Two Different Ways of Light Propagation

Fang Zhou

tony_zf_zf_zf@126.com

Abstract **The '*Universe Space-time*' is just '*Galiliean Space-time*'. In the proposed system of simultaneous equations for deriving Lorentz Transformation had been introduced equations defined in *Minkowski Space-time* with '*relative time*', which in result makes Lorentz Transformation being '*Identical Transformation*' , defined only in *Minkowski Space-time* and untenable in *Galiliean Space-time*. A relevant Law, namely '*Law of Light Propagation*' is firstly put forward by author. It would be a fundamental law in Motion Observation Theory. In addition, Galilean-Zhou Transformation is logically and accurately deduced. The '*World-line*' for *Minkowski Space-time* depicts a single curve: $x=ct$, $x'=ct'$ in *Minkowski Space-time*, but, however, the '*World-line*' for Galilean-Zhou Transformation depicts a branchy curve: $x=ct$, $x'=(c-u)t'=ct'-ut'$ in *Galilean Space-time*. Lorentz Transformation describes an observation process of two relatively rest observers instead of two relatively moving observers. Lorentz Transformation is actually '*Null*' Transformation $[x'(t') , t']^T = [x(t) , t]^T$ which is untenable in *Galilean Space-time*. Therefore, it is impossible to give evidence for any prediction of Einstein's SR and GR based on Lorentz Transformation and deduced in *Minkowski Space-time* via physical experiments and astronomical observations acquired in *Galilean Space-time* .**

两种不同性质的

光信号传输方式

周 方

tony_zf_zf_zf@126.com

摘要 闵可夫斯基时空为‘只有一个观测者’的“一人世界”，其中只可能存在“恒等变换”（‘零’变换）（‘**Null**’**Transformation**）。‘零’变换其实就是‘无变换’。“洛伦兹变换”为闵可夫斯基时空内的“恒等变换”。“洛伦兹变换”仅适应于“无‘多普勒效应’或‘多普勒效应’微不足道的（电磁波）有线传输及（光粒子）光纤传输”之场合，如直接观测显微镜、医用内窥镜等“‘物镜-目镜’无相对运动（$\vec{u}=0$）的透视系统”摄取的实时图像。伽利略时空为‘至少有两个观测者’的“多人世界”，在“两观测者有相对运动（$\vec{u}\neq 0$）且真空中光传播速率为有限值”的一般情况下，唯一客观存在的时空变换为“伽利略-周方变换”。“伽利略-周方变换”适应于“有‘多普勒效应’的（光波，电磁波）无线传输”之场合，如通过太空望远镜及‘火星车’等“‘物镜-目镜’有相对运动（$\vec{u}\neq 0$）的透视系统”观测‘遥远星系运动’的实时图像。此外，文中还首次揭示了“伽利略时空”内一条重要定律：“光传播定律”— “伽利略时空”内任意时空点（‘运动质点’，‘闪光点’）上的“光传播时空弹性”恒等于 1。“光传播定律”也称为“真空中光传播速率为恒定值定律”或简称“光速不变性（绝对性）定律”— “在任意时空点（‘闪光点’），真空中光传播速率为恒定值$c=1\big/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$，乃是光的固有属性，与光在哪个参考系内进行传播无关”。这条定律为奠定“运动观测理论”的基础定律。

~~~~~~

关键词 时空 伽利略时空 相对论 狭义相对论 运动观测论 伽利略-周方变换 伽利略变换 洛伦兹变换
~~~~~~

目 录

~~~~~~
~~~~~~

1. 伽利略时空$\left\{\begin{bmatrix}\vec{r}(t)\\ t\end{bmatrix},\quad t\right\}$内之诸定义：

（a）K 系观测者在时刻t观测到运动质点的位置记为$\vec{r}(t)\equiv\{x(t),\quad y(t),\quad z(t)\}$。$\begin{bmatrix}\vec{r}(t)\\ t\end{bmatrix}$

为‘K **系观测者在时刻t观测到运动质点$\vec{r}(t)$时**’指向该运动质点$\vec{r}(t)$的**“观测矢量”**

（**Observation Vector**）。$\begin{bmatrix}\vec{r}(t)\\ t\end{bmatrix}$也称为$K$ **系观测者在时刻t的“时空点”**，简称**“K 系时空点”**。函数$\vec{r}(t)$为**“K 系时空轨迹”**。

（b）K' 系观测者在时刻t'观测到运动质点的位置记为$\vec{r}'(t')\equiv\{x'(t'),\quad y'(t'),\quad z'(t')\}$。

$\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix}$为‘$K'$ **系观测者在时刻t'观测到运动质点$\vec{r}'(t')$时**’指向该运动质点$\vec{r}'(t')$的**“观测矢量”**。$\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix}$也称为$K'$ **系观测者在时刻t'的“时空点”**，简称**“K' 系时空点”**。函数$\vec{r}'(t')$为**“K' 系时空轨迹”**。

2.（一维）伽利略时空$\left\{\begin{bmatrix}x(t)\\ t\end{bmatrix},\quad t\right\}$内之诸定义：

（a）t'、t分别为K' **系观测者**、K **系观测者**所持‘时钟’指示的‘时刻（读数）’；t'称为‘K' 系时刻’，t称为‘K 系时刻’。

（b）x'、x分别为K' **系观测者**、K **系观测者**所持‘量尺’指示的‘位置（读数）’，x'称为‘K' 系坐标’，x称为‘K 系坐标’。

（c）$x'(t')$为K' **系观测者**在时刻t'观测到运动质点所处的K' **系**内位置。

（d）$x(t)$为K **系观测者**在时刻t观测到运动质点所处的K 系内位置。

（e）$\begin{bmatrix}x'(t')\\ t'\end{bmatrix}$为$K'$ **系观测者**在时刻t'对运动质点$x'(t')$的**“观测矢量”**，即**“K' 系时空点”**。函数$x'(t')$为**“K' 系时空轨迹”**。

（f）$\begin{bmatrix}x(t)\\ t\end{bmatrix}$为$K$ **系观测者**在时刻t对运动质点$x(t)$的**“观测矢量”**，即**“K 系时空点”**。函

数 $x(t)$ 为“K 系时空轨迹”。

3. 为了简化书写，略去自变量符号，即：

$x(t)$ 、 $y(t)$ 、 $z(t)$ 、 $\vec{r}(t)$ 相应地简写为 x 、 y 、 z 、 $\vec{r}$ ；

$x'(t')$ 、 $y'(t')$ 、 $z'(t')$ 、 $\vec{r}\,'(t')$ 相应地简写为 x' 、 y' 、 z' 、 $\vec{r}\,'$ ；

第一篇

"闵可夫斯基时空" 与"洛伦兹变换"

一、"时空"与"时空变换"

"时空"（Space-time）是'空间'（**Space**）与'时间'（**Time**）相结合，容纳万物及其活动过程于其中的**'场所'**。笔者认为，在**物理学**中，成为这种**"时空场所"**的必要条件是：**观测者可以使用工具（'时钟'及'量尺'）量测其中运动质点（'闪光点'）的'位置'及其所处的'时刻'**。所以，只有'一维'、'二维'及'三维'的**'欧氏空间'**才能成为**物理学中的"空间"**。因此，在**物理学中**，**"时空"**只能是**观测者可以使用工具量测其中运动质点（'闪光点'）的'位置'及其所处'时刻'的"时空场所"**。只具有'概念'与相应的'定义'，而不具有**"度规"（Metric）**即不可进行实际量测的"时空"称为**"绝对时空"**。

"时空变换"—"两观测者在各自时钟所示时刻（t'与t）'同时'（$t' \equiv kt$，$k > 0$）观测到运动质点"（构成'伽利略变换'）时，'运动观测者'的观测矢量$\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix}$与'静止观测者'的观测矢量$\begin{bmatrix} \vec{r}(t) \\ t \end{bmatrix}$之间的数据转换关系称为"时空变换"。

****

（一）"闵可夫斯基时空"与"恒等变换"

（Minkowski Space-time & Identical Transformation）

闵可夫斯基时空$\left\{ \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix}, \quad \tau \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{bmatrix} x(\tau) \\ \tau \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} y(\tau) \\ \tau \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} z(\tau) \\ \tau \end{bmatrix}, \quad \tau \right\}$的一个重要特征是：**'时刻$\tau$'具有'排它性'，即：在任一时刻，运动质点（'闪光点'）只被'一个'观测者观测到**。根据**'时刻τ'**的这一特点，**闵可夫斯基时空**$Min.ST$（**Minkowski Space-time**）可定义为如下**'集合'**：

$$Min.ST \left\{ \quad \text{恒等变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg|_{\vec{u} \equiv 0} \quad \right\}$$

（$\vec{u}$为两观测者之间的相对速度）

即：**闵可夫斯基时空**$Min.ST$**是恒等变换**$\begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg|_{\vec{u} \equiv 0}$为'元素'的**'集合'**。

恒等变换$\begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau') \\ \tau'\end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix}\vec{r}(\tau) \\ \tau\end{bmatrix}\Bigg\|\vec{u} \equiv 0$又称为**‘零’变换**（**‘Null’ Transformation**）。**‘零’变换**其实就是‘无变换’。所以，**恒等变换**$\begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau') \\ \tau'\end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix}\vec{r}(\tau) \\ \tau\end{bmatrix}\Bigg\|\vec{u} \equiv 0$就是‘无变换’：$\begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau') \\ \tau'\end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau') \\ \tau'\end{bmatrix}$或$\begin{bmatrix}\vec{r}(\tau) \\ \tau\end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix}\vec{r}(\tau) \\ \tau\end{bmatrix}$。

代表闵可夫斯基时空$Min.ST\left\{\quad 恒等变换\begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau') \\ \tau'\end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix}\vec{r}(\tau) \\ \tau\end{bmatrix}\Bigg\|\vec{u} \equiv 0 \quad\right\}$的“世界线”（**World-line**）示于图 1。

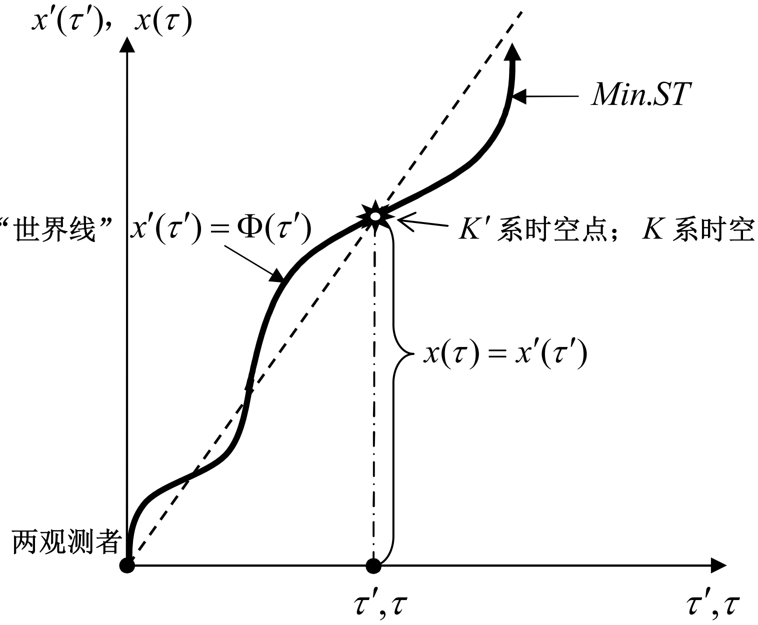


图 1 $Min.ST\left\{\quad 恒等变换\begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau') \\ \tau'\end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix}\vec{r}(\tau) \\ \tau\end{bmatrix}\Bigg\|\vec{u} \equiv 0 \quad\right\}$的“世界线”

在图 1 中，设$x'(\tau')$为某个函数$\Phi(\tau')$ ：$x'(\tau') = \Phi(\tau')$

将$x'(\tau') = \Phi(\tau')$ 代入图中等式$x(\tau) = x'(\tau')$，得：

$$\tau' \equiv \tau：\ x(\tau) = \Phi(\tau') = \Phi(\tau)$$

即：

$$x(\tau) = \Phi(\tau)$$

代表闵可夫斯基时空$Min.ST\left\{\quad 恒等变换\begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau') \\ \tau'\end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix}\vec{r}(\tau) \\ \tau\end{bmatrix}\Bigg\|\vec{u} \equiv 0 \quad\right\}$的“世界线”为：

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{单一曲线}\\ \tau' \equiv \tau: \\ \begin{cases} x'(\tau') = \Phi(\tau') \\ x(\tau) = \Phi(\tau) \end{cases}\end{array}}$$

闵可夫斯基时空 $Min.ST$ $\left\{ \quad \text{恒等变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg\| \vec{u} \equiv 0 \quad \right\}$ 为“运动质点（‘闪光点’）只被‘一个’观测者观测到”的“一人世界”。

~~~~~~

二、“洛伦兹变换”为“恒等变换”

（Lorentz Transformation:Identical Transformation）

（一）“洛伦兹变换”之导出

对‘全部方程都定义在闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 内’的预设方程组（A）：

$$\begin{cases} x' = k(x - u\tau) \\ x = k(x' + u\tau') \\ x = c\tau \\ x' = c\tau' \end{cases} \qquad \text{(A)}$$

进行联立求解。

将 $x = c\tau$ 及 $x' = c\tau'$ 代入上面的方程 $x' = k(x - u\tau)$ 及 $x = k(x' + u\tau')$，得：

$$\begin{cases} c\tau' = k(c\tau - u\tau) \\ c\tau = k(c\tau' + u\tau') \end{cases}$$

两式相乘，得：

$$c^2\tau\tau' = k^2(c^2 - u^2)\tau\tau'$$

系数 k 必须为 $k > 0$，故在约束条件 $(0 < c^2 - u^2 \le c^2) \Leftrightarrow (0 \le u^2 < c^2)$ 下约去等式两边的 $\tau\tau'$，得：

$$k^2 = \frac{c^2}{c^2 - u^2} = \frac{1}{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}$$
~~~~~~

