On the thermodynamics of photonic gas in connection with the problem of the cosmological constant

Author: Miheev Sergey Vladimirovich August 29, 2022 рус. яз. стр. 19

Abstract

The Rayleigh-Jeans law determines the spectral density, and is the basis of the theory of radiation. This law is generalized by adding a restriction related to the discreteness of the wavelength. In the generalized Rayleigh-Jeans law, there was a symmetry between low and high frequencies – a negative spectral dimension.
Based on the Hawking formula, for the entropy of a black hole, the number of microstates of one zero oscillation is determined. This number is equal to the Gelfond constant: e^{π}.
A model of a cosmological photonic black hole is used to determine the temperature and zero energy of the universe. With the help of numerical integration, up to the third significant digit, the cosmological constant is calculated – 75% of the density of the universe.
The generalized Rayleigh-Jeans law is written in quantum form for the hypersphere. The lattice constant of the world crystal is determined: the Planck length multiplied by the number pi divided by the number two and by the root of the sixth power of the number three – $r = l_{pl} \frac{\pi}{2\sqrt[6]{3}}$.
Accordingly, the minimum wavelength is twice as long: $2r = l_{pl} \frac{\pi}{\sqrt[6]{3}}$.
In addition, the author is struck by the fact of the continued sale of his 2006 brochure, which he posted publicly on the Internet, after the author's release in 2018.
This article is published to reduce the harm from the author's previous publications, the spread of which cannot be stopped. Consistently, in the most popular form, the old ideas of the author and the causes of errors are presented.

Disclaimer

Your familiar picture of the world may be destroyed when you try solve the problem of the cosmological constant. This UV divergence cannot be eliminated by cutting off the frequency. You will be forced to introduce a negative spectral dimension starting from some critical frequency. The reason for the appearance of a negative dimension can only be the multiplicity of the wavelength of the minimum length. The multiplicity of the wavelength to the minimum length means that our universe is a small disturbance (soliton) that has arisen and is moving in the world crystal. After calculating the temperature of the universe and its zero fluctuations, you will have to admit that the universe is not capable of adiabatic expansion. Consequently, the true size of the universe, measured by the Planck length, does not change. The illusion of the expansion of the universe is a consequence of our contraction. Observations of supernovae confirm that this compression is only accelerating. As a result of compression, the gravitational constant increases. How will it all end? What will happen then? Other wrong questions will arise. The answers to these questions may cause you discomfort.
Calmly assess all the risks associated with continuing reading. You have been warned.

Wise advice

Professor Philipp von Jolly's advice to student Max Planck:
You'd better study another science. Theoretical physics is close to completion, and only some minor problems remain to be investigated in it.

Planck did not listen to wise advice and staged a scientific revolution in physics. He partially solved the problem of blackbody radiation. At the same time, he managed to imperceptibly lay a mine of enormous destructive power under the foundation of physics. As a sapper, Max Planck deserves the greatest praise.
Without attracting too much attention, Planck introduced Planck units of measurement into physics, which he defined through fundamental constants. Now, any of the Planck units can be used as a fundamental constant. This makes it possible to exclude from the number of fundamental constants the speed of light, the Planck constant or the gravitational constant. For example, a theory of gravity can be constructed without a gravitational constant, using the speed of light, Planck's constant, and Planck's length.

The unsolved problem of blackbody radiation

There are no problems, everything is fine and life is easy if radiation is considered without taking into account the combined influence of gravity and zero vacuum fluctuations. Let's write down the equations of a photonic black hole without taking into account zero energy. The entropy, temperature, and density of a photonic black hole are determined by its gravitational radius R and Planck length l_{pl} .

A photonic black hole and a Schwarzschild black hole have the same mass, energy, and density, with the same radius of curvature:
$R = \frac{2\,G\,M}{c^2}$ – gravitational radius of a photon and black hole (1)
$M = \frac{R\,c^2}{2\,G} = \frac{R\,\hbar}{2\,c}\frac{c^3}{G\,\hbar} = \frac{R\,\hbar}{2\,c\,l_{pl}^2}$ – photon and black hole mass (2)
Where $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ — reduced Planck constant
h — Planck ‘s constant
c — the speed of light in a vacuum
G – gravitational constant
$l_{pl} = \sqrt{\frac{G\,\hbar}{c^3}}$ – Plank length (3)

$E_{BH} = M\,c^2 = \frac{R\,\hbar\,c}{2\,l_{pl}^2}$ – photon and black hole energy (4)
$V_{BH} = 2\pi^2 R^3$ – the volume of the 3-hypersphere is equal to the volume of the photon and black hole (5)
$\rho\,(E_{BH}) = \frac{E_{BH}}{V_{BH}} = \frac{R\,\hbar\,c}{2\pi^2 R^3 2\,l_{pl}^2} = \frac{\hbar\,c}{4\pi^2 R^2\,l_{pl}^2}$ – photon and black hole energy density (6)

$aT_P^4 = \rho\,(E_{BH}) = \frac{\hbar\,c}{4\pi^2 R^2\,l_{pl}^2}$ – radiation density of a photonic black hole (7)
Where T_P – photonic gas temperature

a = $\frac{\pi^2 k^4}{15\hbar^3 c^3}$ – radiation density constant
k – Boltzmann constant

Hence $T_P^4 = \frac{\rho\,(E_{BH})}{a} = \frac{\hbar\, c}{4\pi^2 R^2\, l_{pl}^2}\ \frac{15\hbar^3 c^3}{\pi^2 k^4} = \frac{15\hbar^4 c^4}{4\pi^4 k^4 R^2\, l_{pl}^2}$

$T_P = \sqrt[4]{\frac{15}{4}}\ \frac{\hbar\ c}{\pi\, k\,\sqrt{R\, l_{pl}}}$ – the temperature of a photonic gas in a photonic black hole (8)

The entropy density of a photonic black hole is equal to the entropy density of a photonic gas
$\rho\,(S_P) = \frac{4}{3}\, aT_P^3$

$\rho\,(S_P) = \frac{4}{3}\ \frac{\pi^2 k^4}{15\hbar^3 c^3}\ (\frac{15}{4})^{\frac{3}{4}}\ \frac{\hbar^3\ c^3}{\pi^3\ k^3\ \sqrt{R^3\ l_{pl}^3}}$

$\rho\,(S_P) = \frac{1}{3}\sqrt[4]{\frac{4}{15}}\ \frac{k}{\pi\ \sqrt{R^3\ l_{pl}^3}}$ – entropy density of a photonic black hole (9)

$S_P = V_{BH}\ \rho(S_P) = 2\pi^2 R^3\,\frac{1}{3}\sqrt[4]{\frac{4}{15}}\ \frac{k}{\pi\ \sqrt{R^3\ l_{pl}^3}} = \frac{2}{3}\sqrt[4]{\frac{4}{15}}\ \pi\ k\sqrt{\frac{R^3}{l_{pl}^3}}$

$S_P = \frac{2}{3}\sqrt[4]{\frac{4}{15}}\ \pi\ k\sqrt{\frac{R^3}{l_{pl}^3}}$ – entropy of a photonic black hole (10)

The scientific community considers all theories in which zero energy is equal to zero to be alternative. Therefore, if we are moving along the main scientific road, then we must add a zero energy density to formula (7).

But you can't just add zero energy to the formula (7), which determines the temperature (8) and entropy (10) of radiation. In the thermodynamics of radiation, everything has been agreed upon for a long time, and there is nothing superfluous. There's no room for extra energy. Moreover, there is no room for monstrously large energy. This contradiction can be resolved only by radical methods. To do this, it is necessary to re-change the theory of blackbody radiation. The new changes should be deeper than the changes proposed by Max Planck. It's time to change the whole system, including its foundation – the Rayleigh-Jeans law.

In fact, we have not one, but two problems

The first problem is in plain sight. It seems that physicists are secretly proud of the incredibly large error of 120 orders of magnitude that they received when calculating the cosmological constant. However, there is no reason for such pride here, since they obtained the exact density value. They just calculated not the energy density of the cosmological constant, but something else. Physicists will someday understand what they really calculated.
According to the Rayleigh-Jeans law, the number of oscillators per unit volume at a single frequency interval is proportional to the square of the frequency. Zero energy is proportional to frequency. Hence, the zero energy density is proportional to the frequency cube. The total energy per unit volume is obtained by integrating the density over all frequencies. It is proportional to the maximum frequency raised to the fourth power. If the maximum frequency is equal to the Planck frequency, then the energy density will be huge – Planck density.

To obtain an adequate energy density (the density of the universe), the maximum frequency of radiation should be less than the frequency of visible light. In this case, it is unclear how you were able to read this text.

The second problem is subtle and insidious. It is connected with the need for thermodynamic equilibrium of radiation, and with the need to find indistinguishable microstates associated with the entropy of zero energy. This is a non-trivial task, since thermodynamics was created without taking into account zero energy. Unaccounted microstates were not needed, and they were so indistinguishable that it is now extremely difficult to believe in their existence, even if they are in plain sight.

The inconvenience of zero energy turned out to be significant and long-lasting. Therefore, physicists have created alternative theories in which zero energy is considered equal to zero. We don't need this alternative. We will add zero energy to the equation of a photonic black hole (7) and consider the thermodynamics of the resulting system.

$E_{BH} = E_0 + E_t$ – the energy of a photonic black hole (11)
Where E_0 – zero energy ; $E_t = aV_{BH}T^4$ – photonic gas energy

The thermodynamic equilibrium condition implies the equality of temperatures of all parts of the thermodynamic system:

$T = \frac{dE_{BH}}{dS_{BH}} = \frac{dE_0 + dE_t}{dS_0 + dS_t}$ – the temperature of a photonic black hole (12)
$T = \frac{dE_t}{dS_t}$ – photonic gas temperature (13)
$T = \frac{dE_0}{dS_0}$ – zero energy temperature (14)

$dE_0 = T\,dS_0$; $dE_t = T\,dS_t$; $dE_0 + dE_t = T\,dS_0 + T\,dS_t$ (15)
Where S_{BH} – entropy of a photonic black hole
$S_t = \frac{4}{3}aV_{BH}T^3$ – entropy of a photonic gas
S_0 – entropy of zero energy

A specialist should appear here and declare:
«Pathology and ignorance! You forgot about the third principle of thermodynamics. In 1911, Max Planck formulated the third principle of thermodynamics as a condition for the entropy of all bodies to vanish when the temperature tends to absolute zero. At absolute zero temperature, the system is in the basic quantum mechanical state. The probability of this state is W = 1, hence the entropy S = k ln W = 0 ».

Allow me to object to an imaginary critic. If $S_0 = 0$, then $dS_0 = 0$ and $dE_0 = 0$.
If zero energy cannot change, then it is the same for a microscopic photonic black hole and for a hole the size of the universe. Therefore, the zero energy is negligible – in fact, it is zero. However, such equality is a sign of the alternative theory. Therefore, either the third principle of thermodynamics is an alternative theory, or the generally accepted theory of zero energy is erroneous.

However, in the third beginning of thermodynamics, a loophole is left to resolve the contradiction that has arisen: "The entropy of the ground state (entropy of zero energy) is zero only if the ground state is not degenerate." If the ground state corresponds to a set of microstates with the same energy, then the entropy of zero energy is greater than zero.

The author believes that the number of microstates corresponding to one zero oscillation is equal to the Gelfond constant $e^{\pi} = (-1)^{-i} \approx 23.14$
Accordingly, the entropy of one zero oscillation S_0 = k ln e^{π} = πk

A brief search on the Internet showed that the square of the Gelfond constant is used to describe the photonic sphere of a black hole: «Divergent reflections around the photon sphere of a black hole», published: 09 July 2021, author: Albert Sneppen.
https://www.nature.com/articles/s41598-021-93595-w

To get these transcendental numbers and correct the theory of radiation, we will be helped by a specialist in black holes – Hawking.

Hawking will help us

The union of great minds can work wonders. Therefore, we use the Planck length l_{pl} when writing the Hawking formula for the temperature T_{BH} and for the entropy S_{BH} of a Schwarzschild black hole:

$T_{BH} = \frac{\hbar c^3}{8\pi k G M}$ – black hole temperature (16)

Since $M = \frac{R\hbar}{2c\, l_{pl}^2}$ – black hole mass

Hence $T_{BH} = \frac{\hbar c^3}{8\pi k G} \frac{2c\, l_{pl}^2}{R\hbar} = \frac{c^3}{G} \frac{\hbar}{8\pi k} \frac{2c\, l_{pl}^2}{R\hbar} = \frac{c^3\hbar}{G\hbar} \frac{c\, l_{pl}^2}{4\pi k R} = \frac{\hbar}{l_{pl}^2} \frac{c\, l_{pl}^2}{4\pi k R} = \frac{\hbar c}{4\pi k R}$

$T_{BH} = \frac{\hbar c}{4\pi k R}$ – black hole temperature (17)

$S_{BH} = \frac{A k c^3}{4\hbar G}$ – black hole entropy (18)

Where $A = 4\pi R^2$

Hence $S_{BH} = \frac{4\pi R^2 k}{4} \frac{c^3}{\hbar G}$

$S_{BH} = \pi k \frac{R^2}{l_{pl}^2}$ – black hole entropy (19)

Let's compare the parameters of a photonic black hole and a Schwarzschild black hole.

$T_P = \sqrt[4]{\frac{15}{4}} \frac{\hbar c}{\pi k \sqrt{R\, l_{pl}}}$ – the temperature of a photonic gas in a photonic black hole (8)

$T_{BH} = \frac{\hbar c}{4\pi k R}$ – black hole temperature (17)

$S_P = \frac{2}{3} \sqrt[4]{\frac{4}{15}} \pi k \sqrt{\frac{R^3}{l_{pl}^3}}$ – entropy of a photonic black hole (10)

$S_{BH} = \pi k \frac{R^2}{l_{pl}^2}$ – black hole entropy (19)

The transformation of a photonic black hole into a Schwarzschild black hole is accompanied by an increase in entropy and a drop in temperature by approximately $\sqrt{\frac{R}{l_{pl}}}$ number of times.

Why and how does this happen?

At a critical density, the gravitational instability of Jeans appears in the photonic gas. Inhomogeneities grow and break up. The growth of inhomogeneity is associated with the curvature of space, with an increase in the number of oscillators, with an increase in the number of microstates and the entropy of the system. A certain amount of zero energy is spent on the formation of each new oscillator. The celebration of life continues until all the energy of the photonic gas turns into zero energy. At the very end, a gravitational coffin is obtained – a black hole in which there is nothing but irremediable – zero vibrations, and a strongly curved space – spatial foam.

