

Galilean-Zhou Transformation Is the Only Subjectively Existing Space-Time Transformation in Galilean Space-Time

Fang Zhou

tony_zf_zf_zf@126.com

Abstract Einstein's Theory of Special Relativity has received much criticism and doubts on its theoretical bases. In this paper, a comprehensive and detailed analysis on Lorentz Transformation is produced. The crucial and fatal mistakes made in the proposed system of equations for deriving Lorentz Transformation are: in the same one system are introduced equations defined in different Space-Time: Galilean Space-Time with 'absolute time' and Minkowski Space-Time with 'relative time', which therefore make Lorentz Transformation being 'Identical Transformation', not existing in Galilean Space-Time. Consequently, the crucial mistake makes derived transformation mathematically depicting an observing process of two relatively rest observers instead of two relatively moving observers. In the article, two relevant Laws, namely, (1) Law of Light Propagation and (2) Law of Motion Observation, are firstly put forward. These Laws would be the fundamental laws in motion observation theory. Galilean-Zhou Transformation is logically and accurately deduced, utilizing both of these two Laws.

“伽利略时空”内唯一客观存在的时空变换 为“伽利略-周方变换”

周方

tony_zf_zf_zf@126.com

摘要 推导“洛伦兹变换”所设置的预设方程组包含两个互不兼容的方程组，是一个不可求解的方程组。在数学上表现出函数 $x = ct$ 在“洛伦兹变换”下的‘不变性’ (Invariance) 却恰恰证明“洛伦兹变换”违反“伽利略时空公理”而不被“伽利略时空”所容许，因而在“伽利略时空”内不成立。真可谓“成也萧何，败也萧何”。本文揭示：在‘两观测者有相对运动’场合下，‘闵可夫斯基时空’内质点运动必满足“时空间隔不变性”，是一个伪命题。本文首次揭示了两条重要定律：一条是“光传播定律” (Law of Light Propagation) — 在‘伽利略时空’内任意时空点上“光传播时空弹性 (Space-Time Elasticity of Light Propagation)”恒等于 1。另一条是“运动观测定律” (Law of Motion Observation) — 在两观测者有相对运动的场合下，‘伽利略时空’内‘两观测者同时观测到运动质点’ (实现

‘伽利略变换’)之充要条件为“两观测者的观测矢量通过观测者之间的距离构成‘矢量合成三角形’”。在两观测者有相对运动($\vec{u} \neq 0$)之场合下,两观测者可以同时观测到运动质点(实现‘伽利略变换’),但不可能有相同的‘观测矢量’。这两条定律为“运动观测论”的基础定律。在“两观测者有相对运动但真空中光传播速率为无穷大”的假定条件下,或在“两观测者的相对速度远远小于光速”的情况下,时空变换近似地为“伽利略变换”;在“两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值”之场合下,唯一的客观存在的时空变换为“伽利略-周方变换”。

关键词 时空 伽利略时空 相对论 狭义相对论 运动观测论 伽利略-周方变换 伽利略变换 洛伦兹变换

目 录

一、“时空”: 定义 (Definition)、公理 (Axiom)、定律 (Law)	(3)
(一)“伽利略时空 (Galilean Space-Time)”	(3)
(二)“光传播定律” (Law of Light Propagation)	(4)
(三)“运动观测定律” (Law of Motion Observation)	(5)
二、“洛伦兹变换” (Lorentz Transformation) 之导出	(6)
三、“洛伦兹变换” 之真相	(9)
(一) 求解预设方程组 (A) 的方法 (1)	(9)
(二) 求解预设方程组 (A) 的方法 (2)	(11)
四、 $x = ct$ 在“洛伦兹变换” $\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \end{array} \right\}$ 下的“不变性”	(13)
五、关于“洛伦兹变换” 的预设方程组	(17)
(一) 方程 $x' = k(x - ut)$	(17)
(二) 方程 $x = ct$ 与 $x' = ct'$	(18)
六、伽利略-周方变换 (Galilean-Zhou Transformation) 之导出 (A)	(19)
七、伽利略-周方变换 (Galilean-Zhou Transformation) 之导出 (B)	(21)
(一) 方程 $x' = k(x - ut)$	(21)

(二) 空间变换式与时间变换式 (21)

(三) 方程 $x = ct$ 与 $x' = ct'$ (23)

(四) 建立“伽利略-周方变换” (24)

八、“伽利略-周方变换”之性质 (26)

一、“时空”：定义 (Definition)、公理 (Axiom)、定律 (Law)

(一) “伽利略时空 (Galilean Space-Time)”

“时空”是‘时间’ (Time) 与‘空间’ (Space) 相结合而成，容纳万物及其活动于其中的‘场所’。笔者认为，在物理学中，“时空”应当与“宇宙时空”‘同一定义’，才能使人们意识中的事物及其活动与客观现实中的事物及其活动成为真实的‘一对一映射’。因此，我们定义‘可量测的物理时空’——“伽利略时空 (Galilean Space-Time)” Ω ：

$$\Omega [E^3, T]^T \equiv [(\text{三维}) \text{ 欧氏空间 } E^3, \text{ 时间 } T]^T$$

伽利略时空 $\Omega [E^3, T]^T$ 的一个重要性质是：‘空间’为三维欧氏空间 E^3 ，‘空间点’具有‘排它性’；‘时间’为标量 T ，‘时间点’是‘绝对的’： $t \equiv t' (\forall t = t')$ ，‘时间点’不具有‘排它性’。故有：

a. “伽利略时空公理” (Galilean Space-Time Axiom):

$$\boxed{\begin{aligned} \{t \equiv t' : \} &\Leftrightarrow \{\forall t = t' : \} \Leftrightarrow \{\forall t : \} \Leftrightarrow \{\forall t' : \} \\ \begin{bmatrix} \vec{r}(t) \\ t \end{bmatrix} &\neq \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \vec{r}'(t) \\ t \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} \end{aligned}}$$

对于 (一维) 伽利略时空：

$$\boxed{\begin{aligned} \{t \equiv t' : \} &\Leftrightarrow \{\forall t = t' : \} \Leftrightarrow \{\forall t : \} \Leftrightarrow \{\forall t' : \} \\ \begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} &\neq \begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x'(t) \\ t \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} \end{aligned}}$$

b. “速度、加速度不变性”定律 (Law of Invariance of Velocity and Acceleration):

$$\begin{aligned} \because \forall t = t' : \vec{r}'(t) &\equiv \vec{r}'(t') \\ \therefore \frac{d^n \vec{r}'(t)}{dt^n} &\equiv \frac{d^n \vec{r}'(t')}{dt'^n}, n = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

c. K 系观测者在时刻 t 观测到运动质点的位置坐标记为 $\vec{r}(t) = [x(t), y(t), z(t)]^T$ 。

$[\vec{r}(t) \ t]^T$ 为 ‘ K 系观测者在时刻 t 观测到运动质点 $\vec{r}(t)$ 时’ 指向该运动质点 $\vec{r}(t)$ 的 “观测矢量” (Observation Vector)。 $[\vec{r}(t) \ t]^T$ 也称为 ‘ K 系观测者在时刻 t 的 “时空点”，简称 “ K 系时空点”。函数 $\vec{r}(t)$ 为 “ K 系时空轨迹”。

d. K' 系观测者在时刻 t' 观测到运动质点的位置坐标记为 $\vec{r}'(t') = [x'(t'), y'(t'), z'(t')]^T$ 。

$[\vec{r}'(t') \ t']^T$ 为 ‘ K' 系观测者在时刻 t' 观测到运动质点 $\vec{r}'(t')$ 时’ 指向该运动质点 $\vec{r}'(t')$ 的 “观测矢量”。 $[\vec{r}'(t') \ t']^T$ 也称为 ‘ K' 系观测者在时刻 t' 的 “时空点”，简称 “ K' 系时空点”。函数 $\vec{r}'(t')$ 为 “ K' 系时空轨迹”。

(二) “光传播定律” (Law of Light Propagation)

在伽利略时空内的任意时空点 $[\vec{r}(t) \ t]^T$ ，光的传播满足 “光传播定律”：

$$|\vec{r}(t)| = ct, \quad c = \text{const.} \quad (c \text{ 为真空中光传播速率}),$$

故有： $d \ln |\vec{r}(t)| = d \ln t$ ，即：伽利略时空 $[\vec{r} \ t]^T$ 内任意时空点 $[\vec{r}(t) \ t]^T$ (或 ‘观测矢量’

$[\vec{r}(t) \ t]^T$) 的 “光传播时空弹性 (Space-Time Elasticity of Light Propagation)” 恒为

$$\varepsilon = \frac{d \ln |\vec{r}(t)|}{d \ln t} = 1. \quad \text{因此, 有:}$$

$$\lambda [\vec{r}(t), \ t]^T = [\vec{r}(\lambda t), \ \lambda t]^T$$

K 系观测者 O 对运动质点的‘观测矢量’ $[\vec{r}(t), t]^T$ 示于图 1。

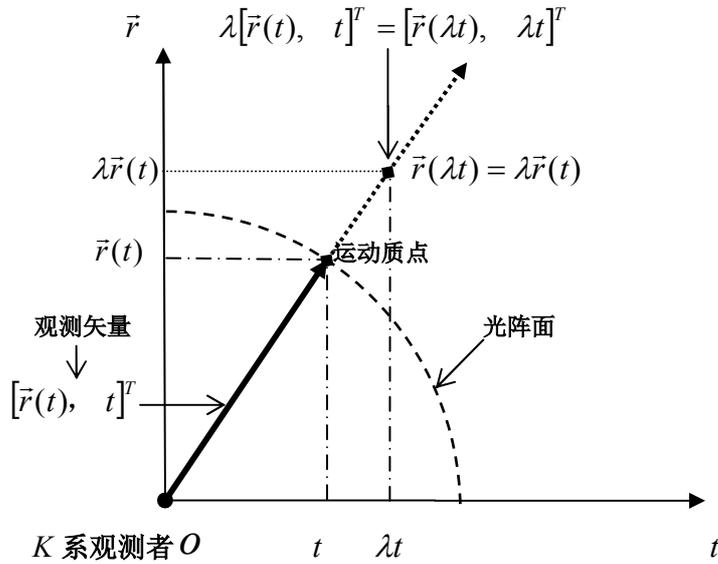


图 1 K 系观测者 O 对运动质点的观测矢量 $[\vec{r}(t), t]^T$

(三) “运动观测定律” (Law of Motion Observation)

$$t \equiv t' : \vec{r}(t) = \vec{r}'(t) + \vec{u}t \quad (\text{矢量合成三角形})$$

$$\frac{\vec{r}(t)}{t} = \frac{\vec{r}'(t) + \vec{u}t}{t}$$

$$\therefore \forall t = t' : \frac{\vec{r}(t)}{t} = \frac{\vec{r}'(t') + \vec{u}t'}{t'}$$

$$\begin{bmatrix} \vec{r}(t) \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') + \vec{u}t' \\ t' \end{bmatrix}$$

逆变换:

$$\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(t) - \vec{u}t \\ t \end{bmatrix} \quad (\text{伽利略变换})$$

$$\forall t = t' : \vec{r}(t) = \vec{r}'(t) + \vec{u}t \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}(t) - \vec{u}t \\ t \end{bmatrix}$$