从而得：$$k=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

s.t. $$0\le u^2<c^2$$

（1）将$k=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$代入方程$x'=k(x-u\tau)$，得：

空间变换式$$x'=\frac{x-u\tau}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

（2）将$x'=\frac{x-u\tau}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$代入方程$x'=c\tau'$，得；

$$\tau'=\frac{x'}{c}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\left(\frac{x}{c}-\frac{u}{c}\tau\right)=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\left(\tau-\frac{u}{c}\frac{x}{c}\right)$$

即：**时间变换式**$$\tau'=\frac{\tau-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

这样，就得出**洛伦兹变换**$\left[x'=\frac{x-u\tau}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\ \tau'=\frac{\tau-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\middle|0\le u^2<c^2\right]$

但是，**洛伦兹变换**的这种表达形式$\left[x'=\frac{x-u\tau}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\ \tau'=\frac{\tau-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\middle|0\le u^2<c^2\right]$还不是**最终的时空变换表达式**，它仍旧是一个需待‘求解’的联立方程组，还必须进一步‘求解’联立方程组$\left[x'=\frac{x-u\tau}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\ \tau'=\frac{\tau-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\middle|0\le u^2<c^2\right]$，才可得到时空变换的**最终表达式** —

“两观测者‘同时’（$\tau'\equiv k\tau$）观测到运动质点”（构成‘伽利略变换’）时，‘运动观测者’

的观测矢量$\begin{bmatrix} x'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix}$与‘静止观测者’的观测矢量$\begin{bmatrix} x(k\tau) \\ k\tau \end{bmatrix}$之间的数据转换关系。

为此，记$\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}=k$，将方程组$\left[x'=\dfrac{x-u\tau}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}},\ \tau'=\dfrac{\tau-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} \middle| 0\le u^2<c^2 \right]$换写成如下形式：

$$\begin{cases} x'=k(x-u\tau)=kx-ku\tau \\ \tau'=k\left(\tau-\dfrac{ux}{c^2}\right)=-\dfrac{ku}{c^2}x+k\tau \end{cases}$$

得：
$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} kx-ku\tau \\ -\dfrac{ku}{c^2}x+k\tau \end{bmatrix}=k\begin{bmatrix} x-u\tau \\ -\dfrac{u}{c^2}x+\tau \end{bmatrix}=k\begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

求逆变换式：

$$\begin{cases} kx-ku\tau=x' \\ \left(-\dfrac{ku}{c^2}\right)x+k\tau=\tau' \end{cases}$$

解方程组：

$$\begin{cases} x=\dfrac{\begin{bmatrix} x' & -ku \\ \tau' & k \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} k & -ku \\ -\dfrac{ku}{c^2} & k \end{bmatrix}}=\dfrac{kx'+ku\tau'}{k^2-\dfrac{k^2u^2}{c^2}}=\dfrac{x'+u\tau'}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}=\dfrac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}x'+\dfrac{u}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}\tau' \\ \tau=\dfrac{\begin{bmatrix} k & x' \\ -\dfrac{ku}{c^2} & \tau' \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} k & -ku \\ -\dfrac{ku}{c^2} & k \end{bmatrix}}=\dfrac{k\tau'+\dfrac{ku}{c^2}x'}{k^2-\dfrac{k^2u^2}{c^2}}=\dfrac{\tau'+\dfrac{u}{c^2}x'}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}=\dfrac{\dfrac{u}{c^2}}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}x'+\dfrac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}\tau' \end{cases}$$

得：

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)} & \dfrac{u}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)} \\ \dfrac{\dfrac{u}{c^2}}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)} & \dfrac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = \frac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)} \begin{bmatrix} 1 & u \\ \dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \frac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)} \begin{bmatrix} 1 & u \\ \dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

于是得：

$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

逆变换式：

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \frac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)} \begin{bmatrix} 1 & u \\ \dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

（a）将正变换与逆变换综合，得：

$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{k\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)} \begin{bmatrix} 1 & u \\ \dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

即：

$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\dfrac{u^2}{c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & u \\ \dfrac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1-\dfrac{u^2}{c^2}} \begin{bmatrix} 1-\dfrac{u^2}{c^2} & 0 \\ 0 & 1-\dfrac{u^2}{c^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1-\dfrac{u^2}{c^2}} \left(1-\frac{u^2}{c^2}\right) \bullet \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

即：

$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv 0$$

~~~~~~~~~~~~~~~　　　~~~~~~~~~~~~~~~　　　~~~~~~~~~~~~~~~

（b）同理，将逆变换与正变换综合，得：

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \frac{1}{k\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)} \begin{bmatrix} 1 & u \\ \frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} k \begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

即：

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\frac{u^2}{c^2}} \begin{bmatrix} 1 & u \\ \frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1-\frac{u^2}{c^2}} \begin{bmatrix} 1-\frac{u^2}{c^2} & 0 \\ 0 & 1-\frac{u^2}{c^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1-\frac{u^2}{c^2}} \left(1-\frac{u^2}{c^2}\right) \bullet \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

即：

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \equiv 0$$

~~~~~~~~~~~~~~~　　　~~~~~~~~~~~~~~~　　　~~~~~~~~~~~~~~~

故有：
$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = 0$$

即：
$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = 0$$

于是，得：　　　　　　　　恒等变换$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg| u = 0$

由于闵可夫斯基时空$Min.ST$为“一人世界”，在闵可夫斯基时空$Min.ST$内只可能存在“恒等变换”（‘零’变换），所以必然得出：

$$\boxed{\text{洛伦兹变换}\left[x' = \frac{x - u\tau}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}, \tau' = \frac{\tau - \dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \right] \Bigg| 0 \le u^2 < c^2 \Rightarrow \text{恒等变换}\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg| u \equiv 0}$$

从而得：

$$\boxed{\text{洛伦兹变换}\left[x' = \frac{x - u\tau}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}, \tau' = \frac{\tau - \dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \right] \Bigg| u = 0 \Leftrightarrow \text{恒等变换}\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg| u \equiv 0}$$

****

（二）“洛伦兹变换”之性质

预设方程组（A）的‘完整解’为：

$$\left[x' = \frac{x - u\tau}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}, \tau' = \frac{\tau - \dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \Bigg| 0 \le u^2 < c^2, \quad x = c\tau, \quad x' = c\tau' \right]$$

$$\Downarrow$$

$$\left[\text{恒等变换}\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg| u \equiv 0, \quad x = c\tau, \quad x' = c\tau' \right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{ \frac{x'}{\tau'} \equiv \frac{x}{\tau} = c \right\}$$

由此可见，“洛伦兹变换”其实就是闵可夫斯基时空$Min.ST$内的恒等变换

$\left\{\dfrac{x'}{\tau'}\equiv\dfrac{x}{\tau}=c\right\}$。很明显，恒等变换$\left\{\dfrac{x'}{\tau'}\equiv\dfrac{x}{\tau}=c\right\}$自然可使（建立在闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 内的）**Maxwell** 电磁方程组中的‘电磁波不变性’获得验证，即：

$$\left\{\frac{x'}{\tau'}\equiv\frac{x}{\tau}=c\right\}\Leftrightarrow\left\{\frac{\partial^2\phi}{\partial\xi'^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\tau'^2}\equiv\frac{\partial^2\phi}{\partial\xi^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\tau^2}=0\right\}$$

即： $\left\{x'^2-c^2\tau'^2\equiv x^2-c^2\tau^2=0\right\}\Leftrightarrow\left\{\dfrac{\partial^2\phi}{\partial\xi'^2}-\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2\phi}{\partial\tau'^2}\equiv\dfrac{\partial^2\phi}{\partial\xi^2}-\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2\phi}{\partial\tau^2}=0\right\}$

闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 内的恒等变换$\left\{\dfrac{x'}{\tau'}\equiv\dfrac{x}{\tau}=c\right\}$示于图 2。

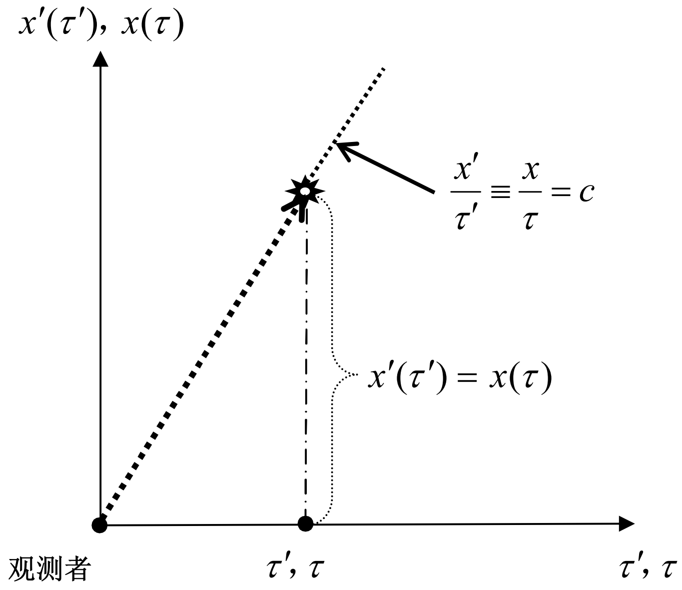


图 2 两观测者的观测矢量$\begin{bmatrix}c\tau\\ \tau\end{bmatrix}$与$\begin{bmatrix}c\tau'\\ \tau'\end{bmatrix}$

图 2 中，恒等变换$\left\{\dfrac{x}{\tau}\equiv\dfrac{x'}{\tau'}=c\right\}$反映的过程是：**“始终静止在重合点的两观测者在每个时刻‘同时’（$\tau'\equiv\tau\geq0$）观测到运动质点** E **”**，示于图 3。

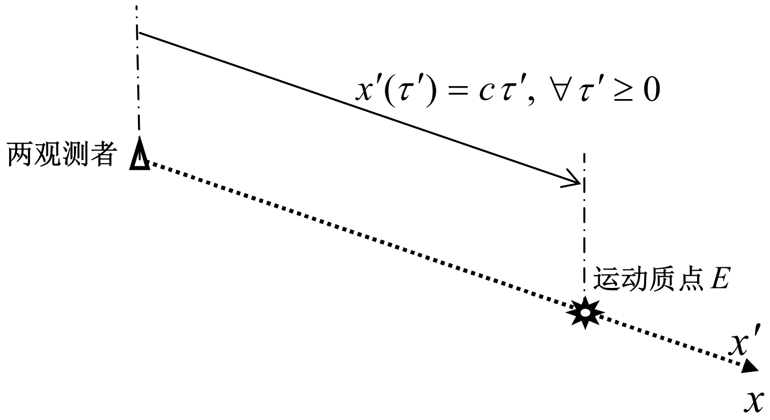


图 3 两观测者在每个时刻‘同时’（$\tau' \equiv \tau \geq 0$）观测到运动质点 E

第二篇

“伽利略时空”与“伽利略-周方变换”

一、“光传播定律”

（Law of Light Propagation）

“光传播定律”也称“真空中光传播速率为恒定值定律”（**Law of constancy of light propagation velocity**），或简称“光速不变性（绝对性）定律”— “在任意时空点$\begin{bmatrix}\vec{r}(t)\\ t\end{bmatrix}$（运动质点，‘闪光点’），真空中光传播速率为恒定值（$c=1\big/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$），乃是光的固有属性，与光在哪个参考系内进行传播无关”。

在任意时空点$\begin{bmatrix}\vec{r}(t)\\ t\end{bmatrix}$（‘闪光点’），‘光的传播’满足“各向同性”性质：

$$\left|\vec{r}(t)\right|=ct\ ,\quad c=1\big/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}=const.$$

（c为真空中光传播速率）

沿‘闪光点’四周任意方向（x）上，光波皆以平面波形式进行传播，故有：

$$x(t)=ct\ ,\quad c=const.\text{（}c\text{为真空中光传播速率）}$$

故有：

$$\ln x(t)=\ln c+\ln t$$

$$d\ln x(t)=d\ln t$$

即：

$$\varepsilon_{xt}=\frac{d\ln x(t)}{d\ln t}=1$$

即：沿‘闪光点’四周任意方向（x）上的“光传播时空弹性（**Space-Time Elasticity of Light Propagation**）”恒为 **1**：

$$\boxed{\varepsilon_{xt}=\frac{d\ln x(t)}{d\ln t}=1}$$

因此，有：

“光传播定律”（**Law of Light Propagation**）：

$$\because k\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(kt) \\ kt \end{bmatrix} \text{及 } k\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kx(t) \\ kt \end{bmatrix}$$

$$\therefore x(kt) = kx(t)$$

$\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$为观测者在时刻$t$对运动质点（‘闪光点’）的观测矢量

观测者在时刻t对运动质点（‘闪光点’）的观测矢量$\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$示于图 4。

