

Multiplication tables from 1 to 10 in different number systems.

Juan Elias Millas Vera

juanmillaszgz@gmail.com

Zaragoza (Spain)

July 2022

0- Abstract:

This paper shows information for people who are interested in symbology and its applications. In a very didactic way it puts some of the necessary tools for the knowledge of the different number systems, using the multiplication tables. This paper go around Cuneiform, Old Egyptian, Classical Greek, Hebrew, Roman, Chinese Simplified, Binary, Hexadecimal and of course Eastern Arabic numerals.

1- Introduction:

The main reason to write this paper is to satisfy the curiosity of the people. Although it has some implicit reasons, for example, it is a very good experiment to proof that in old cultures the people was able to write basic arithmetic with the access of their writing systems tools. Other reason can be show abstraction in the mathematical thinking, which is necessary for new develop of every part of mathematics.

For the writing of the old civilizations systems I assume positional and addition mechanisms, I know it is not very accurate to the historical texts but I was necessary for my work and people for several millennia ago would have been able to deduce it in my opinion.

2- Cuneiform:

1 |, 2 ||, 3 |||, 4 |||, 5 |||, 6 |||, 7 |||, 8 |||, 9 |||

3- Old Egyptian:

1 | 10 | 100 | 1000

--	--	--	--	--

4- Classical Greek:

1 α, 2 β, 3 γ, 4 δ, 5 ε, 6 ζ, 7 η, 8 θ,
 10 ι, 20 κ, 30 λ, 40 μ, 50 ν, 60 ξ, 70 ο, 80 π, 90 ρ, 100 ρ.

α · α=α	α · β=β	α · γ=γ	α · δ=δ	α · ε=ε
α · ζ=ζ	α · η=η	α · θ=θ	α · ι=ι	

β · α=β	β · β=δ	β · γ=ζ	β · δ=η	β · ε=ι
β · ζ=ιβ	β · η=ιζ	β · θ=ιη	β · ι=κ	

$\gamma \cdot \alpha = \gamma$	$\gamma \cdot \beta = \varsigma$	$\gamma \cdot \gamma = \theta$	$\gamma \cdot \delta = \iota\beta$	$\gamma \cdot \varepsilon = \iota\varepsilon$
$\gamma \cdot \varsigma = \iota\eta$	$\gamma \cdot \zeta = \kappa\alpha$	$\gamma \cdot \eta = \kappa\delta$	$\gamma \cdot \theta = \kappa\zeta$	$\gamma \cdot \iota = \lambda$

$\delta \cdot \alpha = \delta$	$\delta \cdot \beta = \eta$	$\delta \cdot \gamma = \iota\beta$	$\delta \cdot \delta = \iota\varsigma$	$\delta \cdot \varepsilon = \kappa$
$\delta \cdot \varsigma = \kappa\delta$	$\delta \cdot \zeta = \kappa\eta$	$\delta \cdot \eta = \lambda\beta$	$\delta \cdot \theta = \lambda\varsigma$	$\delta \cdot \iota = \mu$

$\varepsilon \cdot \alpha = \varepsilon$	$\varepsilon \cdot \beta = \iota$	$\varepsilon \cdot \gamma = \iota\varepsilon$	$\varepsilon \cdot \delta = \kappa$	$\varepsilon \cdot \varepsilon = \kappa\varepsilon$
$\varepsilon \cdot \varsigma = \lambda$	$\varepsilon \cdot \zeta = \lambda\varepsilon$	$\varepsilon \cdot \eta = \mu$	$\varepsilon \cdot \theta = \mu\varepsilon$	$\varepsilon \cdot \iota = \nu$

$\varsigma \cdot \alpha = \varsigma$	$\varsigma \cdot \beta = \iota\beta$	$\varsigma \cdot \gamma = \iota\varsigma$	$\varsigma \cdot \delta = \kappa\delta$	$\varsigma \cdot \varepsilon = \lambda$
$\varsigma \cdot \varsigma = \lambda\varsigma$	$\varsigma \cdot \zeta = \mu\beta$	$\varsigma \cdot \eta = \mu\theta$	$\varsigma \cdot \theta = \nu\delta$	$\varsigma \cdot \iota = \xi$

