

Числофизика: ДУХИ в теоретической физике и в мире чисел (Numberphysics: SPIRITS in theoretical physics and in the world of numbers)

Александр Васильевич Исаев
(Alexander Vasilievich Isaev)

Abstract

В теоретической физике есть так называемые дү хи Фаддеева-Попова – фиктивные поля и соответствующие им частицы. Духи – это объекты, весьма непростые с точки зрения их физики-математики: «Духи играют непосредственную роль в вибрациях (квантовой) струны. Пространства материи и Духов не независимы, но тончайшим образом переплетаются.» Именно эти слова меня зацепили, и я «вдруг» ясно понял, что в мире чисел духов «отражают», «моделируют» экзочисла (вещественные числа от 0 до 1) и проточисла (вещественные числа от 1 до $e = 2,718\dots$), и эти бесконечные множества «тончайшим образом переплетаются» с обычными числами (бесконечные вещественные числа, начиная с числа $e = 2,718\dots$). То есть мир чисел как бы «подтверждает» («подсказывает») нам, что пресловутые духи (как их понимают физики-теоретики) действительно тончайшим образом связаны с материальным миром, доступным человеку в его ощущениях. И именно указанная тончайшая связь придаёт наивысшую красоту, гармонию миру чисел и физической картине всего Мироздания.

In theoretical physics, there are the so-called Faddeev-Popov spirits - fictitious fields and their corresponding particles. Spirits are objects that are very difficult from the point of view of their physics and mathematics: "Spirits play a direct role in the vibrations of the (quantum) string. The spaces of matter and Spirits are not independent, but are intertwined in the most subtle way. " It was these words that hooked me, and I "suddenly" clearly understood that in the world of numbers, spirits "reflect", "model" ex-numbers (real numbers from 0 to 1) and proto-numbers (real numbers from 1 to $e = 2.718 \dots$), and these infinite sets are "intricately intertwined" with ordinary numbers (infinite real numbers, starting with the number $e = 2.718 \dots$). That is, the world of numbers, as it were, "confirms" ("prompts") us that the notorious spirits (as they are understood by theoretical physicists) are really in the subtlest way connected with the material world, accessible to a person in his sensations. And it is precisely this subtlest connection that gives the highest beauty, harmony to the world of numbers and the physical picture of the entire Universe.

В теоретической физике есть так называемые *духи Фаддеева-Попова* – фиктивные поля и соответствующие им частицы. Духи – это объекты, весьма непростые с точки зрения их физики-математики. Но ниже приводится статья, в которой академик Людвиг Фаддеев (23 марта 1934 – 26 февраля 2017, Санкт-Петербург) сам рассказывает про духов языком, понятным широкой публике. Поэтому лично я не берусь рассуждать про духов (из физики). Однако мне также встретилось и такое любопытное утверждение специалистов по теории *суперструн* в части возможного «поведения» духов (которое возникает в ряде случаев): «Духи играют непосредственную роль в вибрациях струны. *Пространства материи и Духов не независимы, но тончайшим образом переплетаются.*» Именно эти слова меня зацепили, и я «вдруг» ясно понял, что в мире чисел духов «отражают», «моделируют» *экзочисла* (вещественные числа от 0 до 1) и *проточисла* (вещественные числа от 1 до $e = 2,718\dots$), и эти бесконечные множества «тончайшим образом переплетаются» с *обычными* числами (бесконечные вещественные числа, начиная с числа $e = 2,718\dots$).

Более того, теперь я предполагаю, что большая часть общеизвестной *теории чисел* (сложный и обширный раздел высшей математики) также посвящена описанию именно... *тончайших связей* экзочисел и проточисел с обычными числами. То есть мир чисел как бы «подтверждает» (и даже «подсказывает») нам, что пресловутые духи (как их понимают физики-теоретики) действительно тончайшим образом связаны с материальным миром, доступным человеку в его ощущениях. И именно указанная *тончайшая связь* придаёт наивысшую красоту, гармонию миру чисел и физической картине всего Мироздания.

О г л а в л е н и е

1. Основы науки... упрощаются.....	3
2. Духи в теоретической физике	8
3. Сингулярность в виртуальной космологии	14
4. Ипостаси мира чисел	17
5. Духи в виртуальной космологии	20
6. Дзета-функция – связь Духов с реальностью	21
7. Дзета-функция и... размерность пространства	23
8. Связь Духов с реальностью (разное)	26
9. «Время» в виртуальной космологии	28
Приложение:	
Парадокс отрицательных вероятностей	32

1. Основы науки... упрощаются

В этой главе я буду выборочно цитировать статью Александра Механика (<http://www.inno.ru/press/articles/document27655>), в которой приведено интервью с Людвигом Фаддеевым – известным российским физиком-теоретиком и математиком, академиком РАН. При этом я буду выделять отдельные фрагменты текста *жирным курсивом* – это важные аргументы, подкрепляющие, как мне кажется, «легитимность» моей теории – *виртуальной космологии*. Этой же цели служит и мой текст внутри цитируемой статьи [**этот текст зеленого цвета и я заключил его в квадратные скобки**]. Итак, далее идет статья Механика.

