

On Even Perfect Numbers and Odd Perfect Numbers

Giovanni Di Savino

abstract

a) Euler proved that: an even perfect number must be written in the form given by Euclid $(2^n - 1) \cdot 2^{n-1}$, with the condition that the result of $2^n - 1$ is one of the infinite prime numbers. In all results of powers of 2, there are primes that are less than 2^n , they are primes that are one or more than one away from 2^n and this distance is: $(1 + 2^n) \geq 0$. It is proved that: the 52 even perfect numbers, known today, are generated with Euclid's algorithm and with the condition that the result of $2^n - 1$ (the primes of Mersenne) is one of the infinite primes, but not it can be excluded that an even perfect number can also be generated with any prime number as long as it is less than the result of 2^n . Euclid's algorithm can generate even perfect numbers, not only with prime numbers of "Mersenne" but it can generate even perfect numbers, with all prime numbers less than each of the infinite powers 2^n and will assume the form $(2^n - (1 + 2^n)) \cdot 2^{n-1}$. In the same power 2^n , prime numbers smaller than 2^n are distinguished by their distance from the result of 2^n ;

b) Euclid's algorithm, but with the form: $(\text{prime} \geq 3^n - 2) \cdot \text{prime} \geq 3^{n-1}$, generates odd perfect numbers generated by primes distant 2 from the result of a power of a prime number $\geq 3^n$, but with all prime numbers less than 2 or more distant than 2, all odd perfect numbers are generated and the algorithm will have the following form: $(\text{prime} \geq 3^n - (2 + 2^n) \geq 0) \cdot \text{prime} \geq 3^{n-1}$. In the same power, prime number $\geq 3^n$, prime numbers less than prime $\geq 3^n$ are distinguished by their distance from the result of prime $\geq 3^n$.

1. The infinite natural numbers ≥ 2 are either prime numbers or composite numbers; prime numbers are divisible by 1 and by themselves, composite numbers are divisible by their divisors which are the factors and the combinatorics of the factors; in a number, prime or composite, multiple numbers are numbers divisible by prime numbers less than or equal to the square root of the given number.
 - 1.1 The difference between even composite numbers and odd composite numbers is the presence or absence of the prime number 2 among the factors of the number. A perfect number (1) is a composite number that is equal to the sum of its divisors, including the number one but excluding the number itself.
 - 1.2 The even perfect numbers are the product of two prime numbers $\wedge n$ of which, one is the result of one of the infinite 2^n and the other is one of the infinite prime numbers ≥ 3 ;
 - 1.3 the odd perfect numbers are the product of two among the infinite prime numbers ≥ 3 different from each other; one is a prime $\geq 3^n$, the other, is one of the other odd primes ;



2. Even perfect numbers, known today, are generated with the algorithm of 300 BC. Euclid's $(2^n - 1) \cdot 2^{(n-1)}$ where "n", the exponent of the two powers reported in the algorithm, is the same for both. Euler proved that the sum of the divisors of a number generated with Euclid's algorithm will be equal to the product of two powers only if the result of $(2^n - 1)$ is a prime number ≥ 3 and the other has base 2. The perfect even numbers, known today, are only 52 because we know only 52 prime numbers that are 1 away from 2^n and they are prime numbers known as Mersenne primes.

2.1 Extending the 18th century condition of Euler, placed only to prime numbers 1 distant from the result of 2^n , to all prime numbers less than each of the infinite powers 2^n , even perfect numbers can be generated from all primes that are less than any power 2^n or the first ones: $(2^n - (1+2^n))$. The distance that prime numbers less than 2^n have from 2^n varies as the value of the exponent "n" of 2^n varies; the algorithm quantifies them and assumes the form: $|(2^n - (1+2^n)) \cdot 2^{(n-1)} - (2^n - \text{prime} \geq 3)|$.

3. The algorithm with which all even perfect numbers are generated can be used for the generation of odd perfect numbers, considering that: while even perfect numbers are always the product of the number 2 with another among the infinite prime numbers ≥ 3 , the Odd perfect numbers are the product of two of the infinite number of primes, different from each other and from 2.