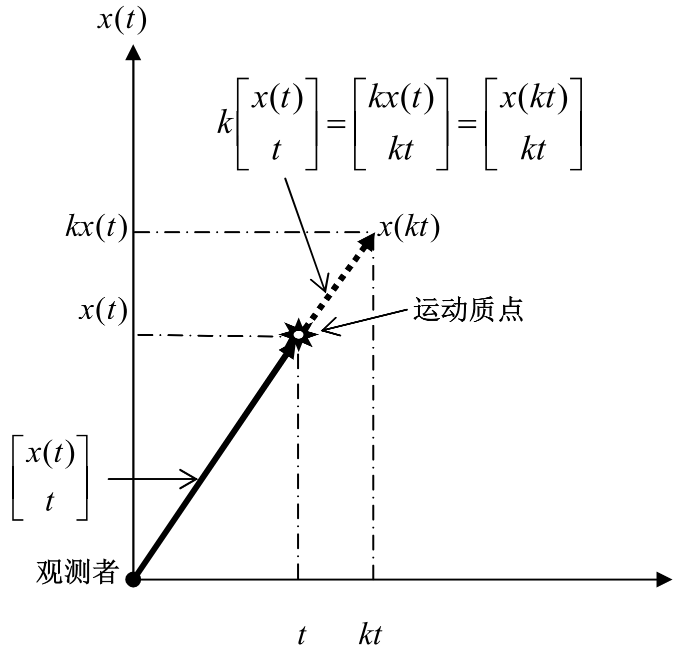


图 4 观测者对运动质点的观测矢量$\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$增至$k\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$

~~~~~~

二、“伽利略-周方变换”

（Galilean-Zhou Transformation）

（一）“伽利略时空”与“伽利略变换”

（Galilean Space-time & Galilean Transformation）

伽利略时空$\left\{\begin{bmatrix} \vec{r}(t) \\ t \end{bmatrix}, \quad t\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} y(t) \\ t \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} z(t) \\ t \end{bmatrix}, \quad t\right\}$的一个重要特征是：‘时刻
~~~~~~

t’不具‘排它性’，即：在任一时刻，运动质点（‘闪光点’）可以被‘至少两个’观测者“同时”（$t' \equiv kt, k = f(\vec{u}) > 0$，$\vec{u} \neq 0$，$\vec{u}$ 为两观测者之间的相对速度）观测到。

根据‘时刻 t’的这一特性，伽利略时空 $Gal.ST$（**Galilean Space-time**）可定义为如下‘集合’：

$$\left\{ \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) \\ kt \end{bmatrix} \middle\| k = f(\vec{u}), \vec{u} \neq 0 \right\}$$

（$\vec{u}$ 为两观测者之间的相对速度）

$$\Updownarrow$$

$$Gal.ST \left\{ \text{伽利略变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \middle\| k = f(\vec{u}), \vec{u} \neq 0 \right\}$$

即：伽利略时空 $Gal.ST$ 为伽利略变换 $\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \Big\| k = f(\vec{u}), \vec{u} \neq 0$ 为‘元素’的‘集合’。

代表伽利略时空 $Gal.ST \left\{ \text{伽利略变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \middle\| k = f(\vec{u}), \vec{u} \neq 0 \right\}$ 的“世界线”（**World-line**）示于图 5。

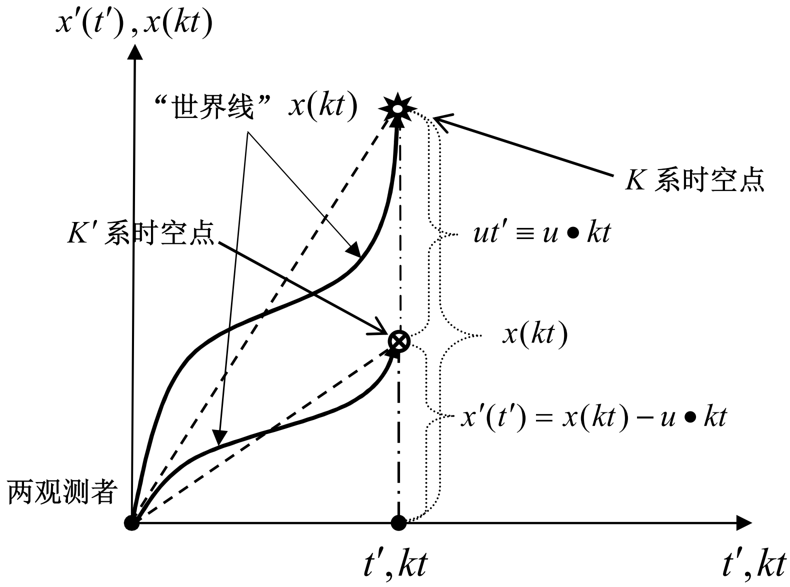


图 5 $\left\{ \text{伽利略变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \Bigg| k = f(\vec{u}) > 0, \vec{u} \neq 0 \right\}$ 的“世界线”

在图 5 中，设 $x(kt)$ 为某个函数 $\Theta(kt)$： $x(kt) = \Theta(kt)$

将 $x(kt) = \Theta(kt)$ 代入等式 $x'(t') = x(kt) - u \bullet kt$，得：

$$t' \equiv kt : x'(t') = \Theta(kt) - u \bullet kt$$

$$= \Theta(t') - u \bullet t'$$

即：

$$x'(t') = \Theta(t') - ut'$$

代表伽利略时空 $Gal.ST$ $\left\{ \text{伽利略变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \Bigg| k = f(\vec{u}) > 0, \vec{u} \neq 0 \right\}$

的“世界线”：

呈簇状的多条相似曲线 $t' \equiv kt$， $k > 0$ $\begin{cases} x(kt) = \Theta(kt) \\ x'(t') = \Theta(t') - ut' \end{cases}$

伽利略时空 $Gal.ST$ $\left\{ \text{伽利略变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \Bigg| k = f(\vec{u}), \vec{u} \neq 0 \right\}$ 为“运动

质点（‘闪光点’）被至少两个观测者‘同时’观测到”的“多人世界”。

万物所在的“宇宙时空”就是“伽利略时空”。“海上生明月，天涯共此时”，是对“伽利略时空”贴切的写照。

~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~

小结：

（1）根据闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 的特点，闵可夫斯基时空 $Min.ST$（**Minkowski Space-time**）可定义为如下‘集合’：

$$Min.ST\left\{ \quad \text{恒等变换}\begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg\| \vec{u} \equiv 0 \quad \right\}$$

（$\vec{u}$ 为两观测者之间的相对速度）

即：闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 是恒等变换$\begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg\| \vec{u} \equiv 0$ 为‘元素’的‘集合’。

恒等变换$\begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg\| \vec{u} \equiv 0$ 又称为‘零’变换（**‘Null’ Transformation**）。‘零’变换其实就是‘无变换’。

（2）根据伽利略时空 $Gal.ST$ 的特点，伽利略时空 $Gal.ST$（**Galilean Space-time**）可定义为如下‘集合’：

$$\left\{ \quad \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) \\ kt \end{bmatrix} \Bigg\| k = f(\vec{u}), \vec{u} \neq 0 \quad \right\}$$

（$\vec{u}$ 为两观测者之间的相对速度）

$$\Updownarrow$$

$$Gal.ST\left\{ \quad \text{伽利略变换}\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \Bigg\| k = f(\vec{u}), \vec{u} \neq 0 \quad \right\}$$

即：伽利略时空 $Gal.ST$ 是伽利略变换$\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \Bigg\| k = f(\vec{u}), \vec{u} \neq 0$ 为‘元素’的‘集合’。
~~~~~~~~~~~~~~~~

显然，闵可夫斯基时空 $Min.ST\left\{\quad 恒等变换\begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau')\\ \tau'\end{bmatrix}\equiv\begin{bmatrix}\vec{r}(\tau)\\ \tau\end{bmatrix}\Bigg|u\equiv 0\quad\right\}$与伽利略时空 $Gal.ST\left\{\quad 伽利略变换\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\vec{r}(kt)-\vec{u}\bullet kt\\ kt\end{bmatrix}\Bigg|k=f(\vec{u}),\vec{u}\neq 0\quad\right\}$二者不具有相同的“势”，故在它们之间不存在“一对一映射”。

****

（二）“伽利略-周方变换”之导出（A）

（1）在 $t'=t=0$ 时，K' 系观测者（K' 系原点）与 K 系观测者（K 系原点）相重合。

（2）在 t'，$t\geq 0$ 时，K' 系相对于 K 系始终作速度为 $\vec{u}$ 的平移运动。

（3）两观测者持有相同的‘时钟’及相同的‘量尺’。

在时刻 t'，K' 系观测者对 K 系观测者的距离为 $\vec{u}t'$，在此时刻，处在 K 系观测者前方的 K' 系观测者率先观测到运动质点（K' 系时空点）。如果光传播速度为‘无穷大’，则两观测者将‘同时’（$t'\equiv t$）观测到运动质点，构成“伽利略变换”。“伽利略变换”的 K' 系时空点与 K 系时空点示于图 6。

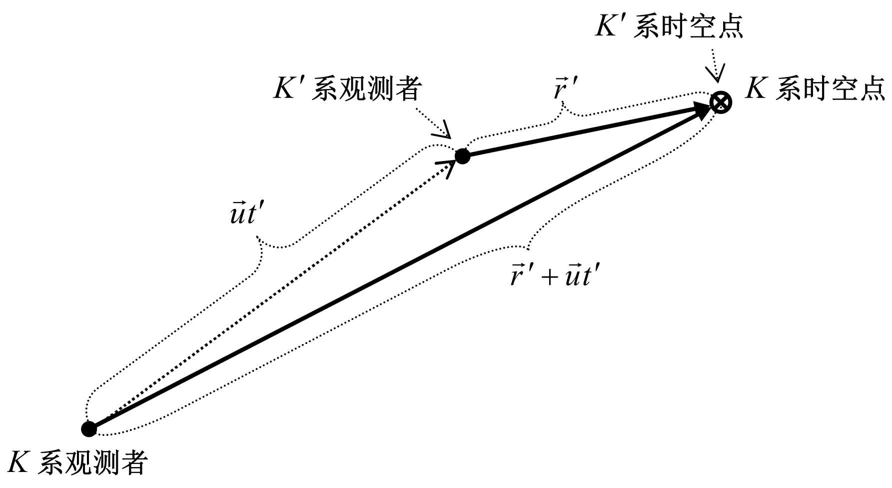


图 6 “伽利略变换”的 K' 系时空点与 K 系时空点

可是，由于光传播速度为‘有限值 c’（$c=1\Big/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$），所以，与 K' 系观测者的距离为 $\vec{u}t'$ 的 K 系观测者不能在时刻 t' 与 K' 系观测者‘同时’观测到运动质点，而只能在延后于时刻 t' 的时刻 $t=t'+\dfrac{|\vec{u}|t'}{c}=\left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right)t'$ 与 K' 系观测者‘同时’观测到运动质点。

根据“光传播定律”，有：

$$\left\{t'变为\left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)\bullet t'\right\} \Rightarrow \left\{\vec{u}t'变为\left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)\bullet \vec{u}t'\right\} \Rightarrow \left\{\vec{r}'变为\left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)\bullet \vec{r}'\right\}$$

$$\Rightarrow \left\{(\vec{r}'+\vec{u}t')变为\left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)\bullet (\vec{r}'+\vec{u}t')\right\}$$

“伽利略-周方变换”的K系时空点示于图 7。

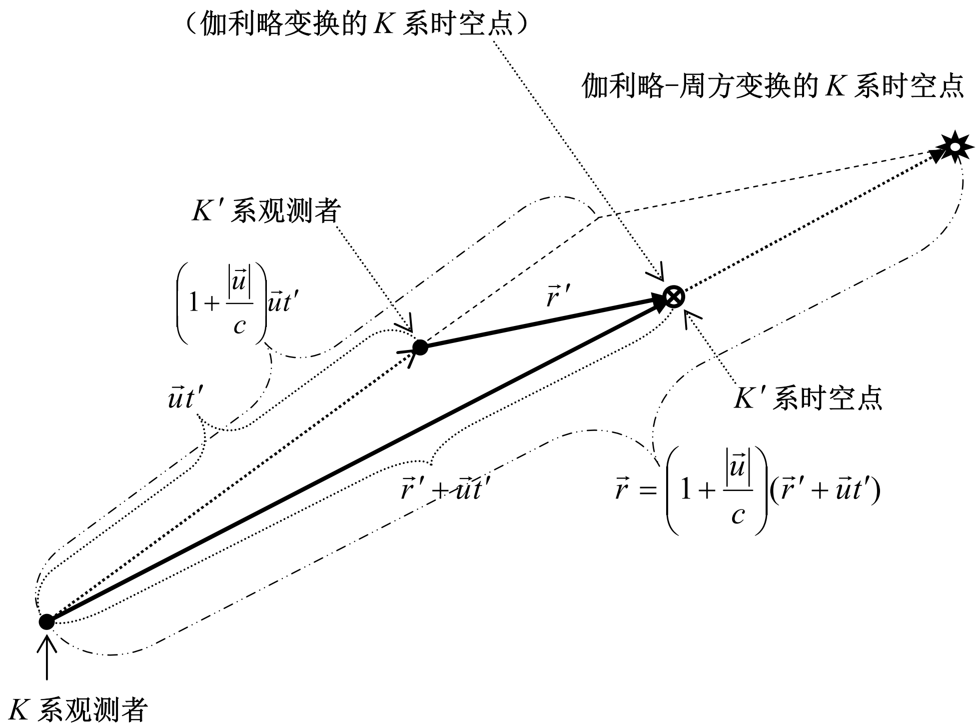


图 7 “伽利略-周方变换”的K系时空点

从图 7 可得伽利略-周方变换：

$$\begin{cases} \vec{r}=\left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right)(\vec{r}'+\vec{u}t') \\ t=\left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right)t' \end{cases}$$

可以表示为：

$$\begin{bmatrix} \vec{r} \\ t \end{bmatrix}=\left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)\begin{bmatrix} \vec{r}'+\vec{u}t' \\ t' \end{bmatrix}$$

逆变换为：

$$\begin{bmatrix} \vec{r}' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} \vec{r} - \vec{u}t \\ t \end{bmatrix}$$

伽利略-周方变换$\begin{bmatrix} \vec{r}' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} \vec{r} - \vec{u}t \\ t \end{bmatrix}$为“（一般）伽利略-周方变换”（**General Galilean-Zhou Transformation**），可表为：

（一般）伽利略-周方变换

（**General Galilean-Zhou Transformation**）

$$\vec{r}' = \frac{\vec{r} - \vec{u}t}{1 + \frac{|\vec{u}|}{c}}, \quad t' = \frac{t}{1 + \frac{|\vec{u}|}{c}}$$

在（一维）伽利略时空之场合下，“伽利略-周方变换”表为：

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x - ut \\ t \end{bmatrix}$$

于是，就得到伽利略-周方变换：

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x - ut \\ t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x - ut \\ t \end{bmatrix}$$

逆变换式：

$$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right) \begin{bmatrix} x' + ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

或表为：

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - ut}{1 + \frac{u}{c}} \\ t' = \dfrac{t}{1 + \frac{u}{c}} \end{cases}$$

****

（三）“伽利略-周方变换”之导出（B）

从标准的**‘空间变换式’**出发进行演绎推导。

“时空变换”的数学表达式必须反映以下物理事实：

（1）在$t'=t=0$时，K'**系观测者**（K'**系原点**）与K**系观测者**（K**系原点**）相重合。

（2）在t'，$t\geq 0$时，K'**系**相对于K**系**做速度为u的平移运动。

（3）两观测者持有相同的**‘时钟’**及相同的**‘量尺’**。

因此，**‘空间变换式’**必须描述如下事实：“K**系内**$x=ut$**之点就是**K'**系之原点**$x'=0$”。相应地，**‘空间变换式’**必须是**‘方程**$x'=k(x-ut)$，$k>0$**’**。下面就从这个标准的**‘空间变换式’** $x'=k(x-ut)$，$k>0$**’**出发进行演绎，推导出客观存在的**‘时空变换’**。

空间变换式$x'=k(x-ut)$的**‘逆函数’**为：

$$x=\frac{x'}{k}+ut=\frac{1}{k}(x'+kut)$$

即：

$$\begin{cases} x=\dfrac{1}{k}(x'+kut)=\dfrac{1}{k}(x'+ut') \\ t=\dfrac{1}{k}t' \end{cases}$$

换写成矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}=\frac{1}{k}\begin{bmatrix} x'+ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

由此得到**‘互为正、逆函数’**的两组方程：

$$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}=\frac{1}{k}\begin{bmatrix} x'+ut' \\ t' \end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}=k\begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$$

下面确定系数k。

在某个时刻t'，K'**系观测者**观测到运动质点，形成**观测矢量**$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}$，由于光传播速率$c$为有限值（$c\approx 3.0\times 10^5$仟米/秒），故在同一时刻$t'$，与$K'$**系观测者**的距离为$ut'$的$K$**系观测者**尚不能观测到该运动质点。直到$K'$**系观测者**发出光波（电磁波）信号的时刻$t'$之后的时刻$t$：$t=t'+\dfrac{ut'}{c}$，$K$**系观测者**才观测到该运动质点。故有关系式：

$$t=t'+\frac{ut'}{c}=\left(1+\frac{u}{c}\right)t'$$

将方程组中的关系式$t=\frac{1}{k}t'$与此关系式$t=\left(1+\frac{u}{c}\right)t'$相对照，得$k=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}$。

将$k=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}$代入上面的两组方程$\begin{bmatrix}x\\t\end{bmatrix}=\frac{1}{k}\begin{bmatrix}x'+ut'\\t'\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}x'\\t'\end{bmatrix}=k\begin{bmatrix}x-ut\\t\end{bmatrix}$，得**伽利略-周方变换**：

$$\begin{bmatrix}x'\\t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x-ut\\t\end{bmatrix}$$

逆变换式：

$$\begin{bmatrix}x\\t\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix}x'+ut'\\t'\end{bmatrix}$$

****

（四）“伽利略-周方变换”之导出（C）

我们还可以更简捷地推导出伽利略-周方变换$\begin{bmatrix}x'(t')\\t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x(t)-ut\\t\end{bmatrix}$。

(1) t':　　$x(t')=ut'+x'(t')$

(2) $t=t'+\frac{ut'}{c}=\left(1+\frac{u}{c}\right)t'$: $x(t)=ut+x'(t)$

$$=u\left(1+\frac{u}{c}\right)t'+x'(\left(1+\frac{u}{c}\right)t')$$

根据“光传播定律”，得：　$x(t)=u\left(1+\frac{u}{c}\right)t'+\left(1+\frac{u}{c}\right)x'(t')=\left(1+\frac{u}{c}\right)[ut'+x'(t')]$

从而得：
$$\begin{bmatrix}x(t)\\t\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\left(1+\frac{u}{c}\right)[ut'+x'(t')]\\\left(1+\frac{u}{c}\right)t'\end{bmatrix}$$

即“伽利略-周方变换”：

$$\begin{bmatrix}x(t)\\t\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix}x'(t')+ut'\\t'\end{bmatrix}$$

逆变换为：

$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix}$$

~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~

伽利略-周方变换的“速度变换式”——

将 $t' = \dfrac{t}{1+\frac{u}{c}}$ 代入 $x'(t') = \dfrac{x(t)-ut}{1+\frac{u}{c}}$：

$$x'\left(\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right) = x\left(\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right) - u\frac{t}{1+\frac{u}{c}}$$

$$x'(t') = x(t') - ut'$$

即：

$$x(t') = x'(t') + ut'$$

在伽利略时空内，有：

$$t \equiv t'\text{：} x(t) = x'(t') + ut'$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{dx'(t')}{dt'}\frac{dt'}{dt} + \frac{d}{dt'}(ut')\frac{dt'}{dt}$$

得：

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{dx'(t')}{dt'} + u$$

$$\boxed{\frac{dx(t)}{dt} = \frac{dx'(t')}{dt'} + u \text{ （矢量合成三角形）}}$$

****

（五）“伽利略-周方变换”之性质

（A）伽利略-周方变换之‘正’变换 ——

将 $x = ct$ 代入 $\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$，得：

$$\begin{cases} x' = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}(x-ut) = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}(c-u)t \\ t' = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \end{cases}$$

将 $t = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)t'$ 代入，得：
~~~~~~~~~~~~~~~