(矢量合成三角形) \Leftrightarrow (伽利略变换)

可得结论:

‘伽利略时空’内两观测者在相对运动下同时观测到运动质点 (实现 ‘伽利略变换’) 之充要条件为“两观测者的观测矢量通过观测者之间的距离 (矢量) 构成 ‘矢量合成三角形’”。

在两观测者有相对运动 ($\vec{u} \neq 0$) 之场合下, 两观测者可以同时观测到运动质点 (实现

‘伽利略变换’), 但不可能有相同的‘观测矢量’:

$$\boxed{\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} \vec{r}(t) \\ t \end{bmatrix}, \quad \vec{u} \neq 0}$$

(一维) 伽利略时空 $[x \ t]^T$ 下之诸定义:

t' 、 t 分别为 K' 系观测者、 K 系观测者所持‘时钟’指示的‘时刻(读数)’, t' 可称为‘ K' 系时刻’, t 可称为‘ K 系时刻’。

x' 、 x 分别为 K' 系观测者、 K 系观测者所持‘量尺’指示的‘位置(读数)’, x' 可称为‘ K' 系坐标’, x 可称为‘ K 系坐标’。

$x'(t')$ 为 K' 系观测者在时刻 t' 观测到运动质点所处的 K' 系内位置。有时为了简化书写, 省略括号中的 t' , 即将 $x'(t')$ 简写为 x' 。 $x(t)$ 为 K 系观测者在时刻 t 观测到运动质点所处的 K 系内位置。有时为了简化书写, 省略括号中的 t , 即将 $x(t)$ 简写为 x 。

$[x'(t') \ t']^T$ 为 K' 系观测者在时刻 t' 对运动质点 $x'(t')$ 的“观测矢量”, 即“ K' 系时空点”。函数 $x'(t')$ 为“ K' 系时空轨迹”。

$[x(t) \ t]^T$ 为 K 系观测者在时刻 t 对运动质点 $x(t)$ 的“观测矢量”, 即“ K 系时空点”。函数 $x(t)$ 为“ K 系时空轨迹”。

(三维) 伽利略时空 $[\vec{r} \ t]^T$ 内, 在以上各项定义中: 将 x 换为 \vec{r} , x' 换为 \vec{r}' 。

二、“洛伦兹变换”(Lorentz Transformation) 之导出

人们采用多种方法推导“洛伦兹变换”, 这里我们仅列举其中一种具有代表性的推导“洛伦兹变换”的方法。

(1) 在 $t' = t = 0$ 时, 两参考系 (K' 系与 K 系) 相重合 ($x' = x = 0$)。在 t' , $t \geq 0$ 时, K' 系相对于 K 系沿 $x(x')$ 轴做速度为 u 的平移运动。两观测者持有一样的‘时钟’与一样的‘量尺’。时空变换的空间变换式为 $x' = k(x - ut)$ 。

(2) 将方程 $x = k(x' + ut')$ 视为方程 $x' = k(x - ut)$ 的‘逆变换式’, 引入数学模型, 藉以使

时空变换满足“相对性原理”。

(3) 设：在 K' 系观测者与 K 系观测者重合点 ($t' = t = 0, x' = x = 0$) 发出一道闪光。光照点在 K' 系与 K 系内的传播分别表为方程 $x' = ct'$ 与 $x = ct$ (c 为真空中光传播速率)。在数学模型中引入方程 $x' = ct'$ 与 $x = ct$ ，藉以使时空变换能满足“光速不变原理”。

这样，“洛伦兹变换”的炮制者综合上述三项条件，预设一个含四个变量 x, x', t, t' 的线性方程组 — 预设方程组 (A)：

$$\begin{array}{l}
 \text{定义在“伽利略时空”内} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x' = k(x - ut) \\ x = k(x' + ut') \end{array} \right. \\
 \text{定义在“闵可夫斯基时空”内} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = ct \\ x' = ct' \end{array} \right.
 \end{array} \quad (A)$$

预设方程组 (A) 中，方程组 $\{x' = k(x - ut), x = k(x' + ut')\}$ 定义在“伽利略时空”内，其中的时间 (t, t') 是‘绝对的’ (不具有排它性)： $\{t \equiv t'\} \Leftrightarrow \{\forall t = t'\} \Leftrightarrow \{\forall t\} \Leftrightarrow \{\forall t'\}$ ，而方程组 $\{x = ct, x' = ct'\}$ 定义在“闵可夫斯基时空”内，其中的时间 (t, t') 是‘相对的’ (具有排它性)。所以，预设方程组 (A) 应准确地表为如下形式：

$$\begin{array}{l}
 \text{定义在“伽利略时空”内} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x' = k(x - ut) \\ x = k(x' + ut') \\ t \equiv t' (\forall t = t') \end{array} \right. \\
 \text{定义在“闵可夫斯基时空”内} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xi = c\tau \\ \xi' = c\tau' \end{array} \right.
 \end{array} \quad (A)$$

很明显，这种逻辑上不自洽的预设方程组 (A) 是不可以联立求解的。

可是，“洛伦兹变换”的炮制者却无视这种情况，竟然非法‘求解’这种‘不可联立求解’的方程组 (A)，得出“洛伦兹因子” $k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$ ，从而得出：

$$\text{“洛伦兹变换”} \left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \end{array} \right.$$

可以发现，“洛伦兹变换”的这个表达式并不是最终的表达形式，它仍然还是一组方程，还须进一步化简，使之成为最终表达式 — “两观测者观测矢量之间的变换关系式”。

为此，将这组方程换写为：

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = k(x - ut) = kx - kut \\ t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = k \left(t - \frac{ux}{c^2} \right) = -\frac{ku}{c^2}x + kt \end{array} \right.$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kx - kut \\ -\frac{ku}{c^2}x + kt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & -ku \\ -\frac{ku}{c^2} & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & -ku \\ -\frac{ku}{c^2} & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} k & -ku \\ -\frac{ku}{c^2} & k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(k^2 - \frac{k^2 u^2}{c^2} \right) \cdot \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = k^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right) \cdot \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = k^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right) \cdot \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - \frac{u^2}{c^2}} \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right) \cdot \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} \quad (\text{“恒等变换”}) \quad (\text{Identical Transformation})$$

“恒等变换” $\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}$ 违反“伽利略时空公理” $\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}$ ，故在“伽利略时空”内

不成立。因此，“洛伦兹变换” $\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \end{array} \right.$ 为“恒等变换”，在“伽利略时空”内不成立，故“洛伦兹变换”在数学上与物理上均不成立。

三、“洛伦兹变换”之真相

(一) 求解预设方程组 (A) 的方法 (1)

预设方程组 (A) 为:

$$\begin{array}{l}
 \text{定义在“伽利略时空”内} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x' = k(x - ut) \\ x = k(x' + ut') \end{array} \right. \\
 \text{定义在“闵可夫斯基时空”内} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = ct \\ x' = ct' \end{array} \right.
 \end{array} \quad (A)$$

预设方程组 (A) 应准确地表为如下形式:

$$\begin{array}{l}
 \text{定义在“伽利略时空”内} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x' = k(x - ut) \\ x = k(x' + ut') \\ t \equiv t' (\forall t = t') \end{array} \right. \\
 \text{定义在“闵可夫斯基时空”内} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xi = c\tau \\ \xi' = c\tau' \end{array} \right.
 \end{array} \quad (A)$$

预设方程组 (A) 中方程组 $\{x' = k(x - ut), x = k(x' + ut')\}$ 定义在“伽利略时空”内, 其中的时间 (t, t') 是‘绝对的’(不具有排它性): $\{t \equiv t'\} \Leftrightarrow \{\forall t = t'\} \Leftrightarrow \{\forall t\} \Leftrightarrow \{\forall t'\}$, 而方程组 $\{\xi = c\tau, \xi' = c\tau'\}$ 定义在“闵可夫斯基时空”内, 其中的时间 (τ, τ') 是‘相对的’(具有排它性)。很明显, 这种逻辑上不自洽的预设方程组 (A) 是不可以联立求解的。

为了能够联立求解预设方程组 (A), 预设方程组 (A) 内的全部方程就必须定义于同一‘时空’内。我们将全部方程置于“伽利略时空”内。伽利略时空 $[\vec{r} \quad t]^T$ 的一个重要性质是‘时间 t ’不具有‘排它性’, 即‘时间 t ’是绝对的: $t \equiv t'$

这样, 预设方程组 (A) 就应当表为:

$$\begin{cases} x' = k(x - ut) \\ x = k(x' + ut') \\ x = ct \\ x' = ct' \\ t \equiv t' \Leftrightarrow \forall t = t' \end{cases} \quad (\text{A})$$

解:

从方程组 $\{x' = k(x - ut), x = k(x' + ut')\}$ 得:

$$x'x = k^2(x - ut)(x' + ut') = k^2(x'x + xut' - x'ut - u^2tt')$$

于是有:

$$\begin{cases} k^2 = \frac{x'x}{x'x + u(xt' - x't) - u^2tt'} \\ \frac{x}{t} = \frac{x'}{t'} = c \\ t \equiv t' \Leftrightarrow \forall t = t' \end{cases} \quad (\text{A})$$

$$\begin{cases} k^2 = \frac{x'x}{x'x + u(xt' - x't) - u^2tt'} \\ \left\{ \forall t = t' : \frac{x}{t} = \frac{x'}{t'} = c \right\} \Rightarrow \left\{ \frac{x}{t} = \frac{x'}{t'} \Leftrightarrow u \equiv 0 \right\} \Leftrightarrow \{xt' - x't = 0 \Leftrightarrow u \equiv 0\} \end{cases}$$

将 $x = ct, x' = ct'$ 代入 $k^2 = \frac{x'x}{x'x + u(xt' - x't) - u^2tt'}$ 并考虑到 $xt' - x't = 0$, 得:

$$k^2 = \frac{c^2}{c^2 - u^2}, \quad u \equiv 0$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad u \equiv 0 \quad !!!$$

然后将 $\left(k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, u \equiv 0 \right)$ 代入方程组 $\{x' = k(x - ut), x = k(x' + ut')\}$, 得:

$$t' = k \left(\frac{x}{k^2 u} - \frac{x - ut}{u} \right) = k \left[t + \frac{x}{u} \left(\frac{1 - k^2}{k^2} \right) \right] = k \left(t - \frac{ux}{c^2} \right)$$

$$t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad u \equiv 0$$

从而得：

$$\text{“洛伦兹变换”} \left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \\ t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \\ u \equiv 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \{x' = x, \quad t' = t, \quad u \equiv 0\}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} \quad (\text{“恒等变换”})$$

“恒等变换” $\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}$ 违反“伽利略时空公理” $\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}$ ，在“伽利略时空”内不

成立，故“洛伦兹变换” $\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \\ t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \\ u \equiv 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}$ (“恒等

变换”) 违反“伽利略时空公理”，在“伽利略时空”内不成立。因此，“洛伦兹变换”在数学上与物理上均不成立。

这样，我们可得以下结论：在数学上、在物理上以及在自然界，根本就不存在“洛伦

兹变换” $\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \\ t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \end{array} \right\}$ ，它不过是仅存在于其‘泡制者’意识中的一个

逻辑上混乱不堪的‘虚无幻影’而已。“洛伦兹变换”没有任何数学物理意义。依赖于“洛伦兹变换”，以“洛伦兹变换”为基础，或利用其结论进行任何研究与探讨，都只能得出荒谬的结果。