3.1 In arithmetic, the power of a number is the product of the number by itself as many times as the exponent "n" indicates, and the product of a number is the sum of as many numbers equal to the multiplicand, for as many as the multiplier indicates;

$$2 * 2 = 2 + 2.$$

$$3 * 3 = 3 + 3 + 3$$

$$5 * 5 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5$$

$$n_{\text{primo} \geq 7} * n_{\text{primo} \geq 7} = n_{\text{primo} \geq 7} + \dots + n_{\text{primo} \geq 7}$$

$$n_{\text{simo primo}} * n_{\text{simo primo}} = n_{\text{simo primo}} + \dots + n_{\text{simo primo}}$$

3.1.1 Euclid's algorithm generates even perfect numbers by multiplying, always, the results of a power of 2 with one of the infinite prime numbers; a power that has base 2 generates a sum that is $n+n$, and the sum is multiplied $* 1 = (2-1)$; a power that has base 3 the sum is $n+n+n$, and the sum is multiplied $* 2 = (3-1)$; a power that has base 5 the sum is $n+n+n+n+n$, and the sum is multiplied $* 4 = (5-1)$; a power that has base primes to the nth known prime, the sum is $n+\dots+n$, and the sum is primes to the nth known prime multiplied $* n = (\text{prime to nth known prime number} - 1)$.

3.1.2 All the results that are generated with Euclid's algorithm, referring to the previous point, must be multiplied by (value of the power base - 1).

3.1.3 Euclid's algorithm generates even perfect numbers by multiplying a power of 2 with one of the other infinite prime numbers and the result obtained is equal to the sum of the multiples of $2^{(n-1)}$ which are $\geq 2^n \geq 0$ and $\leq 2^n$ which are added to the quotients obtained by dividing the number obtained with the algorithm by the multiples of $2^{(n-1)}$.



- 1).
4. Odd perfect numbers are composite numbers that are the product of two different odd primes; a prime number is 2 away from a power, $\text{primes} \geq 3^n - 2$, the other prime is the result of a power ($\text{prime} \geq 3^{(n-1)}$) with the value of "n", the exponent of the two powers, equal. Euler's proof with which even perfect numbers can be generated only with prime numbers smaller and 1 distant from 2^n , is applicable to perfect odd numbers where perfect odd numbers are generated only from prime numbers smaller and 2 distant from $\text{primes} \geq 3^n$.
- 4.1 As in the previous point 2.1, extending the condition of the eighteenth century. of Euler, to all prime numbers less than infinite powers $\geq 3^n$, the odd perfect numbers are generated by all prime numbers that are less than powers with base equal to prime $\geq 3^n$ or they are: ($\text{primes} \geq 3^n - (2+2*n \geq 0)$). The distance that prime numbers, smaller than prime powers $\geq 3^n$, have from the prime number $\geq 3^n$ varies with the value of the exponent "n" of prime $\geq 3^n$; the algorithm quantifies them and takes the form: "" $(\text{first} \geq 3^n - (2+2*n)) * (\text{first} \geq 3^{(n-1)} - (\text{first} \geq 3^n - \text{first} \geq 3))$ "" , as represented.
5. Even perfect numbers are infinite because the result of the nth power 2^n will always have prime numbers that are smaller and distant $(1+2*n \geq 0)$ from the nth power 2^n ; the perfect odd numbers are infinite because the result of the power of the nth known prime^n will always have primes that are less and distant $(2+2*n \geq 0)$ from the nth known prime^n .
- 5.1 The nth even perfect number or the nth perfect odd number cannot be measured but there is the nth prime number (2) which is the sum of the distances separating the smaller and previous prime numbers; all composite numbers between which there are even or odd perfect numbers exist between the distances separating the prime numbers. As it has been demonstrated that there are prime numbers which, even if they are inaccessible and unreachable and cannot be elaborated due to lack of time and space, with Euclid's algorithm and with the new forms it assumes, all even perfect numbers and all numbers perfect odds, even if they are inaccessible and unreachable and cannot be elaborated due to lack of time and space, exist because they are among the composite numbers that separate two prime numbers which: Euclid, and later other mathematicians, demonstrated that they "exist".

(1) <https://vixra.org/abs/2212.0170>

(2) <https://vixra.org/abs/2210.0090>



Non si può escludere che: a) i numeri perfetti pari siano generati da tutti i numeri primi minori delle potenze del 2^n ; b) i numeri perfetti dispari siano generati dai numeri primi minori delle potenze degli infiniti numeri primi $\geq 3^n$.

Giovanni Di Savino

abstract

a) Eulero ha dimostrato che: un numero perfetto pari deve essere scritto nella forma data da Euclide $(2^n - 1) \cdot 2^{n-1}$, con la condizione che il risultato di $2^n - 1$ sia uno degli infiniti numeri primi. In tutti i risultati di potenze del 2, ci sono numeri primi che sono minori di 2^n , sono primi che distano uno o più di uno da 2^n e questa distanza è: $(1 + 2^n \geq 0)$. E' dimostrato che: i 52 numeri perfetti pari, oggi noti, si generano con l'algoritmo di Euclide e con la condizione che il risultato di $2^n - 1$ (i primi di Mersenne) sia uno degli infiniti numeri primi, ma non si può escludere che un numero perfetto pari si possa generare, anche, con qualunque numero primo purchè sia minore del risultato di 2^n . L'algoritmo di Euclide può generare i numeri perfetti pari, non solo con i primi di "Mersenne" ma può generare i numeri perfetti pari, con tutti i numeri primi minori di ognuna delle infinite potenze 2^n ed assumerà la forma $(2^n - (1 + 2^n)) \cdot 2^{n-1}$. In una stessa potenza 2^n , i numeri primi minori di 2^n , si distinguono per la loro distanza dal risultato di 2^n ;