Similar arguments were used by Bekenstein, proving to Hawking the existence of non-zero temperature and entropy in a black hole. Within the framework of this model, the Hawking formula for the entropy of a black hole can be derived from the Schwarzschild formula and the foundations of quantum mechanics:

$\lambda = 2\pi R$ – maximum wavelength of a black hole (20)

$E_{0\,min} = \frac{1}{2}\frac{h\,c}{\lambda} = \frac{2\pi\,\hbar\,c}{2*2\pi\,R} = \frac{\hbar\,c}{2\,R}$ – minimum oscillation energy of a black hole (21)

Where $h = 2\pi\,\hbar$ – Planck ‘s constant

$N = \frac{E_{BH}}{E_{0\,min}} = \frac{R\,\hbar\,c}{2\,l_{pl}^2}\frac{2\,R}{\hbar\,c} = \frac{R^2}{l_{pl}^2}$ – the maximum possible number of black hole oscillations (22)

Where $E_{BH} = M\,c^2 = \frac{R\,\hbar\,c}{2\,l_{pl}^2}$ – black hole energy (4)

If we take the entropy of the zero oscillation equal to π k, then we get the Hawking formula:

$S_{BH} = \pi\,k\,\frac{R^2}{l_{pl}^2}$ (19) $= \pi\,k\,N$ – maximum possible entropy of a black hole (23)

Entropy is associated with the phase of any oscillations. The uncertainty of the phase is equal to the number π.

In normal oscillations, the phase can be measured and used to store information. Consequently, microstates that are not taken into account in thermodynamics are associated with the oscillation phase.

It is necessary to find a proof that the number of degenerate microstates associated with the zero oscillation phase is equal to the Gelfond constant $e^{\pi} = (-1)^{-i} \approx 23.14$.

The second clue hidden in the Hawking formula

The oscillations of a black hole are in the ground state, that is, they have the lowest possible energy. In the ground state, there are no microstates associated with the permutation of oscillators. Therefore, the entropy of a black hole is simply equal to the number of oscillations multiplied by the entropy of one oscillation.

Thus, it follows from Hawking's formula that the number of oscillations of a black hole is proportional to the square of the gravitational radius, that is, proportional to the square of the largest wavelength of the black hole.
The Rayleigh-Jeans law sets the exact opposite dependence of the number of oscillations on the wavelength. The number of oscillations is inversely proportional to the square of the wavelength, since it is proportional to the square of the frequency.
Opposites are reduced to one functional dependence, by raising the length to a power minus one. This is how the hint of a negative spectral dimension hidden in the Hawking formula manifests itself.

Negative spectral dimension

Negative spectral dimension is used in physics to eliminate ultraviolet divergence, without coarse frequency clipping. If, starting from a certain frequency, the spectral dimension is less than minus one, then the vibrational energy density decreases with increasing frequency quite quickly. In this case, the integral of the energy density converges, even if the limiting frequency is assumed to be equal to infinity. Negative dimension is like another mathematical trick. Actually, it's not a trick. The negative spectral dimension arises from the Rayleigh-Jeans law when one additional condition is added.

Generalization of the Rayleigh-Jeans law

The Rayleigh-Jeans law was obtained by considering vibrations in a cubic resonator box. When it is output, it is determined through the wave number. In this intermediate form, the Rayleigh-Jeans law is applicable in all cases. In this form, it is easily generalized and expanded. Let's write down this law for a space of arbitrary dimension – *n*.

$dN = S_{n-1}\, K^{n-1} dK$ – wave density (24)
– the number of waves with different components of the main wave number in the range of the main wave numbers [*K*, *K*+*dK*]
Where S_{n-1} – (*n*-1)-hypersphere of unit radius (the surface of an *n*-hyperball)
K – the main wave number

$K^2 = \sum_{x=1}^{n} K_x^2$ – the square of the main wave number (25)
Where K_x – *x*-component of the main wave number

The wave number is limited by the size of the resonator box. An integer number of half-waves should fit on the edge of the resonator box. Rayleigh and Jeans also knew this.
$K_{real} = \frac{L}{\lambda/2} = \frac{2\,L}{\lambda} = \frac{2\,L\,\nu}{c}$
Where *L* – the length of the edge of the resonator box
λ – wavelengths
ν – wave frequency
c – the speed of light

However, the reflected waves depend on the incident waves. The number of independent waves is the spectral density, which is halved when each spatial dimension (reflection) is taken into account. Therefore, the effective wave number in the resonator box is two times less than the real one.

In a space that is not bounded by walls, the real wave number is equal to the effective one. We will use the effective wave number:

$K = \frac{L}{\lambda} = \frac{L\,\nu}{c}$ – the main wave number (26)

$\nu_{min} = \frac{c}{L}$ – the minimum frequency of the wave, at $K = 1$ (27)

In a resonator box, the maximum frequency and energy of zero oscillations is equal to infinity. Cutting the frequency, at the Planck frequency, reduces the energy density to a huge Planck density.

However, this problem is easily solved by introducing an additional restriction in the Rayleigh-Jeans law. An integer number of minimum lengths must fit on the half-wave. The shortest wave corresponds to the oscillations of the neighboring nodes of the world crystal in the opposite phase.

As a result of an additional restriction, the spectral density begins to decrease when the critical frequency is exceeded, and becomes negligible at the maximum frequency.

To simplify the calculations, we will not change the form of the Rayleigh-Jeans law for short waves (high frequencies). For high frequencies, we will determine the wave number not through the edge length of the resonator box, but through the edge length of the minimum cube.

$K = \frac{\lambda}{l_m}$ – the main wave number (28)

Where l_m – edge length of the minimum cube

$\nu_{max} = \frac{c}{l_m}$ – maximum wave frequency (29)

Thus, the frequency spectrum is divided into a low frequency range $[\nu_{min}, \nu_c]$ and a high frequency range $[\nu_c, \nu_{max}]$. Where ν_c – critical frequency.

At the boundary between the ranges, the wave number reaches its maximum value:

$K_{max} = \frac{L}{\lambda_c} = \frac{\lambda_c}{l_m}$ – maximum wave number (30)

Where λ_c – critical wavelength

$\lambda_c^2 = L\,l_m \;\rightarrow\; \lambda_c = \sqrt{L\,l_m}$

$\nu_c = \frac{c}{\lambda_c} = \frac{c}{\sqrt{L\,l_m}}$ – critical frequency (31)

$K_{max} = \frac{L}{\lambda_c} = \frac{L}{\sqrt{L\,l_m}} = \sqrt{\frac{L}{l_m}}$ – maximum wave number (32)

In each frequency range, only one of the two restrictions really applies – the strongest.

For long waves, there is a limitation associated with the size of the resonator box. At the same time, the spectral density is proportional to the volume of the resonator:

$dN = S_{n-1}\,K^{n-1} dK = \frac{L^n S_{n-1}}{c^n}\,\nu^{n-1} d\nu \qquad \nu_{min} \le \nu \le \nu_c$ (33)

Where $\nu_{min} = \frac{c}{L}$; $\nu_c = \frac{c}{\sqrt{L\,l_m}}$; $K = \frac{L}{\lambda} = \frac{L\,\nu}{c}$

For short waves, there is a limitation associated with the discreteness of the wavelength. At the same time, the size and shape of the resonator do not affect the spectral density in any way. The spectral density is inversely proportional to the volume of the minimum cube.

$$dN = S_{n-1}\, K^{n-1} dK = \frac{c^n\, S_{n-1}}{l_m^n}\, \nu^{-(n+1)} d\nu \qquad \nu_c \le \nu \le \nu_{max} \tag{34}$$

Where $\nu_c = \frac{c}{\sqrt{L\, l_m}}$; $\nu_{max} = \frac{c}{l_m}$; $K = \frac{\lambda}{l_m} = \frac{c}{l_m\, \nu}$

As a result of the introduction of an additional restriction, the Rayleigh-Jeans law became symmetric. Now, one main wave number corresponds to two groups containing the same number of waves. Each long wave corresponds to a short wave.

In addition to the minimum wave number 1, the maximum wave number $K_{max} = \sqrt{\frac{L}{l_m}} = \sqrt{\frac{\nu_{max}}{\nu_{min}}}$ (32) appears. In addition to the maximum volume L^n, the minimum volume l_m^n appears.

Remark 1

The Rayleigh-Jeans law will become more universal if it is defined in terms of the volume V of the studied space and in terms of the minimum volume l_m^n. In this form, the law can be used to calculate the spectral density in an arbitrary finite space. The length L is defined as an edge of an n-hypercube whose volume is equal to the volume of the space under study: $L = \sqrt[n]{V}$.

Such substitution is possible due to the fact that the spectral density of oscillations is directly proportional to the volume L^n, or inversely proportional to the minimum volume l_m^n .

Remark 2

If the size of the space L significantly exceeds the minimum wavelength l_m, $L >> l_m$, then without prejudice to accuracy, we can take the minimum frequency equal to zero, and the maximum frequency equal to infinity.

However, in the case of calculating the oscillation energy in one-dimensional space, the maximum frequency must be specified accurately.

Preliminary assessment of zero energy

According to many physicists, dark energy is zero vacuum energy. Hence, information about dark energy or the cosmological constant (from 60% to 75% of the density of the universe) this is the most reliable information about zero vacuum energy.

The percentage of zero energy does not depend on the volume of space. Otherwise, the fraction of zero energy of the vast universe would be close to zero or one. Consequently, the photonic gas energy and zero energy are related to their total temperature by one common functional dependence. The exact dependencies differ only by a constant multiplier. There should be a constant multiplier in the equation for zero energy, which determines the proportion of zero vacuum energy – dark energy.

Using the generalized Rayleigh-Jeans law, it is possible to calculate the spectral density of oscillations, the total energy of zero oscillations and their entropy. The temperature is calculated based on the change in energy and entropy. For a known temperature, according to Planck's formula, the energy of a photonic gas is calculated.

The author made this calculation. It follows from the calculation that in a photonic black hole, the zero energy is about 100 times greater than the energy of a photonic gas. That is, the proportion of the dark energy of the universe should be approximately 99%. This is more than the maximum value of 75% obtained by cosmologists. Therefore, a mistake was made. It cannot be called the greatest or monstrous. Therefore, it cannot be ignored. The error must be found and corrected.

48 – The Answer to the Main Question

The author was so amazed by the simplicity of calculating the cosmological constant that it was easy to believe that a simple fraction of ¾, which arose during the calculation, determines the proportion of zero oscillations. After that, the author used dirty methods of fitting parameters

The author chose the wrong order of solving the problem. First it was necessary to find the main number – the answer to the Main Question about the cosmological constant, about the minimum length and everything else.
This number is $2^3 3! = 8*6 = 48$ – the coefficient of degeneracy of zero oscillations (35)
It arises from the symmetry of space.
Three Inversions of each of the three coordinates – mirror reflections – $2^3 = 8$
Permutations of three coordinates – 3! = 6

However, not everything is as simple as it seems. The difficulty of realizing an elementary fact cannot be explained only by the overexcitation of the author. The exclusivity of our three-dimensional space has also become a serious obstacle to understanding.
Already in four-dimensional space, $2^4 4! = 16 * 24 = 384$ cannot be the number of degeneracy of zero oscillations in energy. Euclidean geometry does not allow.
Everything is different there.
48 is the Answer to The Main Question. And there is no other answer other than that.

Made a calculation – activated the Max Planck mine

$E_{BH} = M c^2 = \frac{R \hbar c}{2 l_{pl}^2}$ – photon and black hole energy (4)

This formula for the energy of a Schwarzschild black hole, by its very appearance, shows the way to quantum gravity. It testifies to the possibility of creating a theory of gravity without using Newton's gravitational constant. But first, we need to solve less complex problems. We will calculate the cosmological constant, the minimum wavelength, and the lattice constant of the world crystal.

In a space with dimension $n \geq 2$, the size of which significantly exceeds the minimum length, $L >> l_m$, we can take $\nu_{min} = 0$; $\nu_{max} = \infty$.
Critical frequency: $\nu_c = \frac{c}{\sqrt{L\, l_m}}$ (31)
In three - dimensional space $n = 3$; the area of the unit sphere $S_{n-1} = 4\pi$

$$N^g = \frac{L^3 4\pi}{c^3} \int_0^{\nu_c} \nu^2 d\nu = \frac{L^3 4\pi}{3\, c^3} \nu_c^3 = \frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{L^3}{l_m^3}} \text{ – number of long waves} \quad (36)$$

$$N^l = \frac{c^3 4\pi}{l_m^3} \int_{\nu_c}^{\infty} \nu^{-4} d\nu = \frac{c^3 4\pi}{3\, l_m^3} \nu_c^{-3} = \frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{L^3}{l_m^3}} \text{ – number of short waves} \quad (37)$$

$$N = N^g + N^l = \frac{8\pi}{3} \sqrt{\frac{L^3}{l_m^3}} \text{ – the number of all waves} \quad (38)$$

$$N_0 = \frac{N}{2^3 3!} = \frac{8\pi}{48*3} \sqrt{\frac{L^3}{l_m^3}} = \frac{\pi}{18} \sqrt{\frac{L^3}{l_m^3}} \text{ – the number of all zero oscillations} \quad (39)$$

Where $2^3 3! = 48$ is the degeneracy coefficient – The answer to the Main Question (35)

$$S_0 = \pi k\, N_0 = \frac{\pi^2 k}{18} \sqrt{\frac{L^3}{l_m^3}} \text{ – энтропия нулевых колебаний} \quad (40)$$

Where πk – entropy of one zero oscillation, see (23)

k – Boltzmann constant

$$dS_0 = \frac{\pi^2 k}{18}\,\frac{3}{2}\sqrt{\frac{L}{l_m^3}}\,dL = \frac{\pi^2 k}{12}\sqrt{\frac{L}{l_m^3}}\,dL$$ – change in the entropy of zero oscillations (41)

$$E_0^g = \frac{1}{48}\,\frac{L^3 4\pi}{c^3}\int_0^{\nu_c}\frac{h\nu}{2}\nu^2 d\nu = \frac{4\pi}{48*2}\,\frac{h\,L^3}{c^3}\int_0^{\nu_c}\nu^3 d\nu = \frac{4\pi}{48*2*4}\,\frac{h\,L^3}{c^3}\,\nu_c^4 = \frac{\pi\,h\,L^3}{96\,c^3}\,\nu_c^4$$

Since $\nu_c = \frac{c}{\sqrt{L\,l_m}}$

$$E_0^g = \frac{\pi\,\mathrm{h\,c\,L}}{96\,l_m^2}$$ – zero low frequency energy (42)

$$E_0^l = \frac{1}{48}\,\frac{c^3 4\pi}{l_m^n}\int_{\nu_c}^{\infty}\frac{h\nu}{2}\nu^{-4} d\nu = \frac{4\pi}{48*2}\,\frac{h\,c^3}{l_m^3}\int_{\nu_c}^{\infty}\nu^{-3} d\nu = \frac{4\pi}{48*2*2}\,\frac{h\,c^3}{l_m^3}\,\nu_c^{-2} = \frac{\pi\,h\,c^3}{48\,l_m^3}\,\nu_c^{-2}$$

Since $\nu_c = \frac{c}{\sqrt{L\,l_m}}$

$$E_0^l = \frac{\pi\,\mathrm{h\,c}\,L}{48\,l_m^2}$$ – zero high frequency energy (43)

$$E_0 = E_0^g + E_0^l = \frac{\pi\,\mathrm{h\,c}\,L}{96\,l_m^2} + \frac{\pi\,\mathrm{h\,c}\,L}{48\,l_m^2} = \frac{3\pi\,\mathrm{h\,c}\,L}{96\,l_m^2}$$

$$E_0 = \frac{\pi\,\mathrm{h\,c}\,L}{32\,l_m^2}$$ – zero energy of a photonic black hole (44)

$$dE_0 = \frac{\pi\,\mathrm{h\,c}}{32\,l_m^2}\,dL$$ – changing the zero energy of a photonic black hole (45)

The zero energy and entropy of zero oscillations depend on the size of the space L (on the volume L^3). These dependences (41) (45) determine the temperature of zero energy T, which is equal to the temperature of a photonic black hole, and the temperature of its photonic gas

$$T = \frac{dE_0}{dS_0} = \frac{\pi\,\mathrm{h\,c}}{32\,l_m^2}\,\frac{12}{\pi^2 k}\sqrt{\frac{l_m^3}{L}} = \frac{3\,\mathrm{h\,c}}{8\,\pi\,\mathrm{k}\sqrt{L\,l_m}}$$

Since $\nu_c = \frac{c}{\sqrt{L\,l_m}}$ – critical frequency

$$T = \frac{3\,\mathrm{h}\,\nu_c}{8\,\pi\,\mathrm{k}}$$ – the temperature of a photonic black hole (46)

This temperature determines the energy of the photonic gas. Using the classical Rayleigh-Jeans law, it is possible to calculate the total energy using Planck's formula. At the same time, the number of oscillators is twice the number of waves. This is due to the fact that photonic oscillators differ in phases, polarizations, and contain two waves – forward and reverse. However, this classical calculation does not take into account that at a frequency greater than the critical one, the spectral density begins to decrease with increasing frequency. For an accurate calculation, it is necessary to use the generalized Rayleigh-Jeans law.