(二) 求解预设方程组 (A) 的方法 (2)

预设方程组 (A) 为：

$$\begin{cases} x' = k(x - ut) \\ x = k(x' + ut') \\ x = ct \\ x' = ct' \\ t \equiv t' \Leftrightarrow \forall t = t' \end{cases} \quad (\text{A})$$

解:

从方程组 $\{x' = k(x - ut), x = k(x' + ut')\}$ 得:

$$\begin{aligned} \frac{x'}{x - ut} &= \frac{x}{x' + ut'} \\ x'(x' + ut') &= x(x - ut) \\ x'^2 - x^2 &= -(x't' + xt)u \end{aligned}$$

从方程组 $\{\forall t = t': x = ct, x' = ct'\}$ 得: $\{t = t', x = x'\}$

将 $\{t = t', x = x'\}$ 代入 $x'^2 - x^2 = -(x't' + xt)u$, 得:

$$u \equiv 0$$

于是, 预设方程组 (A) 为:

$$\begin{cases} u \equiv 0 \\ x' = kx \\ x = kx' \\ x = ct \\ x' = ct' \\ t \equiv t' \Leftrightarrow \forall t = t' \end{cases} \quad (\text{A})$$

$$\begin{cases} k = 1, u \equiv 0 \quad \left(k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, u \equiv 0 \right) \\ \frac{x'}{t'} = \frac{x}{t} = c \\ t \equiv t' \Leftrightarrow \forall t = t' \end{cases} \quad (\text{A})$$

预设方程组 (A) 的解为: $\left\{ \forall t = t' : \frac{x'}{t'} = \frac{x}{t} = c \right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}$ (“恒等变换”)

“恒等变换” $\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}$ 违反“伽利略时空公理” $\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}$, 在“伽利略时空”内不成立。

四、 $x = ct$ 在“洛伦兹变换” $\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \end{array} \right\}$ 下的“不变性”

(A) $x = ct$ 在“洛伦兹变换”下的‘正变换’——

(1) 将 $x = ct$ 代入时间变换式 $t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$, 得:

$$t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{t - \frac{uct}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{t - \frac{u}{c}t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = t \sqrt{\frac{c-u}{c+u}}$$

由于‘伽利略时空’内‘时间 t ’是‘绝对的’: $t \equiv t' (\forall t = t')$, 故有: $t = t' \sqrt{\frac{c+u}{c-u}}$

(2) 将 $x = ct$ 及 $t = t' \sqrt{\frac{c+u}{c-u}}$ 代入空间变换式 $x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$, 得:

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{ct - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \sqrt{\frac{c-u}{c+u}} ct = \sqrt{\frac{c-u}{c+u}} \times ct' \sqrt{\frac{c+u}{c-u}} = ct'$$

$x = ct$ 至 $x' = ct'$ 的正变换流程示于图 2。

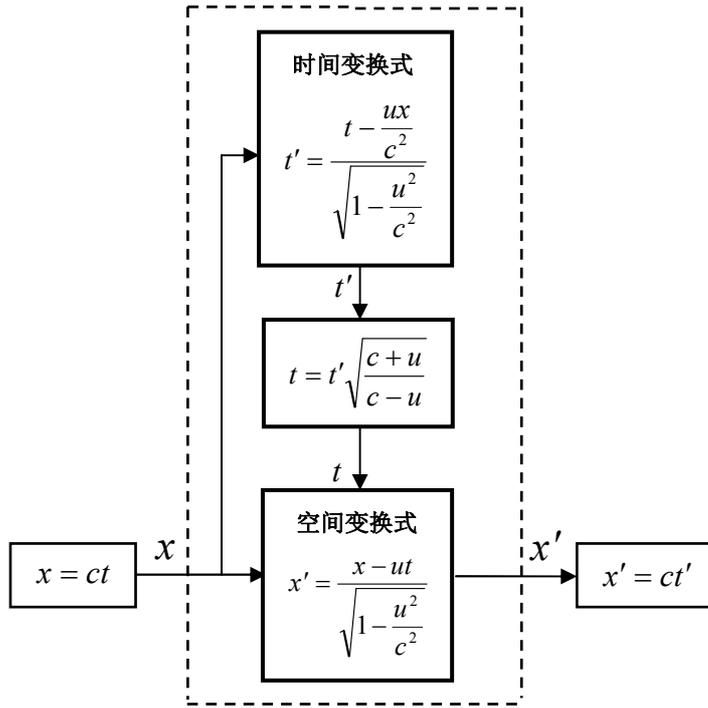


图 2 $x = ct$ 至 $x' = ct'$ 的正变换流程

(B) $x = ct$ 在“洛伦兹变换”下的‘逆变换’——

(1) 将 $x' = ct'$ 代入 (逆) 时间变换式 $t = \frac{t' + \frac{ux'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$, 得:

$$t = \frac{t' + \frac{ux'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{t' + \frac{uct'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{t' + \frac{u}{c}t'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = t' \sqrt{\frac{c+u}{c-u}}$$

由于‘伽利略时空’内‘时间 t ’是‘绝对的’: $t' \equiv t (\forall t = t':)$, 故有: $t' = t \sqrt{\frac{c-u}{c+u}}$

(2) 将 $x' = ct'$ 及 $t' = t \sqrt{\frac{c-u}{c+u}}$ 代入 (逆) 空间变换式 $x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$, 得:

$$x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{ct' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{c+u}{\sqrt{c^2 - u^2}} ct' = \sqrt{\frac{c+u}{c-u}} \times ct \sqrt{\frac{c-u}{c+u}} = ct$$

$x' = ct'$ 至 $x = ct$ 的逆变换流程示于图 2a。

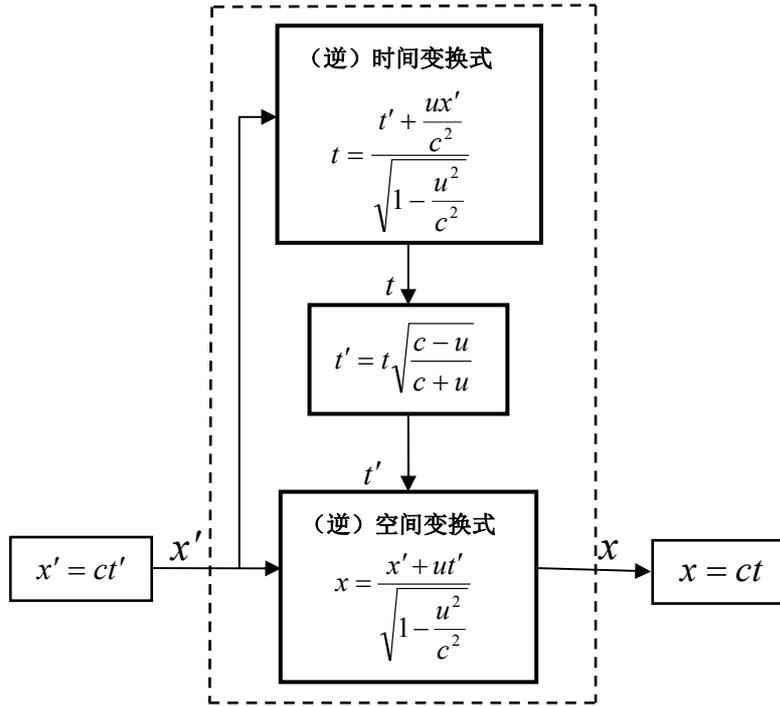


图 2a $x' = ct'$ 至 $x = ct$ 的逆变换流程

从“洛伦兹变换”的正变换流程与逆变换流程可得：

$$\begin{aligned}
 \text{“洛伦兹变换”} & \left\{ \forall t = t' : x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right\} \\
 & \Leftrightarrow \left\{ t \equiv t' : x = ct, x' = ct', t = t' \sqrt{\frac{c+u}{c-u}} \right\} \\
 & \Leftrightarrow \left\{ \forall t = t' : \frac{x}{t} = \frac{x'}{t'} = c, u \equiv 0 \right\} \\
 & \Rightarrow \left\{ \forall t = t' : \frac{x}{t} = \frac{x'}{t'} \right\} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} \Leftrightarrow \overline{\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}} \neq \overline{\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}}
 \end{aligned}$$

结论：“洛伦兹变换” $\left\{ \forall t = t' : x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right\}$ 违反“伽利略时空公理”

$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}$ ，在“伽利略时空”内不成立，故“洛伦兹变换”在数学上与物理上均不成立。

“洛伦兹变换” $\left\{ \forall t = t' : \frac{x}{t} = \frac{x'}{t'} = c, u \equiv 0 \right\}$ 示于图 3。

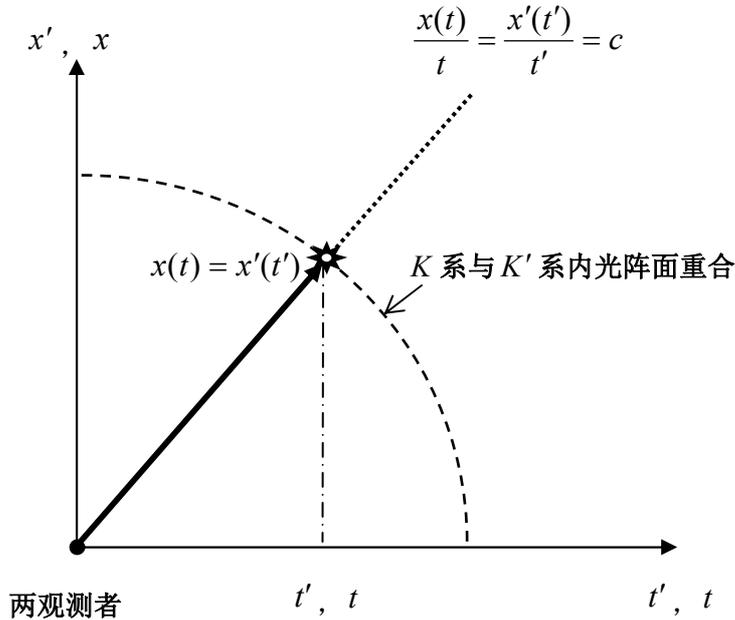


图 3 两观测者的观测矢量 $[x(t) = ct \quad t]^T$ 与 $[x'(t') = ct' \quad t']^T$

可以看到，图 3 中 $\frac{x(t)}{t} = \frac{x'(t')}{t'} = c$ ，即“两直线相重合” $\{x - ct \equiv x' - ct' = 0\}$ 。

对于任何时刻 ($\forall t = t'$) 都有 $x(t) = x'(t')$ 。这就是说，在每时每刻 ($\forall t = t'$) K 系观测者与 K' 系观测者同时观测到光照点处于同一坐标 $x(t) = x'(t')$ 。也就是说， K 系观测者与 K' 系观测者之间始终没有相对运动 ($u \equiv 0$)，即两观测者始终停留在两观测者重合点，在每时每刻 ($\forall t = t'$) 同时观测到光照点处于同一坐标 $x(t) = x'(t')$ 。这显然违背“两观测者有相对运动”之物理事实。