b) l'algoritmo di Euclide, ma con la forma: $(\text{primo} \geq 3^n - 2) \cdot \text{primo} \geq 3^{n-1}$, genera numeri perfetti dispari generati dai primi distanti 2 dal risultato di una potenza di un numero primo $\geq 3^n$, ma con tutti i numeri primi minori e distanti 2 o più di 2, si generano tutti i numeri perfetti dispari e l'algoritmo avrà la seguente forma: $(\text{primo} \geq 3^n - (2 + 2^n \geq 0)) \cdot \text{primo} \geq 3^{n-1}$. In una stessa potenza, numero primo $\geq 3^n$, i numeri primi minori di primo $\geq 3^n$, si distinguono per la loro distanza dal risultato di primo $\geq 3^n$.

1. Gli infiniti numeri naturali ≥ 2 sono o numeri primi o numeri composti; i numeri primi sono divisibili dall'1 e da se stessi, i numeri composti sono divisibili dai propri divisori che sono i fattori e la combinatoria dei fattori; in un numero, primo o composto, i numeri multipli sono i numeri divisibili dai numeri primi minori od uguali alla radice quadra del numero dato.
 - 1.1 La differenza tra numeri composti pari e numeri composti dispari è la presenza o meno, del numero primo 2 tra i fattori del numero. Un numero perfetto (1) è un numero composto che è uguale alla somma dei suoi divisori, includendo anche il numero uno ma escludendo il numero stesso.
 - 1.2 I numeri perfetti pari sono il prodotto di due numeri primiⁿ di cui, uno è il risultato di una delle infinite 2^n e l'altro è uno degli infiniti numeri primi ≥ 3 ;
 - 1.3 i numeri perfetti dispari sono il prodotto di due tra gli infiniti numeri primi ≥ 3 diversi tra loro; uno è un primo $\geq 3^n$, l'altro, è uno degli altri primi dispari ;



2. I numeri perfetti pari, oggi noti, si generano con l'algoritmo del 300 a.C. di Euclide $(2^n - 1) * 2^{(n-1)}$ in cui "n", l'esponente delle due potenze riportate nell'algoritmo, è uguale per entrambe. Eulero ha dimostrato che la somma dei divisori di un numero generato con l'algoritmo di Euclide sarà uguale al prodotto di due potenze solo se il risultato di $(2^n - 1)$ è un numero primo ≥ 3 e l'altra ha base 2. I numeri perfetti pari, oggi noti, sono solo 52 perchè conosciamo solo 52 numeri primi che sono distanti 1 da 2^n e sono i numeri primi noti come i primi di Mersenne.

2.1 Estendendo la condizione del XVIII sec. di Eulero, posta ai soli numeri primi distanti 1 dal risultato di 2^n , a tutti i numeri primi minori di ognuna delle infinite potenze 2^n , i numeri perfetti pari possono essere generati da tutti i numeri primi che sono minori di qualunque potenza 2^n ovvero i primi: $(2^n - (1+2*n))$. La distanza che i numeri primi minori di 2^n hanno da 2^n , varia al variare del valore dell'esponente "n" di 2^n ; l'algoritmo le quantifica ed assume la forma: $""(2^n - (1+2*n)) * 2^{(n-1)} \text{ meno } (2^n - \text{primo} \geq 3)""$.

3. L'algoritmo con cui si generano tutti i numeri perfetti pari può essere utilizzato per la generazione dei numeri perfetti dispari, considerando che: mentre i numeri perfetti pari sono sempre il prodotto del numero 2 con un altro tra gli infiniti numeri primi ≥ 3 , i numeri perfetti dispari sono il prodotto di due tra gli infiniti numeri primi, diversi tra loro e dal 2.