$\zeta \cdot \alpha = \zeta$	$\zeta \cdot \beta = \iota\delta$	$\zeta \cdot \gamma = \kappa\alpha$	$\zeta \cdot \delta = \kappa\eta$	$\zeta \cdot \varepsilon = \lambda\varepsilon$
$\zeta \cdot \varsigma = \mu\beta$	$\zeta \cdot \zeta = \mu\theta$	$\zeta \cdot \eta = \nu\varsigma$	$\zeta \cdot \theta = \xi\gamma$	$\zeta \cdot \iota = \omicron$

$\eta \cdot \alpha = \eta$	$\eta \cdot \beta = \iota\varsigma$	$\eta \cdot \gamma = \kappa\delta$	$\eta \cdot \delta = \lambda\beta$	$\eta \cdot \varepsilon = \mu$
$\eta \cdot \varsigma = \mu\eta$	$\eta \cdot \zeta = \nu\varsigma$	$\eta \cdot \eta = \xi\delta$	$\eta \cdot \theta = \omicron\beta$	$\eta \cdot \iota = \pi$

$\theta \cdot \alpha = \theta$	$\theta \cdot \beta = \iota\eta$	$\theta \cdot \gamma = \kappa\zeta$	$\theta \cdot \delta = \lambda\varsigma$	$\theta \cdot \varepsilon = \mu\varepsilon$
$\theta \cdot \varsigma = \nu\delta$	$\theta \cdot \zeta = \xi\gamma$	$\theta \cdot \eta = \omicron\beta$	$\theta \cdot \theta = \pi\alpha$	$\theta \cdot \iota = \nu$

$\iota \cdot \alpha = \iota$	$\iota \cdot \beta = \kappa$	$\iota \cdot \gamma = \lambda$	$\iota \cdot \delta = \mu$	$\iota \cdot \varepsilon = \nu$
$\iota \cdot \varsigma = \xi$	$\iota \cdot \zeta = \omicron$	$\iota \cdot \eta = \pi$	$\iota \cdot \theta = \nu$	$\iota \cdot \iota = \rho$

5- Hebrew:

Hindu-Arabic numerals	Hebrew numerals
0	-
1	א (alef)
2	ב (bet)
3	ג (gimel)
4	ד (dalet)
5	ה (he)
6	ו (vav)
7	ז (zayin)
8	ח (chet)
9	ט (tet)
10	י (yod)
11	יא
12	יב
13	יג
14	יד
15	ט"ו or י"ה
16	ט"ז or י"ו
17	יז
18	יח
19	יט
20	כ or כ (kaf)
30	ל (lamed)
40	מ or מ (mem)
50	נ or נ (nun)
60	ס (samekh)
70	ע ('ayin)
80	פ or פ (pe)
90	צ or צ (tsadi)
100	ק (qof)

*Table from wikipedia (https://en.wikipedia.org/wiki/Hebrew_numerals)

Note: The equations are write right to left and I use basic decimal position system.

$x = x \cdot a$	$b = b \cdot a$	$g = g \cdot a$	$d = d \cdot a$	$h = h \cdot a$
$v = v \cdot a$	$z = z \cdot a$	$ch = ch \cdot a$	$ts = ts \cdot a$	$y = y \cdot a$

$b = a \cdot b$	$d = b \cdot b$	$v = g \cdot b$	$ch = d \cdot b$	$y = h \cdot b$
$yb = v \cdot b$	$dz = z \cdot b$	$yo = ch \cdot b$	$cht = ts \cdot b$	$by = y \cdot b$

$g = a \cdot g$	$v = b \cdot g$	$ts = g \cdot g$	$yb = d \cdot g$	$gh = h \cdot g$
$cht = v \cdot g$	$dch = z \cdot g$	$dch = ch \cdot g$	$zts = ts \cdot g$	$gl = y \cdot g$