将图 3 描述的情况示于图 4。

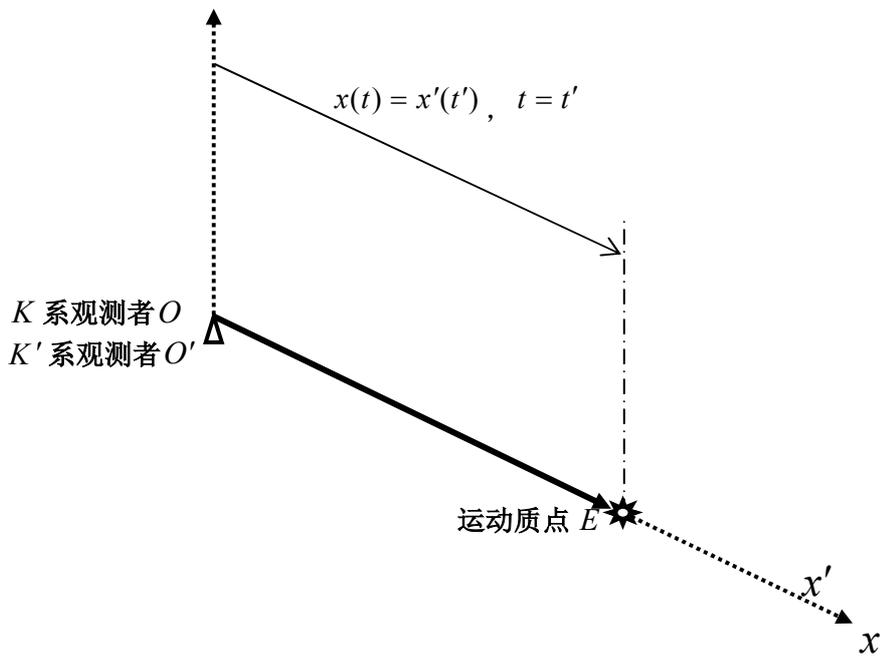


图 4 两观测者无相对运动下在同一时刻 $t = t'$ 观测到运动质点

图 4 所示‘两观测者观测矢量相重合’之情况为 $\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}$ ，违反“伽利略时空公理”

$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}$ ，故图 4 的这种情况在“伽利略时空”内是不成立的。

五、关于“洛伦兹变换”的预设方程组

(一) 方程 $x' = k(x - ut)$

在 $t' = t = 0$ 时， K' 系观测者与 K 系观测者重合 ($x' = x = 0$)。在 t' ， $t \geq 0$ 时， K' 系相对于 K 系沿 $x(x')$ 轴做速度为 u 的平移运动。为了使‘时空变换’能刻画“ K' 系观测者对于 K 系观测者沿 $x(x')$ 轴始终有相对运动”之物理事实，在预设方程组中必须引入带有前提条件 $u > 0$ 的方程 $x' = k(x - ut)$ ， $u > 0$ 。

但是，“洛伦兹变换”的炮制者却丢失了方程 $x' = k(x - ut)$ 的前提条件 $u > 0$ 。缺失了前提条件 $u > 0$ 的方程 $x' = k(x - ut)$ 就不能确保‘时空变换’符合“ K' 系观测者与 K 系观测者始终有速度为‘ $u > 0$ ’的相对运动”之客观事实。因此，在预设方程组中必须引入方程“ $x' = k(x - ut)$ ， $u > 0$ ”，而不应是方程 $x' = k(x - ut)$ 。

(二) 方程 $x = ct$ 与 $x' = ct'$

“洛伦兹变换”的炮制者为了使‘时空变换’满足“光速不变原理”，根据‘闵可夫斯基时空’内质点运动的“时空间隔不变性”定律，引入方程 $x = ct$ 与 $x' = ct'$ 。

实际上，“‘闵可夫斯基时空’内质点运动满足‘时空间隔不变性’”等同于‘伽利略时空’内约束条件 $x = x'$ 下的“光速不变性”定律：

$\{x - ct \equiv x' - ct' = 0\} \Leftrightarrow \{t \equiv t', x = ct, x' = ct'\} \Leftrightarrow \{x = x', x = ct, x' = ct'\}$
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> (闵可夫斯基时空) (伽利略时空) </div>

若按以上(一)、(二)两节所述之要求对预设方程组(A)进行修改，则预设方程组(A)相应地变为如下的预设方程组(AA)：

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = k(x - ut), u > 0 \\ x = k(x' + ut') \\ x = ct \\ x' = ct' \\ x = x' \end{array} \right. \quad (\text{AA})$$

预设方程组(AA)中，方程组 $\{x = x', x = ct, x' = ct'\} \Rightarrow \{x' = x, t' = t\}$ ，而 $\{x' = x, t' = t\}$ 要求方程组 $\{x' = k(x - ut), x = k(x' + ut')\}$ 中的相对速度 u 必为‘ $u \equiv 0$ ’，才能使这个方程组 $\{x' = k(x - ut), x = k(x' + ut')\}$ 与方程组 $\{x = x', x = ct, x' = ct'\}$ 互相兼容，而这却有悖于方程 $x' = k(x - ut)$ 的前提条件‘ $u > 0$ ’。所以，实际上，预设方程组(AA)是一个‘无解’的方程组。

由此证明，在‘两观测者有相对运动 ($u > 0$)’之场合下，‘闵可夫斯基时空’内质点运动满足“时空间隔不变性”，是一个伪命题。也就是说，对于‘两观测者有相对运动 ($u > 0$)’之场合，‘闵可夫斯基时空’内质点运动满足“时空间隔不变性”，是一个无效的 (Invalid) 命题。



六、伽利略-周方变换 (Galilean-Zhou Transformation) 之导出 (A)

(1) 根据“运动观测定律” (Law of Motion Observation), 有:

$$t \equiv t' : \vec{r}(t) = \vec{r}'(t) + \vec{u}t \quad (\text{矢量合成三角形})$$

$$\frac{\vec{r}(t)}{t} = \frac{\vec{r}'(t) + \vec{u}t}{t}$$

$$\forall t = t' : \frac{\vec{r}(t)}{t} = \frac{\vec{r}'(t') + \vec{u}t'}{t'}$$

$$\begin{bmatrix} \vec{r}(t) \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') + \vec{u}t' \\ t' \end{bmatrix} \quad (\text{伽利略变换})$$



$$\begin{bmatrix} \vec{r}(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') + \vec{u}t' \\ t' \end{bmatrix}$$

‘一维时空’ 场合下:

$$\begin{bmatrix} x(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'(t') + ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

(2) 在 t' , $t \geq 0$ 时, K' 系相对于 K 系沿 $x(x')$ 轴正方向做速度为 u 的平移运动, 故 K' 系对 K 系产生‘多普勒效应’ (“红移”) (Doppler Effect: Redshift), 因此, 有:

$$t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t'$$

(3) 根据“光传播定律” (Law of Light Propagation), 有:

$$\boxed{[\vec{r}(\lambda t), \lambda t]^T = \lambda [\vec{r}(t), t]^T}$$

‘一维时空’ 场合下: $[x(\lambda t), \lambda t]^T = \lambda [x(t), t]^T$

从 (1) 与 (2) 得:

$$\begin{bmatrix} x(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'(t') + ut' \\ t' \end{bmatrix} \text{ 及 } t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t'$$

将 $t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t'$ 代入 $\begin{bmatrix} x(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'(t') + ut' \\ t' \end{bmatrix}$, 并考虑到“光传播定律”, 得:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\left(\left(1 + \frac{u}{c}\right)t'\right) \\ \left(1 + \frac{u}{c}\right)t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right) \begin{bmatrix} x(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right) \begin{bmatrix} x'(t') + ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

即得出伽利略-周方变换:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right) \begin{bmatrix} x'(t') + ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

逆变换式为:

$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t) - ut \\ t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x - ut \\ t \end{bmatrix}$$

逆变换式:

$$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right) \begin{bmatrix} x' + ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

或表为:

$$\begin{cases} x'(t') = \frac{x(t) - ut}{1 + \frac{u}{c}} \\ t' = \frac{t}{1 + \frac{u}{c}} \end{cases}$$

伽利略-周方变换的“速度变换式”——

将 $t' = \frac{t}{1 + \frac{u}{c}}$ 代入 $x'(t') = \frac{x(t) - ut}{1 + \frac{u}{c}}$:

$$x'\left(\frac{t}{1 + \frac{u}{c}}\right) = x\left(\frac{t}{1 + \frac{u}{c}}\right) - u \frac{t}{1 + \frac{u}{c}}$$

$$x'(t') = x(t') - ut'$$

$$\forall t = t': x(t) = x'(t') + ut'$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{dx'(t')}{dt'} + u$$

$$\forall t = t' : \frac{dx(t)}{dt} = \frac{dx'(t')}{dt'} + u \quad (\text{矢量合成三角形})$$

(三维) 伽利略时空 $[\vec{r}, t]^T$ 内的伽利略-周方变换称为“(一般) 伽利略-周方变换”

(General Galilean-Zhou Transformation), 表为:

$$\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \vec{r}(t) - \vec{u}t \\ t \end{bmatrix}$$

或表为:

$$\begin{cases} \vec{r}'(t') = \frac{\vec{r}(t) - \vec{u}t}{1 + \frac{|\vec{u}|}{c}} \\ t' = \frac{t}{1 + \frac{|\vec{u}|}{c}} \end{cases}$$

七、伽利略-周方变换 (Galilean-Zhou Transformation) 之导出 (B)

(一) 方程 $x' = k(x - ut)$

在 $t' = t = 0$ 时, K' 系观测者与 K 系观测者重合 ($x' = x = 0$)。在 $t', t \geq 0$ 时, K' 系相对于 K 系沿 $x(x')$ 轴做速度为 u 的平移运动。为了使“时空变换”能描述“ K' 系观测者对 K 系观测者沿 $x(x')$ 轴始终有相对运动”之物理事实, 在预设方程组中必须引入方程 $x' = k(x - ut)$, $u > 0$ 。

实际上, 方程 $x' = k(x - ut)$, $u > 0$ 是形式上已确定, 而系数 k 为待定的“空间变换式”。

(二) 空间变换式与时间变换式

要使函数 $x' = k(x - ut)$ 与函数 $x = k'(x' + ut')$ 成为“正变换”与“逆变换”, 系数 k 与 k' 之间必存在一定的关系。此外, 由于函数 $x' = k(x - ut)$ 及其逆函数 $x = k'(x' + ut')$ 中既含有空间变量 x, x' , 还含有时间变量 t, t' , 故“正变换”、“逆变换”中应当有空间变量 x 与 x' 之间的关系式 (空间变换式) 与时间变量 t 与 t' 之间的关系式 (时间变换式)。

方程 $x' = k(x - ut)$, $u > 0$ 是形式上已确定, 而系数 k 为待定的“空间变换式”, 我们必须找到与之相匹配的“时间变换式”。

下面我们找出对于方程 $x' = k(x - ut)$ 而言, 其“正变换”与“逆变换”应具有的形式。

设有如下方程组:

$$\begin{cases} x' = k(x - ut) \\ x = k'(x' + ut') \end{cases}$$

函数 $x' = k(x - ut)$ 的逆函数为: $x = \frac{x'}{k} + ut$

应有: $\frac{x'}{k} + ut \equiv k'(x' + ut')$

$$k'x' - \frac{x'}{k} \equiv ut - k'ut'$$

$$kk'x' - x' \equiv kut - kk'ut'$$

$$(kk' - 1)x' \equiv ku(t - k't')$$

为了使方程 $x = k(x' + ut')$ 与方程 $x' = k(x - ut)$ 成为‘正函数’与‘逆函数’, 充要条件为 $\{kk' - 1 = 0$ 及 $t - k't' = 0\}$, 即: $\left\{k' = \frac{1}{k} \text{ 及 } t' = \frac{1}{k'}t\right\}$, 即: $\left\{k' = \frac{1}{k} \text{ 及 } t' = kt\right\}$ 。