«Давнишний спор ученых о том, что важнее – математическая строгость или физический смысл, корректно решенное уравнение или интуитивное понимание природного явления, продолжался весь XX век, но в какое-то время стало казаться, что побеждают в нем физики: Эйнштейн как создатель специальной и общей теории относительности больше известен обывателю, чем Пуанкаре или Гильберт; Шредингер популярнее Вейля, а Ландау – Боголюбова. Но в последние десятилетия ситуация стала меняться: оказалось, что *удачные математические приёмы имеют не просто техническое значение, но глубокий физический смысл*. [*Моя теория-гипотеза – виртуальная космология – идет ещё дальше, ибо утверждает, что весь мир чисел имеет «не просто техническое значение» (в виде общеизвестной теории чисел), но и «глубокий физический смысл» (в виде моей гипотезы) – это, вероятно, некое «зеркало» Вселенной, а, точнее говоря, простейшая математическая модель реального пространства-времени (его важнейших аспектов). Ещё 2,5 тысячи лет назад одним из первых на это указал великий Пифагор, и сейчас, вероятно, пришла пора вернуться к идеям Пифагора с позиций современной физики и математики.*] *Математическая интуиция при решении все более усложняющихся физических задач может оказаться важнее физической*. И это вызывало заметное раздражение многих великих физиков. Во второй половине XX века появилось *новое поколение ученых, которых уже нельзя назвать чистыми физиками или математиками*. Людвиг Фаддеев принадлежит к их числу. Окончив *физический* факультет Ленинградского уни-

верситета [ЛГУ, 1956 год], он получил всемирную известность как человек, решивший совместно со своим учеником Виктором Поповым сложнейшие *математические* проблемы теории Янга-Миллса, которые в дальнейшем легли в основу *теории суперструн*. Эффекты, которые были обнаружены, получили название «духи Фаддеева-Попова» и под этим названием вошли во все современные учебники теоретической физики. Фаддеев убежден, что как физика решила все теоретические проблемы химии, тем самым «закрыв» химию, так и *математика позволит создать «единую теорию всего» и «закроет» физику*. Взгляд достаточно радикальный, но авторитетный.

Работы Фаддеева получили всемирное признание. По индексу цитируемости он первый, причем с большим отрывом, в президиуме Академии наук России, членом которой он является с 1976 года. Фаддеев – автор более чем двухсот научных работ и пяти монографий, главные из которых относятся к вопросам квантовой механики и квантовой теории поля. Лауреат Государственных премий СССР и России, награжден орденами СССР и России, медалью Макса Планка, иностранный член академий США, Франции, Швеции. Кроме того, Людвиг Фаддеев – основатель и многолетний руководитель *Международного математического института* имени Эйлера в Санкт-Петербурге, академик-секретарь отделения математических наук РАН. [Далее автор указанной статьи (Александр Механик) задает вопросы, а академик Фаддеев на них отвечает.]

– Известный американский физик Юджин Вигнер одну из своих статей назвал *«Непостижимая эффективность математики в естественных науках»*. Нет ли у вас ощущения, что математика теперь порождает «чудовищ», которые человечество не способно оценить? Как писал тот же Вигнер, *уравнения квантовой теории можно уподобить прорицанию оракула. Однако человеческий разум не в силах понять, о чем вещает оракул*.

– Я знаю эту статью и думаю, что ее заглавие выражает определенное раздражение физика тем, что ему приходится пользоваться математикой.

– Вы считаете, что именно раздражение?

– Дело в том, что довольно долго сообщество математиков и сообщество физиков в XX веке были разделены. *Придумали квантовую*

механику в двадцатых годах. Математические вопросы этой теории математики знали, а физики с ними знакомы не были. Гейзенберг был совершенно гениальным человеком, но не знал теории матриц. Дирак, английский гений, создал свою математику, у него даже обозначения были свои. Но были люди, которые смогли понять квантовую механику с точки зрения известной математики. Одним из них был Герман Вейль. Он объяснил Шредингеру, как решать уравнение Шредингера. Хотя до последнего времени роль Вейля в физических учебниках истории науки была совершенно не отражена. Это была своеобразная демонстрация взаимной неприязни физиков и математиков.

Гильберт как-то сказал, что физика слишком трудна для физиков, и физики, конечно, были раздражены. Ландау все время говорил: подумаешь, что такое математики, их надо в отдел спорта перевести. Когда Николай Боголюбов, великий математик, разработал теорию сверхтекучести, ее математическое обоснование (сейчас это называют теорией бозе-газа), Ландау сначала не верил. Даже в учебнике было написано, что это неправильная работа. Потом работа оказалась правильной, но Боголюбов был обижен.

В моем поколении противоречия между физиками и математиками сгладились, а сейчас их вообще нет. По моему мнению, чем больше физика использует математику, тем более фундаментальной она становится. А в квантовой теории математика – единственный адекватный язык, без него квантовую механику не сформулируешь. Нам предлагают картину атома водорода – электрон вращается вокруг ядра, – но все это наивно. А на самом деле *единственная последовательная теория электрона, одного электрона, – это уравнение Шредингера во внешнем поле. В общем, только математика.*

Можно сказать, что математика – это шестое чувство. У электрона нет ни цвета, ни запаха. И его можно почувствовать только с помощью формул. Тогда в чем же состоит различие между математиком и физиком? Оно состоит в различной форме интуиции. У физиков главную роль играет физический смысл. У Ландау это было очень четко. Нильс Бор тоже так считал. А я говорю, что все-таки *математическая элегантность, строгость, но строгость не в том*

смысле, как при формальном доказательстве теоремы, а именно логическая строгость – это будущее фундаментальной науки.

– А как состыковать физическую интуицию и математическую строгость? Ведь некоторые физики как раз и объясняют свое недоверие к математическим сложностям тем, что они за пределами физической интуиции.

– *Нашу физическую интуицию надо расширять, включая в нее новые математические соображения, иначе на следующий этап физики не перейти.* Вот сейчас меня признают и физики, и математики. Когда я был помоложе, я менял язык в зависимости от того, с кем я говорил. С физиками я говорил на том языке, на котором им хотелось. А теперь я решил, что я сам по себе, что я буду говорить на том языке, который считаю адекватным.

