Proof of Collatz Conjecture: The sequence (2x+1)*2^y and the sequence 6k+4

(english ver.)

Author Bae Joon young

Email mazack123@naver.com

From south Korea

Abstract:

The Collatz conjecture is a conjecture that states that for any natural number n, the following operation will always result in 1:

If n is even, divide it by 2.

If n is odd, multiply it by 3 and add 1.

However, it is still an open question whether this conjecture is always true or not.

Introduction:

First of all, $(2x+1)*2^y$ can represent all positive integers when x and y are natural numbers.

The commonality among all even numbers, except for the number 2, is that they have the common factors of 1 and 2. According to the Collatz conjecture, these common factors of 2 are removed by dividing by 2 until they are completely eliminated. Eventually, only the number 1 remains after all the factors of 2 have been removed, and this process of dividing by 2 is repeated infinitely.

Odd numbers, on the other hand, result in a sequence of numbers in the form of $6k+4$ through the calculation of $3n+1$. The sequence of $6k+4$ consists of 2^n (where n is a natural number), odd numbers, and multiples of 2^n. If this process is repeated, a sequence of numbers composed of only 2^n will be generated, which is not in the form of $6k+4$.

The factors of 2^n consist of 1 and 2, and dividing by 2^n n times will ultimately result in only 1 remaining.

Proof:

When (2x+1)*2^y is even, dividing it by 2 leaves 2x+1, which is odd. Then, after applying the 3n+1 operation, 2x+2 is obtained, which can be divided by 2 to become x+1. Therefore, 2x+1 follows the 6k+4 sequence, and only the powers of 2 (i.e., 2^n where n is a natural number) that are part of the 6k+4 sequence remain after the operation is repeated until convergence to 1, with the final term being 4, which is divided by 2 to converge to 1.

1When (2x+1)*2^y is odd, applying the 3n+1 operation yields a sequence that also follows the 6k+4 pattern. Again, only the powers of 2 that are part of the 6k+4 sequence remain after the operation is repeated until convergence to 1, with the final term being 4, which is divided by 2 to converge to 1.

Additional explanation for (2x+1)*2^y: (2x+1)*2^y can express all positive integers when x and y are both natural numbers. This is because the range of x and y includes all natural numbers. Therefore, if we consider all natural numbers as the target of the Collatz Conjecture, we can express all numbers with this formula.

Additional explanation for the 6k+4 sequence: If (2x+1)*2^y is odd, then the value of 3n+1 becomes even. Since it can be divided by 2, 3n+1 becomes divisible by 4. This can be expressed as 3n+1 = 4k = 2(2k), and 3n+1 has a sequence of 6k+4.

In addition, when n is a natural number, 2^n is a subset of 6k+4.

conclusion

Therefore, it can be shown that the Collatz Conjecture holds true for both even and odd cases of (2x+1)*2^y, which leads to the proof that the Collatz Conjecture is true.

콜라츠 추측 증명 : (2x+1)*2^y 와 6k+4의 수열(Korean ver.)

Author Bae Joon young

Email mazack123@naver.com

From south Korea

요약

콜라츠 추측은 어떤 자연수 n에 대해서 다음과 같은 연산을 반복하면 항상 1이 된다는 추측입니다.

n이 짝수이면 2로 나눕니다.

n이 홀수이면 3을 곱하고 1을 더합니다.

이 추측이 항상 참인지 여부는 여전히 밝혀지지 않은 문제입니다.

하지만 (2x+1)*2^y가 짝수일 때와 홀수일 때 각각 따로 계산하면서 증명할 수 있습니다.

도입

먼저, (2x+1)*2^y는 x와 y가 자연수일때 모든 양의 정수를 표현할수 있습니다.

홀수를 제외한 모든 짝수의 공통점은 공통 약수인 1 과 2를 가지고 있다는 것이고 이 공통의 약수인 2를 콜라츠 추측 에 의해 2로 나누어져 제거됩니다

즉 약수인 2가 완전히 제거 될때까지 나눈다는 뜻이고 결국 2의 약수가 모두 제거되고 1 만 남을 때 까지 무한히 2로 나누어 지며 그렇게 1 만이 남게됩니다

홀수는 3n+1의 계산에 의해 가진 값은 6k+4의 형태로 이루어진 수열이 됩니다

6k+4의 형태로 이루진 수열은 2^n(이때, n=자연수)을 포함하게 됩니다

즉, 6k+4는 2^n과 홀수와 2^n의 곱으로 이루어진 수열이고 위의 방법을 반복하게되면 아닌 2^n으로 이루어진 수가 만들어지게 됩니다.

2^n의 약수는 1과 2로 이루어져 있으며 2를 n번 나누게 되면 결국 1만 남게 됩니다.

증명

(2x+1)*2^y가 짝수인 경우, 2로 나누면 2x+1이 남아 홀수가 됩니다. 이 때, 2x+1은

3n+1 연산을 거쳐서 2x+2가 되고, 다시 2로 나누면 2(x+1)이 됩니다.

따라서 2x+1은 짝수가 됩니다. 이때 2x+1은 6k+4 형태의 수열을 따르게 되며,

6k+4 형태의 수열에 포함된 2^n(n은 자연수)만이 남을 때까지 앞의 계산은 반복되고

결국 그 끝에는 6k+4의 첫 번째 항인 4가 되고, 4는 2로 나누어져 1로 수렴합니다.

(2x+1)*2^y가 홀수인 경우, 3n+1의 연산을 거치면 6k+4 형태의 수열을 따르게 됩니다.

6k+4 형태의 수열에 포함된 2^n(n은 자연수)만이 남을 때까지 앞의 계산은 반복되고

결국 그 끝에는 6k+4의 첫 번째 항인 4가 되고, 4는 2로 나누어져 1로 수렴합니다.

보조 설명

(2x+1)*2^y에 대한 보조 설명: (2x+1)*2^y 는 x와 y가 모두 자연수인 경우에는 모든 양의 정수를 표현할 수 있습니다. 이는 x와 y의 범위가 모든 자연수이기 때문입니다.

따라서, 모든 자연수를 나타낼 수 있으며, 콜라츠 추측의 가정인 모든 자연수를 대상으로 한다면 이 수식으로 모든 수를 표현할 수 있습니다.

6k+4의 수열에 대한 보조 설명: (2x+1)*2^y가 홀수인 경우 3n+1의 값은 짝수가 됩니다. 이는 2로 나눌 수 있으므로, 3n+1은 2로 나누어 떨어지지 않고 4로 나누어 떨어지게 됩니다.

이를 수식으로 표현하면 3n+1 = 4k= 2(2k)와 같이 표현할 수 있으며, 3n+1은 6k+4

의 수열을 가집니다.

또한 n이 자연수일때 2^n 은 6k+4에 부분집합 합니다

결론

따라서 (2x+1)*2^y가 짝수일 경우와 홀수일 경우 모두 콜라츠 추측이 성립함을 보이고, 이는 콜라츠 추측이 참임을 보이는 것으로 이어집니다