$$x' = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}(c-u)t = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}(c-u)\left(1+\frac{u}{c}\right)t' = (c-u)t' = ct' - ut'$$

（B）伽利略-周方变换之‘逆’变换 ——

将 $x' = (c-u)t'$ 代入 $\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix} x'+ut' \\ t' \end{bmatrix}$，得：

$$\begin{cases} x = \left(1+\frac{u}{c}\right)(x'+ut') = \left(1+\frac{u}{c}\right)[(c-u)t'+ut'] = \left(1+\frac{u}{c}\right)ct' \\ t = \left(1+\frac{u}{c}\right)t' \end{cases}$$

将 $t' = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t$ 代入，得：$x = \left(1+\frac{u}{c}\right)ct' = \left(1+\frac{u}{c}\right)c\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t = ct$

综合上述（A）及（B）之变换，可得：伽利略-周方变换 $\{x = ct,\quad x' = (c-u)t'\}$。伽利略时空 $Gal.ST$ 内的伽利略-周方变换 $\{x = ct,\quad x' = (c-u)t'\}$ 示于图 8。

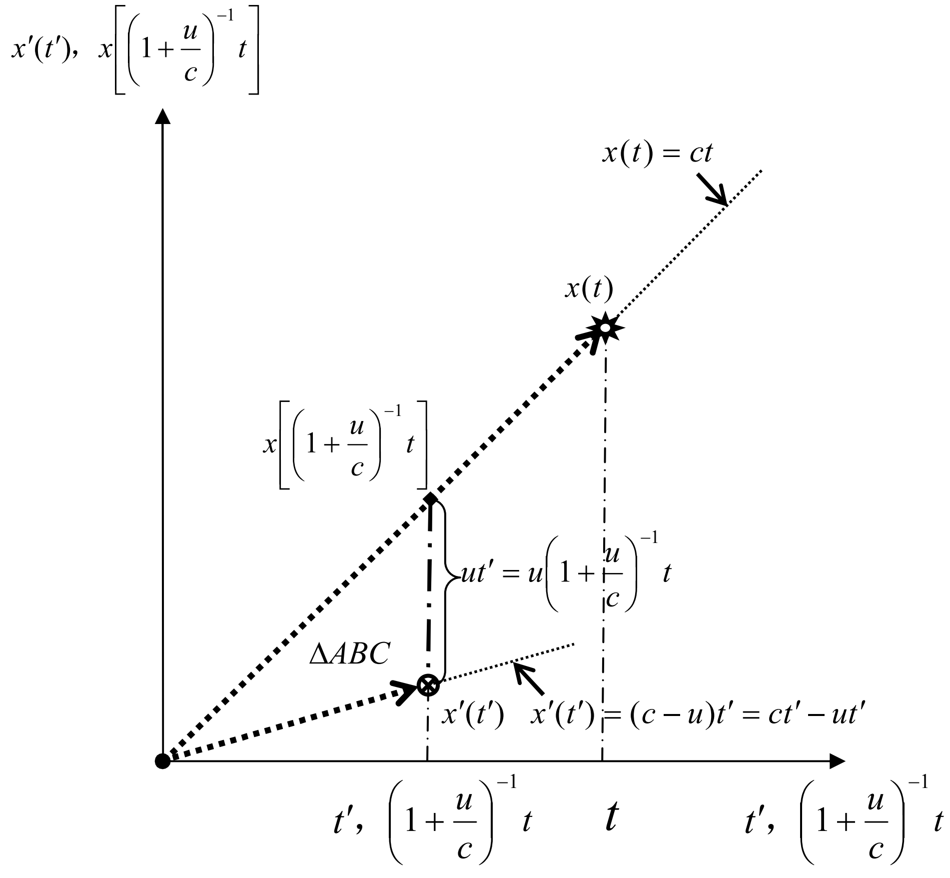


图 8 两观测者的观测矢量 $\begin{bmatrix} ct \\ t \end{bmatrix}$ 与 $\begin{bmatrix} ct'-ut' \\ t' \end{bmatrix}$

（对照图 2）在图 8 中，在每个时刻$t' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t$，两观测者**‘同时’**观测到运动质点（构成**‘伽利略变换’**）。在此时刻t'，K'**系观测者**的**观测矢量**$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix}$与$K$**系观测者**的**观测矢量**$\begin{bmatrix} x\left[\left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t\right] \\ \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix}$通过两观测者之间的**距离**$ut' = u\left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t$构成**‘矢量合成三角形**$\Delta ABC$**’**。

根据**“光传播定律”**，**伽利略-周方变换**$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t) - ut \\ t \end{bmatrix}$可表示为：

$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t) - ut \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\left[\left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t\right] - u\left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t \\ \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix}$$

由此得：

伽利略-周方变换$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t) - ut \\ t \end{bmatrix}$

$$\Updownarrow$$

伽利略变换$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\left[\left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t\right] - u\left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t \\ \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix}$

伽利略-周方变换$\left.\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} \vec{r}(t) - \vec{u}t \\ t \end{bmatrix}\right|_{\vec{u} \neq 0}$实际上就是在**‘两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值**（$u > 0$）**’**场合下，由于**‘多普勒效应’**导致两参考系之间的**‘时空度规比’**发生变动而在每个时刻$t' = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1} t$下形成的**伽利略变换**

$$\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\vec{r}\left[\left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1}t\right]-\vec{u}\left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1}t\\ \left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1}t\end{bmatrix}\Bigg\|_{\vec{u}\neq 0}\text{。}$$

所以，伽利略时空 $Gal.ST$ 是伽利略-周方变换 $\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}\vec{r}(t)-\vec{u}t\\ t\end{bmatrix}\Big\|_{\vec{u}\neq 0}$ 为‘元素’的‘集合’：

$$\boxed{Gal.ST\left\{\quad \text{伽利略}-\text{周方变换}\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}\vec{r}(t)-\vec{u}t\\ t\end{bmatrix}\Big\|_{\vec{u}\neq 0}\quad\right\}}$$

伽利略变换 $\begin{bmatrix}x'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x\left[\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\right]-u\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\\ \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\end{bmatrix}$ 示于图 9。