– То есть на математическом языке?

– Именно так. Поясню на примере физики микромира. В XIX веке элементарными составляющими материи были атомы и молекулы. В начале прошлого века ученые поняли, что атомы имеют ядро, которое, в свою очередь, состоит из нуклонов. Эта картина замечательно подтверждается в экспериментах. Но теперь мы считаем, что *нуклоны состоят из кварков, которые нельзя увидеть, как свободные частицы. Это уже чисто математическая модель. И про нее иначе как на математическом языке не расскажешь.* ...

– Теория суперструн и суперсимметрий это дальнейшее продолжение ваших теоретических разработок?

– Это естественное развитие идей многих ученых, но я активно в этом не участвую. Я здесь занимаю консервативную позицию. Я помню, как мой учитель академик Фок говорил: *нельзя экстраполировать теорию на весь мир.* Я считаю, что эти струны и суперсимметрия были придуманы априорно. За последние двадцать лет у разработчиков этой теории было несколько подъемов и спусков. Сейчас они переживают трудное время. Даже есть книги, интервью телевизионные, где их ругают за отсутствие экспериментальных предсказаний. Я и к этой критике отношусь скептически, потому что считаю, что это очень интересная возможность, хотя есть другие пути для развития. *В Америке, где большевизм крепче, чем у нас,* в какой-то момент люди, кото-

рые занимались суперструнами, такую взяли силу, что молодым ученым ничем другим не давали заниматься. Сторонники этой теории обещают объединить космологию и квантовую теорию. **Но в космологии чем сейчас занимаются? Тёмная материя и тёмная энергия. Мы как бы все в супе какой-то энергии, которая с нами не взаимодействует. Это всё на каком-то наивном уровне** и никаких суперструн, конечно, не используют. Они хотели бы, но... У меня есть ученица – Ирина Арефьева, которая якобы объясняет тёмную материю при помощи струн. Не знаю, мне кажется, что это все спекулятивно. Я считаю, что **будущая единая теория объяснит вселенную другим способом**. Но пока настоящей теории, связанной с теорией тяготения, тем, что мы называем квантовой теорией тяготения Эйнштейна, не построено.

Обобщение, на которое я рассчитываю, идет не по линии Эйнштейна, который скептически оценивал квантовую механику. Эйнштейн создал то, что мы называем классической теорией тяготения, общей теорией относительности. Хотя *основные уравнения были написаны впервые не Эйнштейном, а Гильбертом, великим математиком*. Но, несмотря на все трудности создания общей теории, я верю, что удастся создать фундаментальную теорию, объясняющую все явления микро- и макромира. Знаете, **Ленин когда-то написал, что электрон неисчерпаем, как и атом, имея в виду бесконечность познания. А я считаю, что будет конец**. [Однако, насколько я понимаю, законы мира чисел всё-таки *неисчерпаемы* в том смысле, что по мере удаления правой границы отрезка (вправо от единицы) будут «зарождаются» всё новые и новые закономерности (которых не могло быть ранее – на меньших отрезках). Значит, с течением времени и во Вселенной будут «зарождаются» всё новые и новые физические законы?] Это называется, как мне недавно объяснили, *редукционизмом*, и это очень ругают. Но пусть считают, что я редукционист. Мой приговор: **когда-то основы физики будут окончательно поняты** [когда-то физики «расшифруют», о чём нам говорит мир чисел на первых, самых таинственных, интервалах $(0; 1)$ и $(1; e)$, а вот интервал $(e; \infty)$ *теория чисел* уже давно и плодотворно изучает]. **Хорошая аналогия с химией, потому что химия в этом смысле – конченная наука**. Хотя химики так не думают. Последний пример – открытие фуллеренов. Никто же не ожидал

такого красивого соединения. Но все равно в конечном счете все сводится к решению уравнения Шредингера для электронов в поле ядер. И все следует из него. Но у людей, которые занимаются теми же фуллеренами, свой комплекс. Мы говорим, что *по мере развития науки основы упрощаются* [Эти пророческие слова Фаддеева я понимаю по-своему: нет ничего проще натурального ряда (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...), но именно его «внутреннее устройство» поможет физикам «расшифровать» «устройство» реального Мироздания. Пока это пытаются сделать только моя (крайне примитивная?) *виртуальная космология*], *хотя путь от фундаментальной теории к объяснению ее следствий математически даже сложнее, чем сама теория*. А наши оппоненты говорят, что наука идет от простого к сложному. *Для математика, конечно, первая точка зрения гораздо более привлекательна.*

[Ну и ещё одна любопытная мысль Людвиг Фаддеева.] *Математики вообще трудные люди*. Вот вы на меня смотрите и думаете: нормальный человек. Возможно, вы правы, но я заканчивал физический факультет. У меня отец был профессором на математическом факультете. [Дмитрий Константинович Фаддеев (1907 – 1989) – советский математик, член-корреспондент Академии наук СССР (1964). В начале 1950-х годов был деканом мат-меха ЛГУ. Затем возглавлял Отделение математики мат-меха ЛГУ.] Поэтому я туда не пошел. И Перельман трудный человек. ...»