Calculate the energy of a low-frequency photonic gas:

$$E_t^g = 2\,\frac{L^3 4\pi}{c^3}\int_0^{\nu_c}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}\nu^2 d\nu = \frac{L^3 8\pi h}{c^3}\int_0^{\nu_c}\frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}d\nu$$

Where $\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}$ – the fill factor of the oscillator with the frequency ν

Let's make substitutions: $\nu = x\,\nu_c$; $T = \frac{3\,\mathrm{h}\,\nu_c}{8\,\pi\,\mathrm{k}}$

$$E_t^g = \frac{L^3 8\pi h}{c^3}\,\nu_c^4\int_0^1\frac{x^3}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx$$

Since $\nu_c = \frac{c}{\sqrt{L\, l_m}}$

$$E_t^g = \frac{8\pi hcL}{l_m^2} \int_0^1 \frac{x^3}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1} dx \text{ – low frequency photonic gas energy} \tag{47}$$

Similarly, we calculate the energy of a high-frequency photonic gas:

$$E_t^l = 2\,\frac{c^3 4\pi}{l_m^3} \int_{\nu_c}^{\infty} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} \nu^{-4} d\nu = \frac{c^3 8\pi h}{l_m^3} \int_{\nu_c}^{\infty} \frac{\nu^{-3}}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} d\nu$$

Where $\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}$ – the fill factor of the oscillator with the frequency ν

Let's make substitutions: $\nu = x\,\nu_c$; $T = \frac{3\,\mathrm{h}\,\nu_c}{8\,\pi\,\mathrm{k}}$

$$E_t^l = \frac{c^3 8\pi h}{l_m^3} \nu_c^{-2} \int_1^{\infty} \frac{x^{-3}}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1} dx$$

Since $\nu_c = \frac{c}{\sqrt{L\, l_m}}$

$$E_t^l = \frac{8\pi hcL}{l_m^2} \int_1^{\infty} \frac{x^{-3}}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1} dx \text{ – high frequency photonic gas energy} \tag{48}$$

The total energy of the photonic gas:

$$E_t = E_t^g + E_t^l = \frac{8\pi hcL}{l_m^2} \left(\int_0^1 \frac{x^3}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1} dx + \int_1^{\infty} \frac{x^{-3}}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1} dx \right) \text{ – photonic gas energy} \tag{49}$$

Numerical calculation of integrals on the Wolfram-Alpha website:
https://www.wolframalpha.com/input?i2d=true&i=Integrate%5BDivide%5BPower%5Bx%2C3%5D%2CPower%5Be%2CDivide%5B8%CF%80x%2C3%5D%5D-1%5D%2C%7Bx%2C0%2C1%7D%5D+%2B+Integrate%5BDivide%5BPower%5Bx%2C-3%5D%2CPower%5Be%2CDivide%5B8%CF%80x%2C3%5D%5D-1%5D%2C%7Bx%2C1%2C%E2%88%9E%7D%5D

$$\left(\int_0^1 \frac{x^3}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1} dx + \int_1^{\infty} \frac{x^{-3}}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1} dx \right) \approx 0{,}00129908797 \tag{50}$$

Since $E_0 = \frac{\pi\,\mathrm{h}\,\mathrm{c}\,L}{32\, l_m^2}$ – zero energy of a photonic black hole (44)

$$\frac{E_t}{E_0} = 2^8 \left(\int_0^1 \frac{x^3}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1} dx + \int_1^{\infty} \frac{x^{-3}}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1} dx \right) \approx 0{,}33256652032 \approx \frac{1}{3} \tag{51}$$

$$\eta = \frac{E_0}{E_0+E_t} \approx 0{,}75043 \approx \frac{3}{4} \text{ – cosmological constant – zero energy share} \tag{52}$$

If we use Planck's formula to calculate the energy of a photonic gas, we get:

$$\frac{E_t}{E_0} = 2^8 \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1} dx$$

Let's make a substitution: $x = y\,\frac{3}{8\pi} = y\,\frac{3}{2^3\pi}$

$$\frac{E_t}{E_0} = 2^8 \left(\frac{3}{2^3\pi}\right)^4 \int_0^{\infty} \frac{y^3}{e^y-1} dy$$

Since $\int_0^{\infty} \frac{y^3}{e^y-1} dy = \Gamma(4)\ \xi(4) = 3!\,\frac{\pi^4}{90} = \frac{\pi^4}{15}$

$$\frac{E_t}{E_0} = 2^8 \left(\frac{3}{2^3\pi}\right)^4 \frac{\pi^4}{15} = \frac{3^4}{2^4 5 * 3} = \frac{3^3}{2^4 5} = \frac{27}{80} = 0{,}3375 > \frac{1}{3}$$

$$\frac{0{,}33256652032}{0{,}3375} \approx 0{,}98538$$

Thus, the use of the generalized Rayleigh-Jeans law leads to a decrease in the calculated energy of thermal radiation, compared with the energy determined by the Planck formula. The deviation reaches a maximum when calculating a photonic black hole. However, even in this extreme case, the deviation is less than 1,5%.

When using Planck's formula, we obtain the cosmological constant:
$\eta = \frac{E_0}{E_0+E_t} \approx 0{,}74766$
Therefore, the value of the cosmological constant is in the interval:
$0{,}74766 < \eta < 0{,}75043$
It is probably closer to the upper limit obtained using the generalized Rayleigh-Jeans law.

The cosmological constant $\eta = 0{,}75$ if there is a mathematical equality:
$$\int_0^1 \frac{x^3}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx + \int_1^\infty \frac{x^{-3}}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx = \frac{1}{2^8 3} = \frac{1}{768} = 0{,}00130208(3) \quad (53)$$
In this case, the energy of the photonic gas in the photonic black hole:
$$E_t = E_t^g + E_t^l = \frac{8\pi hcL}{l_m^2}\left(\int_0^1 \frac{x^3}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx + \int_1^\infty \frac{x^{-3}}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx\right) = \frac{8\pi hcL}{l_m^2}\frac{1}{2^8 3}$$
$E_t = \frac{\pi hcL}{2*48\, l_m^2}$ – the energy of a photonic gas in a photonic black hole (54)
The number 48 appeared in the formula – the Answer to the Main Question. This indicates the correctness of the assumption made.

Add to the zero energy (44) the energy of the photonic gas (54), we get:
$E_{BH} = E_0 + E_t = \frac{\pi\, h\, c\, L}{32\, l_m^2} + \frac{\pi hcL}{3*32\, l_m^2} = \frac{4\pi hcL}{3*32\, l_m^2} = \frac{\pi hcL}{24\, l_m^2}$ – the energy of a photonic black hole (55)
The volume of a photonic black hole is equal to the volume of the 3-hypersphere and the volume of the resonator box.
$L^3 = 2\pi^2 R^3$ hence $L = \sqrt[3]{2}\,\pi^{\frac{2}{3}} R$ (56)
Substitute the value of L in the formula (55)

$E_{BH} = \frac{\sqrt[3]{2}\,\pi^{\frac{5}{3}}}{24\, l_m^2} Rhc$ – the energy of a photonic black hole (57)

The energy we received (57) is equal to the well-known energy of a black hole

$E_{BH} = \frac{R\,\hbar\, c}{2\, l_{pl}^2} = \frac{R\, h\, c}{4\,\pi\, l_{pl}^2}$ (4)

Hence: $\frac{\sqrt[3]{2}\,\pi^{\frac{5}{3}}}{24\, l_m^2} Rhc = \frac{R\, h\, c}{4\,\pi\, l_{pl}^2}$; $\frac{l_m^2}{l_{pl}^2} = \frac{\sqrt[3]{2}\,\pi^{\frac{8}{3}}}{6} = \frac{\pi^{\frac{8}{3}}}{3*2^{\frac{2}{3}}}$; $\frac{l_m}{l_{pl}} = \frac{\pi^{\frac{8}{6}}}{3^{\frac{1}{2}}*2^{\frac{2}{6}}}$

$l_m = \frac{\pi^{\frac{8}{6}}}{3^{\frac{1}{2}}*2^{\frac{2}{6}}}\, l_{pl}$ – edge length of the minimum cube (58)

$l_m^3 = \frac{\pi^4}{6\sqrt{3}}\, l_{pl}^3$ – minimum volume (59)

This minimum volume determines the spectral density of short waves. It is equal to the volume of the minimum ball. At the same time, the quantization of the wavelength is determined by the radius of the minimum ball. See below «**Quantization of short waves**» formula (73).

$l_m^3 = \frac{\pi^4}{6\sqrt{3}}\, l_{pl}^3 = \frac{4\,\pi}{3} r^3$ hence $r^3 = \frac{\pi^3}{8\sqrt{3}}\, l_{pl}^3$

$r = \frac{\pi}{2\sqrt[6]{3}}\, l_{pl} \approx 1{,}30798\; l_{pl}$ – the radius of the minimum ball (60)
– the lattice constant of the world crystal
$2\, r = \frac{\pi}{\sqrt[6]{3}}\, l_{pl} \approx 2{,}61595\; l_{pl}$ – minimum wavelength (61)

Quantization of waves on the hypersphere

On the hypersphere, the Rayleigh-Jeans law becomes quantum. The wave corresponds to a positive integer main wave number. At the same time, the main wave number is the sum of its integer components. One of the components is taken modulo.
On the 3-hypersphere, such a description of the wave is identical to the quantum description of the electron shells of the hydrogen atom.
The Rayleigh-Jeans quantum law can be used to describe microscopic photonic and hypersphere-shaped black holes.

When deriving the Rayleigh-Jeans law, it is written for a cubic resonator box:
$K^2 = \sum_{x=1}^{n} K_x^2$ – the square of the main wave number (25)
Where n – dimension of space
$K = \frac{L}{\lambda}$ – the main wave number (effective)
L – the length of the edge of the resonator box
λ – wavelength
$K_x = \frac{L}{\lambda_x}$ – the x component (effective) of the main wave number is an integer
λ_x – projection of the wave vector (without 2π) on the x coordinate axis

This entry is equivalent to the entry:
$\frac{1}{\lambda^2} = \sum_{x=1}^{n} \frac{1}{\lambda_x^2}$ – inverse square of the wavelength (62)
It is obtained by generalizing the inverse Pythagorean theorem: in a right triangle, the inverse square of the height on the hypotenuse is equal to the sum of the inverse squares of the legs.

However, in a resonator box, the main wave number, the square root of an integer, may be irrational. In normal quantum mechanics, such irrationality is unacceptable. In addition, a black hole differs in its shape from a box.

For long waves on the n-hypersphere, the Rayleigh-Jeans law takes the usual form for quantum mechanics – the main wave number K is the sum of its components:
$K = |K_1|$ $n = 1$ (63)
$K = |K_1| + \sum_{x=2}^{n} K_x$ $n \geq 2$ – the main wave number of the long wave (64)
Where K_1 – the analogue of a magnetic quantum number, can change its sign, is taken modulo
n – dimension of space
$K = \frac{2\pi R}{\lambda}$ – the main wave number – natural number
$K_x = \frac{2\pi R}{\lambda_x}$ – x-component of the main wave number – natural number
R – radius of the n-hypersphere

Two different sets of components correspond to one main wave number K. In one set $K_1 = 0$, and in the other $K_1 \neq 0$. The first set is equal to the number of partitions of the number K into n-1 parts, including empty parts. The second set is equal to the product of the number of inversions of the sign of the component K_1 – 2 by the number of partitions of the number K-1 into n parts, including empty parts.

The total number of components is determined through binomial coefficients:

$N_K^n = C_{K+n-2}^{n-2} + 2\, C_{K+n-2}^{n-1}$ – the number of long waves with the main wave number K (65)
Since $C_K^n = C_{K-1}^n + C_{K-1}^{n-1}$
$N_K^n = C_{K+n-1}^{n-1} + C_{K+n-2}^{n-1} = \frac{(K+n-1)!}{(n-1)!\,K!} + \frac{(K+n-2)!}{(n-1)!\,(K-1)!} = \frac{(K+n-1)\,(K+n-2)!}{(n-1)!\,K!} + \frac{K\,(K+n-2)!}{(n-1)!\,K!} =$
$\frac{(K+n-2)!((K+n-1)+K)}{(n-1)!\,K!} = \frac{(K+n-2)!\,(2K+n-1)}{(n-1)!\,K!}$

$N_K^n = \frac{(2K+n-1)\,(K+n-2)!}{(n-1)!\,K!}$ – the number of long waves with the main wave number K (66)
$N_K^1 = 2$; $N_K^2 = 2K + 1$; $N_K^3 = (K+1)^2$; $N_K^4 = \frac{K^3}{3} + \frac{3K^2}{2} + \frac{13K}{6} + 1$
$N_K^n \approx \frac{2}{(n-1)!} K^{n-1}$ – the number of long waves with the main wave number $K >> n$ (67)
Thus, from quantization of waves on the *n*-hypersphere, we obtained the number of long waves N_K^n with the main wave number *K*.

