Proof of infinity of twin primes and cousin primes

Доказательство бесконечности простых близнецов и двоюродных простых чисел

Султан К.С.

Абстракт: В статье приводятся доказательство бесконечности простых чисел близнецов и двоюродных простых чисел, а также доказательство верности гипотезы Полиньяка.
Ключевые слова: простые числа, близнецы, двоюродные простые, доказательство.

1 Введение

Вопрос: бесконечно ли множество «простых близнецов» — простых чисел, разность между которыми равна 2? – на которого не могут найти ответ ученые всего мира несколько столетий, является одним из известных открытых вопросов теории чисел, по-другому данную проблему называют Второй проблемой Ландау [1].

В теории чисел, Гипотеза Полиньяка (Polignac's conjecture) была высказана Альфонсом де Полиньяком в 1849 году и гласит:

Для любого положительного четного числа n существует бесконечно много простых пробелов размера n. Другими словами: существует бесконечно много случаев двух последовательных простых чисел с разницей n.

2. Матрица четных чисел

Сначала будем исследовать суммы двух нечетных чисел, для этого составим матрицу четных чисел, полученных суммированием двух чисел вида $k = 6\mathrm{n} \mp 1,\ \mathrm{n} \in \mathbb{N}$, которая показана в Таблице 1 (смотри Приложение 1). Отметим, что все простые числа больше 3 имеют вид $k = 6\mathrm{n} \mp 1$, поэтому вышеуказанная матрица содержит все четные числа представимого в виде суммы двух простых чисел, за исключением четных чисел, у которых один из слагаемых является 3.

Отметим, что множество чисел, каждый элемент которого является суммой двух чисел вида $k = 6\mathrm{n} \mp 1$, включает в себе полное множество четных чисел начиная с числа 10. Отметим, что вышеназванная матрица четных чисел, полученных суммированием двух чисел вида $k = 6\mathrm{n} \mp 1$, $\mathrm{n} \in \mathbb{N}$, содержит много копий каждого четного числа, начиная с числа 10.

Главная диагональ матрицы делит все четные числа на две одинаковые части, поэтому мы будем рассматривать четные числа, расположенные на ячейках второстепенных диагоналях, начинающихся с ячейки первого столбца матрицы (соответствующего числу 5) до главной диагонали, включая ячейку главной диагонали. Другим словами нас будет интересовать четные числа, находящийся на главной диагонали и ниже нее.

В матрице (Таблица 1) строки и столбцы, соответствующие составным нечетным числам выделены серым цветом, поэтому матрица представляет чередования светлых и темных полос. Если несколько темных полос будут расположены рядом, что соответствует большому интервалу между простыми числами, то в матрице образуются темные зоны. Четные числа, находящийся в светлых зонах, имеет представление в виде суммы двух простых чисел, а другие четные числа, находящийся в темных зонах, такого представления не имеют.

Диагональ матрицы, образуемый четными числами, которые являются суммой двух соседних нечетных чисел вида $k = 6n \mp 1$, а именно суммы двух нечетных чисел следующего вида $2m = (6n - 1) + (6n + 1)$ и $2m = (6n + 1) + (6(n + 1) - 1)$, назовем диагональ близнецов.

Конечность простых близнецов или двоюродных простых чисел означает, что все ячейки матрицы четных чисел попадающихся на диагональ близнецов должны находиться в темной зоне.

3. Доказательство

Очевидно, что главный диагональ матрицы четных чисел, где расположены четные числа равны $2m = 2(6n \mp 1)$, не может быть полностью покрыто темным цветом, поскольку все простые числа больше 3 имеет вид $p = 6n \mp 1$.

Пусть выбранное четное число $2m$ на главной диагонали является двойным простым числом $2m = 2p;\ m = p.$ В этом случае, это четное число имеет два соседних четных чисел, один из которых расположен с ним на одном столбце, но ниже него, а другое расположено на одной строке с ним, но левее него. Если будут конечным количество близнецов или двоюродных простых чисел, то оба соседа рассматриваемого четного числа, являющегося двойным простым числом $2m = 2p$, должны находиться в темной зоне. Этого быть не может, поскольку или столбец, или строка матрицы, на пересечении которых расположена двойное простое число, непременно должно быть светлыми.

Если все клетки диагонали близнецов будут находиться в темной зоне, то все клетки главной диагонали будут находиться в темной зоне, что означает конечность простых чисел. Отсюда следует, что все клетки диагонали близнецов не могут находиться в темной зоне, что является доказательством бесконечности простых близнецов и двоюродных простых чисел.

Поскольку на других диагоналях, параллельных к главной диагонали, располагаются четные числа которые является суммой двух нечетных чисел вида $k = 6n \mp 1$ и $k = 6m \mp 1$ разность которых будут увеличиваться по мере увеличения расстоянии рассматриваемого диагонали и главной диагонали, и ни в одном из таких диагонали не будут заканчиваться светлые клетки, то можно утверждать, что гипотеза Полиньяка верна и она доказана.