2. Духи в теоретической физике

Что означает термин «духи» в теоретической физике? Короткий ответ на этот вопрос уже прозвучал выше. Но мы посвятим этому отдельную главу, начиная её выдержкой из выше указанной статьи. Вот как сам «отец» пресловутых духов – Людвиг Фаддеев – объясняет термин «духи» для широкой публики: «Вы знаете, что основа взаимодействия электрически заряженных частиц – это электромагнитное поле. Для кварков аналог электромагнитного поля – это поля Янга и Миллса... Когда я вместе со своим сотрудником Виктором Поповым, занимаясь проблемой квантования поля Янга-Миллса, ввел новые переменные, которых не было в классической теории поля, их стали называть

духами. Так и осталось [духи Фаддеева-Попова]. Наш *математический трюк* позволил корректно написать континуальный интеграл — основу теоретических расчетов в Стандартной модели элементарных частиц. Когда мы с Виктором это придумали, абсолютно никому не было понятно, зачем это нужно. И в СССР я даже не пытался опубликовать статью, потому что считал, что она не будет принята в журнал. Даже позже, уже когда нам хотели присудить Государственную премию СССР, один из членов комиссии задал простой вопрос: а кто видел эти поля? И премии нам не дали. Но появился такой европейский журнал Physics Letters, куда можно было посылать только две странички. Помню, как я подбирал каждую фразу на английском. *На эту статью сейчас имеется тысячи ссылок*, в общем, она стала очень знаменитой. Признано, что *она является теоретической основой квантовой теории поля Янга и Миллса*. Янг придумал уравнения, которые были написаны для классических полей. А любой классической теории, если она удовлетворяет некоторым требованиям, можно сопоставить квантовую теорию. И вот эту *квантовую теорию* придумали мы.»

К словам Фаддеева также добавлю, что сама теория Янга-Миллса была предложена ещё в 1954 году, однако некоторое время рассматривались лишь как *математические изыски, не имеющие отношения к реальности*. Несмотря на это, именно на основе теорий Янга-Миллса в 1960-1970-х годах были созданы две краеугольные теории *Стандартной модели* в физике элементарных частиц: квантовая хромодинамика (теория сильных взаимодействий) и теория электрослабых взаимодействий.

Разумеется, не мне, инженеру-механику, рассказывать о тончайшей связи духов (из физики) с чем бы то ни было. Поэтому и далее приведу выдержки, но теперь уже из статьи Дмитрия Полякова (<http://zavtra.ru/content/view/2000-02-2282/>). Здесь выделение текста *жирным курсивом* — это моя «помощь» читателю, как и [мои пояснения в квадратных скобках]. Зеленый текст в квадратных скобках — это мои аналогии с миром чисел, т.е. это начало погружения читателя уже в мою *виртуальную космологию*. Итак, статья Полякова.

«...струна — это своего рода первичное творение в видимой Вселенной. [В мире натуральных чисел эту роль играют (обычно я говорю — «отражают») *простые числа* ($P = 2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots$, ряд этих

чисел бесконечен), они имеют только два целых делителя (1 и P). Именно из простых чисел строятся ВСЕ прочие (*составные*) числа – так гласит *основная теорема арифметики*, которую каждый из нас «проходил» в школе. А вы помните, как именно *строятся* составные числа? Загляните в Википедию.] Этот объект не материален, тем не менее, его можно представлять себе приближенно в виде некоей натянутой нити, веревки или, например, скрипичной струны, летающей в десятимерном пространстве-времени. [Кандидатов в «многомерные пространства» я также неоднократно пытался разглядеть в мире чисел. И таких «кандидатов» там много, грубо говоря, у меня просто глаза разбежались в части возможных «отражений» многомерности.]

Летая в десятимерии, этот протяженный объект испытывает так же и внутренние вибрации. Из этих-то вибраций (или октав) и происходит вся материя (и, как выяснится далее, не только материя). Т.е. всё разнообразие частиц в природе – это просто разные октавы одного и того же примордиального творения – струны. [Бесконечное разнообразие составных чисел – это всего лишь разные произведения *простых чисел* одного и того же примордиального (изначального, исконного, первозданного) творения – *канонического разложения (факторизации) составного числа*.] Хороший пример двух таких разных октав, происходящих от единой струны, – гравитация и свет (гравитоны и фотоны)... [«Хороший пример двух таких разных октав», происходящих от *простых чисел* – два бесконечных ряда чисел, имеющих по 3 и по 4 целых делителя – это два подмножества мира чисел. Количество подобных подмножеств – бесконечно.]

Итак, как же изучать такой объект, как возникают десять измерений и как найти правильную компактификацию десятимерия до нашего *четырёхмерного* мира? [В мире чисел «правильная компактификация», возможно, связана с *теоремой Лагранжа*: каждое натуральное число N есть сумма не более чем *четырёх* квадратов: $N = X^2 + Y^2 + Z^2 + t^2$, где X, Y, Z, t – некие натуральные числа.]

Не имея возможности "поймать" струну, мы идем по ее следам и исследуем ее траекторию. Подобно тому, как траектория точки – кривая линия, траектория одномерного протяженного объекта (струны) это двумерная ПОВЕРХНОСТЬ.

Таким образом, *математически теория струн – это динамика двумерных случайных поверхностей, вложенных в пространство высших измерений.*

Каждая такая поверхность называется МИРОВЫМ ЛИСТОМ.

Вообще, во Вселенной необычайно важную роль играют всевозможные симметрии.

Из симметрии той или иной физической модели часто можно сделать важнейшие выводы о ее (модели) динамике, эволюции, мутации и т.д.