Exactly the same dependence (67) arises from the Rayleigh-Jeans law for low frequencies:
$dN = S_{n-1}\, K^{n-1} dK = \frac{L^n\, S_{n-1}}{c^n}\, \nu^{n-1} d\nu$ $\quad \nu_{min} \le \nu \le \nu_c$ (33)
$K = \frac{L}{\lambda} = \frac{L\,\nu}{c}$
Replace the volume L^n with the volume of the *n*-hypersphere $V = S_n\, R^n$

$dN = \frac{S_n\, R^n\, S_{n-1}}{c^n}\, \nu^{n-1} d\nu$ – spectral density of low frequencies on the *n*-hypersphere (68)
$S_{n-1}\, S_n = \frac{2\,(2\pi)^n}{(n-1)!}$ (88) (proof of equality at the end)
Hence $dN = \frac{2\,(2\pi)^n}{(n-1)!}\frac{R^n}{c^n}\, \nu^{n-1} d\nu$
Since the frequency $\nu = \frac{c}{\lambda}$
$dN = \frac{2\,(2\pi R)^n}{(n-1)!\,c^n}\frac{c^{n-1}}{\lambda^{n-1}}\, d\frac{c}{\lambda} = \frac{2}{(n-1)!}\frac{(2\pi R)^{n-1}}{\lambda^{n-1}}\, d\frac{2\pi R}{\lambda}$
Let's write the formula back in terms of the wave number. The maximum possible wave number that does not depend on the dimension of the space is $K_g = \frac{2\pi R}{\lambda}$

$dN = \frac{2}{(n-1)!} K_g^{n-1} dK_g$ – the wave density of long waves on the *n*-hypersphere (69)
Where $K_g = \frac{2\pi R}{\lambda}$ – the main wave number ; R – radius of the *n*-hypersphere; λ – wavelength
Hence,
$N = \frac{2}{(n-1)!} K_g^{n-1}$ – the number of waves with the main wave number K_g on the *n*-hypersphere (70)
This number coincides with the number of long waves (67), which is obtained by quantization of the wave on the *n*-hypersphere, for large values of the wave number $K >> n$.

Quantization of short waves

After quantization of long waves, the generalized Rayleigh-Jeans law lost its symmetry. The restoration of order is accompanied by the growth of chaos. Therefore, we will not stop. The transcendental number π enclosed in S_{n-1} prevents the quantization of high frequencies:

$dN = S_{n-1}\, K^{n-1} dK = \frac{c^n\, S_{n-1}}{l_m^n}\, \nu^{-(n+1)} d\nu \qquad \nu_c \le \nu \le \nu_{max}$ (34)

$K = \frac{\lambda}{l_m} = \frac{c}{l_m\, \nu}$

Replace the minimum volume l_m^n with the volume of the *n*-hyperball

$l_m^n = \frac{S_{n-1}}{n}\, r^n$ – the minimum volume is equal to the volume of the *n*-hyperball (71)

$dN = \frac{n\, c^n\, S_{n-1}}{S_{n-1}\, r^n}\, \nu^{-(n+1)} d\nu$

$dN = \frac{n\, c^n}{r^n}\, \nu^{-(n+1)} d\nu$ – spectral density of high frequencies (72)

Since the frequency $\nu = \frac{c}{\lambda}$

$dN = \frac{n\, c^n}{r^n}\, \frac{\lambda^{n+1}}{c^{n+1}}\, d\frac{c}{\lambda} = \frac{n}{r^n}\, \lambda^{n-1}\, d\lambda$

Let's write the formula back in terms of the main wave number. Note that in one-dimensional space $n = 1$; $\lambda^{n-1} = 1$; $r^n = r$, any main wave number corresponds to two waves with opposite wave vectors.

Hence $K_l = \frac{\lambda}{2\, r}$ – the main wave number (73)

$dN = \frac{n}{r^n}\, \lambda^{n-1}\, d\lambda = 2^n n\, \frac{\lambda^{n-1}}{(2\, r)^{n-1}}\, d\frac{\lambda}{2\, r}$

$dN = 2^n n\, K_l^{n-1} dK_l$ – wave density of short waves (74)

Where $K_l = \frac{\lambda}{2\, r}$ – the main wave number ; r – the radius of the *n*-hyperball ; λ – wavelength.

Hence,

$N = 2^n n\, K_l^{n-1}$ – the number of waves with the main wave number K_l (75)

Exactly the same dependence (75) occurs when quantizing short waves, with large values of the main wave number $K >> n$. This quantization is similar to the quantization of long waves on the *n*-hypersphere (64). However, unlike quantization of long waves, all non-zero components can change their sign, and the order of the components matters:

$K = \sum_{x=1}^{n} |K_x|$ – the main wave number of the short wave (76)

Where n – dimension of space

$K = \frac{\lambda}{2\, r}$ – the main wave number – natural number

$K_x = \frac{\lambda_x}{2\, r}$ – x-component of the main wave number – integer

r – the radius of the *n*-hyperball of the minimum volume

One main wave number K corresponds to N_K^n different sets of components. The number N_K^n is determined by the number of different placements of nonzero components of the main wave number. This number is determined by the product of the number of inversions of the sign of non-zero components by the number of component placements, and by the number of partitions of the main wave number into x terms:

$N_K^n = \sum_{x=1}^{K} 2^x\, \frac{n!}{(n-x)!}\, C_{K-1}^{x-1}$ – the number of short waves with the main wave number $K < n$ (77)

$N_K^n = \sum_{x=1}^{n} 2^x\, \frac{n!}{(n-x)!}\, C_{K-1}^{x-1}$ – the number of short waves with the main wave number $K \ge n$ (78)

Where $C_{K-1}^{x-1} = \frac{(K-1)!}{(x-1)!\,(K-x)!}$ – binomial coefficient

If $K >> n$, then $N_K^n = \sum_{x=1}^{n} 2^x\, \frac{n!\,(K-1)!}{(n-x)!\;(x-1)!\,(K-x)!} \approx 2^n n K^{n-1}$

$N_K^n \approx 2^n n K^{n-1}$ – the number of short waves with the main wave number $K >> n$ (79)

Quantum recording of the generalized Rayleigh-Jeans law on the hypersphere

The number of long waves N with the main wave number K:

$$N = \frac{(2K+n-1)\,(K+n-2)!}{(n-1)!\,K!} \qquad 1 \le K \le K_{max}^g \qquad (80)$$

$$N \approx \frac{2}{(n-1)!}\,K^{n-1} \qquad n << K \le K_{max}^g \qquad (81)$$

Where $K = \frac{2\pi R}{\lambda}$ – the main wave number – natural number ; $K_{max}^g = 2(\frac{n!}{2})^{\frac{1}{2n}}\sqrt{\frac{\pi R}{2r}}$ – maximum main wave number of long waves; λ – wavelength ; n – dimension of space ; R – radius of the n-hypersphere; r – the radius of the n-hyperball.

The number of short waves N with the main wave number K:

$$N = \sum_{x=1}^{K} \frac{2^x n!\,(K-1)!}{(n-x)!\,(x-1)!\,(K-x)!} \qquad 1 \le K < n \le K_{max}^l \qquad (82)$$

$$N = \sum_{x=1}^{n} \frac{2^x n!\,(K-1)!}{(n-x)!\,(x-1)!\,(K-x)!} \qquad n \le K \le K_{max}^l \qquad (83)$$

$$N \approx 2^n n\,K^{n-1} \qquad n << K \le K_{max}^l \qquad (84)$$

Where $K = \frac{\lambda}{2r}$ – the main wave number – natural number ; $K_{max}^l = (\frac{2}{n!})^{\frac{1}{2n}}\sqrt{\frac{\pi R}{2r}}$ – maximum main wave number of short waves ; λ – wavelength ; n – dimension of space ; R – radius of the n-hypersphere; r – the radius of the n-hyperball.

Critical wavelength:

Since $L^n = S_n R^n$; $l_m^n = \frac{S_{n-1}}{n} r^n$

$\lambda_c = \sqrt{L\,l_m} = (L^n\,l_m^n)^{\frac{1}{2n}} = (S_n R^n\,\frac{S_{n-1}}{n} r^n)^{\frac{1}{2n}}$

Since $S_n\,S_{n-1} = \frac{2\,(2\pi)^n}{(n-1)!}$ (88) (proof of equality at the end)

$$\lambda_c = (\frac{2\,(2\pi)^n}{n!} R^n\,r^n)^{\frac{1}{2n}} = (\frac{2}{n!})^{\frac{1}{2n}}\sqrt{2\pi R r} \text{ – critical wavelength} \qquad (85)$$

For long waves, the maximum main wave number is:

$$K_{max}^g = \frac{2\pi R}{\lambda_c} = (\frac{n!}{2})^{\frac{1}{2n}}\frac{2\pi R}{\sqrt{2\pi R r}} = 2(\frac{n!}{2})^{\frac{1}{2n}}\sqrt{\frac{\pi R}{2r}} \qquad (86)$$

For short waves, the maximum main wave number is:

$$K_{max}^l = \frac{\lambda_c}{2r} = (\frac{2}{n!})^{\frac{1}{2n}}\frac{\sqrt{2\pi R r}}{2r} = (\frac{2}{n!})^{\frac{1}{2n}}\sqrt{\frac{\pi R}{2r}} \qquad (87)$$

For large principal wave numbers $K >> n$, the quantum description turns into a classical one. That is, the classical description can be used to calculate spectral density, critical wavelength, entropy, and temperature. At the same time, the number of long waves is equal to the number of short waves.

However, when quantizing waves in a space of dimension $n \ge 2$, an important effect occurs. Long and short waves are grouped differently according to their main wave number. Short wave groups are larger than long wave groups. However, the number of short wave groups is less than the number of long wave groups. The asymmetry is due to the fact that the *n*-hyperball is less symmetric than the *n*-hypersphere.

Proof of equality:

$S_{n-1}\, S_n = \frac{2\,(2\pi)^n}{(n-1)!}$

Where S_n – volume of the *n*-hypersphere of unit radius

The proof can be obtained using the Gamma function

$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x_1^2} dx_1 \ldots \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x_n^2}\, dx_n = S_{n-1} \int_0^{\infty} r^{n-1} e^{-r^2}\, dr$

Where $r^2 = x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2$

$\int_0^{\infty} e^{-x^2}\, dx = \int_0^{\infty} e^{-y}\, d(y^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} y^{\frac{-1}{2}}\, e^{-y}\, dy = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} y^{\frac{1}{2}-1}\, e^{-y}\, dy = \frac{1}{2}\, \Gamma(½) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

Hence $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx = 2\int_0^{\infty} e^{-x^2}\, dx = \sqrt{\pi}$

$\int_0^{\infty} r^{n-1} e^{-r^2}\, dr = \int_0^{\infty} z^{\frac{n-1}{2}} e^{-z}\, d(z^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} z^{\frac{n}{2}-1} e^{-z}\, dz = \frac{1}{2}\, \Gamma(\frac{n}{2})$

Hence $(\sqrt{\pi}\,)^n = S_{n-1}\, \frac{1}{2}\, \Gamma(\frac{n}{2}) \;\rightarrow\; S_{n-1} = \frac{2\,\pi^{\frac{n}{2}}}{\Gamma(\frac{n}{2})} \;\rightarrow\; S_{n-1}\, S_n = \frac{4\,\pi^{n+\frac{1}{2}}}{\Gamma(\frac{n}{2})\Gamma(\frac{n+1}{2})}$

Since Γ(z) = (z-1) Γ(z-1)

$\Gamma(\frac{n}{2})\Gamma(\frac{n+1}{2}) = \Gamma(\frac{1}{2})\, \frac{(n-1)!}{2^{n-1}} = \sqrt{\pi}\, \frac{(n-1)!}{2^{n-1}}$

Hence $S_{n-1}\, S_n = \frac{2^{n+1}\, \pi^n}{(n-1)!} = \frac{2\,(2\pi)^n}{(n-1)!}$ (88)

That's how you will begin to study the ancient formulas and believe in the transmigration of souls.

https://www.youtube.com/watch?v=FzPk_MBqdwI

Bibliography:

[1] Pathria, R. K. (1972). «The Universe as a Black Hole». Nature. 240 (5379): 298—299

[2] S. W. Hawking (1975). «Particle creation by black holes». Communications in Mathematical Physics 43, 199 (1975)

[3] A. Einstein (1917). « Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie» Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. (de).

[4] S. V. Miheev (2006). «Темная энергия и темная материя – проявление нулевых колебаний электромагнитного поля» Russia, Moscow, ISBN 5-9710-0074-8. (ru).

[5] Corrado Massa (1994). «Does the Gravitational "Constant" increase? » pdf

Contacts:

MOJ_HOMEP_245@ protonmail.com

О термодинамике фотонного газа в связи с проблемой космологической постоянной

Автор: Михеев Сергей Владимирович Август 29, 2022

Введение

Закон Рэлея-Джинса определяет спектральную плотность, и является основой теории излучения. Этот закон обобщен, путем добавления ограничения, связанного с дискретностью длины волны. В обобщенном законе Рэлея-Джинса, возникла симметрия между низкими и высокими частотами – отрицательная спектральная размерность.
На основе формулы Хокинга, для энтропии черной дыры, определено число микросостояний одного нулевого колебания. Это число равно постоянной Гельфонда: e^{π}.
Использована модель космологической фотонной черной дыры, для определения температуры и нулевой энергии вселенной. С помощью численного интегрирования, с точностью до третьей значащей цифры, рассчитана космологическая постоянная – 75% плотности вселенной.
Обобщенный закон Рэлея-Джинса записан в квантовой форме для гиперсферы.
Определена постоянная решетки мирового кристалла: длина Планка, умноженная на число pi, деленное на число два и на корень шестой степени от числа три – $r = l_{pl}\,\frac{\pi}{2\sqrt[6]{3}}$.
Соответственно, минимальная длина волны в два раза больше: $2r = l_{pl}\,\frac{\pi}{\sqrt[6]{3}}$.
Кроме того, автор поражен фактом продолжения продажи его брошюры от 2006 года, которую он выложил для общего доступа в интернете после освобождения в 2018 году.
Эта статья опубликована, чтобы уменьшить вред от предыдущих публикаций автора, распространение которых невозможно остановить. Последовательно, в наиболее популярной форме, излагаются старые идеи автора и причины ошибок.

Предупреждение

Ваша привычная картина мира может быть разрушена при попытке решить проблему космологической постоянной. Эту ультрафиолетовую расходимость невозможно устранить обрезанием частоты. Вы будете вынуждены ввести отрицательную спектральную размерность, начиная с некоторой критической частоты. Причиной появление отрицательной размерности может быть только кратность длины волны минимальной длине. Кратность длины волны минимальной длине означает, что наша вселенная это небольшое возмущение (солитон), которое возникло и движется в мировом кристалле. После расчета температуры вселенной и ее нулевых колебаний, Вам придется признать, что вселенная не способна к адиабатическому расширения. Следовательно, истинный размер вселенной, измеряемый длиной Планка, не меняется. Иллюзия расширения вселенной является следствием нашего сжатия. Наблюдения за сверхновыми звездами подтверждают, что это сжатие только ускоряется. В результате сжатия увеличивается гравитационная постоянная. Чем все это закончится? Что будет потом? Возникнут другие неправильные вопросы. Ответы на эти вопросы могут вызвать у Вас дискомфорт.
Спокойно оцените все риски, связанные с продолжением чтения. Вы предупреждены.