$d = a \cdot d$	$ch = b \cdot d$	$yb = g \cdot d$	$yo = d \cdot d$	$ch = h \cdot d$
$dch = v \cdot d$	$chtz = z \cdot d$	$chlb = ch \cdot d$	$zts = ts \cdot d$	$dy = y \cdot d$

$h = a \cdot h$	$by = b \cdot h$	$gh = g \cdot h$	$ch = d \cdot h$	$cht = h \cdot h$
$gl = v \cdot h$	$h = z \cdot h$	$ch = ch \cdot h$	$h = ts \cdot h$	$hy = y \cdot h$

$v = a \cdot v$	$yb = b \cdot v$	$cht = g \cdot v$	$dch = d \cdot v$	$gl = h \cdot v$
$zlv = v \cdot v$	$zsb = z \cdot v$	$ch = ch \cdot v$	$zts = ts \cdot v$	$ys = y \cdot v$

$z = a \cdot z$	$dy = b \cdot z$	$dch = g \cdot z$	$cht = d \cdot z$	$z = h \cdot z$
$zsb = v \cdot z$	$zts = z \cdot z$	$zts = ch \cdot z$	$zts = ts \cdot z$	$zy = y \cdot z$

$ch = a \cdot ch$	$yo = b \cdot ch$	$dch = g \cdot ch$	$zlb = d \cdot ch$	$ch = h \cdot ch$
$cht = v \cdot ch$	$zts = z \cdot ch$	$cht = ch \cdot ch$	$cht = ts \cdot ch$	$chy = y \cdot ch$

$ts = a \cdot ts$	$cht = b \cdot ts$	$zts = g \cdot ts$	$zlv = d \cdot ts$	$cht = h \cdot ts$
$dch = v \cdot ts$	$zts = z \cdot ts$	$cht = ch \cdot ts$	$cht = ts \cdot ts$	$zty = y \cdot ts$

$y = a \cdot y$	$ch = b \cdot y$	$gl = g \cdot y$	$ch = d \cdot y$	$ch = h \cdot y$
$ch = v \cdot y$	$zy = z \cdot y$	$ch = ch \cdot y$	$zts = ts \cdot y$	$chy = y \cdot y$

6- Roman:

1 I, 5 V, 10 X, 50 L, 100 C.

I · I=I	I · II=II	I · III=III	I · IV=IV	I · V=V
I · VI=VI	I · VII=VII	I · VIII=VIII	I · IX=IX	I · X=X

II · I=II	II · II=IV	II · III=VI	II · IV=VIII	II · V=X
II · VI=XII	II · VII=XIV	II · VIII=XVI	II · IX=XVIII	II · X=XX

III · I=III	III · II=VI	III · III=IX	III · IV=XII	III · V=XV
III · VI=XVIII	III · VII=XXI	III · VIII=XXI V	III · IX=XXVII	III · X=XXX

IV · I=IV	IV · II=VIII	IV · III=XII	IV · IV=XVI	IV · V=XX
IV · VI=XXIV	IV · VII=XXVI II	IV · VIII=XXX II	IV · IX=XXXV I	IV · X=XL

V · I=V	V · II=X	V · III=XV	V · IV=XX	V · V=XXV
V · VI=XXX	V · VII=XXXV	V · VIII=XL	V · IX=XLV	V · X=L

VI · I=VI	VI · II=XII	VI · III=XVIII	VI · IV=XXIV	VI · V=XXX
VI · VI=XXXV I	VI · VII=XLII	VI · VIII=XLV III	VI · IX=LVI	VI · X=LX

VII · I=VII	VII · II=XIV	VII · III=XXI	VII · IV=XXVI II	VII · V=XXXV
VII · VI=XLII	VII · VII=XLI X	VII · VIII=LVI	VII · IX=LXIII	VII · X=LXX

