	2	
1	4	2	1	4	2	1	4	2	1	
4	2	1	4	2	1	4	2	1	4	
2	1	4	2	1	4	2	1	4	2	
1	4	2	1	4	2	1	4	2	1	
21	25	23	22	25	23	22	25	23	22	231

La matrice Sc ne renferme aucune sous-suite arithmétique, vous pouviez vérifier
Car la seule sous-suite qui se dégage de la matrice c'est : $2^0 \longrightarrow 2^1 \longrightarrow 2^2$
qui est une sous-suite géométrique et non arithmétique.
La Moyenne de la somme de cette sous-suite = (4+2+1)/3 = $\frac{7}{3}$ dont $\lambda = \frac{7}{3}$
Supposons que La limite de la moyenne parfaite MP tend vers λ = t= (x1+x2+x3)/3 = $\frac{7}{3}$ (2)

Il va falloir résoudre l'équation de Collatz (2) à 3 inconnus qui est algébriquement impossible sans le recours à deux propriété du cycle trivial, à savoir l'unicité et la périodicité définit bien entendu dans N^* :

Nous avons 3 nombres x_1, x_2 et x_3 avec chacun 2 façons de se présenter, s'il est pair, soit en (x/2) dite a, soit en (3x+1) dite b s'il est impair, donc nous avons 2^3= 8 cas possibles que nous allons examiner en permutant les opérations a et b par 3 :

-1) cas : a a a⇒ ((x/2)/2) / 2 = x ⇒ x = 0

(Après 3 opérations, il retourne à x puisque c'est un cycle, donc = x)

-2) cas : a a b ⇒ 3((x/2)/2) +1 = x ⇒ x = 4

-3) cas : a b a ⇒ ((3x+1)/2)/2=x ⇒ x = 1

-4) cas : a b b ⇒ (3(3x+1)+1)/2 = x ⇒x = -4/7

-5) cas : b b b ⇒ 3(3(3(x+1) +1) +1 = x ⇒ x = -1/2

-6) cas : b a b ⇒ 3((3x+1)/2)+1 = x ⇒ x = -5/7

-7) cas : b b a ⇒ 3(3(x/2)+1)+1 = x ⇒ x = -8/7

-8) cas : b a a⇒ (3(x/2) +1) /2 = x ⇒ x = 2

Les seuls solutions de nos équations dans N* sont x_1= 1, x_2=2, x_3= 4 qui sont celles du cycle trivial 4 -> 2->1 ; les autres solutions (0, -4/7,-1/2,-5/7,-8/7) n'appartiennent pas à N*

⇒ (x1+x2+x3)/3 = $\frac{7}{3}$ a pour solutions entières et positives $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=4$ (2)

⇒la moyenne parfaite minimum MPM ne pouvait être que de forme $\alpha.n^2$ + ß.n + λ avec α = 0 et ß= 0 + λ / λ# 0 , la solution de l'équation (2) nous donne λ = $\frac{7}{3}$

Comme la moyenne parfaite décroit du fait de la décroissance de la moyenne des fréquences adaptées (voir tableau ci-dessus …)

⇒ la moyenne parfaite MP tend vers λ = $\frac{7}{3}$

Comme, selon le lemme I , la moyenne parfaite obtenu du côté termes des sous-suites (colonnes), est la même que celle obtenu du côté des suites de Collatz (lignes).

⇒ …

Pour une quantification de SYRACUSE

Revenons à nos observations de nos 10 matrices carrées représentant les dix premiers termes $S_0 \rightarrow S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 \rightarrow S_4 \rightarrow S_5 \rightarrow S_6 \rightarrow S_7 \rightarrow S_8 \rightarrow S_9 \rightarrow S_{10} \rightarrow S_{11}$

En rajoutant S_{10} et S_{11} pour la clarté de ce qui va suivre * :

1°- on constate d'abord que les six premiers Sm ont une somme totale Vt de forme générale, comme nous avons montré, de $\alpha.n^2$ + ß.n + λ avec la particularité λ =0

C'est-à-dire que l'ensemble da chaque matrice couvre l'ensemble des cases da la matrice

(à 99 % dù au statut particulier réservé à 0 …)

$Vt_0 = \frac{n\hat{}2}{2} + \frac{n}{2}$;

$Vt_1 = \frac{17401n\hat{}2}{19602} + \frac{149n}{198}$; $Vt_2 = \frac{73.n\hat{}2}{121} + \frac{62.n}{99}$; $Vt_3 = \frac{593.n\hat{}2}{726} + \frac{383.n}{198}$