Мудрый совет

Совет профессора Филиппа фон Жолли студенту Максу Планку:
Вам лучше заняться изучением другой науки. Теоретическая физика близка к завершению, и в ней осталось исследовать лишь некоторые незначительные проблемы.

Планк не послушался мудрого совета и устроил в физике научную революцию. Он частично решил проблему излучения абсолютно черного тела. При этом, он успел незаметно заложить под фундамент физики мину огромной разрушительной силы. Как сапер, Макс Планк заслуживает величайшей похвалы.
Не привлекая излишнего внимания, Планк ввел в физику планковские единицы измерения, которые он определил через фундаментальные постоянные. Теперь, любая из планковских единиц может быть использована в качестве фундаментальной постоянной. Это позволяет исключить из числа фундаментальных постоянных скорость света, постоянную Планка или гравитационную постоянную. Например, теория гравитации может быть построена без гравитационной постоянной, с использованием скорости света, постоянной Планка, и длины Планка.

Не решенная проблема излучения абсолютно черного тела

Проблем нет, все хорошо и жизнь легка, если излучение рассматривается без учета совместного влияния гравитации и нулевых колебаний вакуума. Запишем уравнения фотонной черной дыры без учета нулевой энергии. Энтропию, температуру и плотность фотонной черной дыры определим через ее гравитационный радиус R и длину Планка l_{pl} .

Фотонная черная дыра и черная дыра Швацшильда имеют одинаковую массу, энергию, и плотность, при одинаковом радиусе кривизны:
$R = \frac{2\,G\,M}{c^2}$ – гравитационный радиус фотонной и черной дыры (1)
$M = \frac{R\,c^2}{2\,G} = \frac{R\,ħ}{2\,c}\,\frac{c^3}{G\,ħ} = \frac{R\,ħ}{2\,c\,l_{pl}^2}$ – масса фотонной и черной дыры (2)
Где $ħ = \frac{h}{2\pi}$ — приведённая постоянная Планка
h — постоянная Планка
c — скорость света в вакууме
G – гравитационная постоянная
$l_{pl} = \sqrt{\frac{G\,ħ}{c^3}}$ – длина Планка (3)

$E_{BH} = M\,c^2 = \frac{R\,ħ\,c}{2\,l_{pl}^2}$ – энергия фотонной и черной дыры (4)
$V_{BH} = 2\pi^2 R^3$ – объем 3-гиперсферы равен объему фотонной и черной дыры (5)
$\rho\,(E_{BH}) = \frac{E_{BH}}{V_{BH}} = \frac{R\,ħ\,c}{2\pi^2 R^3 2\,l_{pl}^2} = \frac{ħ\,c}{4\pi^2 R^2\,l_{pl}^2}$ – плотность энергии фотонной и черной дыры (6)

$aT_P^4 = \rho\,(E_{BH}) = \frac{ħ\,c}{4\pi^2 R^2\,l_{pl}^2}$ – плотность излучения фотонной черной дыры (7)
Где T_P – температура фотонного газа
$a = \frac{\pi^2 k^4}{15 ħ^3 c^3}$ – постоянная плотности излучения
k – постоянная Больцмана

Следовательно $T_P^4 = \frac{\rho\,(\mathrm{E}_{BH})}{\mathrm{a}} = \frac{\hbar\, c}{4\pi^2 R^2\, l_{pl}^2}\ \frac{15\hbar^3 c^3}{\pi^2 k^4} = \frac{15\hbar^4 c^4}{4\pi^4 k^4 R^2\, l_{pl}^2}$

$T_P = \sqrt[4]{\frac{15}{4}}\ \frac{\hbar\,\mathrm{c}}{\pi\, k\, \sqrt{R\, l_{pl}}}$ – температура фотонного газа в фотонной черной дыре (8)

Плотность энтропии фотонной черной дыры равна плотности энтропии фотонного газа

$\rho\,(S_P) = \frac{4}{3}\,\mathrm{a}T_P^3$

$\rho\,(S_P) = \frac{4}{3}\,\frac{\pi^2 k^4}{15\hbar^3 c^3}\,\left(\frac{15}{4}\right)^{\frac{3}{4}}\,\frac{\hbar^3\,\mathrm{c}^3}{\pi^3\, k^3\, \sqrt{R^3\, l_{pl}^3}}$

$\rho\,(S_P) = \frac{1}{3}\,\sqrt[4]{\frac{4}{15}}\,\frac{\mathrm{k}}{\pi\,\sqrt{R^3\, l_{pl}^3}}$ – плотность энтропии фотонной черной дыры (9)

$S_P = V_{BH}\ \rho(S_P) = 2\pi^2 R^3\,\frac{1}{3}\,\sqrt[4]{\frac{4}{15}}\,\frac{\mathrm{k}}{\pi\,\sqrt{R^3\, l_{pl}^3}} = \frac{2}{3}\,\sqrt[4]{\frac{4}{15}}\ \pi\,\mathrm{k}\sqrt{\frac{R^3}{l_{pl}^3}}$

$S_P = \frac{2}{3}\,\sqrt[4]{\frac{4}{15}}\ \pi\,\mathrm{k}\sqrt{\frac{R^3}{l_{pl}^3}}$ – энтропия фотонной черной дыры (10)

Научное сообщество считает альтернативными все теории, в которых нулевая энергия равна нулю. Следовательно, если мы движемся по главной научной дороге, то мы обязаны добавить в формулу (7) плотность нулевой энергии.

Но нельзя просто так взять и добавить нулевую энергию в формулу (7), которая определяет температуру (8) и энтропию (10) излучения. В термодинамике излучения все давно согласовано, и нет ничего лишнего. Там нет места для дополнительной энергии. Тем более там нет места для чудовищно большой энергии. Это противоречие можно разрешить только радикальными методами. Для этого необходимо повторно изменить теорию излучения абсолютно черного тела. Новые изменения должны быть глубже изменений, предложенных Максом Планком. Пришло время менять всю систему, в том числе ее фундамент – закон Рэлея-Джинса.

На самом деле у нас не одна, а две проблемы

Первая проблема находится у всех на виду. Возникает впечатление, что физики втайне гордятся невероятно большой ошибкой в 120 порядков, которую они получили при расчете космологической постоянной. Однако здесь нет оснований для такой гордости, поскольку ими получено точное значение плотности. Просто они рассчитали не плотность энергии космологической постоянной, а нечто другое. Физики когда-нибудь поймут, что в действительности они рассчитали.

Согласно закону Рэлея-Джинса, число осцилляторов в единице объема на единичном интервале частот, пропорционально квадрату частоты. Нулевая энергия пропорциональна частоте. Следовательно, плотность нулевой энергии пропорциональна кубу частоты. Полная энергия в единице объема получается интегрированием плотности по всем частотам. Она пропорциональна максимальной частоте, возведенной в четвертую степень. Если максимальная частота равна частоте Планка, то плотность энергии будет огромной – планковской плотностью.

Для получения адекватной плотности энергии (плотности вселенной) максимальная частота излучения должна быть меньше частоты видимого света. В таком случае, непонятно как Вы смогли прочитать этот текст.

Вторая проблема незаметна и коварна. Она связана с необходимостью термодинамического равновесия излучения, и с необходимостью найти неразличимые микросостояния, связанные с энтропией нулевой энергии. Это не тривиальная задача, поскольку термодинамика создавалась без учета нулевой энергии. Неучтенные микросостояния не были нужны, и они были до такой степени неразличимы, что теперь крайне сложно поверить в их существование, даже если они находятся у всех на виду.

Неудобства от нулевой энергии оказались значительными и продолжительными. Поэтому физики создали альтернативные теории, в которых нулевая энергия считается равной нулю.
Нам эта альтернатива не нужна. Мы добавим в уравнение фотонной черной дыры (7) нулевую энергию и рассмотрим термодинамику получившейся системы.

$E_{BH} = E_0 + E_t$ – энергия фотонной черной дыры (11)
Где E_0 – нулевая энергия ; $E_t = aV_{BH} T^4$ – энергия фотонного газа

Из условия термодинамического равновесия следует равенство температур всех частей термодинамической системы:

$T = \frac{d\mathrm{E}_{BH}}{dS_{BH}} = \frac{d\mathrm{E}_0 + d\mathrm{E}_t}{dS_0 + dS_t}$ – температура фотонной черной дыры (12)
$T = \frac{d\mathrm{E}_t}{dS_t}$ – температура фотонного газа (13)
$T = \frac{d\mathrm{E}_0}{dS_0}$ – температура нулевой энергии (14)

$dE_0 = T\,dS_0$; $dE_t = T\,dS_t$; $dE_0 + dE_t = T\,dS_0 + T\,dS_t$ (15)
Где S_{BH} – энтропия фотонной черной дыры
$S_t = \frac{4}{3} aV_{BH} T^3$ – энтропия фотонного газа
S_0 – энтропия нулевой энергии

Здесь должен появиться специалист и заявить:
«Патология и невежество! Вы забыли про третье начало термодинамики. В 1911 году Макс Планк сформулировал третье начало термодинамики как условие обращения в нуль энтропии всех тел при стремлении температуры к абсолютному нулю. При абсолютном нуле температуры система находится в основном квантово-механическом состоянии. Вероятность этого состояния W = 1, следовательно, энтропия S = k ln W = 0 ».

Позвольте возразить воображаемому критику. Если $S_0 = 0$, то $dS_0 = 0$ и $dE_0 = 0$.
Если нулевая энергия не может измениться, то она одинакова у микроскопической фотонной черной дыры и у дыры размером со вселенную. Следовательно, нулевая энергия пренебрежимо мала – фактически равна нулю. Однако, такое равенство является признаком альтернативности теории. Следовательно, либо третье начало термодинамики является альтернативной теорией, либо общепринятая теория нулевой энергии является ошибочной.

Однако, в третьем начале термодинамики оставлена лазейка для разрешения возникшего противоречия: «Энтропия основного состояния (энтропия нулевой энергии) равна нулю только в том случае, если основное состояние не вырождено». Если основному состоянию соответствует множество микросостояний с одинаковой энергией, то энтропия нулевой энергии больше нуля.

Автор считает, что число микросостояний, соответствующих одному нулевому колебанию, равно постоянной Гельфонда $e^{\pi} = (-1)^{-i} \approx 23.14$
Соответственно, энтропия одного нулевого колебания $S_0 = \mathrm{k} \ln e^{\pi} = \pi \mathrm{k}$

Краткий поиск в интернете показал, что квадрат постоянной Гельфонда используется для описания фотонной сферы черной дыры: «Расходящиеся отражения вокруг фотонной сферы черной дыры», публикация от 09 июля 2021 года, автор: Albert Sneppen.
https://www.nature.com/articles/s41598-021-93595-w

Получить эти трансцендентные числа и исправить теории излучения, нам поможет специалист по черным дырам – Хокинг.

Хокинг нам поможет

Объединение великих умов способно творить чудеса. Поэтому мы используем длину Планка l_{pl} при записи формулы Хокинга для температуры T_{BH} и для энтропии S_{BH} черной дыры Шварцшильда:

$T_{BH} = \frac{\hbar c^3}{8 \pi k G M}$ – температура черной дыры (16)

Поскольку $M = \frac{R \hbar}{2c\, l_{pl}^2}$ – масса черной дыры

Следовательно $T_{BH} = \frac{\hbar \mathrm{c}^3}{8\pi \mathrm{k} \mathrm{G}} \frac{2c\, l_{pl}^2}{R \hbar} = \frac{\mathrm{c}^3}{\mathrm{G}} \frac{\hbar}{8\pi \mathrm{k}} \frac{2c\, l_{pl}^2}{R \hbar} = \frac{\mathrm{c}^3 \hbar}{\mathrm{G} \hbar} \frac{c\, l_{pl}^2}{4\pi \mathrm{k} R} = \frac{\hbar}{l_{pl}^2} \frac{c\, l_{pl}^2}{4\pi \mathrm{k} R} = \frac{\hbar c}{4\pi \mathrm{k} R}$

$T_{BH} = \frac{\hbar c}{4\pi \mathrm{k} R}$ – температура черной дыры (17)

$S_{BH} = \frac{\mathrm{A} \mathrm{k} \mathrm{c}^3}{4 \hbar \mathrm{G}}$ – энтропия черной дыры (18)

Где $\mathrm{A} = 4\pi R^2$

Следовательно $S_{BH} = \frac{4\pi R^2 \mathrm{k}}{4} \frac{\mathrm{c}^3}{\hbar \mathrm{G}}$

$S_{BH} = \pi \mathrm{k} \frac{R^2}{l_{pl}^2}$ – энтропия черной дыры (19)

Сравним параметры фотонной черной дыры и черной дыры Шварцшильда.

$T_P = \sqrt[4]{\frac{15}{4}} \frac{\hbar c}{\pi k \sqrt{R\, l_{pl}}}$ – температура фотонного газа в фотонной черной дыре (8)

$T_{BH} = \frac{\hbar c}{4 \pi \mathrm{k} R}$ – температура черной дыры (17)

$S_P = \frac{2}{3} \sqrt[4]{\frac{4}{15}}\ \pi \mathrm{k} \sqrt{\frac{R^3}{l_{pl}^3}}$ – энтропия фотонной черной дыры (10)

$S_{BH} = \pi \mathrm{k} \frac{R^2}{l_{pl}^2}$ – энтропия черной дыры (19)

Превращение фотонной черной дыры в черную дыру Шварцшильда, сопровождается ростом энтропии и падением температуры приблизительно в $\sqrt{\frac{R}{l_{pl}}}$ число раз.

Почему и как это происходит?

При критической плотности, в фотонном газе появляется гравитационная неустойчивость Джинса. Неоднородности растут и дробятся. Рост неоднородности связан с искривлением пространства, с увеличением числа осцилляторов, с увеличением числа микросостояний и энтропии системы. На образование каждого нового осциллятора тратится определенная – нулевая энергия. Праздник жизни продолжается, пока вся энергия фотонного газа не перейдет в нулевую энергию. В самом конце получается гравитационный гроб – черная дыра, в которой ничего нет, кроме неустранимых – нулевых колебаний, и сильно искривленного пространства – пространственной пены.