В Теории Струн такой краеугольной симметрией является т.н. РЕПАРАМЕТРИЗАЦИОННАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ (или "группа диффеоморфизмов"). Инвариантность эта, говоря очень грубо и приблизительно, означает следующее. Представим себе мысленно наблюдателя, "севшего" на один из мировых листов, "заметаемых" струной. В руках у него – гибкая линейка, с помощью которой он исследует геометрические свойства поверхности Мирового Листа. Так вот – геометрические свойства поверхности, очевидно, не зависят от градуировки линейки. Независимость структуры Мирового Листа от масштаба "линейки" и называется Репараметризационной Инвариантностью (или ***R-инвариантностью***).

При кажущейся простоте этот принцип приводит к крайне важным последствиям. Прежде всего, справедлив ли он на квантовом уровне?

В классической физике, как я сказал, его справедливость вполне ясна. Но на малых расстояниях законы классической физики неприменимы, т.к. начинает работать Принцип Неопределенности Гейзенберга, т.е. квантовые эффекты. И вот, оказывается, что с учетом квантовых поправок Репараметризационная Инвариантность, Симметрия, дающая Вселенной жизнь, нарушается! Где же выход?

Оказывается, что существует одна-единственная возможность, при которой Принцип Гейзенберга все-таки не нарушает R-инвариантность, т.е. мироздание остается незыблемым (по крайней мере, на какой-то срок).

1) Необходимо признать, что наше пространство-время не четырехмерно (как это кажется наивному наблюдателю), но мы живем в десяти измерениях.

2) *Сохранение R-симметрии на квантовом уровне тесно связано с существованием Духов* (т.н. Духов Фаддеева-Попова). *Духи – это поля (волны, вибрации, частицы), вероятность наблюдения которых отрицательна.*

Для рационалиста это, конечно же, абсурд: ведь классическая вероятность любого события лежит всегда между 0 (когда событие наверняка не произойдет) и 1 (когда, напротив, оно произойдет наверняка). *Вероятность появления Духов, однако, отрицательна.* Таково одно из возможных определений Духов. Апофатическое определение... [Метод, заключающийся в выражении сущности Духов путем последовательного отрицания всех возможных его определений как несоизмеримых ему, познанию Духов через понимание того, чем они не является. Про отрицательную вероятность см. прилож.].

Мы познакомились с Наблюдателем, которого с линейкой сажают на Мировой Лист. И градуировка линейки, на первый взгляд, произвольна, а Мировой Лист к этому Произволу равнодушен.

Это Равнодушие (или симметрия) называется Репараметризационной Инвариантностью (R-инвариантностью, группой диффеоморфизмов).

Необходимость увязать Равнодушие с Неопределенностью приводит к выводу о десятимерности Вселенной.

На самом деле, все обстоит несколько сложнее.

С какой попало линейкой, да на Мировой Лист наблюдателя, конечно же, никто не пустит. ... ему дают Линейку раз и навсегда определенную, выверенную, неизменную на века, и с этой строжайше отобранной Единственной Линейкой допускают на Мировой Лист.

В Теории Суперструн этот ритуал называется "фиксацией калибровки".

В результате фиксации калибровки и возникают Духи Фаддеева-Попова.

Именно эти Духи и вручают Наблюдателю Линейку.

Однако выбор калибровки – это всего лишь чисто экзотерическая, полицейская функция Духов Фаддеева-Попова. Экзотерическая, продвинутая миссия этих Духов состоит в выборе правильной компактификации и, впоследствии, в порождении солитонов и Хаоса в компактифицированном мире.

Как именно это происходит – вопрос очень тонкий и до конца не ясный; я постараюсь описать этот процесс как можно короче и нагляднее, опуская, насколько возможно, технические подробности.

Во всех обзорах по Теории Суперструн имеется т.н. **Теорема об Отсутствии Духов**. Эта Теорема гласит, что Духи, хотя и определяют выбор калибровки, тем не менее, никак не влияют непосредственно на вибрации струны (вибрации, порождающие материю). Иными словами, согласно теореме, спектр струны не содержит Духов, т.е. Пространство Духов полностью отделено от эманаций материи, а Духи – не более чем артефакт [в обычном понимании – любой искусственно созданный объект, продукт человеческой деятельности] фиксации калибровки. Можно сказать, что Духи – следствие несовершенства наблюдателя, никак не связанное с динамикой струны. Это – классический результат, в ряде случаев более или менее верный. Однако **применимость этой теоремы ограничена**, т.к. все известные ее доказательства не учитывают одного крайне важного нюанса. Нюанс этот связан с т.н. "нарушением симметрии картин".

Что это такое? Рассмотрим произвольную вибрацию струны: например, эманацию [испускание] света (фотон). Оказывается, существует несколько различных способов описания этой эманации. А именно, в теории струн эманации описываются с помощью т.н. "вершинных операторов". Каждой эманации соответствует несколько предположительно эквивалентных вершинных операторов. Эти эквивалентные операторы отличаются друг от друга своими "духовыми числами", т.е. структурой Духов Фаддеева-Попова.

Каждое такое эквивалентное описание одной и той же эманации называется Картиной. Существует т.н. "conventional wisdom", настаивающая на равноценности Картин, т.е. вершинных операторов с различными духовыми числами. Это предположение известно, как "picture-changing symmetry of vertex operators".

Эта "conventional wisdom" и подразумевается молчаливо при доказательстве Теоремы об Отсутствии. Однако более внимательный анализ показывает, что этой симметрии не существует (точнее, она существует в одних случаях и нарушается в других). Из-за нарушения Симметрии Картин нарушается в ряде случаев и упомянутая выше Тео-

рема. А это значит – *Духи играют непосредственную роль в вибрациях струны, Пространства материи и Духов не независимы, но тончайшим образом переплетаются.* [Духов (из физики) в мире чисел «отражают» экзочисла и проточисла, которые также «тончайшим образом переплетаются» с обычными числами, которые «отражают» материальный мир, доступный человеку в его ощущениях. Об этом и пойдет речь в последующих главах.]