$Vt_4 = \frac{2147.n\hat{}2}{3267} + \frac{11.n}{9}$; $Vt_5 = \frac{1643.n\hat{}2}{2178} + \frac{713.n}{198}$

*ça serait intéressant peut être d'essayer l'étude sur des matrices à 12^2…

2°-

Dans **S6**, nous observons 96 cases avec un total de 6800, comme pour les premiers Sm, la somme total adaptée aux fréquences doit être égale à une somme Vt de forme $\alpha.n^2$ + ß.n

à qui on doit rajouter 9, le total des cases non couvertes par des sous-suites :

soit Vt = $\alpha.n^2$ + ß.n +9 ➔ λ = 9

nous allons nous prémunir d'une variable indépendante, la part qu'occupe λ par rapport à Vt qui est = 0,13%. (p(λ) =0.13%)

S6

0	1	2	106	4	29	35	40	8	52	
1	40	2	107	142	29	35	242	46	310	
2	8	13	4	4	5	214	7	47	53	
2	8	80	19	148	5	215	250	47	53	
4	52	16	20	26	31	1	7	8	322	
4	53	88	2	26	188	37	256	8	323	
4	2	16	22	160	34	38	44	49	10	
26	10	94	22	161	196	38	44	296	55	9
1	11	17	22	5	34	40	268	52	56	
34	11	17	134	28	202	40	269	304	56	
78	196	345	458	704	753	693	1427	865	1290	6809

4 cases non couvertes par des sous-suites, soit une Somme de 9 = 0,13%

96 cases couvertes par des sous-suites

Dans **S7** , soit Vt = $\alpha.n^2$ + ß.n +42 ➔ λ = 42 (Vt =7823)

la part de λ dans Vt = p(λ)= 0,53%

S7

0	4	1	53	2	88	106	20	4	26	
4	20	1	322	71	88	106	121	23	155	
1	4	40	2	2	16	107	22	142	160	
1	4	40	58	74	16	646	125	142	160	
2	26	8	10	13	94	4	22	4	161	
2	160	44	1	13	94	112	128	4	970	
2	1	8	11	80	17	19	22	148	5	
13	5	47	11	484	98	19	22	148	166	42
4	34	52	11	16	17	20	134	26	28	
17	34	52	67	14	101	20	808	152	28	
46	292	293	277	769	629	1159	1424	793	2141	7823

16 cases non couvertes par des sous-suites, soit une Somme de 42 = 0,53%

84 cases couvertes par des sous-suites

Dans **S8**, soit Vt = $\alpha.n^2$ + ß.n +219 ➔ λ = 219 (Vt =6958) la part de λ dans Vt = p(λ)= 3,14%

S8

0	2	2	160	4	44	53	10	2	13	
2	10	2	161	214	44	53	364	70	466	
4	2	20	4	4	8	322	11	71	80	
4	2	20	29	37	8	323	376	71	80	
1	13	4	5	40	47	2	11	2	484	
1	80	22	2	40	47	56	64	2	485	
1	4	4	34	40	52	58	11	74	16	
40	16	142	34	242	49	58	11	74	83	219
2	17	26	34	8	52	10	67	13	14	
52	17	26	202	7	304	10	404	76	14	
107	163	268	665	636	655	945	1329	455	1735	6958

28 cases non couvertes par des sous-suites, soit une Somme de 219 = 3,14%

72 cases couvertes par des sous-suites

Dans **S9**, soit Vt = $\alpha.n^2$ + ß.n +2006 ➔ λ = 2006 (Vt =7777)

la part de λ dans Vt = p(λ)= 25,79%

S9

0	1	1	80	2	22	160	5	1	40	
1	5	1	484	107	22	160	182	35	233	
2	1	10	2	2	4	161	34	214	40	
2	1	10	88	112	4	970	188	214	40	
4	40	2	16	20	142	1	34	1	242	
4	40	11	1	20	142	28	32	1	1456	
4	2	2	17	20	26	29	34	37	8	
20	8	71	17	121	148	29	34	37	250	2006
1	52	13	17	4	26	5	202	40	7	
26	52	13	101	22	152	5	202	38	7	
64	202	134	823	430	688	1548	947	618	2323	7777