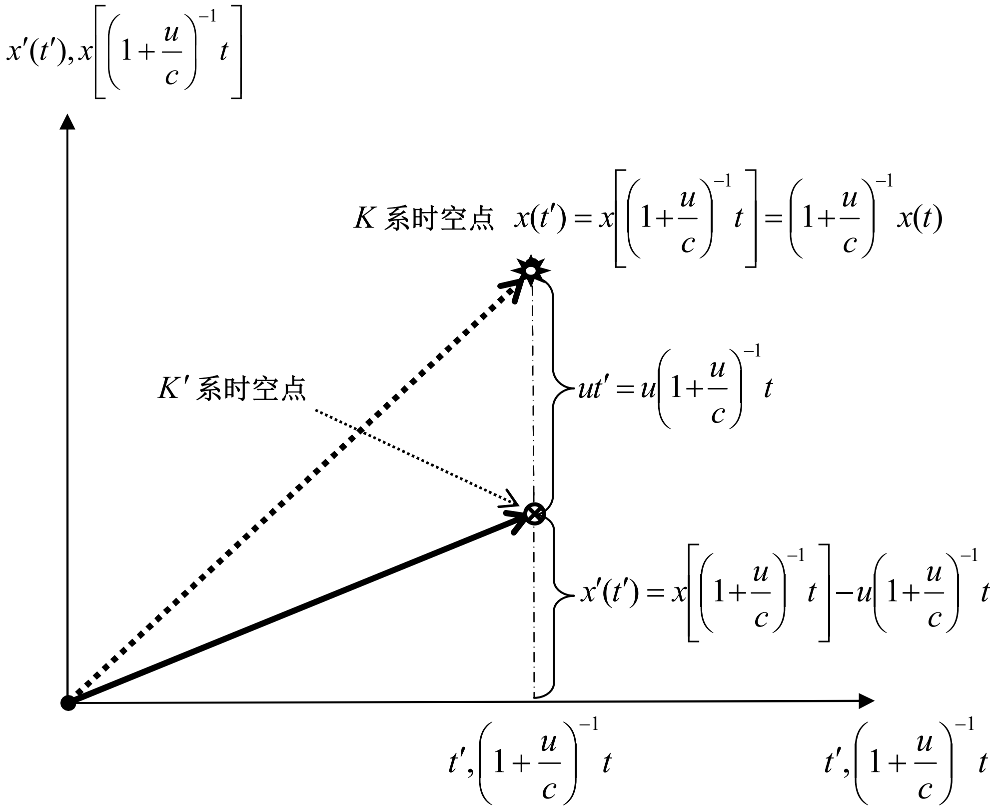


图 9 伽利略变换 $\begin{bmatrix}x'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x\left[(1+u/c)^{-1}t\right]-u(1+u/c)^{-1}t\\ (1+u/c)^{-1}t\end{bmatrix}$

（一般）伽利略-周方变换可表示为：

$$\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\vec{r}\left[\left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1}t\right]-\vec{u}\left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1}t\\ \left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1}t\end{bmatrix}$$

逆变换为：

$$\begin{bmatrix}\vec{r}(t)\\ t\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\vec{r}'\left[\left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right)t'\right]+\vec{u}\left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right)t'\\ \left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right)t'\end{bmatrix}$$

伽利略-周方变换$\begin{bmatrix}x'\\ t'\end{bmatrix}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x-ut\\ t\end{bmatrix}$的逆变换$\begin{bmatrix}x\\ t\end{bmatrix}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)\begin{bmatrix}x'+ut'\\ t'\end{bmatrix}$示于图 10。

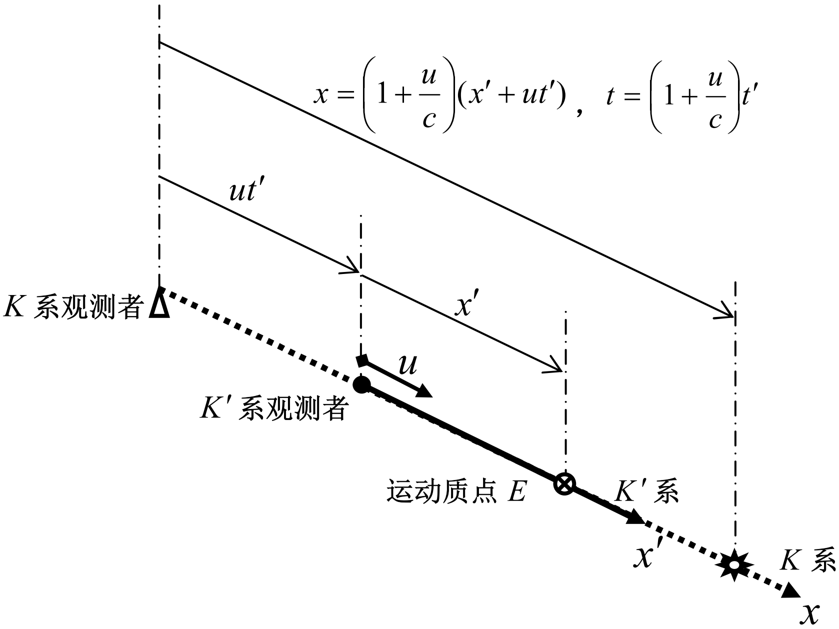


图 10 伽利略-周方变换$\begin{bmatrix}x\\ t\end{bmatrix}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)\begin{bmatrix}x'+ut'\\ t'\end{bmatrix}$

伽利略-周方变换$\begin{bmatrix}x(t)\\ t\end{bmatrix}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)\begin{bmatrix}x'(t')+ut'\\ t'\end{bmatrix}$的 K' 系时空点$\begin{bmatrix}x'(t')\\ t'\end{bmatrix}$与 K 系时空点$\begin{bmatrix}x(t)\\ t\end{bmatrix}$示于图 11。

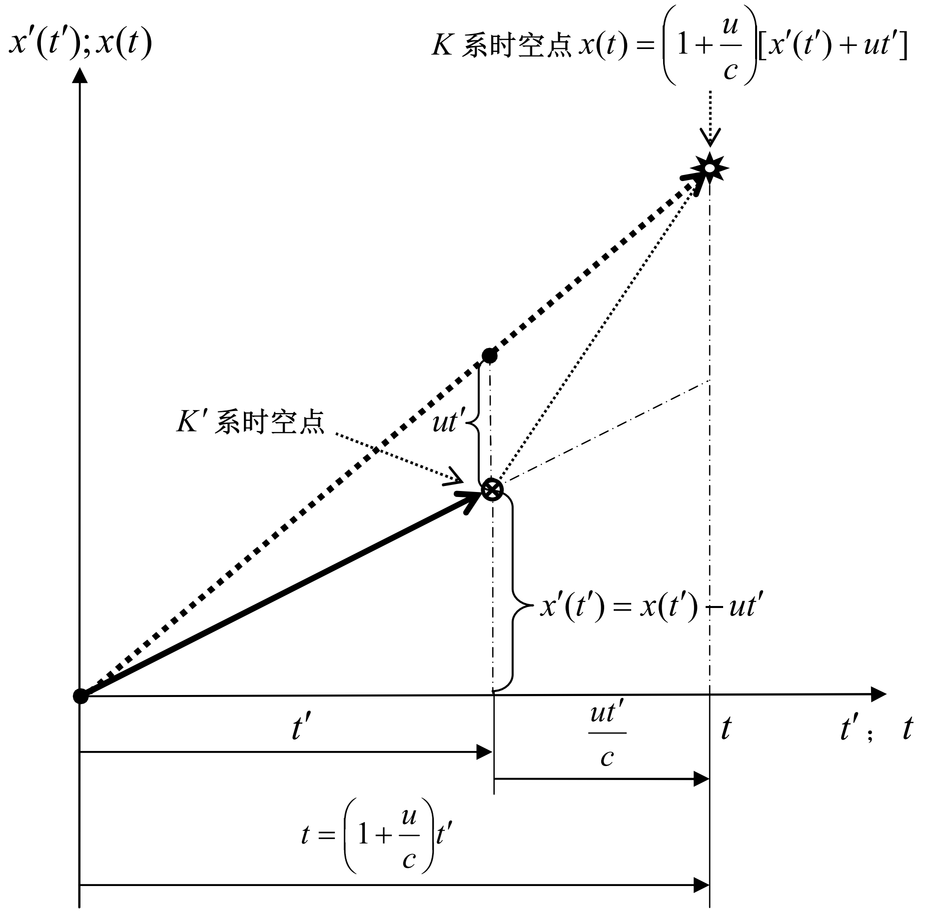


图 11 伽利略-周方变换的 K' 系时空点 $\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix}$ 与 K 系时空点 $\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$

解读图 11：（参看图 9、图 10）

（1）在 t'，$t \geq 0$ 时，K' 系对 K 系沿 $x(x')$ 轴正方向始终作速度为 u 的相对运动。

（2）在时刻 t'，**运动质点**（**闪光点**）在 K' 系内的位置为 $x'(t')=x(t')-ut'$，而此时 K' 系**观测者**在 K 系内的位置为 ut'，故**运动质点**（**闪光点**）在 K 系内的位置为 $x(t')=x'(t')+ut'$。若不考虑光的传播速率（或假设光以无穷大之速率进行传播），则在 K' 系**观测者**‘接收’并‘发出’运动质点信息之时刻 t'，K 系**观测者**可以与在他前方距离为 ut' 的 K' 系**观测者**同时观测到该**运动质点**（**闪光点**）。可是，因为光的传播速率为有限值，所以 K 系**观测者**在时刻 t' 尚不能与 K' 系**观测者**同时观测到该**运动质点**，而只能在滞后于时刻 t' 的时刻 $t=\left(1+\frac{u}{c}\right)t'$ 观测到该**运动质点**。根据**“光传播定律”**，**伽利略时空内任意时空点** $\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$ 的

“传播时空弹性”恒为$\varepsilon_{xt}=\dfrac{d\ln x(t)}{d\ln t}=1$，故在延迟时刻$t=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)t'$，运动质点（闪光点）在$K$系内的位置相应地为$x(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)[x'(t')+ut']$。

~~~~~~~~~~~~~~~　　~~~~~~~~~~~~~~~　　~~~~~~~~~~~~~~~

下面验证，**伽利略-周方变换**满足“**相对性原理**”：

取**伽利略-周方变换**$\begin{bmatrix}x\\t\end{bmatrix}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)\begin{bmatrix}x'+ut'\\t'\end{bmatrix}$，记$\left(1+\dfrac{u}{c}\right)=k'$，则**伽利略-周方变换**$\begin{bmatrix}x\\t\end{bmatrix}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)\begin{bmatrix}x'+ut'\\t'\end{bmatrix}$可以换写成方程组：

$$\begin{cases}x=k'(x'+ut')\\t=k't'\end{cases}$$

求‘**逆函数**’：

$$\begin{cases}k'x'+k'ut'=x\\0x'+k't'=t\end{cases}$$

$$\begin{cases}x'=\dfrac{\begin{vmatrix}x & k'u\\t & k'\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}k' & k'u\\0 & k'\end{vmatrix}}=\dfrac{1}{k'}(x-ut)\\[2ex]t'=\dfrac{\begin{vmatrix}k' & x\\0 & t\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}k' & k'u\\0 & k'\end{vmatrix}}=\dfrac{1}{k'}t\end{cases}$$

$$\begin{bmatrix}x'\\t'\end{bmatrix}=\frac{1}{k'}\begin{bmatrix}x-ut\\t\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x'\\t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x-ut\\t\end{bmatrix}$$

~~~~~~~~~~~~~~~　　~~~~~~~~~~~~~~~　　~~~~~~~~~~~~~~~

计算示例：设 K' 系时空轨迹为 $x'(t')=1+\sin t'$，代入伽利略–周方变换 $\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix} x'(t')+ut' \\ t' \end{bmatrix}$ 的方程组：$x(t)=\left(1+\frac{u}{c}\right)[x'(t')+ut']$ 及 $t=\left(1+\frac{u}{c}\right)t'$，则 K 系时空轨迹为：$x=\left(1+\frac{u}{c}\right)(1+\sin t'+ut') \quad =\left(1+\frac{u}{c}\right)(1+\sin t')+\left(1+\frac{u}{c}\right)ut'$

$=\left(1+\frac{u}{c}\right)(1+\sin t')+ut=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left(1+\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right)+ut$。

计算结果示于图 12。

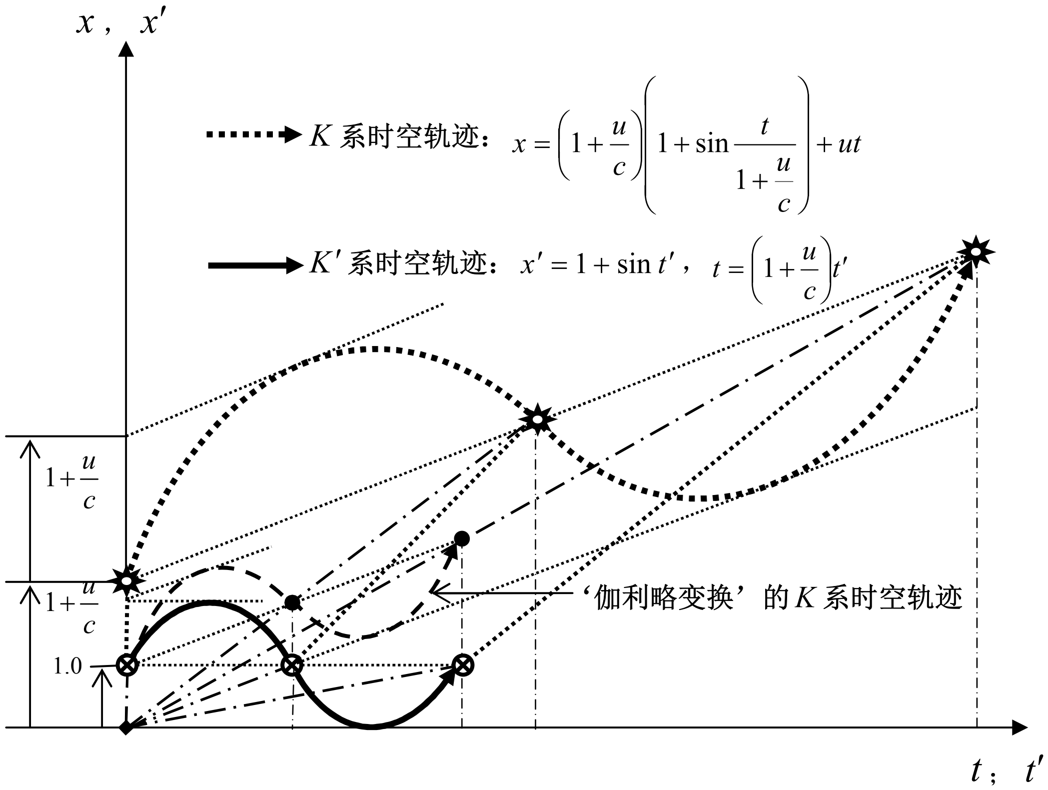


图 12 伽利略-周方变换下 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹之间的‘协变’