Похожие доводы использовал Бекенштейн, доказывая Хокингу существование не нулевой температуры и энтропии у черной дыры. В рамках этой модели, формула Хокинга для энтропии черной дыры может быть получена из формулы Шварцшильда и основ квантовой механики:

$\lambda = 2\pi R$ – максимальная длина волны черной дыры (20)

$E_{0\,min} = \frac{1}{2}\frac{h\,c}{\lambda} = \frac{2\pi\,\hbar\,c}{2*2\pi\,\mathrm{R}} = \frac{\hbar\,c}{2\,\mathrm{R}}$ – минимальная энергия колебания черной дыры (21)

Где $h = 2\pi\,\hbar$ – постоянная Планка

$N = \frac{E_{BH}}{E_{0\,min}} = \frac{R\,\hbar\,c}{2\,l_{pl}^2}\frac{2\,R}{\hbar\,c} = \frac{R^2}{l_{pl}^2}$ – максимально возможное число колебаний черной дыры (22)

Где $E_{BH} = M\,c^2 = \frac{R\,\hbar\,c}{2\,l_{pl}^2}$ – энергия черной дыры (4)

Если принять энтропию нулевого колебания равной π k, то мы получим формулу Хокинга:

$S_{BH} = \pi\,\mathrm{k}\,\frac{R^2}{l_{pl}^2}$ (19) $= \pi\,\mathrm{k}\,N$ – максимально возможная энтропия черной дыры (23)

С фазой любых колебаний связана энтропия. Неопределенность фазы равна числу π.
У нормальных колебаний фаза может быть измерена и использована для хранения информации. Следовательно, с фазой колебания связаны микросостояния, не учтенные в термодинамике.
Необходимо найти доказательство того, что число вырожденных микросостояний, связанных с фазой нулевого колебания, равно постоянной Гельфонда $e^{\pi} = (-1)^{-i} \approx 23.14$.

Вторая подсказка, скрытая в формуле Хокинга

Колебания черной дыры находятся в основном состоянии, то есть имеют наименьшую возможную энергию. В основном состоянии нет микросостояний связанных с перестановкой осцилляторов. Поэтому энтропия черной дыры просто равна числу колебаний, умноженному на энтропию одного колебания.
Таким образом, из формулы Хокинга следует, что число колебаний черной дыры пропорционально квадрату гравитационного радиуса, то есть пропорционально квадрату наибольшей длины волны черной дыры.

Закон Рэлея-Джинса задает прямо противоположную зависимость числа колебаний от длины волны. Число колебаний обратно пропорционально квадрату длины волны, поскольку оно пропорционально квадрату частоты.
Противоположности сводятся к одной функциональной зависимости, путем возведения длины в степень минус единица. Так проявляется, скрытый в формуле Хокинга намек на отрицательную спектральную размерность.

Отрицательная спектральная размерность

Отрицательная спектральная размерность используется в физике для устранения ультрафиолетовой расходимости, без грубого обрезания частоты. Если, начиная с некоторой частоты, спектральная размерность меньше минус единицы, то плотность энергии колебаний уменьшается с увеличением частоты достаточно быстро. В этом случае, интеграл от плотности энергии сходится, даже если признать предельную частоту равной бесконечности. Отрицательная размерность похожа на очередной математический трюк. На самом деле, это не трюк. Отрицательная спектральная размерность возникает из закона Рэлея-Джинса при добавлении одного дополнительного условия.

Обобщение закона Рэлея-Джинса

Закон Рэлея-Джинса был получен путем рассмотрения колебаний в кубическом ящике – резонаторе. При его выводе, он определяется через волновое число. В таком промежуточном виде, закон Рэлея-Джинса применим во всех случаях. В таком виде, он легко обобщается и расширяется. Запишем этот закон для пространства произвольной размерности – n.

$dN = S_{n-1}\, K^{n-1} dK$ – волновая плотность (24)
– число волн с различными компонентами главного волнового числа в диапазоне главных волновых чисел [K, K+dK]
Где S_{n-1} – (n-1)-гиперсфера единичного радиуса (поверхность n-гипершара)
K – главное волновое число

$K^2 = \sum_{x=1}^{n} K_x^2$ – квадрат главного волнового числа (25)
Где K_x – x-компонента главного волнового числа

Волновое число ограничивается размерами ящика-резонатора. На ребре ящика-резонатора должно укладываться целое число полуволн. Это было известно еще Рэлею и Джинсу.
$K_{real} = \frac{L}{\lambda/2} = \frac{2\,L}{\lambda} = \frac{2\,L\,\nu}{c}$
Где L – длина ребра ящика-резонатора
λ – длина волны
ν – частота волны
c – скорость света

Однако, отраженные волны зависят от падающих волн. Число независимых волн – спектральная плотность, уменьшается в два раза при учете каждого пространственного измерения (отражения). Потому, эффективное волновое число в ящике-резонаторе в два раза меньше реального.

В пространстве, которое не ограниченно стенками, реальное волновое число равно эффективному. Мы будем использовать эффективное волновое число:

$K = \frac{L}{\lambda} = \frac{L\,\nu}{c}$ – главное волновое число (26)

$\nu_{min} = \frac{c}{L}$ – минимальная частота волны, при $K = 1$ (27)

В ящике-резонаторе максимальная частота и энергия нулевых колебаний равна бесконечности. Обрезание частоты, на частоте Планка, уменьшает плотность энергии до огромной планковской плотности.

Однако, эта проблема легко решается введением дополнительного ограничения в закон Рэлея-Джинса. На полуволне должно укладываться целое число минимальных длин. Самой короткой волне соответствуют колебания соседних узлов мирового кристалла в противофазе.

В результате дополнительного ограничения, спектральная плотность начинает уменьшаться при превышении критической частоты, и становится пренебрежимо малой при максимальной частоте.

Для упрощения расчетов, мы не будем менять форму закона Рэлея-Джинса для коротких волн (высоких частот). Для высоких частот, мы определим волновое число не через длину ребра ящика-резонатора, а через длину ребра минимального куба.

$K = \frac{\lambda}{l_m}$ – главное волновое число (28)

Где l_m – длина ребра минимального куба

$\nu_{max} = \frac{c}{l_m}$ – максимальная частота волны (29)

Таким образом, частотный спектр разделяется на диапазон низкой частоты $[\nu_{min}, \nu_c]$ и диапазон высокой частоты $[\nu_c, \nu_{max}]$. Где ν_c – критическая частота волны.

На границе между диапазонами волновое число достигает максимального значения:

$K_{max} = \frac{L}{\lambda_c} = \frac{\lambda_c}{l_m}$ – максимальное волновое число (30)

Где λ_c – критическая длина волны

$\lambda_c^2 = L\,l_m \;\rightarrow\; \lambda_c = \sqrt{L\,l_m}$

$\nu_c = \frac{c}{\lambda_c} = \frac{c}{\sqrt{L\,l_m}}$ – критическая частота (31)

$K_{max} = \frac{L}{\lambda_c} = \frac{L}{\sqrt{L\,l_m}} = \sqrt{\frac{L}{l_m}}$ – максимальное волновое число (32)

В каждом частотном диапазоне, реально действует только одно из двух ограничений – наиболее сильное.

Для длинных волн действует ограничение, связанное с размерами ящика-резонатора. При этом, спектральная плотность пропорциональна объему резонатора:

$dN = S_{n-1}\,K^{n-1}dK = \frac{L^n\,S_{n-1}}{c^n}\,\nu^{n-1}d\nu \qquad \nu_{min} \leq \nu \leq \nu_c$ (33)

Где $\nu_{min} = \frac{c}{L}$; $\nu_c = \frac{c}{\sqrt{L\,l_m}}$; $K = \frac{L}{\lambda} = \frac{L\,\nu}{c}$

Для коротких волн действует ограничение, связанное с дискретностью длины волны. При этом, размеры и форма резонатора на спектральную плотность никак не влияют. Спектральная плотность обратно пропорциональна объему минимального куба.

$dN = S_{n-1}\ K^{n-1}dK = \frac{c^n\ S_{n-1}}{l_m^n}\ \nu^{-(n+1)}d\nu \qquad \nu_c \le \nu \le \nu_{max}$ (34)

Где $\nu_c = \frac{c}{\sqrt{L\ l_m}}$; $\nu_{max} = \frac{c}{l_m}$; $K = \frac{\lambda}{l_m} = \frac{c}{l_m\ \nu}$

В результате введения дополнительного ограничения, закон Рэлея-Джинса стал симметричным. Теперь, одному главному волновому числу соответствуют две группы, содержащие одинаковое число волн. Каждой длинной волне, соответствует короткая волна. В дополнение к минимальному волновому числу 1 появляется максимальное волновое число $K_{max} = \sqrt{\frac{L}{l_m}} = \sqrt{\frac{\nu_{max}}{\nu_{min}}}$ (32)

В дополнение к максимальному объему L^n появляется минимальный объем l_m^n .

Замечание 1

Закон Рэлея-Джинса станет более универсальным, если его определить через объем исследуемого пространства V и через минимальный объем l_m^n. В таком виде закон можно использовать для расчета спектральной плотности в произвольном конечном пространстве. Длина L определяется как ребро n-гиперкуба, объем которого равен объему исследуемого пространства: $L = \sqrt[n]{V}$.

Такая подстановка возможна в связи с тем, что спектральная плотность колебаний прямо пропорциональна объему L^n , либо обратно пропорциональна минимальному объему l_m^n.

Замечание 2

Если размер пространства L значительно превышает минимальную длину волны l_m $L >> l_m$, то без ущерба для точности, можно принять минимальную частоту равной нулю, а максимальную частоту равной бесконечности.

Однако, в случае расчета энергии колебаний в одномерном пространстве, максимальная частота должна быть указана точно.

Предварительная оценка нулевой энергии

По мнению многих физиков, темная энергия – это нулевая энергия вакуума. Следовательно, сведения о темной энергии или космологической постоянной (от 60% до 75% плотности вселенной) это самые достоверные сведения о нулевой энергии вакуума. Процентная доля нулевой энергии не зависит от объема пространства. В противном случае, доля нулевой энергии огромной вселенной была бы близка к нулю или к единице. Следовательно, энергия фотонного газа и нулевая энергия связаны с их общей температурой одной общей функциональной зависимостью. Точные зависимости отличаются только постоянным множителем. В уравнении для нулевой энергии должен быть постоянный множитель, который определяет долю нулевой энергии вакуума – темной энергии.

Используя обобщенный закон Рэлея-Джинса, можно рассчитать спектральную плотность колебаний, полную энергию нулевых колебаний и их энтропию. По изменению энергии и энтропии рассчитывается температура. Для известной температуры, по формуле Планка, рассчитывается энергия фотонного газа.

Автор сделал такой расчет. Из расчета следует, что в фотонной черной дыре нулевая энергия примерно в 100 раз больше энергии фотонного газа. То есть доля темной энергии вселенной должна составлять примерно 99%. Это больше максимального значения в 75%, полученного космологами. Следовательно, была допущена ошибка. Ее нельзя назвать величайшей или чудовищной. Поэтому ее нельзя игнорировать. Ошибку необходимо найти и исправить.

48 – Ответ на Главный Вопрос

Автор был настолько поражен простотой расчета космологической постоянной, что легко поверил и в то, что простая дробь ¾, возникшая при расчете, определяет долю нулевых колебаний. После этого, автор использовал грязные методы подгонки параметров.

Автор выбрал неправильный порядок решения задачи. Сначала надо было найти главное число – Ответ на Главный Вопрос о космологической постоянной, о минимальной длине и всего остального.
Это число $2^3 3!$ = 8*6 = 48 – коэффициент вырождения нулевых колебаний (35)
Оно возникает из симметрии пространства.
Три Инверсии каждой из трех координат – зеркальные отражения – $2^3 = 8$
Перестановки трех координат – 3! = 6

Однако, здесь не все так просто, как кажется. Сложность осознания элементарного факта нельзя объяснить только перевозбуждением автора. Серьезным препятствием для понимания, стала также исключительность нашего трехмерного пространства.
Уже в четырехмерном пространстве, $2^4 4! = 16 * 24 = 384$ не может быть числом вырождения нулевых колебаний по энергии. Евклидова геометрия не позволяет.
Там все иное.
48 – Ответ на Главный Вопрос. И нет никакого другого ответа, кроме этого.

Сделал расчет – активировал мину Макса Планка

$E_{BH} = M\,c^2 = \frac{R\,\hbar\,c}{2\,l_{pl}^2}$ – энергия фотонной и черной дыры (4)

Эта формула для энергии черной дыры Шварцшильда, самим своим видом показывает путь к квантовой гравитации. Она свидетельствует о возможности создания теории гравитации без использования гравитационной постоянной Ньютона. Но сначала, нам необходимо решить менее сложные проблемы. Мы рассчитаем космологическую постоянную, минимальную длину волны, и постоянную решетки мирового кристалла.

В пространстве с размерностью $n \geq 2$, размер которого значительно превосходит минимальную длину, $L >> l_m$, можно принять $\nu_{min} = 0$; $\nu_{max} = \infty$.
Критическая частота: $\nu_c = \frac{c}{\sqrt{L\,l_m}}$ (31)
В трехмерном пространстве $n = 3$; площадь единичной сферы $S_{n-1} = 4\pi$

$N^g = \frac{L^3 4\pi}{c^3}\int_0^{\nu_c}\nu^2 d\nu = \frac{L^3 4\pi}{3\,c^3}\,\nu_c^3 = \frac{4\pi}{3}\sqrt{\frac{L^3}{l_m^3}}$ – число длинных волн (36)

$N^l = \frac{c^3 4\pi}{l_m^3}\int_{\nu_c}^{\infty}\nu^{-4} d\nu = \frac{c^3 4\pi}{3\,l_m^3}\,\nu_c^{-3} = \frac{4\pi}{3}\sqrt{\frac{L^3}{l_m^3}}$ – число коротких волн (37)

$N = N^g + N^l = \frac{8\pi}{3}\sqrt{\frac{L^3}{l_m^3}}$ – число всех волн (38)

$N_0 = \frac{N}{2^3 3!} = \frac{8\pi}{48*3}\sqrt{\frac{L^3}{l_m^3}} = \frac{\pi}{18}\sqrt{\frac{L^3}{l_m^3}}$ – число всех нулевых колебаний (39)

Где $2^3 3! = 48$ – коэффициент вырождения – Ответ на Главный Вопрос (35)

$S_0 = \pi k\ N_0 = \frac{\pi^2 k}{18}\sqrt{\frac{L^3}{l_m^3}}$ – энтропия нулевых колебаний (40)

Где πk – энтропия одного нулевого колебания, смотри (23);
k – постоянная Больцмана

$dS_0 = \frac{\pi^2 k}{18}\ \frac{3}{2}\sqrt{\frac{L}{l_m^3}}\, dL = \frac{\pi^2 k}{12}\sqrt{\frac{L}{l_m^3}}\, dL$ – изменение энтропии нулевых колебаний (41)

$$E_0^g = \frac{1}{48}\,\frac{L^3 4\pi}{c^3}\int_0^{\nu_c}\frac{h\nu}{2}\nu^2 d\nu = \frac{4\pi}{48*2}\,\frac{h\,L^3}{c^3}\int_0^{\nu_c}\nu^3 d\nu = \frac{4\pi}{48*2*4}\,\frac{h\,L^3}{c^3}\,\nu_c^4 = \frac{\pi\,h\,L^3}{96\,c^3}\,\nu_c^4$$