Пересечение этих пространств и играет важнейшую роль в динамической компактификации и формировании Хаоса.»

3. Сингулярность в виртуальной космологии

Космологическая сингулярность – это состояние Вселенной при её зарождении – в начальный момент так называемого *Большого Взрыва*. Возникновение этой сингулярности при продолжении назад во времени любого решения *общей теории относительности* (ОТО), описывающего динамику расширения Вселенной, было строго доказано в 1967 году Стивеном Хокингом – «оракулом» современной физики и космологии. Хокинг также он писал: «Результаты наших наблюдений подтверждают предположение о том, что Вселенная возникла в определённый момент времени. Однако сам момент начала творения, ***сингулярность, не подчиняется ни одному из известных законов физики.***» Проблема существования указанной сингулярности является одной из наиболее серьёзных проблем физической космологии. Дело в том, что никакие наши сведения о том, что произошло после Большого Взрыва, не могут дать нам никакой информации о том, что происходило до этого.

Но не всё столь безнадежно, как кажется на первый взгляд. Попытки решения проблемы существования этой сингулярности идут в нескольких направлениях: во-первых, считается, что квантовая гравитация даст описание динамики гравитационного поля, свободного от сингулярностей, во-вторых, есть мнение, что учёт квантовых эффектов в негравитационных полях может нарушить условие энергодоминантности, на котором базируется доказательство Хокинга, в-третьих, предлагаются такие модифицированные теории гравитации, в которых

сингулярность не возникает, так как предельно сжатое вещество начинает расталкиваться гравитационными силами (так называемое гравитационное отталкивание), а не притягиваться друг к другу.

Далее мы убедимся, что и в мире чисел можно обнаружить области (моменты «времени»), к которым вполне применим термин «сингулярность». А если верить виртуальной космологии, то мир чисел «отражает» космологическая сингулярность, т.е. рассказывает («подсказывает») нам нечто существенное и в данном вопросе.

Итак, выше уже говорилось, что в мире чисел *простые числа* ($P = 2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots$) – это нечто вроде *квантовых струн* в теории суперструн, или нечто вроде *преонов* в преонных моделях, или нечто такое (но непременно фундаментальное!), что ещё только предстоит придумать физикам-теоретикам. Иначе говоря, *простые числа «отражают» некое первичное творение в видимой Вселенной*. И не случайно, что общеизвестная *теория чисел* (сложный и обширный раздел высшей математики) в первую очередь изучает именно простые числа. В *теории колец* (также раздел высшей математики) простым числам соответствуют *неприводимые* элементы.

Теорема о распределении простых чисел (в натуральном ряде) – это одно из важнейших и красивейших (в своём предельном лаконизме) утверждений теории чисел. Эту теорему сформулируем так: на отрезке $[2; N]$ (то числа 2 до вещественного числа N) *количество* (K) простых чисел устремляется к следующему значению:

$$K = N/\ln N. \quad (3.1)$$

Иначе говоря, K – это (теоретический) *порядковый номер* старшего (наибольшего) простого числа на отрезке $[2; N]$. Разумеется, что *старшее* простое число на числовой оси находится слева от N (либо совпадает с N), где N – это *правая граница* отрезка, которая у нас может быть и вещественным числом, а не только целым числом.

Например (см. рис. 3.1), у простого числа **113** *реальный порядковый номер* (K_p) будет следующим: $K_p = 30$, то есть, если **2** – это первое простое число, тогда **113** – это 30-е простое число в ряду всех простых чисел (начиная с числа **2**). Однако по формуле (3.1) мы получаем $K = 23,903\dots$, а *относительная погрешность* (ОП) этого результата, очевидно, такова: $ОП = (K_p - K)/K \approx 0,255$ (то есть 25,5%), и это – макси-

мальная положительная ОП, которую дает формула (3.1). Для трех первых простых чисел **2, 3, 5** мы вообще получаем отрицательную ОП, равную соответственно: -65% , -27% , -3% .

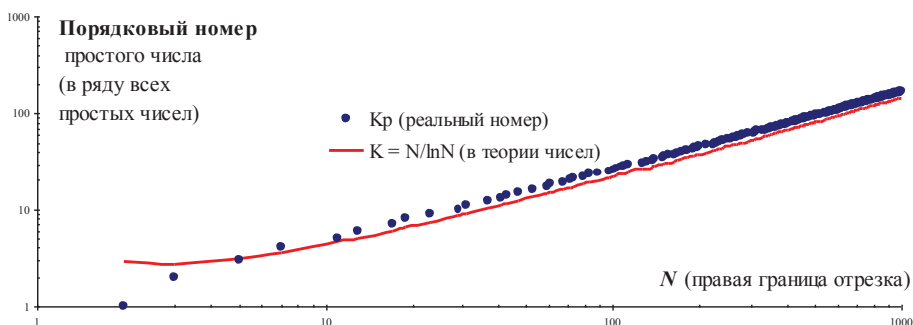


Рис. 3.1. Сингулярность – это область, где формула $K = N/\ln N$ не работает

В целом в части ОП картина такова: начиная с простого числа **7**, ОП, *вообще говоря* (бывают случаи, когда это не так), *растет* и это происходит вплоть до простого числа **113**, а вот затем ОП, вообще говоря, *убывает*. С помощью компьютера нетрудно убедиться, что когда правая граница отрезка достигает значения $N = 520000$, то относительная погрешность убывает до значения ОП $\approx 9\%$ (что, вероятно, всё ещё нельзя признать «хорошей» точностью).