因此, 对于方程 $x' = k(x - ut)$ 而言, “正变换”与“逆变换”必为互相等价的‘两组’方程:

$$\begin{cases} \text{空间变换式 } x' = k(x - ut) \\ \text{时间变换式 } t' = kt \end{cases} \quad \begin{cases} \text{空间变换式 } x = \frac{1}{k}(x' + ut') \\ \text{时间变换式 } t = \frac{1}{k}t' \end{cases}$$

验证:

$$\begin{cases} \text{“正变换”}: \{x' = k(x - ut); t' = kt\} \Leftrightarrow \{x' = kx - ut'; t' = kt\} \\ \text{“逆变换”}: \left\{x = \frac{1}{k}(x' + ut'); t = \frac{1}{k}t'\right\} \Leftrightarrow \left\{kx = x' + ut'; t = \frac{1}{k}t'\right\} \\ \Leftrightarrow \{x' = kx - ut'; t' = kt\} \\ \therefore \{x' = k(x - ut); t' = kt\} \Leftrightarrow \left\{x = \frac{1}{k}(x' + ut'); t = \frac{1}{k}t'\right\} \end{cases}$$

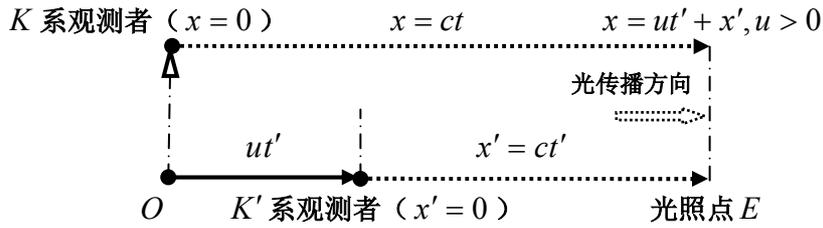


图 6 ‘伽利略时空’内约束条件 $x = ut' + x'$ 下的“光速不变性”定律

参看图 6: 在 $t' = t = 0$ 时, K' 系观测者与 K 系观测者重合, 在 $t', t \geq 0$ 时, K' 系观测者对 K 系观测者沿 $x(x')$ 轴正方向做速度为 u 的相对运动。在时刻 $t' = t = 0$, 从 K' 系观测者 ($x' = 0$) (所持‘光源’) 发出一道闪光。在时刻 $t', t \geq 0$ 时, 光照点为点 E 。此时, K' 系观测者观测到光照点 E , 光照点 E (被 K 系观测者观测到的运动质点) 的 K 系位置为 $(ut' + x')$ 。由于光的传播速率 (c) 为有限值, 所以, 始终停留在 K' 系观测者掠过之点的 K 系观测者不能与他前方的 K' 系观测者同时观测到光照点 E , 而只能在滞后于时刻 t' 的时刻 $t = t' + \frac{ut'}{c} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t'$ 观测到光照点。根据“光传播定律”, 在时刻 t , 光照点 (被 K

系观测者观测到的运动质点) 的 K 系位置由 $(ut' + x')$ 增大至 $x(t) = \left(1 + \frac{u}{c}\right)(ut' + x')$ 。

图 6 表示 ‘伽利略时空’内约束条件 $x = ut' + x'$ 下的“光速不变性”定律:

$$\{\forall t = t' > 0: x - ct \equiv ut' + (x' - ct') = 0\} \Leftrightarrow \{x = ct, x' = ct', x = ut' + x'\}$$

‘伽利略时空’内约束条件 $x = ut' + x'$ 下的“光速不变性”定律等同于方程组 $x = ct$, $x' = ct'$ 与 $x = ut' + x'$ 。所以, 应当引入方程组 $\{x = ct, x' = ct', x = ut' + x'\}$ 。

(四) 建立“伽利略-周方变换”

按以上 (一)、(二)、(三) 三节所述之要求, 建立如下的‘全部方程都定义在伽利略时空内’的预设方程组(B):

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = k(x - ut), \quad u > 0 \\ t' = kt \\ x = ct \\ x' = ct' \\ x = ut' + x', \quad u > 0 \\ t \equiv t' \Leftrightarrow \forall t = t' \end{array} \right. \quad (\text{B})$$

很容易解出这个方程组：

将 $x = ct$ 与 $x' = ct'$ 代入 $x = ut' + x'$ ，得：

$$ct = ut' + ct'$$

$$t = \frac{c+u}{c} t'$$

由于“伽利略时空”内时间 t 是‘绝对的’： $t \equiv t'$ ，故有：

$$t' = \frac{c}{c+u} t = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}} t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t$$

将 $t' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t$ 与预设方程组 (B) 中的时间变换式 $t' = kt$ 相比较，得待定系数 $k = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1}$ 。

将 $k = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1}$ 代入时空变换式：

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = k(x - ut), \quad u > 0 \\ t' = kt \end{array} \right.$$

即得出伽利略-周方变换：

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x - ut \\ t \end{bmatrix} \quad u > 0$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x - ut \\ t \end{bmatrix} & u > 0 \\ \text{逆变换式:} \\ \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right) \begin{bmatrix} x' + ut' \\ t' \end{bmatrix} & u > 0 \end{cases}$$

或表为:

$$\begin{cases} x'(t') = \frac{x(t) - ut}{1 + \frac{u}{c}} \\ t' = \frac{t}{1 + \frac{u}{c}} \end{cases}$$

八、“伽利略-周方变换”之性质

(A) 伽利略-周方变换之‘正变换’——

将 $x = ct$ 代入伽利略-周方变换 $\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x - ut \\ t \end{bmatrix}$, 得:

$$\begin{cases} x' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} (x - ut) = \frac{c}{c+u} (c-u)t \\ t' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t \end{cases}$$

由于‘伽利略时空’内时间 t 是‘绝对的’: $t \equiv t'$, 故有: $t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t'$, 从而得:

$$x' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} (x - ut) = \frac{c}{c+u} (c-u)t = \frac{c}{c+u} (c-u) \frac{c+u}{c} t' = (c-u)t'$$

$x = ct$ 至 $x' = (c - u)t'$ 的正变换流程示于 图 7。

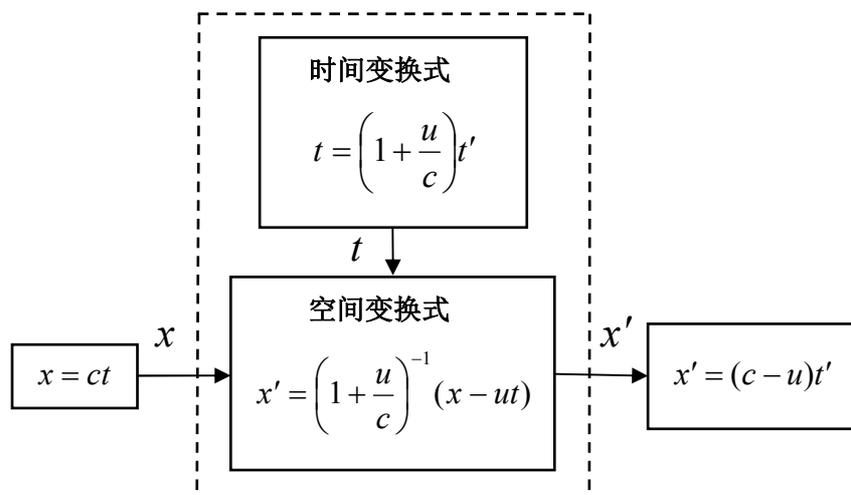


图 7 $x = ct$ 至 $x' = (c - u)t'$ 的正变换流程

(B) 伽利略-周方变换之‘逆变换’——

将 $x' = (c - u)t'$ 代入 (逆) 空间变换式 $\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{u}{c} \\ \frac{u}{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' + ut' \\ t' \end{bmatrix}$, 得:

$$\begin{cases} x = \left(1 + \frac{u}{c}\right)(x' + ut') = \frac{c+u}{c}[(c-u)t' + ut'] = \frac{c+u}{c}ct' \\ t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t' \end{cases}$$

由于‘伽利略时空’内时间 t 是‘绝对的’: $t' \equiv t$, 故有: $t' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1}t$, 从而得:

$$x = \left(1 + \frac{u}{c}\right)(x' + ut') = \frac{c+u}{c}[(c-u)t' + ut'] = \frac{c+u}{c}ct' = \frac{c+u}{c}c \frac{c}{c+u}t = ct$$

$x' = (c - u)t'$ 至 $x = ct$ 的逆变换流程示于 图 7a。

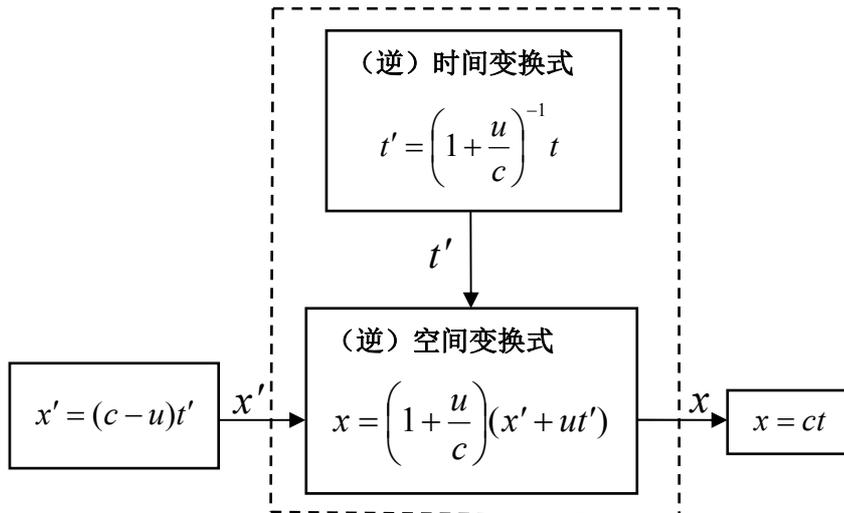


图 7a $x' = (c-u)t'$ 至 $x = ct$ 的逆变换流程

“伽利略-周方变换” $\left\{ x = ct, x' = (c-u)t', t' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t \right\}$ 示于图 8。