VIII · I=VIII	VIII · II=XVI	VIII · III=XXI V	VIII · IV=XXX II	VIII · V=XL
VIII · VI=XLV III	VIII · VII=LVI	VIII · VIII=LX IV	VIII · IX=LXX II	VIII · X=LXX X

IX · I=IX	IX · II=XVIII	IX · III=XXVII	IX · IV=XXXV I	IX · V=XLV
IX · VI=LVI	IX · VII=LXIII	IX · VIII=LXX II	IX · IX=LXXX I	IX · X=XC

X · I=X	X · II=XX	X · III=XXX	X · IV=XL	X · V=L
X · VI=LX	X · VII=LXX	X · VIII=LXX X	X · IX=XC	X · X=C

7- Chinese Simplified:

1 一, 2 二, 3 三, 4 四, 5 五, 6 六, 7 七, 8 八, 9 九, 10 十, 100 百.

一 · 一=一	一 · 二=二	一 · 三=三	一 · 四=四	一 · 五=五
一 · 六=六	一 · 七=七	一 · 八=八	一 · 九=九	一 · 十=十

二 · 一=二	二 · 二=四	二 · 三=六	二 · 四=八	二 · 五=十
二 · 六=十二	二 · 七=十四	二 · 八=十六	二 · 九=十八	二 · 十=二十

三 · 一=三	三 · 二=六	三 · 三=九	三 · 四=十二	三 · 五=十五
三 · 六=十八	三 · 七=二十一	三 · 八=二十四	三 · 九=二十七	三 · 十=三十

四 · 一=四	四 · 二=八	四 · 三=十二	四 · 四=十六	四 · 五=二十
四 · 六=二十四	四 · 七=二十八	四 · 八=三十二	四 · 九=三十六	四 · 十=四十

五 · 一 = 五	五 · 二 = 十	五 · 三 = 十五	五 · 四 = 二十	五 · 五 = 二十五
五 · 六 = 三十	五 · 七 = 三十五	五 · 八 = 四十	五 · 九 = 四十五	五 · 十 = 五十

六 · 一 = 六	六 · 二 = 十二	六 · 三 = 十八	六 · 四 = 二十四	六 · 五 = 三十
六 · 六 = 三十六	六 · 七 = 四十二	六 · 八 = 四十八	六 · 九 = 五十四	六 · 十 = 六十

七 · 一 = 七	七 · 二 = 十四	七 · 三 = 二十一	七 · 四 = 二十八	七 · 五 = 三十五
七 · 六 = 四十二	七 · 七 = 四十九	七 · 八 = 五十六	七 · 九 = 六十三	七 · 十 = 七十

八 · 一 = 八	八 · 二 = 十六	八 · 三 = 二十四	八 · 四 = 三十二	八 · 五 = 四十
八 · 六 = 四十八	八 · 七 = 五十六	八 · 八 = 六十四	八 · 九 = 七十二	八 · 十 = 八十

九 · 一 = 九	九 · 二 = 十八	九 · 三 = 二十七	九 · 四 = 三十六	九 · 五 = 四十五
九 · 六 = 五十四	九 · 七 = 六十三	九 · 八 = 七十二	九 · 九 = 八十一	九 · 十 = 九十

十 · 一 = 十	十 · 二 = 二十	十 · 三 = 三十	十 · 四 = 四十	十 · 五 = 五十
-----------	------------	------------	------------	------------

十 · 六= 六 十	十 · 七= 七 十	十 · 八= 八 十	十 · 九= 九 十	十 · 十= 百
---------------	---------------	---------------	---------------	----------

8- Eastern Arabic:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

1 · 1=1	1 · 2=2	1 · 3=3	1 · 4=4	1 · 5=5
1 · 6=6	1 · 7=7	1 · 8=8	1 · 9=9	1 · 10=10

2 · 1=2	2 · 2=4	2 · 3=6	2 · 4=8	2 · 5=10
2 · 6=12	2 · 7=14	2 · 8=16	2 · 9=18	2 · 10=20

3 · 1=3	3 · 2=6	3 · 3=9	3 · 4=12	3 · 5=15
3 · 6=18	3 · 7=21	3 · 8=24	3 · 9=27	3 · 10=30