Когда формула (3.1) начинает работать «точно» (разумеется, с известной долей субъективности)? То есть, когда на рис. 3.1 (на его мысленном продолжении вправо) синие точки начнут «точно» укладываться на красную линию формулы $K = N/\ln N$? Вероятно, это происходит, когда правая граница нашего отрезка $[2; M]$ достигнет так называемого **числа Скьюза** $N = e^{(e^{27/4})} = e^{(e^{6,75})} \approx e^{854} \approx 10^{371}$ – это некий Рубикон в *теории чисел* (см. мою книгу «Вселенная расширяется и набирает массу»). Любопытно, что наши обычные персональные компьютеры перестают «понимать» числа, которые больше, чем 10^{308} (при этом, скажем, программа Excel «тупо пишет» нам такое сообщение: «#ЧИСЛО!»).

Итак, «состояние» в начале нашего отрезка $[2; M]$ таково, что его нельзя описать законом $K = N/\ln N$ (важнейшим законом в теории чисел!). Более того, начало отрезка $[2; M]$ *не подчиняется ни одному из*

известных законов теории чисел – там все известные законы теории чисел выдают не приемлемую относительную погрешность, там сами законы мира чисел ещё «не родились», «не оформились». Поэтому можно смело утверждать, что в начале отрезка $[2; N]$ имеет место *сингулярность*.

4. Ипостаси мира чисел

Ипостась (от др.-греч. «суть, сущность, основание») – термин, используемый в христианском богословии (преимущественно Восточном) для обозначения одного из *трёх Лиц* Троиственного Бога: Отца и Сына и Святого Духа. Оказывается, что мир положительных вещественных (действительных) чисел также имеет три «лица» (это – как минимум), о которых и будет рассказано в данной главе.

Никто и ничто не запрещает нам рассмотреть (важнейший в мире чисел) закон о распределении простых чисел ($K = N/\ln N$) просто как... некую функцию параметра K от вещественного аргумента N . При этом нетрудно убедиться, что функция $K = N/\ln N$ имеет наименьшее положительное значение, равное числу $e = 2,718...$ (это важная математическая константа), когда вещественный аргумент N сам равен указанному числу: $K = e/\ln e = e/1 = e$. Причем, если справа от числа e с ростом аргумента N значение K также растет, то вот слева от числа e всё происходит... «шиворот на выворот»: с ростом аргумента (от 1 к числу e) значение K уменьшается (от «плюс» бесконечности до числа e). А на интервале от 0 до 1 наша функция вообще имеет знак «минус»: с ростом аргумента ($0 \rightarrow 1$) функция убывает от «минус» нуля [$K = 0/\ln 0 = 0/(-\infty) = -0$, впрочем, в математике, *нуль не имеет знака*] до «минус» бесконечности ($-\infty$). Когда аргумент равен 1, то значение нашей функции не определено: параметр K одновременно и «минус», и «плюс» бесконечность ($\pm \infty$). Вероятно, также можно сказать, что 1 – это *простое число*, у которого порядковый номер равен «плюс-минус» бесконечности ($K = \pm \infty$). Кстати, единицу математики иногда считают таки простым числом (но первым или... «последним»?). Самая правильная позиция – это назвать единицу *совершенно особым* числом, при котором функция $K = N/\ln N$ претерпевает (математический) *разрыв*.

Учитывая выше сказанное мы разделим мир положительных вещественных чисел на три множества («ипостаси», см. рис. 4.1):

Экзочисла (\mathcal{E}) – это числа из интервала $(0; 1)$, то есть от 0 до 1, причем термин «интервал» подразумевает, что левая граница (0 – нуль, ноль) и правая граница (1 – единица) к экзочислам не относятся.

Проточисла (Π) – это числа из интервала $(1; e)$, то есть от 1 до числа $e = 2,718\dots$ (1 и число e к проточислам не относятся).

Обычные числа (N) – это числа из отрезка $[e; +\infty]$, то есть число $e = 2,718\dots$ – это первое обычное число (правая точка на рис. 4.1).

Экзочисла, проточисла, обычные числа (в указанном значении) – это *мои* термины, как и термины, которые будут вводиться ниже в данной главе. Этих терминов нет в общеизвестной *теории чисел*, и мои термины (скажем, *равномощные* числа, см. ниже) не надо путать с терминами *теории множеств* и прочими разделами математики.

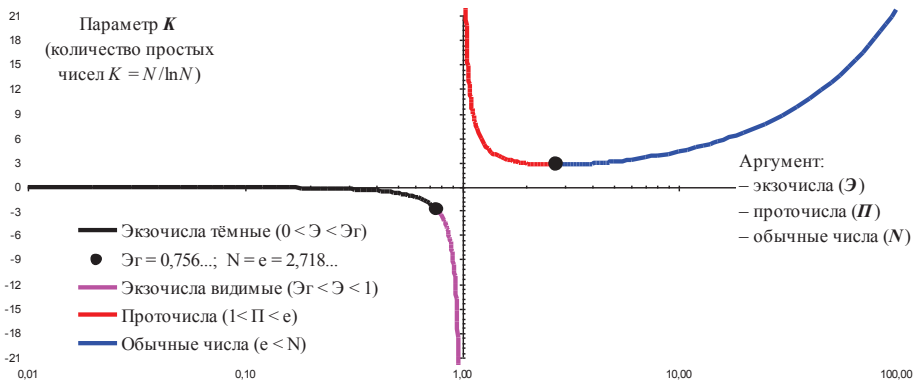


Рис. 4.1. Поведение трёх функций: $K = \mathcal{E}/\ln\mathcal{E}$; $K = \Pi/\ln\Pi$; $K = N/\ln N$