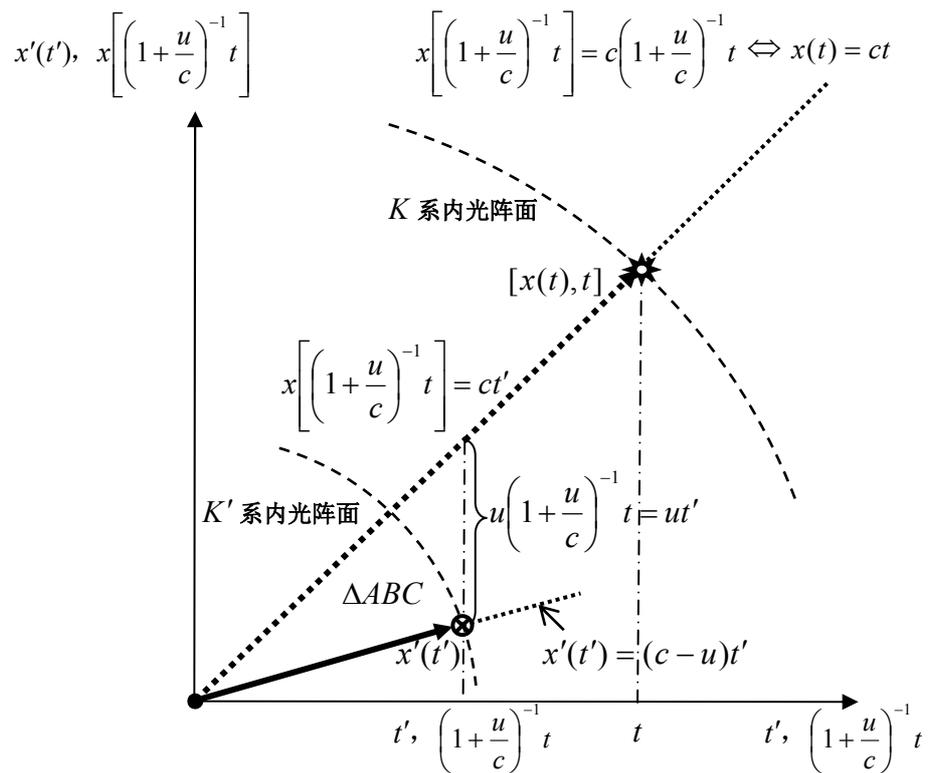


图 8 两观测者的观测矢量 $[x(t) = ct \quad t]^T$ 与 $[x'(t') = (c-u)t' \quad t']^T$

从图 8 可知，在每时每刻 $t' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t$ ，两观测者同时观测到运动质点，此时有： K'

系观测者的观测矢量 $\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix}$ 与 K 系观测者的观测矢量 $\begin{bmatrix} x \left[\left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t \right] \\ \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix}$ 通过两观测者之间

的距离 $u \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t = ut'$ 构成 ‘矢量合成三角形 ΔABC ’，故 “伽利略-周方变换”

$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t) - ut \\ t \end{bmatrix}$ 满足 “运动观测定律”。

参看图 8，“伽利略-周方变换” $\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t) - ut \\ t \end{bmatrix}$ 就是 ‘两观测者有相

对运动且真空中光传播速率为有限值’ 场合下在每个时刻 $t' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t$ 下的 “伽利略变换”：

$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \left[\left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t \right] - u \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t \\ \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix}$$

可换写为伽利略时空 $[\vec{r}, t]^T$ 内的（一般）伽利略-周方变换：

$$\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r} \left[\left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1} t \right] - \vec{u} \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1} t \\ \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix}$$

逆变换为：

$$\begin{bmatrix} \vec{r}(t) \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}' \left[\left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right) t' \right] + \vec{u} \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right) t' \\ \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right) t' \end{bmatrix}$$

由此可见，“伽利略-周方变换” 其实就是在 ‘两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值’ 场合下，因 ‘多普勒效应’ 导致两参考系之间 ‘时空度规’ 发生变动而在每时每刻 $t' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t$ 下都形成的 “伽利略变换”（“两观测者同时观测到运动质点”）。

图 8 反映的物理过程是：“ K' 系观测者对 K 系观测者沿 $x(x')$ 轴正方向做速度为 u 的

相对运动，在不同时刻 $t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t'$ 先后观测到运动质点”，示于图 9。

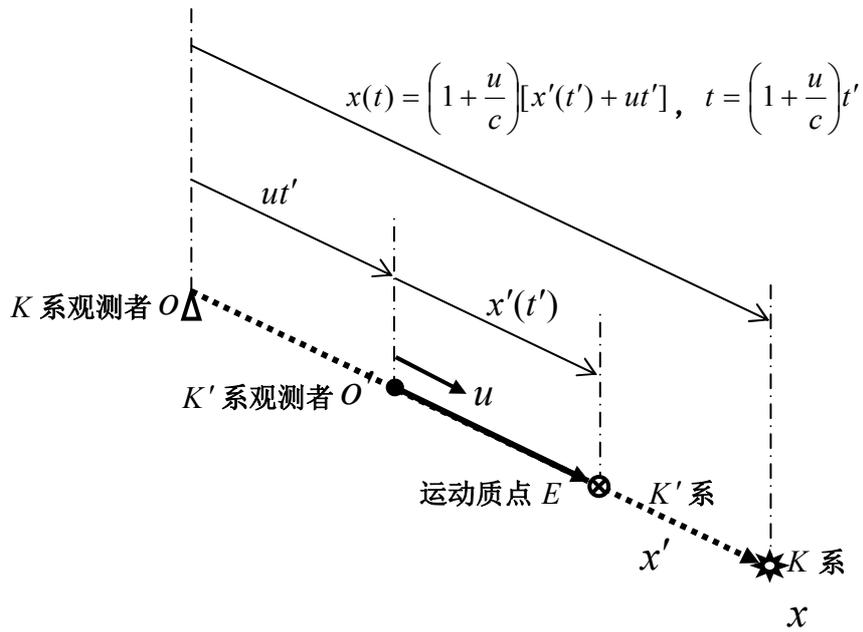


图 9 两观测者有相对运动 (u) 下在不同时刻 $t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t'$ 观测到运动质点

“伽利略-周方变换”满足“相对性原理”：

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x - ut \\ t \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x' = k(x - ut) \\ t' = kt \end{cases}$$

式中 $k = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1}$

逆变换为：

$$\begin{cases} kx - kut = x' \\ 0x + kt = t' \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} k & -ku \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\begin{bmatrix} x' & -ku \\ t' & k \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} k & -ku \\ 0 & k \end{bmatrix}} = \frac{1}{k}(x' + ut') \\ t = \frac{\begin{bmatrix} k & x' \\ 0 & t' \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} k & -ku \\ 0 & k \end{bmatrix}} = \frac{1}{k}t' \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{k}(x' + ut') \\ t = \frac{1}{k}t' \end{array} \right.$$

$$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \frac{1}{k} \begin{bmatrix} x' + ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right) \begin{bmatrix} x' + ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

“伽利略-周方变换” 计算示例（一维时空）

对于 ‘一维时空’ 场合， K' 系与 K 系之间的关系示于图 10。

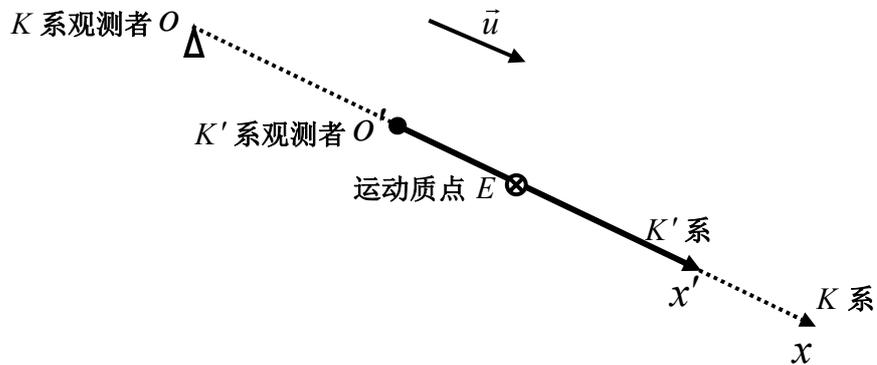


图 10 K' 系与 K 系之间的关系

伽利略-周方变换 $\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right) \begin{bmatrix} x'(t') + ut' \\ t' \end{bmatrix}$ 的 K' 系时空点与 K 系时空点示于图 11。

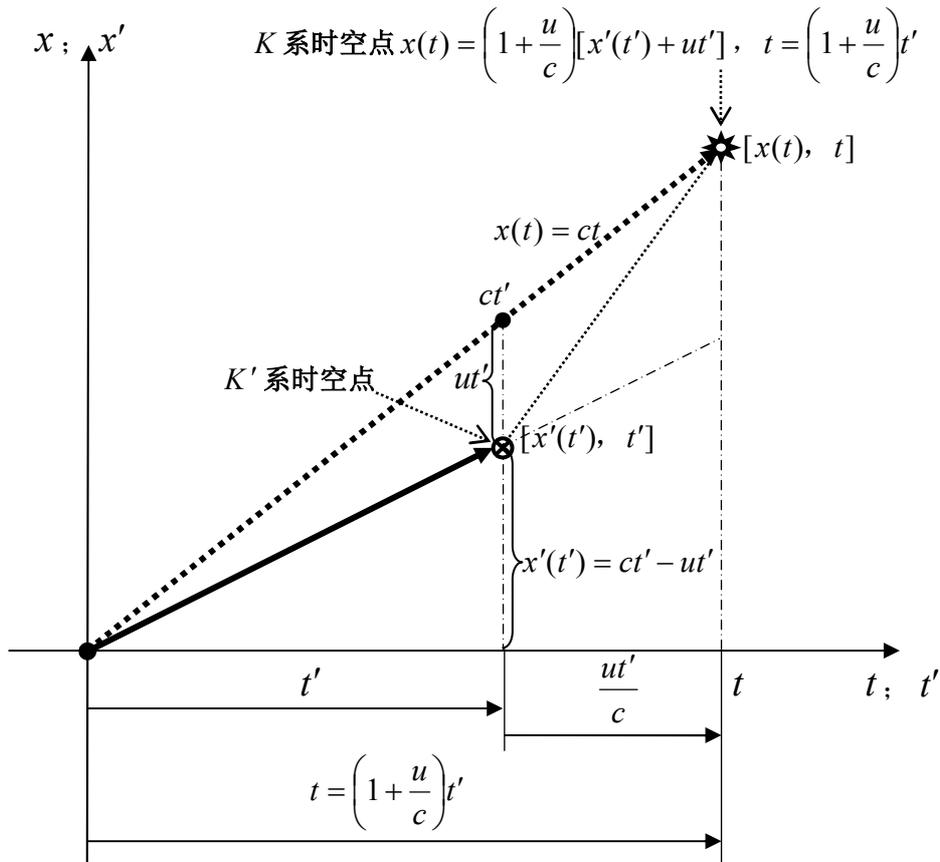


图 11 在 x 轴方向上伽利略-周方变换的 K' 系时空点与 K 系时空点

解读图 11 : (参看图 8、图 9)

- (1) “在 t' , $t \geq 0$ 时, K' 系相对于 K 系沿 $x(x')$ 轴正方向做速度为 u 的平移运动”。
- (2) 在时刻 t' , 光照点 (运动质点) 的 K' 系位置为 $x'(t') = (c - u)t'$, 而此时 K' 系观测者的 K 系位置为 ut' , 故光照点 (运动质点) 的 $t-t$ 系位置为 $x'(t') + ut'$ 。