图 11 与图 12 展示了运动质点（‘闪光点’）的 K' 系时空轨迹 $x'=1+\sin t'$ 在伽利略-周方变换下与 K 系时空轨迹 $x=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left(1+\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right)+ut$ 的‘协变’（‘形状相似’）情况。

（1）由于 K' 系观测者与 K 系观测者之间有相对运动（u）且真空中光传播速率为有限值（c），因而使得从 K' 系观测者向 K 系观测者传播的波动产生‘多普勒效应’（“红移”）。

因此，在 K 系观测者看来，K' 系中的波动变慢至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍[即频率变低至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍]，这等同于波动周期变大至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。

（2）K 系观测者的 K 系时空点 $\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}$ 满足‘光传播定律’：“光传播时空弹性”为 $\varepsilon_{xt}=\frac{d\ln x(t)}{d\ln t}=1$，所以，在 K 系观测者看来，K' 系中的波动周期变大至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍，就使得波长与振幅均变大至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。

总体情况是：在 K 系观测者看来，K' 系中的波动是：频率变低至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍，即周期变大至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍，致使波长及振幅均变大至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。

~~~~~~

三、两观测者之间的‘相离运动’与‘相向运动’

在两观测者相对速度为 $\vec{u}=\begin{bmatrix} u & 0 & 0 \end{bmatrix}^T=const.$ 的场合下，（一般）**伽利略-周方变换（General Galilean-Zhou Transformation）**的变换方程组 $\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix}=\left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix} \vec{r}(t)-\vec{u}t \\ t \end{bmatrix}$ 便成为以下形式的（特殊）**伽利略-周方变换（Special Galilean-Zhou Transformation）**：

$$\begin{cases} x=\left(1+\frac{u}{c}\right)(x'+ut') \\ y=\left(1+\frac{u}{c}\right)y' \\ z=\left(1+\frac{u}{c}\right)z' \\ t=\left(1+\frac{u}{c}\right)t' \end{cases} \qquad \begin{cases} x'=\frac{1}{1+\frac{u}{c}}(x-ut) \\ y'=\frac{1}{1+\frac{u}{c}}y \\ z'=\frac{1}{1+\frac{u}{c}}z \\ t'=\frac{1}{1+\frac{u}{c}}t \end{cases}$$

****
~~~~~~

（一）两观测者之间的相离运动

两观测者相离运动下**伽利略-周方变换**的 K 系时空点示于图 13、图 14、图 15。

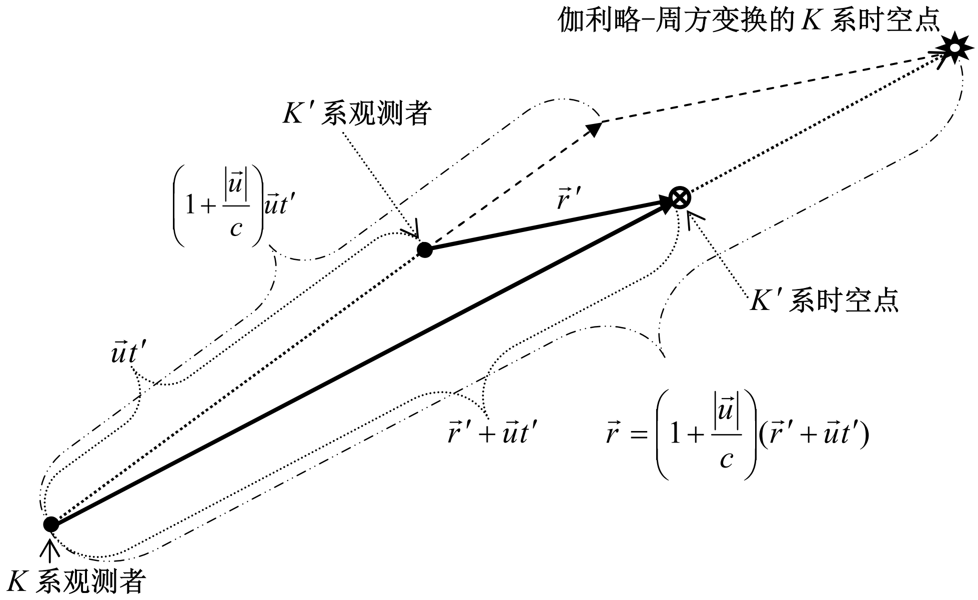


图 13 两观测者相离运动下伽利略-周方变换的 K 系时空点

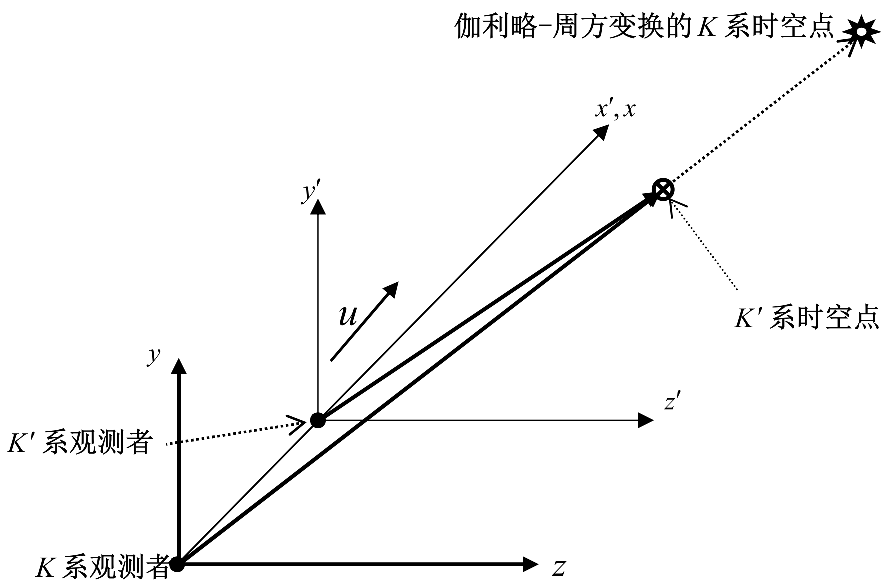


图 14 两观测者相离运动下伽利略-周方变换的 K 系时空点

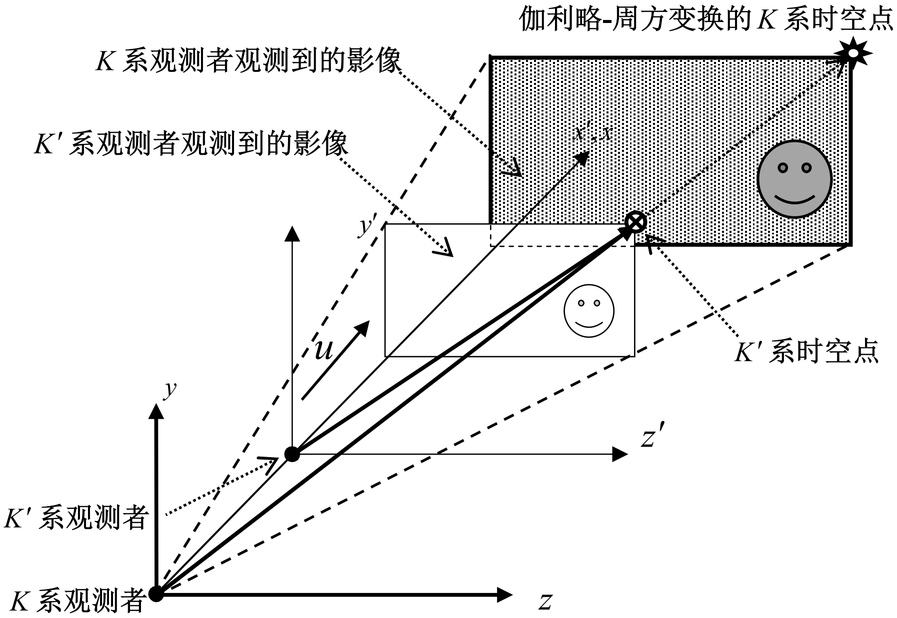


图 15 两观测者相离运动下伽利略-周方变换的 K 系时空点

****

（二）两观测者之间的相向运动

两观测者相向运动下伽利略-周方变换的 K 系时空点示于图 16、图 17、图 18。

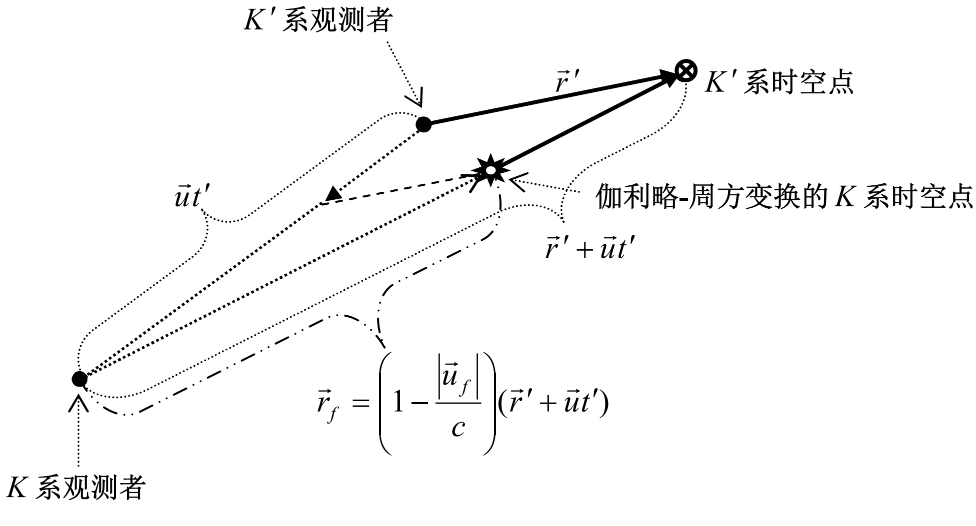


图 16 两观测者相向运动下伽利略-周方变换的 K 系时空点

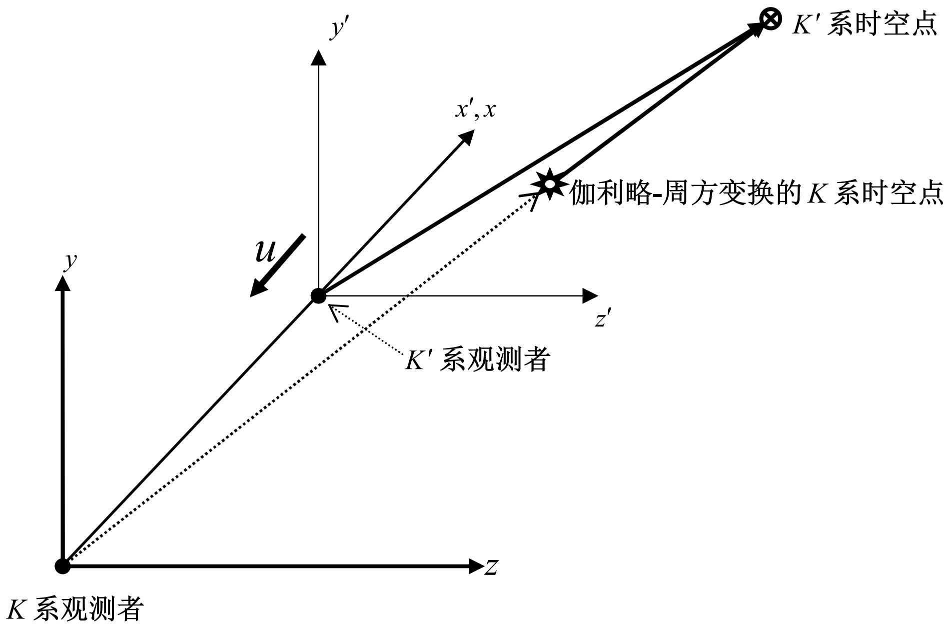


图 17 两观测者相向运动下伽利略–周方变换的 K 系时空点

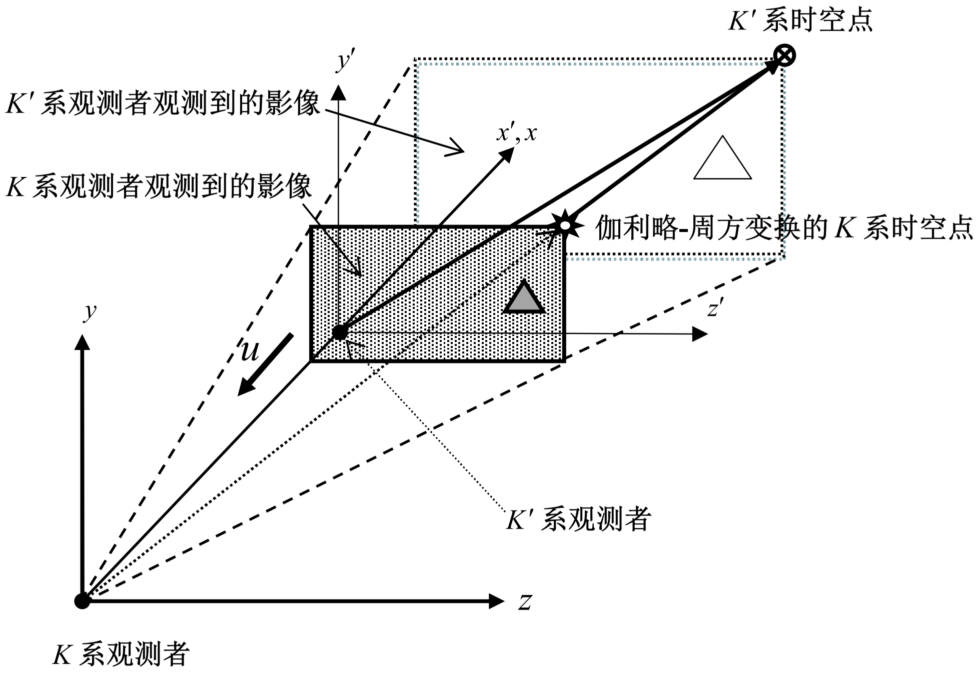


图 18 两观测者相向运动下伽利略–周方变换的 K 系时空点

~~~~~~
~~~~~~

四、（特殊）伽利略-周方变换计算示例

设：某运动质点的K'系时空轨迹为$x'(t')=1+\sin t'$，$y'(t')=at'^2$，$z'(t')=bt'^3$。

将$x'(t')=1+\sin t'$，$y'(t')=at'^2$，$z'(t')=bt'^3$代入（特殊）**伽利略-周方变换**方程组：

$$\begin{cases} x=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)(x'+ut') \\ y=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)y' \\ z=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)z' \\ t=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)t' \end{cases}$$