37 cases non couvertes par des sous-suites, soit une somme de 2006 = 25,79

63 cases couvertes par des sous-suites

Dans **S10**, soit Vt = $\alpha.n^2$ + ß.n +4375 ➔ λ = 4375 (Vt =6661)

la part de λ dans Vt = p(λ)= 65,68%

S10

0	4	4	40	1	11	80	16	4	20	
4	16	4	242	322	11	80	91	106	700	
1	4	5	1	1	2	484	17	107	20	
1	4	5	44	56	2	485	94	107	20	
2	20	1	8	10	71	4	17	4	121	
2	20	34	4	10	71	14	16	4	728	
2	1	1	52	10	13	88	17	112	4	
10	4	214	52	364	74	88	17	112	125	4375
4	26	40	52	2	13	16	101	20	22	
13	26	40	304	11	76	16	101	19	22	
39	125	348	799	787	344	1355	487	595	1782	6661

64 cases non couvertes par des sous-suites, soit une Somme de 4375 =65,68%

36 cases couvertes par des sous-suites

Dans **S11**, soit Vt = $\alpha.n^2$ + ß.n +6782 ➔ λ = 6782 (Vt =7257)

la part de λ dans Vt = 93,45% (p(λ) = 93.45)

S11

0	2	2	20	4	34	40	8	2	10	
2	8	2	121	161	34	40	274	53	350	
4	2	16	4	4	1	242	52	322	10	
4	2	16	22	28	1	1456	47	322	10	
1	10	4	4	5	214	2	52	2	364	
1	10	17	2	5	214	7	8	2	364	
1	4	4	26	5	40	44	52	56	2	475
5	2	107	26	182	37	44	52	56	376	
2	13	20	26	4	40	8	304	10	11	6782
40	13	20	152	34	38	8	304	58	11	
60	66	208	403	432	653	1891	1153	883	1508	7257

59 cases non couvertes par des sous-suites, soit en Somme de 6782 = 93,45%

41 cases couvertes par des sous-suites, soit en Somme de 475

on voit qu'avec les cinq ou les six premiers Sm , nous avons isolé une variable indépendante qui montre le caractère **descendant** dans l'évolution de la moyenne parfaite MP suivant le trajet de Collatz ; il y va de S_0 avec son unique sous-suite couvrant 99 cases sur 100 , soit une fréquence moyenne de 99 , jusqu'à S_9 et sa fréquence moyenne de 3.10 frôlant celle de la matrice Sc du cycle trivial dont les caractéristiques ,à savoir 0 sous-suite arithmétique avec une moyenne de 7/3 et <u>3</u> termes (4 ,2,1) .

ce qui veut dire s'il ya une courbe descendante, commençant par un maximum de 99 en se terminant avec un minimum de 3, comme nous avons vu dans le cycle trivial .

du côté du S_6 au S_9 (ou S_{11}) , nous avions isoler une deuxième variable qui est *la part que prend λ par rapport à la somme totale Vt de la matrice*, soit p(λ) en remarquant que pour cette deuxième moitié de Sm ,l'absence d'une sous-suite n , et la présence de λ # 0 .

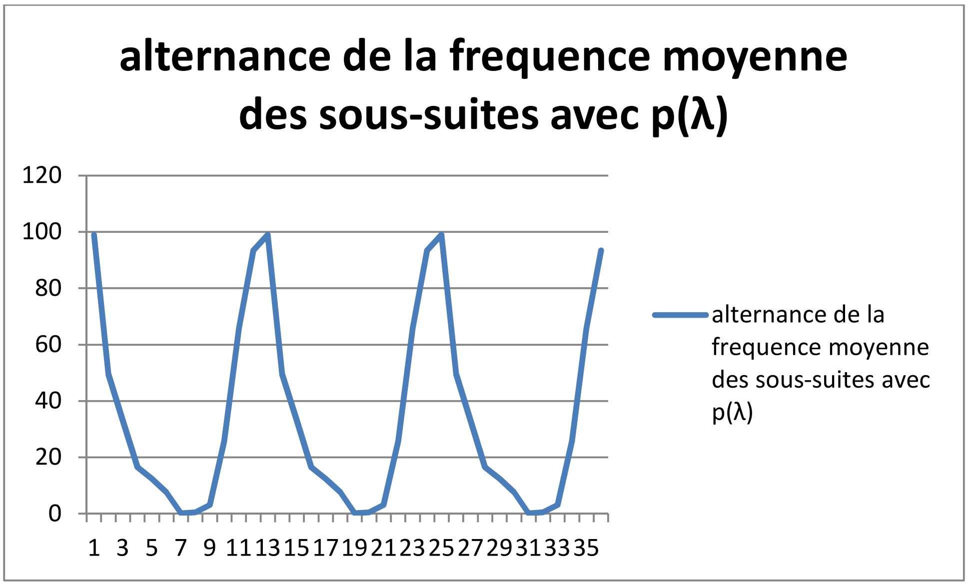
Nous constatons que de S_6 au S_9 (ou S_{11}), λ grandit ce qui entraine un rétrécissement du champ (cases) ou fleurissent les sous-suites ce qui implique une augmentation de de la moyenne des fréquences, car plus le nombre de sous-suites est réduit, plus la FM croit

il s'agit au fait d'une seule et même variable exprimé d'une « même » valeur :