若不考虑光的传播速率 (或假设光以无穷大之速率进行传播), 则在 K' 系观测者 ‘接收’ 并 ‘发出’ 运动质点信息之时刻 t' , K 系观测者可以与在他前方距离为 $x'(t')$ 的 K' 系观测者同时观测到该运动质点。可是, 因为光的传播速率为有限值, 所以 K 系观测者不能与 K' 系观测者同时观测到该运动质点, 而只能在滞后于时刻 t' 的时刻 $t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t'$ 观测到该运动质点。由于光在伽利略时空 $[\vec{r}, t]^T$ 内任意时空点 $[\vec{r}(t), t]^T$ 的 “传播时空弹性” 恒为

$$\varepsilon = \frac{d \ln |\vec{r}(t)|}{d \ln t} = 1, \text{ 故在延迟时刻 } t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t', \text{ 运动质点的 } K \text{ 系位置相应地为}$$

$$x(t) = \left(1 + \frac{u}{c}\right) [x'(t') + ut']。$$

计算结果示于图 12。

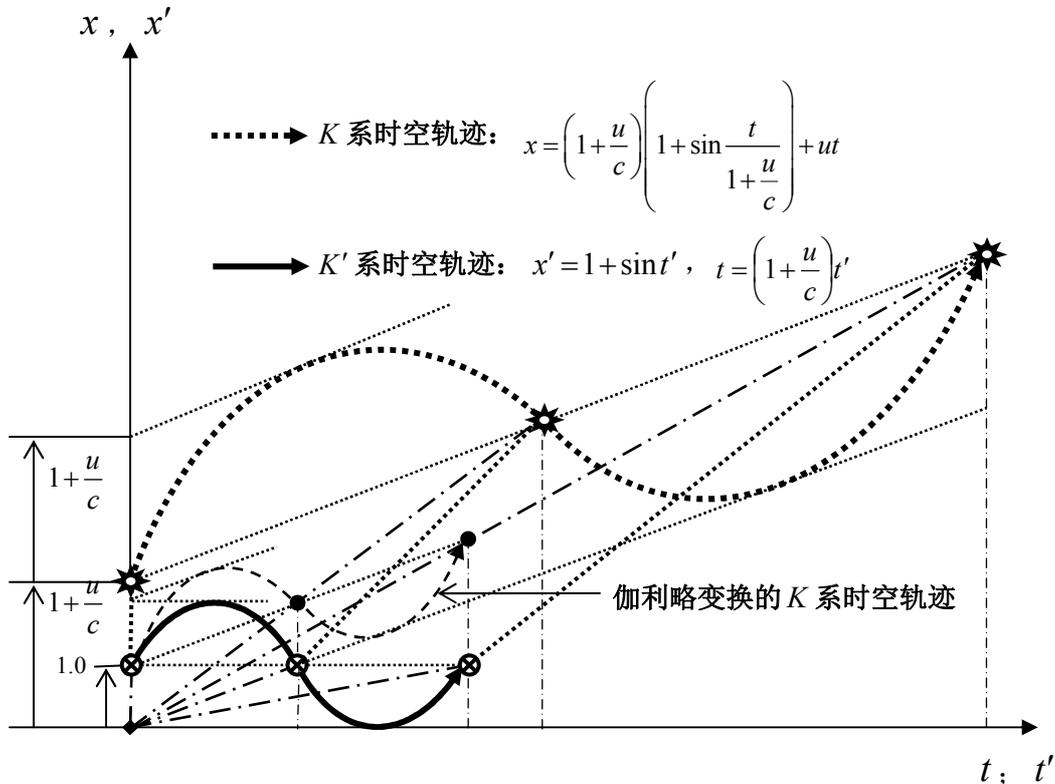


图 12 在 x 轴方向上 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹之间的‘协变’

图 11 与图 12 展示了运动质点的 K' 系时空轨迹 $x' = 1 + \sin t'$ 通过“伽利略-周方变换”

变换为 K 系时空轨迹 $x = \left(1 + \frac{u}{c}\right) \left(1 + \sin \frac{t}{1 + \frac{u}{c}}\right) + ut$ 的‘协变’情况：

(1) 由于 K' 系观测者与 K 系观测者之间有相对运动 (u) 且真空中光传播速率为有限值 (c)，因而使得从 K' 系观测者向 K 系观测者传播的波动产生‘多普勒效应’ (“红移”)。

因此，在 K 系观测者看来， K' 系中的波动变慢 $\left(1 + \frac{u}{c}\right)$ 倍 [即频率变低 $\left(1 + \frac{u}{c}\right)$ 倍]，等同于波动周期变大至 $\left(1 + \frac{u}{c}\right)$ 倍。

(2) K 系观测者的 K 系时空点 $[x(t) = ct, t]^T$ 满足‘光传播定律’：“光传播时空弹性”

为 $\varepsilon = \frac{d \ln x(t)}{d \ln t} = 1$ ，所以，在 K 系观测者看来， K' 系中的波动周期变大至 $\left(1 + \frac{u}{c}\right)$ 倍，就

使波长与振幅均变大至 $\left(1 + \frac{u}{c}\right)$ 倍。

总体情况是：在 K 系观测者看来， K' 系中的波动是：频率变低 $\left(1 + \frac{u}{c}\right)$ 倍，即周期变

大至 $\left(1 + \frac{u}{c}\right)$ 倍，致使波长及振幅均变大至 $\left(1 + \frac{u}{c}\right)$ 倍。

在两观测者相对速度为 $\vec{u} = [u \ 0 \ 0]^T = \text{const.}$ 的场合下，（一般）伽利略-周方变换的

变换方程组 $\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} \vec{r}(t) - \vec{u}t \\ t \end{bmatrix}$ 就成为以下形式的（特殊）伽利略-周方变换

(Special Galilean-Zhou Transformation):

$$\begin{cases} x = \left(1 + \frac{u}{c}\right)(x' + ut') \\ y = \left(1 + \frac{u}{c}\right)y' \\ z = \left(1 + \frac{u}{c}\right)z' \\ t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t' \end{cases} \quad \begin{cases} x' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}}(x - ut) \\ y' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}}y \\ z' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}}z \\ t' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}}t \end{cases}$$

（特殊）伽利略-周方变换下 K 系观测者的 K 系时空点（观测矢量）示于图 13、图 14。

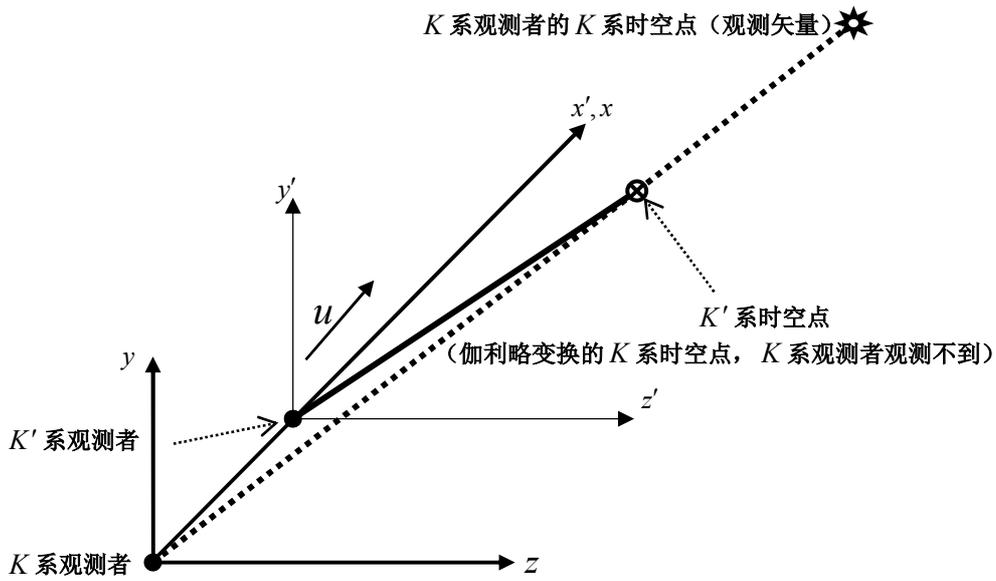


图 13 (特殊) 伽利略-周方变换下 K 系观测者的 K 系时空点 (观测矢量)

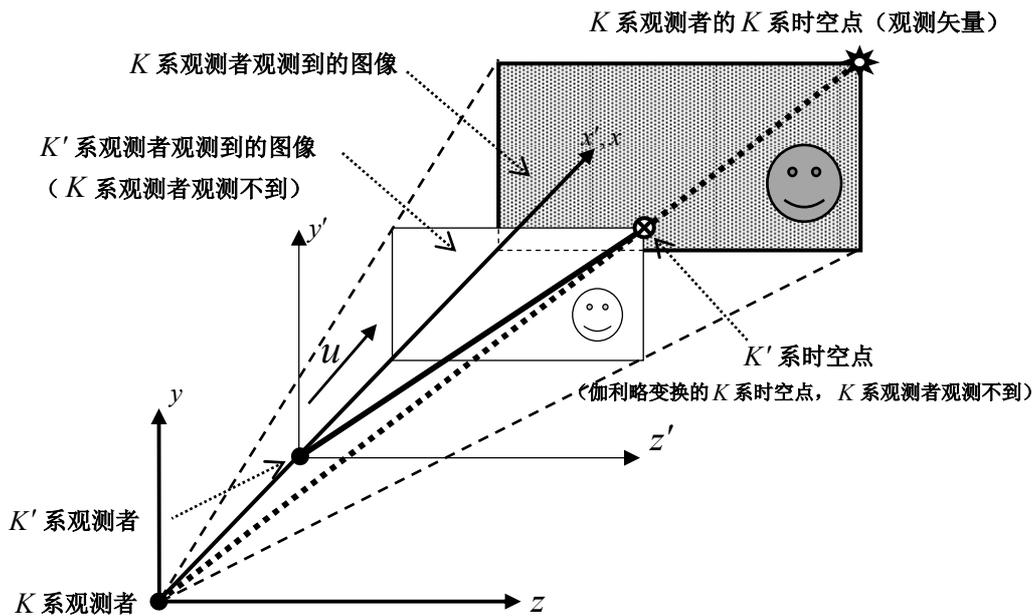


图 14 (特殊) 伽利略-周方变换下 K 系观测者的 K 系时空点 (观测矢量)

(特殊) “伽利略-周方变换” 计算示例

设: 某运动质点的 K' 系时空轨迹为 $x'(t') = 1 + \sin t'$, $y'(t') = at'^2$, $z'(t') = bt'$ 。

将 $x'(t') = 1 + \sin t'$, $y'(t') = at'^2$, $z'(t') = bt'$ 代入 (特殊) 伽利略-周方变换方程组:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \left(1 + \frac{u}{c}\right)(x' + ut') \\ y = \left(1 + \frac{u}{c}\right)y' \\ z = \left(1 + \frac{u}{c}\right)z' \\ t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t' \end{array} \right.$$

得出该运动质点的 K 系时空轨迹:

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) = \left(1 + \frac{u}{c}\right)[x'(t') + ut'] = \left(1 + \frac{u}{c}\right)(1 + \sin t' + ut') \\ \quad = \left(1 + \frac{u}{c}\right)\left(1 + \sin \frac{t}{1 + \frac{u}{c}} + u \frac{t}{1 + \frac{u}{c}}\right) = \left(1 + \frac{u}{c}\right)\left(1 + \sin \frac{t}{1 + \frac{u}{c}}\right) + ut \\ y(t) = \left(1 + \frac{u}{c}\right)at'^2 = \left(1 + \frac{u}{c}\right)at^2 \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-2} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} at^2 \\ z(t) = \left(1 + \frac{u}{c}\right)bt' = bt \\ t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t' \end{array} \right.$$