得出该运动质点的K**系时空轨迹**：

$$\begin{cases} x(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)[x'(t')+ut']=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)(1+\sin t'+ut')=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)\left(1+\sin\dfrac{t}{1+\dfrac{u}{c}}\right)+ut \\ y(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)at'^2=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)at^2\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-2}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}at^2 \\ z(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)bt'^3=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)bt^3\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-3}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-2}bt^3 \\ t=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)t' \end{cases}$$

反之，将$x(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)\left(1+\sin\dfrac{t}{1+\dfrac{u}{c}}\right)+ut$，$y(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}at^2$，$z(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-2}bt^3$代入

“逆变换”：

$$\begin{cases} x' = \dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}(x-ut) \\ y' = \dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}y \\ z' = \dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}z \\ t' = \dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}t \end{cases}$$

得出该运动质点的K'系时空轨迹：

$$\begin{cases} x'(t') = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\left[\left(1+\dfrac{u}{c}\right)\left(1+\sin\dfrac{t}{1+\dfrac{u}{c}}\right)+ut-ut\right] = 1+\sin\dfrac{t}{1+\dfrac{u}{c}} = 1+\sin t' \\ y'(t') = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} y(t) = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\left(1+\dfrac{u}{c}\right)at'^2 = at'^2 \\ z'(t') = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} z(t) = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-2}bt^3 = bt'^3 \\ t' = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \end{cases}$$

~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~

计算结果 —K'系时空轨迹［$x'(t')$，$y'(t')$，$z'(t')$］与相应的K系时空轨迹［$x(t)$，$y(t)$，$z(t)$］— 示于图 19、图 20、图 21。
~~~~~~~~~~~~~~~~

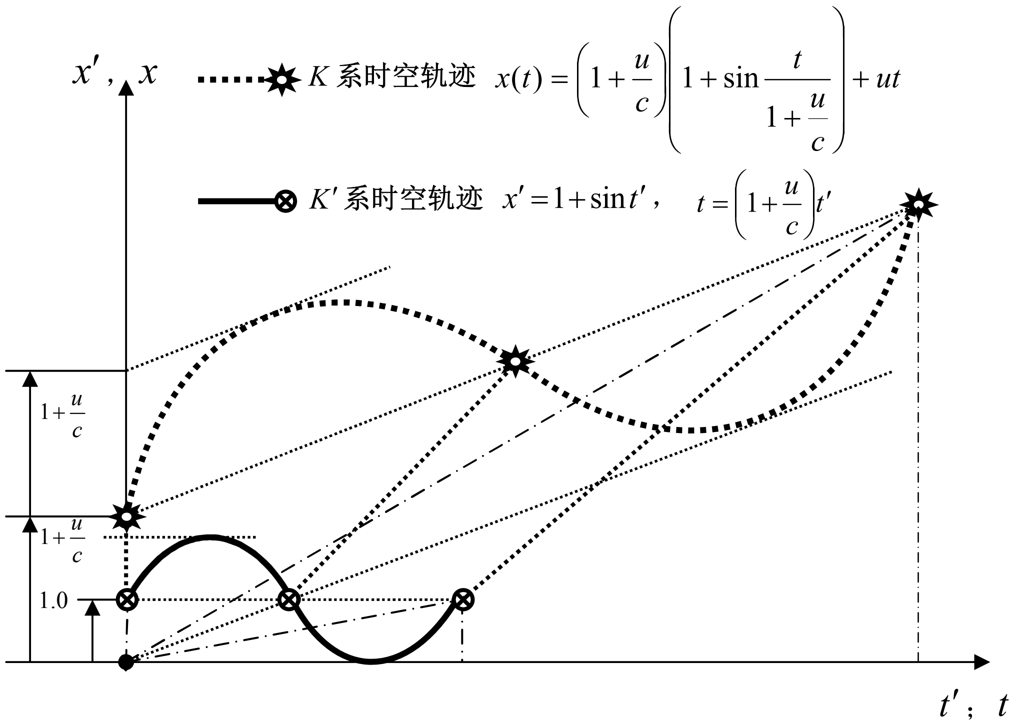


图 19 在 x 轴方向上 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹之间的‘协变’

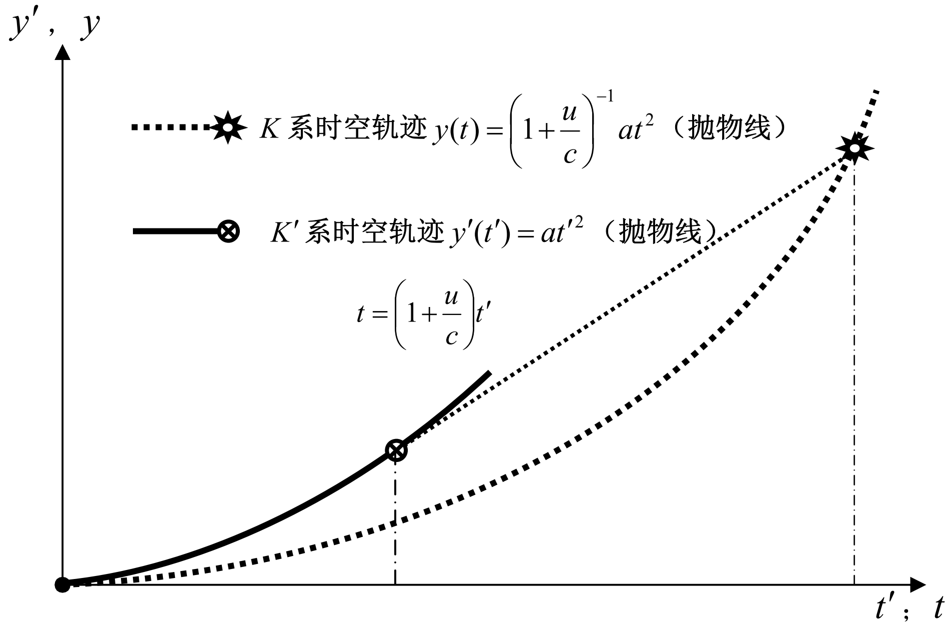


图 20 在 y 轴方向上 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹之间的‘协变’

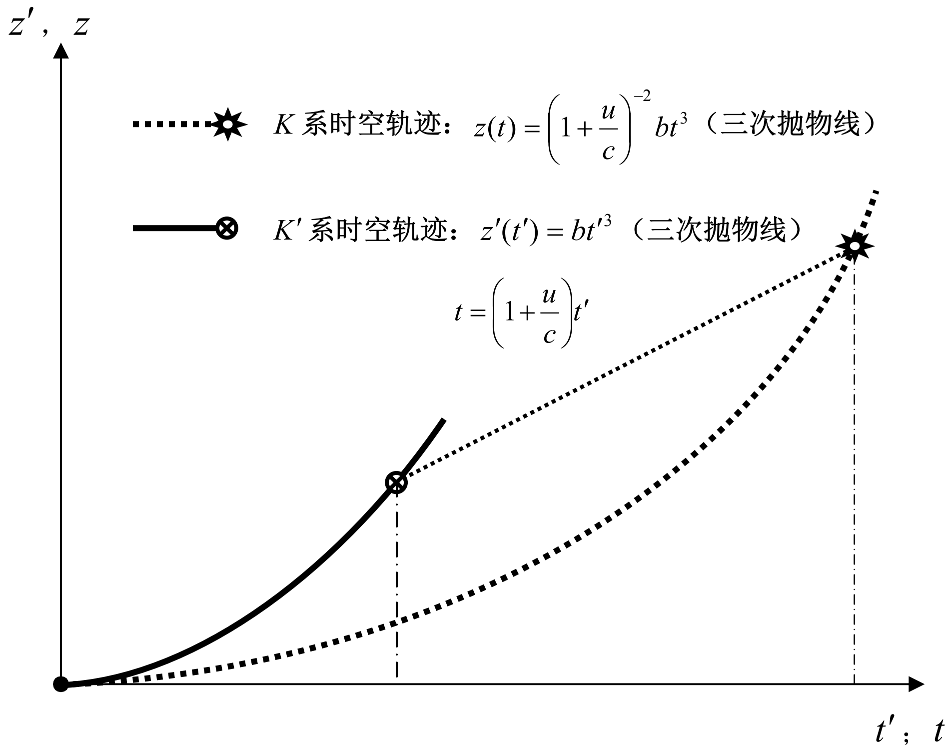


图 21 在 z 轴方向上 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹之间的‘协变’

图 19、图 20 及图 21 揭示了 K 系时空轨迹与 K' 系时空轨迹之间的‘协变’关系，展示了**‘两观测者’**场合下的**“世界线”**（**两条相似的曲线**），证明了**“伽利略相对性原理”**，即验证了所谓的**‘伽利略大船’**现象。

~~~~~~
~~~~~~

结 论

（1）洛伦兹变换$\left[x' = \dfrac{x - u\tau}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}},\quad \tau' = \dfrac{\tau - \dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \right] \Bigg| 0 \le u^2 < c^2 \Rightarrow$ 恒等变换$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg| u \equiv 0$

故有：洛伦兹变换$\left[x' = \dfrac{x - u\tau}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}, \tau' = \dfrac{\tau - \dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \right] \Bigg| u = 0 \Leftrightarrow$ 恒等变换$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg| u \equiv 0$。

因为闵可夫斯基时空$Min.ST$为恒等变换$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg| u \equiv 0$的‘集合’：

$$\boxed{Min.ST \left\{ \quad \text{恒等变换} \begin{bmatrix} x'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg| u \equiv 0 \quad \right\}}$$

所以闵可夫斯基时空$Min.ST$也是洛伦兹变换$\left[x' = \dfrac{x - u\tau}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}, \tau' = \dfrac{\tau - \dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \right] \Bigg| u = 0$的

‘集合’：

$$\boxed{Min.ST \left\{ \quad \text{洛伦兹变换} \left[x' = \dfrac{x - u\tau}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}, \tau' = \dfrac{\tau - \dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \right] \Bigg| u = 0 \quad \right\}}$$

(2)伽利略时空$Gal.ST$为伽利略-周方变换$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \dfrac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t) - ut \\ t \end{bmatrix} \Bigg| u \ne 0$的‘集合’：

$$\boxed{Gal.ST \left\{ \quad \text{伽利略} - \text{周方变换} \begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \dfrac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t) - ut \\ t \end{bmatrix} \Bigg| u \ne 0 \quad \right\}}$$

（3）闵可夫斯基时空$Min.ST \left\{ \quad \text{恒等变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \Bigg| u \equiv 0 \quad \right\}$与伽利略时空

$Gal.ST$ $\left\{ \quad \text{伽利略变换} \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(kt) - \vec{u} \bullet kt \\ kt \end{bmatrix} \middle| k = f(\vec{u}), \vec{u} \neq 0 \right\}$ 二者不具有相同的“势”，故在它们之间不存在“一对一映射”。

（4）

a. 闵可夫斯基时空为‘只有一个观测者’的“一人世界”，其中只可能存在“恒等变换”（‘零’变换）。‘零’变换其实就是‘无变换’。洛伦兹变换 $\left[x' = \dfrac{x - u\tau}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}, \tau' = \dfrac{\tau - \dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \right] \middle| u = 0$ 为恒等变换 $\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \middle| u \equiv 0$。在闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 内成立的‘理论’只能通过闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 内的“洛伦兹变换”（即“恒等变换”）进行‘验证’，不能通过伽利略时空 $Gal.ST$ 内的时空变换 — 伽利略－周方变换 $\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \dfrac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t) - ut \\ t \end{bmatrix} \middle| u \neq 0$ 作出‘验证’。“洛伦兹变换”适应于“无‘多普勒效应’或‘多普勒效应’微不足道的（电磁波）有线传输及（光粒子）光纤传输”之场合，如直接观测显微镜、医用内窥镜等“‘物镜-目镜’无相对运动（$\vec{u} = 0$）的透视系统”摄取的实时图像。

b. 伽利略时空为‘至少有两个观测者’的“多人世界”。万物所在的“宇宙时空”就是“伽利略时空”。在伽利略时空内，在“两观测者有相对运动（$\vec{u} \neq 0$）且真空中光传播速率为有限值”的一般情况下，唯一客观存在的时空变换为“伽利略-周方变换”。“伽利略-周方变换”适应于“有‘多普勒效应’的（光波，电磁波）无线传输”之场合，如通过太空望远镜及‘火星车’等“‘物镜-目镜’有相对运动（$\vec{u} \neq 0$）的透视系统”观测‘遥远星系运动’的实时图像。

c. 在闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 内与“洛伦兹变换”密切相关联，推导出的狭义相对论与广义相对论的数学‘结论’、‘判断’与‘预言’有两种：‘微观理论’（关于微观粒子运动的理论）与‘宏观理论’（关于太空星系运动的理论）。‘微观理论’只能通过闵可夫斯基时空 $Min.ST$ 内的“洛伦兹变换”（即“恒等变换”）进行‘验证’。‘宏观理论’既无法通过“洛伦兹变换”（即“恒等变换”）进行‘验证’，也不可能通过伽利略时空 $Gal.ST$

内的伽利略-周方变换 $\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix} \Bigg\| u \neq 0$ 作出‘验证’。因此，这样的‘理论’就只能是那种仅存在于‘理论物理学家’们脑中的‘数学理论’，而不能成为‘接地气’的‘物理学理论’。

d.必须应用伽利略时空 $Gal.ST$ 内惟一客观存在的‘时空变换’— 伽利略-周方变换 $\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} \vec{r}(t)-\vec{u}t \\ t \end{bmatrix} \Bigg\| \vec{u} \neq 0$ 才能揭示太空星系的实时图景。

~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~

此外，文中还首次揭示了“伽利略时空”内一条重要定律：“光传播定律”— “伽利略时空”内任意时空点（‘运动质点’，‘闪光点’）上的“光传播时空弹性”恒等于 1。“光传播定律”也称为“真空中光传播速率为恒定值定律”或简称“光速不变性（绝对性）定律”— “在任意时空点（‘闪光点’），真空中光传播速率为恒定值 $c = 1\big/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ ，乃是光的固有属性，与光在哪个参考系内进行传播无关”。这条定律为“运动观测理论”的基础定律。