4 · 1=4	4 · 2=8	4 · 3=12	4 · 4=16	4 · 5=20
4 · 6=24	4 · 7=28	4 · 8=32	4 · 9=36	4 · 10=40

5 · 1=5	5 · 2=10	5 · 3=15	5 · 4=20	5 · 5=25
5 · 6=30	5 · 7=35	5 · 8=40	5 · 9=45	5 · 10=50

6 · 1=6	6 · 2=12	6 · 3=18	6 · 4=24	6 · 5=30
6 · 6=36	6 · 7=42	6 · 8=48	6 · 9=54	6 · 10=60

7 · 1=7	7 · 2=14	7 · 3=21	7 · 4=28	7 · 5=35
7 · 6=42	7 · 7=49	7 · 8=56	7 · 9=63	7 · 10=70

$8 \cdot 1=8$	$8 \cdot 2=16$	$8 \cdot 3=24$	$8 \cdot 4=32$	$8 \cdot 5=40$
$8 \cdot 6=48$	$8 \cdot 7=56$	$8 \cdot 8=64$	$8 \cdot 9=72$	$8 \cdot 10=80$

$9 \cdot 1=9$	$9 \cdot 2=18$	$9 \cdot 3=27$	$9 \cdot 4=36$	$9 \cdot 5=45$
$9 \cdot 6=54$	$9 \cdot 7=63$	$9 \cdot 8=72$	$9 \cdot 9=81$	$9 \cdot 10=90$

$10 \cdot 1=10$	$10 \cdot 2=20$	$10 \cdot 3=30$	$10 \cdot 4=40$	$10 \cdot 5=50$
$10 \cdot 6=60$	$10 \cdot 7=70$	$10 \cdot 8=80$	$10 \cdot 9=90$	$10 \cdot 10=100$

9- Binary:

0, 1.

$1 \cdot 1=1$	$1 \cdot 10=10$	$1 \cdot 11=11$	$1 \cdot 100=100$	$1 \cdot 101=101$
$1 \cdot 110=110$	$1 \cdot 111=111$	$1 \cdot 1000=1000$	$1 \cdot 1001=1001$	$1 \cdot 1010=1010$

$10 \cdot 1=10$	$10 \cdot 10=100$	$10 \cdot 11=110$	$10 \cdot 100=1000$	$10 \cdot 101=1010$
$10 \cdot 110=1100$	$10 \cdot 111=1110$	$10 \cdot 1000=1000$ 0	$10 \cdot 1001=1001$ 0	$10 \cdot 1010=1010$ 0

$11 \cdot 1=11$	$11 \cdot 10=110$	$11 \cdot 11=1001$	$11 \cdot 100=1100$	$11 \cdot 101=1111$
$11 \cdot 110=10010$	$11 \cdot 111=10101$	$11 \cdot 1000=1100$ 0	$11 \cdot 1001=1101$ 1	$11 \cdot 1010=1111$ 0

$100 \cdot 1=100$	$100 \cdot 10=1000$	$100 \cdot 11=1100$	$100 \cdot 100=1000$ 0	$100 \cdot 101=1010$ 0
$100 \cdot 110=1100$ 0	$100 \cdot 111=1110$ 0	$100 \cdot 1000=100$ 000	$100 \cdot 1001=100$ 100	$100 \cdot 1010=101$ 000

101 · 1=101	101 · 10=1010	101 · 11=1111	101 · 100=1010 00	101 · 101=1100 1
101 · 110=1111 0	101 · 111=1000 11	101 · 1000=101 000	101 · 1001=101 101	101 · 1010=110 010

110 · 1=110	110 · 10=1100	110 · 11=10010	110 · 100=1100 0	110 · 101=1111 0
110 · 110=1001 00	110 · 111=1010 10	110 · 1000=110 000	110 · 1001=111 000	110 · 1010=111 100