反之, 将 $x(t) = \left(1 + \frac{u}{c}\right)(1 + \sin t' + ut')$, $y(t) = \left(1 + \frac{u}{c}\right)at'^2$, $z(t) = \left(1 + \frac{u}{c}\right)bt'$ 代入“逆变换”:

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}}(x - ut) \\ y' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}}y \\ z' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}}z \\ t' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}}t \end{array} \right.$$

得出该运动质点的 K' 系时空轨迹:

$$\begin{cases} x'(t') = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} x(t) - ut' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \left(1 + \frac{u}{c}\right) (1 + \sin t' + ut') - ut' = 1 + \sin t' \\ y'(t') = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} y(t) = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \left(1 + \frac{u}{c}\right) at'^2 = at'^2 \\ z'(t') = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} z(t) = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} \left(1 + \frac{u}{c}\right) bt' = bt' \\ t' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t \end{cases}$$

计算结果 — K' 系时空轨迹 $[x'(t'), y'(t'), z'(t')]$ 与相应的 K 系时空轨迹 $[x(t), y(t), z(t)]$ — 示于图 15、图 16、图 17。

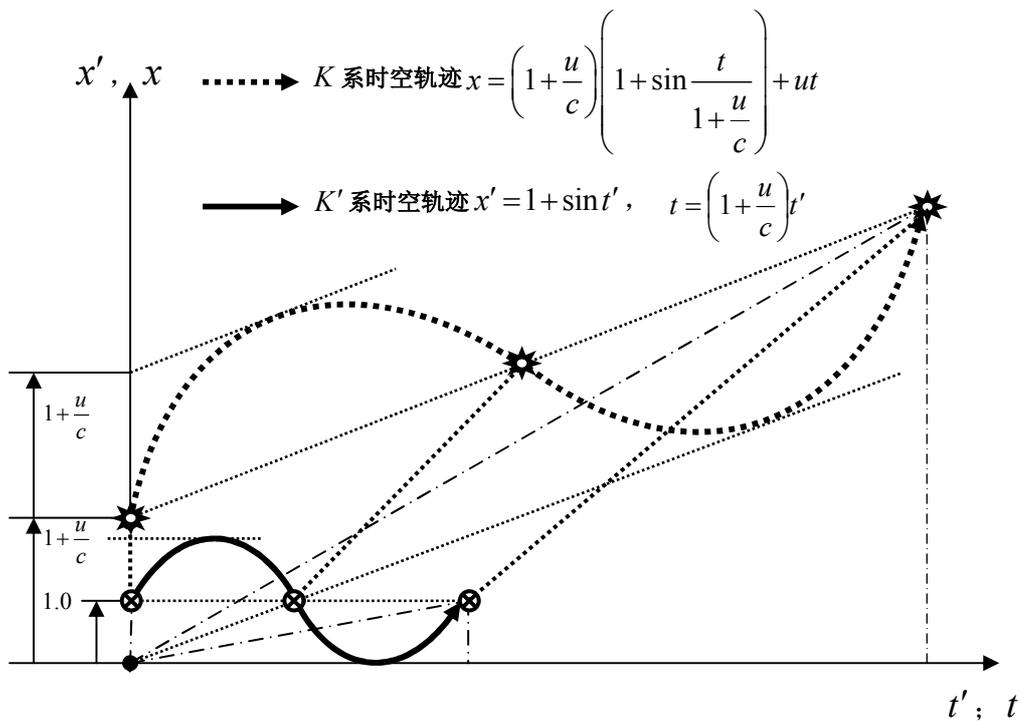


图 15 在 x 轴方向上 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹之间的‘协变’

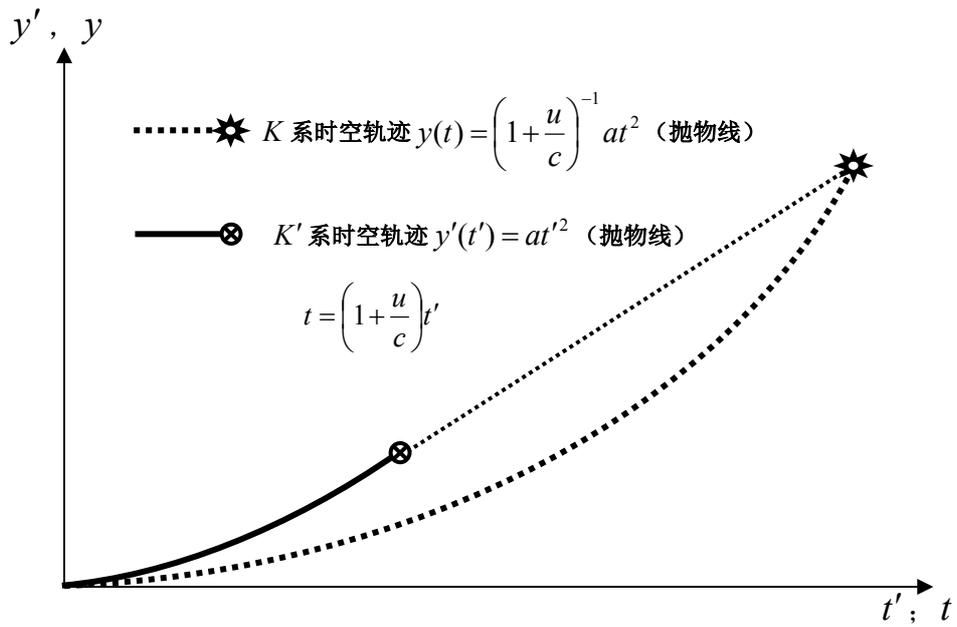


图 16 在 y 轴方向上 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹之间的‘协变’

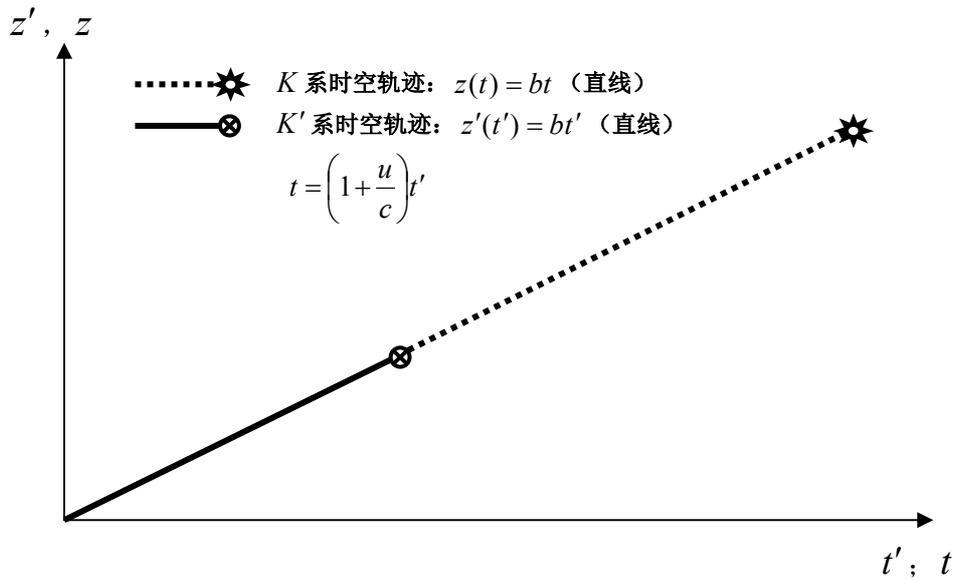


图 17 在 z 轴方向上 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹之间的‘协变’

结 论

“洛伦兹变换” (Lorentz Transformation) 的炮制者为了推导“洛伦兹变换”所设置的预设方程组在逻辑上不自洽, 是一个不可以求解的方程组。然而, 耐人寻味的是, 在数学

上表现出函数 $x = ct$ 在“洛伦兹变换” $\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \\ t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}$

(“恒等变换”) 下的‘不变性’ (Invariance) 却恰恰证明“洛伦兹变换”违反“伽利略时

空公理” (Galilean Space-Time Axiom) $\begin{bmatrix} \vec{r}(t) \\ t \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix}$ 而不被“伽利略时空”所容许,

从而在“伽利略时空”内不能成立。真可谓“成也萧何, 败也萧何”。

在‘两观测者有相对运动’之场合下, ‘闵可夫斯基时空’内质点运动必满足“时空间隔不变性”, 是一个伪命题。

“洛伦兹变换”其实是人们特意为了‘在数学上’使函数 $x = ct$ 满足“不变性 (Invariance)”而拼凑出的一个“伽利略时空”内根本就不存在的‘时空变换’。因此, 依赖于“洛伦兹变换”, 以“洛伦兹变换”为基础, 或利用其结论进行各项研究与探讨, 都不可避免得出荒谬绝伦的结果。“洛伦兹变换”没有任何物理意义及任何物理用途, 没有任何实际价值, 应立即从物理学及其它学科予以废除, 避免继续贻害现代科学。

本文首次揭示了两条重要定律: 一条是“光传播定律” (Law of Light Propagation) — 伽利略时空内任意时空点的“光传播时空弹性 (Space-Time Elasticity of Light Propagation)”恒等于 1。另一条是“运动观测定律” (Law of Motion Observation) — 在两观测者有相对运动的场合下, 伽利略时空内‘两观测者同时观测到运动质点’ (实现‘伽利略变换’) 之充要条件为“两观测者的观测矢量通过观测者之间的距离构成‘矢量合成三角形’”。在两观测者有相对运动 ($\vec{u} \neq 0$) 之场合下, 两观测者可以同时观测到运动质点 (实现‘伽利略变换’), 但不可能有相同的‘观测矢量’。这两条定律为“运动观测论”的基础定律。

我们可得到以下结论: 在“两观测者有相对运动但真空中光传播速率为无穷大”的假定条件下, 或在“两观测者的相对速度远远小于光速”的情况下, 时空变换近似地为“伽利略变换”; 在“两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值”场合下, 唯一的客观存在的时空变换为“伽利略-周方变换”。

参 考 文 献

- [1] 《狭义与广义相对论浅说》，(美) A.爱因斯坦/著 杨润殷/译 北京大学出版社 2006 年版
- [2] 《狭义相对论(第二版)》，刘辽 费保俊 张允中 编著 科学出版社 2008 年版
- [3] 《牛顿力学的新时空变换》，周 方/著 经济科学出版社 2013 年版
- [4] 《现代牛顿力学的运动观测理论—兼评狭义相对论之“洛伦兹变换”》，周 方/著 经济科学出版社 2014 年版
- [5] 《现代牛顿力学的运动观测理论—兼评狭义相对论之“洛伦兹变换”》(第二版)，周 方/著 经济科学出版社 2016 年版
- [6] 《相对运动观测理论》，周 方/著 经济科学出版社 2018 年版

作 者 简 介



周 方 男 湖南省华容县人 1932 年 9 月 28 日生于湖南省长沙市
教授、博士生导师。1950 年就读于大连工学院应用物理系，后毕业于莫斯科航空学院飞机设计与制造系。著述涉及的专业领域：航空工程、系统工程、数理经济学与经济计量学、理论物理学与运动观测论。