~~~~~~

参 考 文 献

[1]《狭义与广义相对论浅说》，（美）A.爱因斯坦/著　杨润殷/译　北京大学出版社　2006 年版

[2]《狭义相对论（第二版）》，刘辽　费保俊　张允中　编著　科学出版社　2008 年版

[3]《牛顿力学的新时空变换》，周　方/著　经济科学出版社　2013 年版

[4]《现代牛顿力学的运动观测理论—兼评狭义相对论之“洛伦兹变换”》，周　方/著　经济科学出版社　2014 年版

[5]《现代牛顿力学的运动观测理论—兼评狭义相对论之“洛伦兹变换”》（第二版），周　方/著　经济科学出版社　2016 年版

[6]《相对运动观测理论》，周　方/著　经济科学出版社　2018 年版

附录 A:

“速度、加速度及高阶加速度不变性（绝对性）”定律

周 方

tony_zf_zf_zf@126.com

设：K 系观测者与 K' 系观测者处在不同地点。他们之间的距离（矢量）为 $\vec{s} \neq 0$。两观测者‘同时’（$t \equiv t'$）观测到运动质点 E 之情况示于图 1。

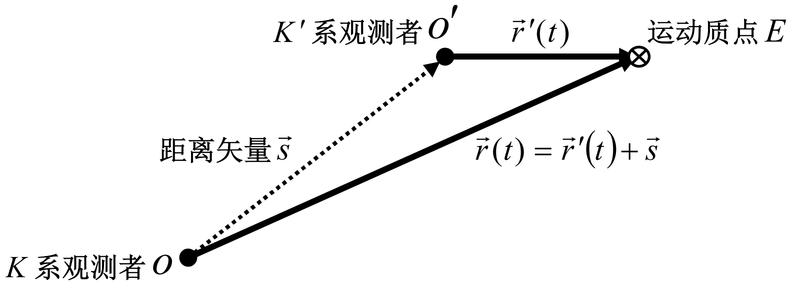


图 1 两观测者同时（$t \equiv t'$）观测到运动质点 E

图 1 中, K 系观测者在时刻 t 对运动质点 E 的观测矢量 $\vec{r}(t)$ 与 K' 系观测者‘同时’（$t \equiv t'$）对同一运动质点 E 的观测矢量 $\vec{r}'(t')$ 通过距离（矢量）$\vec{s}$ 形成（在时刻 t 的）‘观测矢量合成三角形 $\Delta OO'E$’。两观测者‘同时’（$t \equiv t'$）观测到运动质点 E’。

因此有：
$$\vec{r}(t) = \vec{r}'(t') + \vec{s}$$

即：
$$\vec{r}(t) - \vec{s} = \vec{r}'(t')$$

在图 1 中：

（1）$\overline{O'E}$ 为“在时刻 t，运动质点 E 对 K' 系观测者之相对位置 $[\vec{r}(t) - \vec{s}]$”：

$$\overline{O'E} = [\vec{r}(t) - \vec{s}] = \vec{r}'(t)$$

（2）$\overline{O'E}$ 同时又是“在时刻 t'（$t' \equiv t$），运动质点 E 在 K' 系内之坐标 $\vec{r}'(t')$”：

$$\overline{O'E} = \vec{r}'(t')$$

因此，有：
$$\vec{r}'(t) \equiv \vec{r}'(t')$$

从而有：

$$t' \equiv t: \frac{d^n\left[\vec{r}'(t)\right]}{dt^n} \equiv \frac{d^n\left[\vec{r}'(t')\right]}{dt'^n}, \qquad n = 1,2,......$$

由此可以得到以下结论：不论是 K 系观测者进行观测，还是 K' 系观测者进行观测推算，两者得到的被观测的质点之速度、加速度、… 是一致的：$\frac{d^n\left[\vec{r}'(t)\right]}{dt^n} \equiv \frac{d^n\left[\vec{r}'(t')\right]}{dt'^n}$，$n = 1,2,......$。也就是说，在伽利略时空内，被观测质点 $\left[\vec{r}'(t'),\ t'\right]^T$ 的运动速度及加速度等，均不随观测者而变，简言之，被观测质点的运动速度及加速度等，是绝对的，不随观测者所处地点而变。

由此得到一个十分重要的结论：质点的运动速度及各阶加速度均是绝对的，与观测者在何处对该质点进行观测无关，也就是说，与参考系的选择无关。此定律可称为“速度、加速度及高阶加速度不变性（绝对性）”定律。

“速度、加速度及高阶加速度不变性（绝对性）”定律是一条普适的‘自然定律’，同样也适用于“真空中光传播速率”—“真空中光传播速率为恒定值（约为 3.0x10^5 仟米/秒），乃是光的固有属性，与它在哪个参考系内进行传播无关”。笔者将此定律称为“光传播定律”，或称为“真空中光传播速率为恒定值定律”（**Law of constancy of light propagation velocity**），或简称“光速不变性（绝对性）定律”— “在任意时空点（‘闪光点’），真空中光传播速率为恒定值（约为 3.0x10^5 仟米/秒），乃是光的固有属性，与光在哪个参考系内进行传播无关”。这条定律为“运动观测论”（“狭义相对论”）的基础定律。

实际上，“速度、加速度及高阶加速度不变性（绝对性）”定律与“相对性原理”是相通相容的。

伽利略变换以及伽利略型的时空变换均满足伽利略时空内之“速度、加速度及高阶加速度不变性（绝对性）”定律。

“速度、加速度及高阶加速度不变性（绝对性）”定律是建立“运动观测论”的基础定律。

*************** *************** ***************

附录 B：

“质量不变性（绝对性）”定律

周 方

tony_zf_zf_zf@126.com

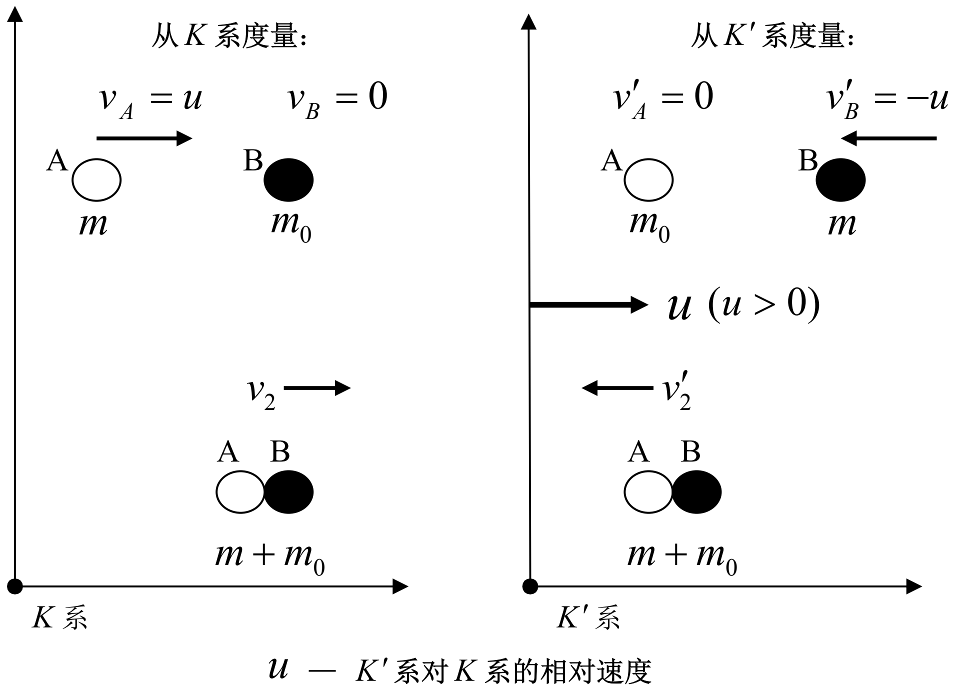
设有两个球：A 球 ○ 和 B 球 ● ，（静止）质量均为m_0；两球始终位于一条与x轴平行的直线上。又设：在K系内，B 球静止（$v_B = 0$），A 球向右运动，以速度$v_A = u$（速度v_A的方向沿x轴正方向）与 B 球碰撞。在两球碰撞过程中：

从K系度量：B 球静止（$v_B = 0$），其质量为m_0；A 球作速度为v_A（$v_A = u$）的匀速运动，其质量为m；

从K'系度量：A 球静止（$v'_A = 0$），其质量为m_0；B 球作速度为v'_B（$v'_B = -u$）的匀速运动，其质量为m。

又设两球发生的碰撞是完全非弹性碰撞，在碰撞后合为一体，以同一速度运动。

K'系相对于K系的匀速直线平移运动示于图 1。



u — K'系对K系的相对速度

图 1 K'系相对于K系作匀速直线平移运动

A．从 K 系度量：

B 球静止（$v_B=0$），A 球向右运动，以速度 $v_A=u$ 与 B 球碰撞。在两球碰撞合一之后，结合体的运动速度为 v_2。

根据**动量守恒定律**及**质量守恒定律**，有：

$$m_0 v_B + m v_A = (m+m_0)v_2$$

$$m_0 \times 0 + mu = (m+m_0)v_2$$

$$mu = (m+m_0)v_2$$

$$v_2 = \frac{m}{m+m_0}u \tag{A}$$

B．从 K' 系度量：

A 球静止（$v'_A=0$），B 球向左运动，以速度 $v'_B=-u$ 与 A 球碰撞。

在碰撞之前，两球的运动速度分别为 v'_A 和 v'_B：

$$v'_A = v_A - u = u - u = 0$$

$$v'_B = v_B - u = 0 - u = -u$$

在两球碰撞合一之后，结合体的运动速度为 v'_2。

根据**动量守恒定律**及**质量守恒定律**，有：

$$m_0 v'_A + m v'_B = (m+m_0)v'_2$$

$$m_0 \times 0 - mu = (m+m_0)v'_2$$

$$-mu = (m+m_0)v'_2$$

$$v'_2 = -\frac{m}{m+m_0}u \tag{B}$$

在**伽利略-周方变换**下，两球结合体之（K 系）速度 v_2 与（K' 系）速度 v'_2 服从**“矢量叠加法则”**，即满足以下关系式：

$$v'_2 = v_2 - u \tag{C}$$

将（A）式$v_2=\frac{m}{m+m_0}u$及（B）式$v_2'=-\frac{m}{m+m_0}u$代入（C）式，得：

$$-\frac{m}{m+m_0}u=\frac{m}{m+m_0}u-u$$

$$\frac{2m}{m+m_0}u=u$$

$$m+m_0=2m$$

得：

$$m=m_0$$

$$\boxed{m=m_0}$$

由此可得，物体的质量不随坐标系及物体的运动状态而变；物体的质量**是绝对的**，符合牛顿对‘质量’的定义。

“物体的质量是一个绝对量，不随参考系及物体运动状态而变化”。

由此可得，“速度合成服从矢量叠加法则”是“不存在质速关系”（即“物体的质量不随参考系及物体运动状态而变化”）的充分必要条件。由于“速度合成服从矢量叠加法则”是一条普适的自然定律，所以“不存在质速关系”（即“物体的质量不随参考系及物体运动状态而变化”）随之也是一条普适的自然定律。

*************** *************** ***************

作 者 简 介

周 方　教授、博士生导师。毕业于莫斯科航空学院飞机设计与制造系。著述涉及的专业领域：航空工程、系统工程、数理经济学与经济计量学、理论物理学与运动观测论。