Поскольку $\nu_c = \frac{c}{\sqrt{L\,l_m}}$

$E_0^g = \frac{\pi\,h\,c\,L}{96\,l_m^2}$ – нулевая энергия низкой частоты (42)

$$E_0^l = \frac{1}{48}\,\frac{c^3 4\pi}{l_m^n}\int_{\nu_c}^{\infty}\frac{h\nu}{2}\nu^{-4} d\nu = \frac{4\pi}{48*2}\,\frac{h\,c^3}{l_m^3}\int_{\nu_c}^{\infty}\nu^{-3} d\nu = \frac{4\pi}{48*2*2}\,\frac{h\,c^3}{l_m^3}\,\nu_c^{-2} = \frac{\pi\,h\,c^3}{48\,l_m^3}\,\nu_c^{-2}$$

Поскольку $\nu_c = \frac{c}{\sqrt{L\,l_m}}$

$E_0^l = \frac{\pi\,h\,c\,L}{48\,l_m^2}$ – нулевая энергия высокой частоты (43)

$$E_0 = E_0^g + E_0^l = \frac{\pi\,h\,c\,L}{96\,l_m^2} + \frac{\pi\,h\,c\,L}{48\,l_m^2} = \frac{3\pi\,h\,c\,L}{96\,l_m^2}$$

$E_0 = \frac{\pi\,h\,c\,L}{32\,l_m^2}$ – нулевая энергия фотонной черной дыры (44)

$dE_0 = \frac{\pi\,h\,c}{32\,l_m^2}\,dL$ – изменение нулевой энергия фотонной черной дыры (45)

Нулевая энергия и энтропия нулевых колебаний зависят от размера пространства L (от объема L^3). Эти зависимости (41) (45) определяют температуру нулевой энергии T, которая равна температуре фотонной черной дыры, и температуре ее фотонного газа.

$$T = \frac{dE_0}{dS_0} = \frac{\pi\,h\,c}{32\,l_m^2}\,\frac{12}{\pi^2 k}\sqrt{\frac{l_m^3}{L}} = \frac{3\,h\,c}{8\,\pi\,k\sqrt{L\,l_m}}$$

Поскольку $\nu_c = \frac{c}{\sqrt{L\,l_m}}$ – критическая частота

$T = \frac{3\,h\,\nu_c}{8\,\pi\,k}$ – температура фотонной черной дыры (46)

Эта температура определяет энергию фотонного газа. Используя классический закон Рэлея-Джинса, можно по формуле Планка рассчитать полную энергию. При этом, число осцилляторов в два раза больше числа волн. Это связано с тем, что фотонные осцилляторы отличатся фазами, поляризациями, и содержат две волны – прямую и обратную.

Однако, этот классический расчет не учитывает, что на частоте большей критической, спектральная плотность начинает уменьшаться с ростом частоты. Для точного расчета необходимо использовать обобщенный закон Рэлея-Джинса.

Рассчитаем энергия фотонного газа низкой частоты:

$$E_t^g = 2\,\frac{L^3 4\pi}{c^3}\int_0^{\nu_c}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}\nu^2 d\nu = \frac{L^3 8\pi h}{c^3}\int_0^{\nu_c}\frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}d\nu$$

Где $\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}$ – коэффициент заполнения осциллятора с частотой ν

Сделаем подстановки: $\nu = x\,\nu_c$; $T = \frac{3\,\mathrm{h}\,\nu_c}{8\,\pi\,\mathrm{k}}$

$$E_t^g = \frac{L^3 8\pi h}{c^3}\nu_c^4\int_0^1\frac{x^3}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx$$

Поскольку $\nu_c = \frac{c}{\sqrt{L\,l_m}}$

$$E_t^g = \frac{8\pi hcL}{l_m^2}\int_0^1\frac{x^3}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx \text{ – энергия фотонного газа низкой частоты} \qquad (47)$$

Аналогично рассчитаем энергию фотонного газа высокой частоты:

$$E_t^l = 2\,\frac{c^3 4\pi}{l_m^3}\int_{\nu_c}^{\infty}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}\nu^{-4}d\nu = \frac{c^3 8\pi h}{l_m^3}\int_{\nu_c}^{\infty}\frac{\nu^{-3}}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}d\nu$$

Где $\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}$ – коэффициент заполнения осциллятора с частотой ν

Сделаем подстановки: $\nu = x\,\nu_c$; $T = \frac{3\,\mathrm{h}\,\nu_c}{8\,\pi\,\mathrm{k}}$

$$E_t^l = \frac{c^3 8\pi h}{l_m^3}\nu_c^{-2}\int_1^{\infty}\frac{x^{-3}}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx$$

Поскольку $\nu_c = \frac{c}{\sqrt{L\,l_m}}$

$$E_t^l = \frac{8\pi hcL}{l_m^2}\int_1^{\infty}\frac{x^{-3}}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx \text{ – энергия фотонного газа высокой частоты} \qquad (48)$$

Полная энергия фотонного газа:

$$E_t = E_t^g + E_t^l = \frac{8\pi hcL}{l_m^2}\left(\int_0^1\frac{x^3}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx + \int_1^{\infty}\frac{x^{-3}}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx\right) \text{ – энергия фотонного газа} \qquad (49)$$

Численный расчет интегралов на сайте Вольфрам-Альфа:
https://www.wolframalpha.com/input?i2d=true&i=Integrate%5BDivide%5BPower%5Bx%2C3%5D%2CPower%5Be%2CDivide%5B8%CF%80x%2C3%5D%5D-1%5D%2C%7Bx%2C0%2C1%7D%5D+%2B+Integrate%5BDivide%5BPower%5Bx%2C-3%5D%2CPower%5Be%2CDivide%5B8%CF%80x%2C3%5D%5D-1%5D%2C%7Bx%2C1%2C%E2%88%9E%7D%5D

$$\left(\int_0^1\frac{x^3}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx + \int_1^{\infty}\frac{x^{-3}}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx\right) \approx 0{,}00129908797 \qquad (50)$$

Поскольку $E_0 = \frac{\pi\,\mathrm{h}\,\mathrm{c}\,L}{32\,l_m^2}$ – нулевая энергия фотонной черной дыры (44)

$$\frac{E_t}{E_0} = 2^8\left(\int_0^1\frac{x^3}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx + \int_1^{\infty}\frac{x^{-3}}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx\right) \approx 0{,}33256652032 \approx \frac{1}{3} \qquad (51)$$

$$\eta = \frac{E_0}{E_0+E_t} \approx 0{,}75043 \approx \frac{3}{4} \text{ – космологическая постоянная – доля нулевой энергии} \qquad (52)$$

Если использовать формулу Планка для расчета энергии фотонного газа, то получим:

$$\frac{E_t}{E_0} = 2^8\int_0^{\infty}\frac{x^3}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx$$

Сделаем подстановку: $x = y\,\frac{3}{8\pi} = y\,\frac{3}{2^3\pi}$

$$\frac{E_t}{E_0} = 2^8\left(\frac{3}{2^3\pi}\right)^4\int_0^{\infty}\frac{y^3}{e^y-1}dy$$

Поскольку $\int_0^\infty \frac{y^3}{e^y-1}dy = \Gamma(4)\ \xi(4) = 3!\ \frac{\pi^4}{90} = \frac{\pi^4}{15}$

$\frac{E_t}{E_0} = 2^8(\frac{3}{2^3\pi})^4\ \frac{\pi^4}{15} = \frac{3^4}{2^4 5*3} = \frac{3^3}{2^4 5} = \frac{27}{80} = 0{,}3375 > \frac{1}{3}$

$\frac{0{,}33256652032}{0{,}3375} \approx 0{,}98538$

Таким образом, использование обобщенного закона Рэлея-Джинса приводит к уменьшению расчетной энергии теплового излучения, по сравнению с энергией, определяемой формулой Планка. Отклонение достигает максимума при расчете фотонной черной дыры. Однако, даже в этом крайнем случае, отклонение меньше 1,5%.

При использовании формулы Планка, получаем космологическую постоянную:

$\eta = \frac{E_0}{E_0+E_t} \approx 0{,}74766$

Следовательно, значение космологической постоянной находится в интервале:

$0{,}74766 < \eta < 0{,}75043$

Вероятно, оно ближе к верхнему пределу, полученному с использованием обобщенного закона Рэлея-Джинса.

Космологическая постоянная $\eta = 0{,}75$, если существует математическое равенство:

$$\int_0^1 \frac{x^3}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx + \int_1^\infty \frac{x^{-3}}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx = \frac{1}{2^8 3} = \frac{1}{768} = 0{,}00130208(3) \qquad (53)$$

В таком случае, энергия фотонного газа в фотонной черной дыре:

$$E_t = E_t^g + E_t^l = \frac{8\pi hcL}{l_m^2}\left(\int_0^1 \frac{x^3}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx + \int_1^\infty \frac{x^{-3}}{e^{\frac{8\pi}{3}x}-1}dx\right) = \frac{8\pi hcL}{l_m^2}\frac{1}{2^8 3}$$

$E_t = \frac{\pi hcL}{2*48\ l_m^2}$ – энергия фотонного газа в фотонной черной дыре (54)

В формуле появилось число 48 – Ответ на Главный Вопрос. Это свидетельствует о правильности сделанного предположения.

Прибавим к нулевой энергии (44) энергию фотонного газа (54), получим:

$E_{BH} = E_0 + E_t = \frac{\pi\, \mathrm{h}\, \mathrm{c}\, L}{32\ l_m^2} + \frac{\pi hcL}{3*32\ l_m^2} = \frac{4\pi hcL}{3*32\ l_m^2} = \frac{\pi hcL}{24\ l_m^2}$ – энергия фотонной черной дыры (55)

Объем фотонной черной дыры равен объему 3-гиперсферы, и объему ящика-резонатора.

$L^3 = 2\pi^2 R^3$ следовательно $L = \sqrt[3]{2}\ \pi^{\frac{2}{3}}\ R$ (56)

Подставим значение L в формулу (55)

$E_{BH} = \frac{\sqrt[3]{2}\ \pi^{\frac{5}{3}}}{24\ l_m^2}\ Rhc$ – энергия фотонной черной дыры (57)

Полученная нами энергия (57) равна общеизвестной энергии черной дыры:

$E_{BH} = \frac{R\,\hbar\, c}{2\ l_{pl}^2} = \frac{R\, \mathrm{h}\, c}{4\,\pi\ l_{pl}^2}$ (4)

Следовательно: $\frac{\sqrt[3]{2}\ \pi^{\frac{5}{3}}}{24\ l_m^2}\ Rhc = \frac{R\, \mathrm{h}\, c}{4\,\pi\ l_{pl}^2}$; $\frac{l_m^2}{l_{pl}^2} = \frac{\sqrt[3]{2}\ \pi^{\frac{8}{3}}}{6} = \frac{\pi^{\frac{8}{3}}}{3*2^{\frac{2}{3}}}$; $\frac{l_m}{l_{pl}} = \frac{\pi^{\frac{8}{6}}}{3^{\frac{1}{2}}*2^{\frac{2}{6}}}$

$l_m = \frac{\pi^{\frac{8}{6}}}{3^{\frac{1}{2}}*2^{\frac{2}{6}}}\ l_{pl}$ – длина ребра минимального куба (58)

$l_m^3 = \frac{\pi^4}{6\sqrt{3}}\ l_{pl}^3$ – минимальный объем (59)

Этот минимальный объем определяет спектральную плотность коротких волн. Он равен объему минимального шара. При этом, квантование длины волны определяется радиусом минимального шара. Смотри ниже «**Квантование коротких волн**» формула (73).

$l_m^3 = \frac{\pi^4}{6\sqrt{3}}\, l_{pl}^3 = \frac{4\,\pi}{3}\, r^3$ следовательно $r^3 = \frac{\pi^3}{8\sqrt{3}}\, l_{pl}^3$

$r = \frac{\pi}{2\sqrt[6]{3}}\, l_{pl} \approx 1{,}30798\; l_{pl}$ – радиус минимального шара (60)

– постоянная решетки мирового кристалла

$2\,r = \frac{\pi}{\sqrt[6]{3}}\, l_{pl} \approx 2{,}61595\; l_{pl}$ – минимальная длина волны (61)

Квантование волн на гиперсфере

На гиперсфере, закон Рэлея-Джинса становится квантовым. Волне соответствует целое положительное главное волновое число. При этом, главное волновое число является суммой своих целых компонент. Одна из компонент берется по модулю.

На 3-гиперсфере, такое описание волны тождественно квантовому описанию электронных оболочек атома водорода.

Квантовый закон Рэлея-Джинса можно использовать для описания микроскопических фотонных и черных дыр, имеющих форму гиперсферы.

При выводе закона Рэлея-Джинса, он записывается для кубического ящика-резонатора:

$K^2 = \sum_{x=1}^{n} K_x^2$ – квадрат главного волнового числа (25)

Где n – размерность пространства

$K = \frac{L}{\lambda}$ – главное волновое число (эффективное)

L – длина ребра ящика-резонатора

λ – длина волны

$K_x = \frac{L}{\lambda_x}$ – x-компонента (эффективная) главного волнового числа – целое число

λ_x – проекция волнового вектора (без 2π) на координатную ось x

Эта запись эквивалентна записи:

$\frac{1}{\lambda^2} = \sum_{x=1}^{n} \frac{1}{\lambda_x^2}$ – обратный квадрат длины волны (62)

Она получается обобщением обратной теоремы Пифагора: в прямоугольном треугольнике обратный квадрат высоты на гипотенузе равен сумме обратных квадратов катетов.

Однако, в ящике-резонаторе главное волновое число – квадратный корень целого числа, может быть иррациональным. В нормальной квантовой механике такая иррациональность недопустима. Кроме того, черная дыра отличается своей формой от ящика.