111 · 1=111	111 · 10=1110	111 · 11=10101	111 · 100=1110 0	111 · 101=1000 11
111 · 110=1010 10	111 · 111=1100 01	111 · 1000=111 000	111 · 1001=111 111	111 · 1010=100 0110

1000 · 1=1000	1000 · 10=1000 0	1000 · 11=1100 0	1000 · 100=100 000	1000 · 101=101 000
1000 · 110=110 000	1000 · 111=111 000	1000 · 1000=10 00000	1000 · 1001=10 01000	1000 · 1010=10 10000

1001 · 1=1001	1001 · 10=1001 0	1001 · 11=1101 1	1001 · 100=100 100	1001 · 101=101 101
1001 · 110=110 110	1001 · 111=111 111	1001 · 1000=10 01000	1001 · 1001=10 10001	1001 · 1010=10 11010

1010 · 1=1010	1010 · 10=1010 0	1010 · 11=1111 0	1010 · 100=101 000	1010 · 101=110 010
1010 · 110=111 100	1010 · 111=100 0110	1010 · 1000=10 10000	1010 · 1001=10 11010	1010 · 1010=11 00100

10- Hexadecimal:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 A, 11 B, 12 C, 13 D, 14 E, 15 F.

1 · 1=1	1 · 2=2	1 · 3=3	1 · 4=4	1 · 5=5
1 · 6=6	1 · 7=7	1 · 8=8	1 · 9=9	1 · A=A

2 · 1=2	2 · 2=4	2 · 3=6	2 · 4=8	2 · 5=A
2 · 6=C	2 · 7=E	2 · 8=10	2 · 9=12	2 · A=14

3 · 1=3	3 · 2=6	3 · 3=9	3 · 4=C	3 · 5=F
3 · 6=12	3 · 7=15	3 · 8=18	3 · 9=1B	3 · A=1E

4 · 1=4	4 · 2=8	4 · 3=C	4 · 4=10	4 · 5=14
4 · 6=18	4 · 7=1C	4 · 8=20	4 · 9=24	4 · A=28

5 · 1=5	5 · 2=A	5 · 3=F	5 · 4=14	5 · 5=19
5 · 6=1E	5 · 7=23	5 · 8=28	5 · 9=2D	5 · A=32

6 · 1=6	6 · 2=C	6 · 3=12	6 · 4=18	6 · 5=1E
6 · 6=24	6 · 7=2A	6 · 8=30	6 · 9=36	6 · A=3C

7 · 1=7	7 · 2=E	7 · 3=15	7 · 4=1C	7 · 5=23
7 · 6=2A	7 · 7=31	7 · 8=38	7 · 9=3F	7 · A=46

8 · 1=8	8 · 2=10	8 · 3=18	8 · 4=20	8 · 5=28
8 · 6=30	8 · 7=38	8 · 8=40	8 · 9=48	8 · A=50

$9 \cdot 1=9$	$9 \cdot 2=12$	$9 \cdot 3=1B$	$9 \cdot 4=24$	$9 \cdot 5=2D$
$9 \cdot 6=36$	$9 \cdot 7=3F$	$9 \cdot 8=48$	$9 \cdot 9=51$	$9 \cdot A=5A$

$A \cdot 1=A$	$A \cdot 2=14$	$A \cdot 3=1E$	$A \cdot 4=28$	$A \cdot 5=32$
$A \cdot 6=3C$	$A \cdot 7=46$	$A \cdot 8=50$	$A \cdot 9=5A$	$A \cdot A=64$

11- Conclusions:

As we have seen this are just examples of different approximations to the arithmetic in numerals, I did not include all the numerical systems just some of the most famous. Other important numeral systems are the Tamil, Devanagari, Tibetan, Armenian, Khmer, Thai. Also Abjad and Western Arabic or others East Asian numerals. Maya (in base 5+20) is an important numeral system too. Nowadays we still develop numeral systems, e. i. Kaktovik. There is a lot of possible forms to write the same concepts and this is an important proof of the convergent evolution of mathematics.

Thanks for reading this paper.