S_0 ➔ 1 sous-suite ➔ FM = 99 ; S_6 ➔ p(λ) = 0.13
S_1 ➔ 2 sous-suites ➔ FM = 49.5 ; S_7 ➔ p(λ) = 0.53
S_2 ➔ 3 sous-suites ➔ FM = 33 ; S_8 ➔ p(λ) = 3.14
S_3 ➔ 6 sous-suites ➔ FM = 16.5 ; S_9 ➔ p(λ) = 25.79
S_4 ➔ 8 sous-suites ➔ FM = 12.37 ; S_{10} ➔ p(λ) = 65.68
S_5 ➔ 13 sous-suites ➔ FM = 7.61 … ; S_{11} ➔ p(λ) = 93.45 …

Ces résultats exprimés sous forme d'une courbe reflète l'aspect sinusoïdale du trajet de Syracuse de S_0 à S_m, m tendant à ∞ indépendamment du cycle trivial :

une telle fonction d'onde évoluant en abscisse dans [0,∞ [(ou $2k\pi$) , puis en ordonnées évoluant entre un maximum (99) et un minimum (3) comme nous avons vu… .



je répète :

une telle fonction d'onde évoluant en abscisse dans [0,∞ [(ou $2k\pi$) , puis en ordonnées évoluant entre un maximum (99) et un minimum (3) pourrait être assimilé à une fonction continu, f(x) = 96 cos^2 (x) +3 et qui pourrait exprimer l'évolution périodique de FM tout le long du trajet –Collatz .

on vérifie rapidement que pour x=0° , f(x) = 99 le maximum, et pour x =$\frac{\pi}{2}$, f(x)=3 qui est le minimum. le cosinus élevé au carré nous garantit un résultat positif dans un repère orthonormé (0,x) et (0,y) séparé par un angle de $\frac{\pi}{2}$, exactement comme dans le repère ou s'articule nos deux Syracuse dans chaque matrice (ligne/colonne), pourquoi pas comme la position initiale horizontale et verticale des deux polariseurs des expériences d' Alain Aspect , prix noble de physique 2022, qui a tranché le célèbre débat entre Albert Einstein et Niels Bohr sur la présence ou pas des **variables cachées** *, les résultats non attendus par la violation de l'inégalité de Bell confirme la non existence d'une théorie de variables cachées, autrement dit , en ce qui nous concerne , muni de deux Syracuse , la fonction d'onde va peut-être nous ouvrir une perspective d' aborder une solution .

LES DEUX SURACUSES VIOLENT AUSSI LES INEGALITES DE BELL

par analogie avec le principe du protocole expérimentale d'Alain Aspect et col

nous considérons l'orientation des deux suites , la suite de Collatz tout au long des lignes (S0➔S1…➔Sm) et la suite des termes au sein de chaque Sm , tout au long des colonnes , suivants deux orientations perpendiculaires- comme dans la matrice carrée –et ce, de coup obéissent aux différentes positions des « polariseurs »en utilisant notre fonction d'onde f(x) = 96 cos^2 (x) +3 dont x ou (x+$\frac{\pi}{2}$) selon la position horizontale ou verticale, et selon des x choisi pour

variables cachées comme celles que j'ai essayé d'explorer, MP & p(λ) dans cet « article »qui sous-tend l'existence d'une issue à Syracuse .

mieux illustrer les inégalités de Bell à savoir respectivement les angles $(0, \frac{\pi}{8})$, $(0, \frac{\pi}{4})$ et $(0, \frac{\pi}{2})$ et qui comme par hasard en posant $\frac{\pi}{2}$ comme unité laisse ressortir respectivement 1,2, 4 …le cycle trivial présent dans chaque période.

à la différence entre les valeurs données par la fonction d'onde dans le dispositif de John Bell , qui fluctuent entre +1 valeur maximum , et -1 valeur minimum , exprimant des corrélations dans cet intervalle , tandis dans notre fonction d'onde ; 96 cos^2 (x) +3 , les valeurs oscillent entre 99 , valeur maximum et 3 , valeur minimum et exprimant une certaine valeur de l'évolution de la MP .

