DEMOSTRACIÓN PITAGÓRICA DEL ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT

FEDERICO GABRIEL

Resumen. Este artículo propone una simple demostración del último teorema de Fermat con triángulos pitagóricos, aprovechando sus soluciones enteras.

Key words and phrases. Fermat, Pitágoras, último teorema de Fermat, triángulos pitagóricos, demostración.

Introducción

Como es sabido, existen infinitas soluciones enteras de la ecuación pitagórica $a^2 + b^2 = c^2$ llamadas ternas pitagóricas, como por ejemplo $(3, 4, 5)$ o $(5, 12, 13)$, y en estas demostraciones haremos uso de las mismas. Las soluciones tienen la forma $\left(p^2 - q^2, 2pq, p^2 + q^2\right)$ para $p > q \in \mathbb{Z}^+$.

Teorema. *Último teorema de Fermat: $a^n + b^n = c^n$ no tiene soluciones enteras si $n > 2$.*

Demostración. El último teorema de Fermat puede escribirse como

$$\left(a^{\frac{n}{2}}\right)^2 + \left(b^{\frac{n}{2}}\right)^2 = \left(c^{\frac{n}{2}}\right)^2 \tag{0.1}$$

Asumiendo que $(a^{\frac{n}{2}}, b^{\frac{n}{2}}, c^{\frac{n}{2}})$ es una solución en enteros positivos, entonces la misma es una terna pitagórica. Por lo tanto,

$$\begin{cases} a^{\frac{n}{2}} = k(p^2 - q^2) \\ b^{\frac{n}{2}} = k2pq \\ c^{\frac{n}{2}} = k(p^2 + q^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \left[k(p^2 - q^2)\right]^{\frac{2}{n}} \\ b = (k2pq)^{\frac{2}{n}} \\ c = \left[k(p^2 + q^2)\right]^{\frac{2}{n}} \end{cases} \tag{0.2}$$

con $n \in \mathbb{Z}^+ > 2$ y $k \in \mathbb{Z}^+$.

Para que la terna (a, b, c) sea entera, entonces debe ser otra terna pitagórica, pero de acuerdo con la forma de las mismas y las soluciones de la ec. (0.2) para $n > 2$, se demuestra que UTF no tiene soluciones enteras. □

E-mail address: federicogabriel@gmail.com