3.1 In aritmetica la potenza di un numero è il prodotto del numero per se stesso tante volte quante ne indica l'esponente "n" e, il prodotto di un numero è la somma di tanti numeri uguali al moltiplicando, per quanti ne indica il moltiplicatore;

$$2 * 2 = 2 + 2.$$

$$3 * 3 = 3 + 3 + 3$$

$$5 * 5 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5$$

$$n_{\text{primo} \geq 7} * n_{\text{primo} \geq 7} = n_{\text{primo} \geq 7} + \dots + n_{\text{primo} \geq 7}$$

$$n_{\text{simo primo}} * n_{\text{simo primo}} = n_{\text{simo primo}} + \dots + n_{\text{simo primo}}$$

3.1.1 L'algoritmo di Euclide genera i numeri perfetti pari moltiplicando, sempre, i risultati di una potenza del 2 con uno degli infiniti numeri primi; una potenza che ha base 2 genera una somma che è $n+n$, e la somma è moltiplicata $* 1 = (2-1)$; una potenza che ha base 3 la somma è $n+n+n$, e la somma è moltiplicata $* 2 = (3-1)$; una potenza che ha base 5 la somma è $n+n+n+n+n$, e la somma è moltiplicata $* 4 = (5-1)$; una potenza che ha base numeri primi fino all'ennesimo numero primo noto, la somma è $n+\dots+n$, e la somma è numeri primi fino all'ennesimo numero primo noto moltiplicata $* n = (\text{numero primo fino all'ennesimo numero primo noto} - 1)$.

3.1.2 Tutti i risultati che si generano con l'algoritmo di Euclide, rife precedente punto, devono essere moltiplicati per (valore della base della potenza - 1).

3.1.3 L'algoritmo di Euclide genera i numeri perfetti pari moltiplicando una potenza del 2 con uno degli altri infiniti numeri primi ed il risultato che si ottiene è uguale alla somma dei multipli di $2^{(n-1)}$ che sono $\geq 2^n \geq 0$ e $\leq 2^n$ che sono sommati ai quozienti che si ottengono dividendo il numero ottenuto con l'algoritmo con i multipli di $2^{(n-1)}$.



4. I numeri perfetti dispari sono numeri composti che sono il prodotto di due numeri primi dispari diversi; un numero primo è distante 2 da una potenza, $\text{primo} \geq 3^n - 2$, l'altro numero primo è il risultato di una potenza ($\text{primo} \geq 3^{(n-1)}$) con il valore di "n", l'esponente delle due potenze, uguale. La dimostrazione di Eulero con cui si possono generare numeri perfetti pari solo con i numeri primi minori e distanti 1 da 2^n , è applicabile ai numeri perfetti dispari laddove i numeri perfetti dispari sono generati solo dai numeri primi minori e distanti 2 da $\text{primo} \geq 3^n$.
- 4.1 Come al precedente punto 2.1, estendendo la condizione del XVIII sec. di Eulero, a tutti i numeri primi minori delle infinite potenze $\geq 3^n$, i numeri perfetti dispari sono generati da tutti i numeri primi che sono minori di potenze con base uguale a primo $\geq 3^n$ ovvero sono: ($\text{primo} \geq 3^n - (2+2^n \geq 0)$). La distanza che i numeri primi, minori di potenze primo $\geq 3^n$, hanno dal numero primo $\geq 3^n$ varia con il valore dell'esponente "n" di primo $\geq 3^n$; l'algoritmo le quantifica ed assume la forma: "" ($\text{primo} \geq 3^n - (2+2^n)$) * ($\text{primo} \geq 3^{(n-1)} - (\text{primo} \geq 3^n - \text{primo} \geq 3)$) "" , come rappresentato.
5. I numeri perfetti pari sono infiniti perchè il risultato dell'ennesima potenza 2^n avrà sempre numeri primi che sono minori e distanti $(1+2^n \geq 0)$ da ennesima potenza 2^n ; i numeri perfetti dispari sono infiniti perchè il risultato della potenza dell'ennesimo primo noto^n avrà sempre numeri primi che sono minori e distanti $(2+2^n \geq 0)$ da ennesimo primo noto^n.
- 5.1 L'n.simo numero perfetto pari o l'n.simo numero perfetto dispari non si può misurare ma esiste l'ennesimo numero primo (2) che è la somma delle distanze che separano i numeri primi minori e precedenti; tutti i numeri composti tra cui ci sono i numeri perfetti pari o dispari esistono tra le distanze che separano i numeri primi. Come è stato dimostrato che esistono numeri primi che anche se sono inaccessibili ed irraggiungibili e non si potranno elaborare per mancanza di tempo e spazio, con l'algoritmo di Euclide e con le nuove forme che assume, tutti i numeri perfetti pari e tutti i numeri perfetti dispari, anche se sono inaccessibili ed irraggiungibili e non si potranno elaborare per mancanza di tempo e spazio, esistono perchè sono tra i numeri composti che separano due numeri primi che: Euclide, ed in seguito altri matematici, hanno dimostrato che "esistono".

(1) <https://vixra.org/abs/2212.0170>

(2) <https://vixra.org/abs/2210.0090>