Voici le tableau résumant le protocole de Bell adapté à notre fonction :

	P++	P--	P-+	P+-
(a,b):(0-0)	1/2(96,cos^2(0-0)+3)	1/2(96,cos^2(0-0)+3)	1/2(96,cos^2(0+π/2)+3)	1/2(96,cos^2(0+π/2)+3)
(a',b):(0,π/8)	1/2(96,cos^2(π/8-0)+3)	1/2(96,cos^2(π/8-0)+3)	1/2(96,cos^2(π/8+π/2)+3)	1/2(96,cos^2(π/8+π/2)+3)
(a,b'):(0,π/4)	1/2(96,cos^2(π/4-0)+3)	1/2(96,cos^2(π/4-0)+3)	1/2(96,cos^2(π/4+π/2)+3)	1/2(96,cos^2(π/4+π/2)+3)
(a',b'):(π/4,π/8)	1/2(96,cos^2(π/4-π/8)+3)	1/2(96,cos^2(π/4-π/8)+3)	1/2(96,cos^2(π/4+π/2)+3)	1/2(96,cos^2(π/4+π/2)+3)

dont voici les valeurs, et la valeur MP en rouge est obtenue par : MP=(P++)+(P--)-(P+-)-(P-+)

	P++	P--	P-+	P+-	MP
(a,b):(0-0)	49,5	49,5	1,5	1,5	96
(a',b):(0,π/8)	42,47	42,47	8,52	8,52	67,9
(a,b'):(0,π/4)	25,5	25,5	25,5	25,5	0
(a',b'):(π/4,π/8)	42,47	42,47	8,52	8,52	67,9

en utilisant l'autre inégalité de Bell* qui est : P+- (a,b) + P+-(b,c) ≥ P+-(a,c)

	P-+	P+-
(a,b):(0,π/8)	8,52	8,52
(a,c):(0,π/4)	25,5	25,5
(b,c):(π/4,π/8)	8,52	8,52

⇒ 8.52 + 8.52 ≥ 25.5 ? ce qui viole l'inégalité de Bell .

* nous avons utilisé l'autre inégalité de Bell , pour éviter la confusion entre corrélations parfaites et MP basées sur deux formules complétement différentes . voire article « ai-je bien compris la MQ » .

CONCLUSIONS

bien qu'on a définit la fonction f(x)= 96 cos^2 (x) +3, celle-ci décrit l'évolution périodique de la MP tout le long du trajet -Collatz des Sm, évoluant entre un maximum 99 et un minimum 3 , et entre les deux évolue complètement le cycle trivial comme pour n =1 puis n=2 puis n =4 jusqu'à complétement évoluer pour tout n appartenant à N .

C'est à coté de 99 et 3 qu'on s'approche de la matrice Sc du cycle trivial :

1° - **S_0** ,de valeur 99 qui présente une et une seul sous-suite proche de 0 , qui caractérise la matrice Sc du cycle trivial.

2°- **S_{11}** avec une p(λ) = 93.45 qui présente la caractéristique d'avoir une somme Vt presque égale à λ avec α=0 et ß = 0 qui, en évoluant la MP tend vers λ = à la moyenne du cycle trivial à savoir =7/3

Nous avons vu que pour toute sous-suite de termes minimum 3 ne peut avoir que les éléments du cycle trivial comme solutions entières et positives .

⇒ (x1+x2+x3)/3 = $\frac{7}{3}$ a pour solutions entières et positives $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=4$ (2)

⇒la moyenne parfaite minimum MPM ne pouvait être que de forme $\alpha.n^2$ + ß.n + λ avec α = 0 et ß= 0 + λ / λ# 0 , la solution de l'équation (2) nous donne λ = $\frac{7}{3}$

Comme la moyenne parfaite décroit du fait de la décroissance de la moyenne des fréquences adaptées comme confirmé par la fonction d'onde, malgré qu'on ignore la période, de cette fonction, qui reproduit la mécanique –Collatz . d'ailleurs la violation de l'inégalité nous confirme l'impossibilité de connaitre cette variable « cachée » sauf par l'observation (et de nos observations tirées de ci-dessus)

⇒ La moyenne parfaite MP tend vers λ = $\frac{7}{3}$

Comme, selon le lemme I, la moyenne parfaite obtenu du côté termes des sous-suites (colonnes), est la même que celle obtenu du côté <u>des suites de Collatz</u> (lignes)*.

⇒ Selon ces **observations, Syracuse converge surement vers le cycle trivial.**

BERKOUK Mohamed 25.05.2023 – 15 :08

* je crois que je vais m'arrêter là. Bon voyage.