Для длинных волн на n-гиперсфере, закон Рэлея-Джинса приобретает обычный для квантовой механики вид – главное волновое число K является суммой своих компонент:

$K = |K_1|$ $\quad n = 1$ (63)

$K = |K_1| + \sum_{x=2}^{n} K_x$ $\quad n \geq 2$ – главное волновое число длинной волны (64)

Где K_1 – аналог магнитного квантового числа, может менять свой знак, берется по модулю

n – размерность пространства

$K = \frac{2\pi R}{\lambda}$ – главное волновое число – натуральное число

$K_x = \frac{2\pi R}{\lambda_x}$ – x-компонента главного волнового числа – натуральное число

R – радиус n-гиперсферы

Одному главному волновому числу K, соответствуют два различных наборов компонент. В одном наборе $K_1 = 0$, а в другом $K_1 \neq 0$.
Первый набор равен числу разбиений числу K на n-1 частей, в том числе на пустые части.
Второй набор равен произведению числа инверсий знака компоненты K_1 – 2 на число разбиений числа K-1 на n частей, в том числе на пустые части.
Полное число компонент определяется через биноминальные коэффициенты:

$N_K^{\mathrm{n}} = C_{K+n-2}^{n-2} + 2\, C_{K+n-2}^{n-1}$ – число длинных волн с главным волновым числом K (65)

Поскольку $C_K^n = C_{K-1}^n + C_{K-1}^{n-1}$

$$N_K^{\mathrm{n}} = C_{K+n-1}^{n-1} + C_{K+n-2}^{n-1} = \frac{(K+n-1)!}{(n-1)!\,K!} + \frac{(K+n-2)!}{(n-1)!\,(K-1)!} = \frac{(K+n-1)\,(K+n-2)!}{(n-1)!\,K!} + \frac{K\,(K+n-2)!}{(n-1)!\,K!} = \frac{(K+n-2)!((K+n-1)+K)}{(n-1)!\,K!} = \frac{(K+n-2)!\,(2K+n-1)}{(n-1)!\,K!}$$

$N_K^{\mathrm{n}} = \frac{(2K+n-1)\,(K+n-2)!}{(n-1)!\,K!}$ – число длинных волн с главным волновым числом K (66)

$N_K^1 = 2$; $N_K^2 = 2\,K + 1$; $N_K^3 = (K+1)^2$; $N_K^4 = \frac{K^3}{3} + \frac{3K^2}{2} + \frac{13K}{6} + 1$

$N_K^{\mathrm{n}} \approx \frac{2}{(n-1)!} K^{n-1}$ – число длинных волн с главным волновым числом $K >> n$ (67)

Таким образом, из квантования волн на n-гиперсфере мы получили число длинных волн N_K^n с главным волновым числом K.

Точно такая-же зависимость (67) возникает из закона Рэлея-Джинса для низких частот:

$dN = S_{n-1}\, K^{n-1} dK = \frac{L^n S_{n-1}}{c^n}\, \nu^{n-1} d\nu \qquad \nu_{min} \leq \nu \leq \nu_c$ (33)

$K = \frac{L}{\lambda} = \frac{L\,\nu}{c}$

Заменим объем L^n на объем n-гиперсферы $V = S_n\, R^n$

$dN = \frac{S_n\, R^n\, S_{n-1}}{c^n}\, \nu^{n-1} d\nu$ – спектральная плотность низких частот на n-гиперсфере (68)

$S_{n-1}\, S_n = \frac{2\,(2\pi)^n}{(n-1)!}$ (88) (доказательство равенства в конце)

Следовательно $dN = \frac{2\,(2\pi)^n}{(n-1)!} \frac{R^n}{c^n}\, \nu^{n-1} d\nu$

Поскольку частота $\nu = \frac{c}{\lambda}$

$$dN = \frac{2\,(2\pi R)^n}{(n-1)!\, c^n} \frac{c^{n-1}}{\lambda^{n-1}}\, d\frac{c}{\lambda} = \frac{2}{(n-1)!} \frac{(2\pi R)^{n-1}}{\lambda^{n-1}}\, d\frac{2\pi R}{\lambda}$$

Обратно запишем формулу через волновое число. Максимальное возможное волновое число, которое не зависит от размерности пространства, это $K_g = \frac{2\pi R}{\lambda}$

$dN = \frac{2}{(n-1)!} K_g^{n-1} dK_g$ – волновая плотность длинных волн на n-гиперсфере (69)

Где $K_g = \frac{2\pi R}{\lambda}$ – главное волновое число ; R – радиус n-гиперсферы ; λ – длина волны

Следовательно,

$N = \frac{2}{(n-1)!} K_g^{n-1}$ – число волн с главным волновым числом K_g на n-гиперсфере (70)

Это число совпадает с числом длинных волн (67), которое получено квантованием волны на n-гиперсфере, при больших значениях волнового числа $K >> n$.

Квантование коротких волн

После квантования длинных волн, обобщенный закон Рэлея-Джинса потерял симметрию. Наведение порядка сопровождается ростом хаоса. Поэтому не будем останавливаться.

Трансцендентное число π, заключенное в S_{n-1}, препятствует квантованию высоких частот:

$dN = S_{n-1}\, K^{n-1} dK = \frac{c^n\, S_{n-1}}{l_m^n}\, \nu^{-(n+1)} d\nu \qquad \nu_c \le \nu \le \nu_{max}$ (34)

$K = \frac{\lambda}{l_m} = \frac{c}{l_m\,\nu}$

Заменим минимальный объем l_m^n на объем n-гипершара

$l_m^n = \frac{S_{n-1}}{n}\, r^n$ – минимальный объем равен объему n-гипершара (71)

$dN = \frac{n\, c^n\, S_{n-1}}{S_{n-1}\, r^n}\, \nu^{-(n+1)} d\nu$

$dN = \frac{n\, c^n}{r^n}\, \nu^{-(n+1)} d\nu$ – спектральная плотность высоких частот (72)

Поскольку частота $\nu = \frac{c}{\lambda}$

$dN = \frac{n\, c^n}{r^n}\, \frac{\lambda^{n+1}}{c^{n+1}}\, d\,\frac{c}{\lambda} = \frac{n}{r^n}\, \lambda^{n-1}\, d\,\lambda$

Обратно запишем формулу через главное волновое число. Учтем, что в одномерном пространстве $n = 1$; $\lambda^{n-1} = 1$; $r^n = r$, любому главному волновому числу соответствуют две волны с противоположными волновыми векторами.

Следовательно $K_l = \frac{\lambda}{2\,r}$ – главное волновое число (73)

$dN = \frac{n}{r^n}\, \lambda^{n-1}\, d\,\lambda = 2^n n\, \frac{\lambda^{n-1}}{(2\,r)^{n-1}}\, d\,\frac{\lambda}{2\,r}$

$dN = 2^n n\, K_l^{n-1} dK_l$ – волновая плотность коротких волн (74)

Где $K_l = \frac{\lambda}{2\,r}$ – главное волновое число ; r – радиус n-гипершара ; λ – длина волны.

Следовательно,

$N = 2^n n\, K_l^{n-1}$ – число волн с главным волновым числом K_l (75)

Точно такая-же зависимость (75) возникает при квантовании коротких волн, при больших значениях главного волнового числа $K \gg n$. Это квантование аналогично квантованию длинных волн на n-гиперсфере (64). Однако, в отличие от квантования длинных волн, все ненулевые компоненты могут менять свой знак, и имеет значение порядок следования компонент:

$K = \sum_{x=1}^{n} |K_x|$ – главное волновое число короткой волны (76)

Где n – размерность пространства

$K = \frac{\lambda}{2\,r}$ – главное волновое число – натуральное число

$K_x = \frac{\lambda_x}{2\,r}$ – x-компонента главного волнового числа – целое число

r – радиус n-гипершара минимального объема

Одному главному волновому числу K, соответствуют N_K^n различных наборов компонент. Число N_K^n определяется числом различных размещений ненулевых компонент главного волнового числа. Это число определяется произведением числа инверсий знака ненулевых компонент на число размещений компонент, и на число разбиений главного волнового числа на x слагаемых:

$N_K^{\mathrm{n}} = \sum_{x=1}^{K} 2^x \frac{n!}{(n-x)!} C_{K-1}^{x-1}$ – число коротких волн с главным волновым числом $K < n$ (77)

$N_K^{\mathrm{n}} = \sum_{x=1}^{n} 2^x \frac{n!}{(n-x)!} C_{K-1}^{x-1}$ – число коротких волн с главным волновым числом $K \geq n$ (78)

Где $C_{K-1}^{x-1} = \frac{(K-1)!}{(x-1)!\,(K-x)!}$ – биномиальный коэффициент

Если $K >> n$, тогда $N_K^{\mathrm{n}} = \sum_{x=1}^{n} 2^x \frac{n!\,(K-1)!}{(n-x)!\ (x-1)!\,(K-x)!} \approx 2^n n K^{n-1}$

$N_K^{\mathrm{n}} \approx 2^n n K^{n-1}$ – число коротких волн с главным волновым числом $K >> n$ (79)

Квантовая запись обобщенного закона Рэлея-Джинса на гиперсфере

Число длинных волн N с главным волновым числом K:

$N = \frac{(2K+n-1)\,(K+n-2)!}{(n-1)!\,K!}$ $\quad 1 \leq K \leq K_{max}^{g}$ (80)

$N \approx \frac{2}{(n-1)!} K^{n-1}$ $\quad n << \mathrm{K} \leq K_{max}^{g}$ (81)

Где $K = \frac{2\pi R}{\lambda}$ – главное волновое число – натуральное число ; $K_{max}^{g} = 2(\frac{n!}{2})^{\frac{1}{2n}} \sqrt{\frac{\pi R}{2r}}$ – максимальное главное волновое число длинных волн ; λ – длина волны ; n – размерность пространства ; R – радиус n-гиперсферы ; r – радиус n-гипершара.

Число коротких волн N с главным волновым числом K:

$N = \sum_{x=1}^{K} \frac{2^x n!\,(K-1)!}{(n-x)!\ (x-1)!\,(K-x)!}$ $\quad 1 \leq K < n \leq K_{max}^{l}$ (82)

$N = \sum_{x=1}^{n} \frac{2^x n!\,(K-1)!}{(n-x)!\ (x-1)!\,(K-x)!}$ $\quad n \leq K \leq K_{max}^{l}$ (83)

$N \approx 2^n n\, K^{n-1}$ $\quad n << K \leq K_{max}^{l}$ (84)

Где $K = \frac{\lambda}{2r}$ – главное волновое число – натуральное число ; $K_{max}^{l} = (\frac{2}{n!})^{\frac{1}{2n}} \sqrt{\frac{\pi R}{2r}}$ – максимальное главное волновое число коротких волн ; λ – длина волны ; n – размерность пространства ; R – радиус n-гиперсферы ; r – радиус n-гипершара.

Критическая длина волны:

Поскольку $L^n = S_n R^n$; $l_m^n = \frac{S_{n-1}}{n} r^n$

$\lambda_c = \sqrt{L\, l_m} = (L^n\, l_m^n)^{\frac{1}{2n}} = (S_n R^n\ \frac{S_{n-1}}{n} r^n)^{\frac{1}{2n}}$

Поскольку $S_n\, S_{n-1} = \frac{2\,(2\pi)^n}{(n-1)!}$ (88) (доказательство равенства в конце)

$\lambda_c = (\frac{2\,(2\pi)^n}{n!} R^n\, r^n)^{\frac{1}{2n}} = (\frac{2}{n!})^{\frac{1}{2n}} \sqrt{2\pi R r}$ – критическая длина волны (85)

Для длинных волн, максимальное главное волновое число:

$$K_{max}^{g} = \frac{2\pi R}{\lambda_c} = (\frac{n!}{2})^{\frac{1}{2n}} \frac{2\pi R}{\sqrt{2\pi R r}} = 2(\frac{n!}{2})^{\frac{1}{2n}} \sqrt{\frac{\pi R}{2r}} \qquad (86)$$

Для коротких волн, максимальное главное волновое число:

$$K_{max}^{l} = \frac{\lambda_c}{2r} = (\frac{2}{n!})^{\frac{1}{2n}} \frac{\sqrt{2\pi R r}}{2r} = (\frac{2}{n!})^{\frac{1}{2n}} \sqrt{\frac{\pi R}{2r}} \qquad (87)$$

При больших главных волновых числах $K >> n$, квантовое описание переходит в классическое. То есть, классическое описание можно использовать для расчета

спектральной плотности, критической длины волны, энтропии, и температуры. При этом, число длинных волн равно числу коротких волн.
Однако, при квантовании волн в пространстве размерности $n \geq 2$ возникает важный эффект. Длинные и короткие волны по-разному группируются в соответствии с их главным волновым числом. Группы коротких волн больше групп длинных волн. Но, число групп коротких волн меньше числа групп длинных волн. Асимметрия связана с тем, что n-гипершар менее симметричен чем n-гиперсфера.

Доказательство равенства:

$S_{n-1}\, S_n = \frac{2\,(2\pi)^n}{(n-1)!}$

Где S_n – объем n-гиперсферы единичного радиуса

Доказательство можно получить с помощью Гамма-функции

$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x_1^2} dx_1 \ldots \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x_n^2}\, dx_n = S_{n-1} \int_0^{\infty} r^{n-1} e^{-r^2}\, dr$

Где $r^2 = x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2$

$\int_0^{\infty} e^{-x^2}\, dx = \int_0^{\infty} e^{-y}\, d(y^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} y^{\frac{-1}{2}}\, e^{-y}\, dy = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} y^{\frac{1}{2}-1}\, e^{-y}\, dy = \frac{1}{2}\,\Gamma(½) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

Следовательно $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx = 2\int_0^{\infty} e^{-x^2}\, dx = \sqrt{\pi}$

$\int_0^{\infty} r^{n-1} e^{-r^2}\, dr = \int_0^{\infty} z^{\frac{n-1}{2}} e^{-z}\, d(z^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} z^{\frac{n}{2}-1} e^{-z}\, dz = \frac{1}{2}\,\Gamma(\frac{n}{2})$

Следовательно $(\sqrt{\pi}\,)^n = S_{n-1}\, \frac{1}{2}\,\Gamma(\frac{n}{2}) \rightarrow S_{n-1} = \frac{2\,\pi^{\frac{n}{2}}}{\Gamma(\frac{n}{2})} \rightarrow S_{n-1}\, S_n = \frac{4\,\pi^{n+\frac{1}{2}}}{\Gamma(\frac{n}{2})\Gamma(\frac{n+1}{2})}$

Поскольку $\Gamma(z) = (z-1)\,\Gamma(z-1)$

$\Gamma(\frac{n}{2})\Gamma(\frac{n+1}{2}) = \Gamma(\frac{1}{2})\, \frac{(n-1)!}{2^{n-1}} = \sqrt{\pi}\, \frac{(n-1)!}{2^{n-1}}$

Следовательно $S_{n-1}\, S_n = \frac{2^{n+1}\,\pi^n}{(n-1)!} = \frac{2\,(2\pi)^n}{(n-1)!}$ (88)

Вот так начнешь изучать старинные формулы и уверуешь в переселение душ.
https://www.youtube.com/watch?v=FzPk_MBqdwI

Список литературы:

[1] Pathria, R. K. (1972). «The Universe as a Black Hole». Nature. 240 (5379): 298—299
[2] S. W. Hawking (1975). «Particle creation by black holes». Communications in Mathematical Physics 43, 199 (1975)
[3] A. Einstein (1917). « Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie» Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse. (de).
[4] S. V. Miheev (2006). «Темная энергия и темная материя – проявление нулевых колебаний электромагнитного поля» Russia, Moscow, ISBN 5-9710-0074-8. (ru).
[5] Corrado Massa (1994). «Does the Gravitational "Constant" increase? » pdf

Контакты:

MOJ_HOMEP_245@ protonmail.com