Равномощные числа. Будем говорить, что:

– экзочисло \mathcal{E} *равномощно* прочислу Π , если $|\mathcal{E}/\ln\mathcal{E}| = \Pi/\ln\Pi$;

– экзочисло \mathcal{E} *равномощно* числу N , если $|\mathcal{E}/\ln\mathcal{E}| = N/\ln N$;

– проточисло Π *равномощно* числу N , если $\Pi/\ln\Pi = N/\ln N$,

где $|\mathcal{E}/\ln\mathcal{E}|$ – это *модуль* величины $\mathcal{E}/\ln\mathcal{E}$, т.е. значение величины без знака «минус» (который – «визитная карточка» всякого экзочисла).

Единица на горизонтальной оси – это *совершенно особое* число (ни \mathcal{E} , ни Π , ни N), в которой происходит таинственный «разрыв» параметра K . Единица специально помещена в центре графика на рис. 4.1 для того, чтобы читатель ясно осознал, что слева от единицы (область

экзочисел \mathcal{E}) – столь же бесконечный и богатый (законами математики) мир, как и мир обычных чисел N (справа от единицы). И этим двум мирам (\mathcal{E} и N), вероятно, ничем не уступает бесконечный мир проточисел (Π), «зажатый» между 1 и числом e . Экзочисла и проточисла (их законы) *ничем не хуже* обычных чисел (привычных нам), и, в первую очередь, натуральных чисел (это первая абстрактная истина, открывшаяся человеку). Всё это непросто осознать, но мой дальнейший рассказ поможет читателю снять многие вопросы.

Всякому натуральному N свыше 2 (то есть $N = 3, 4, 5, 6, 7, \dots$) можно поставить в соответствие своё равномошное проточисло Π и своё экзочисло \mathcal{E} . При этом обращает на себя равенство: $2/\ln 2 = 4/\ln 4$, т.е. проточисло $\Pi = 2$ равномошно обычному числу $N = 4$ – это явно «красивое» (и важное?) утверждение (для сравнения: проточисло $\Pi = 2,47805268028828\dots$ равномошно обычному числу $N = 3$). Замечу также, что, вероятно, при любом натуральном N свыше единицы (то есть при $N = 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$) параметр $K = N/\ln N$ – это не целое число (и это легко доказать аналитически?).

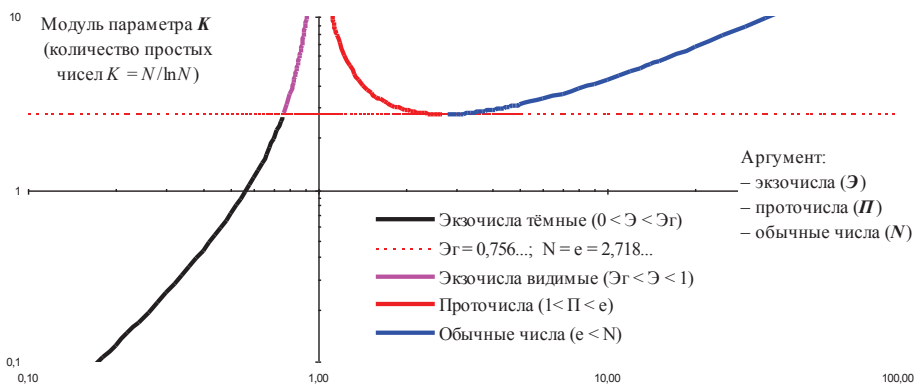


Рис. 4.2. Поведение *модулей* трёх функций: $K = |\mathcal{E}/\ln \mathcal{E}|$; $K = \Pi/\ln \Pi$; $K = N/\ln N$

Граничное экзочисло ($\mathcal{E}_r = 0,756.945.106.457.589\dots$) – это такое экзочисло ($\mathcal{E} = \mathcal{E}_r$), при котором $|\mathcal{E}/\ln \mathcal{E}| = e = 2,718\dots$. Граничное экзочисло (левая жирная точка на рис. 4.1) условно разбивает всё бесконечное множество экзочисел на два бесконечных подмножества: *тёмные* экзочисла ($\mathcal{E} < \mathcal{E}_r$) и *видимые* экзочисла ($\mathcal{E} \geq \mathcal{E}_r$), для которых мы

в принципе можем увидеть (то есть всегда можем вычислить) *равно-*
мощное обычное число N (в том числе и натуральное). Поскольку $\mathcal{E}_T \approx$
 $0,757$, это значит, что *тёмные* экзочисла составляют почти $75,7\%$ от
 всех экзочисел (их общее количество принимаем за единицу). И можно
 сказать, что *тёмные* экзочисла мы никак «не видим» (они не равно-
 мощны натуральным числам), но они явно связаны с миром обычных
 чисел множеством «тончайших связей» (об этом расскажу ниже). В
 рамках виртуальной космологии, *тёмные* экзочисла, возможно, «отра-
 жают»... *тёмную энергию*, которая по оценке физиков составляет $68,3$
 $\%$ всего состава Вселенной (а, может быть, всё-таки $75,7\%$?). На рис.
 4.1 параметр K для *тёмных* экзочисел (чёрная линия) сливается с гори-
 зонталью осью графика, поэтому на рис. 4.2 показан *модуль* параметра
 K (то есть K без знака «минус»), что позволяет вертикальную ось гра-
 фика сделать логарифмической, при этом хорошо видно, как «глубоко»
 и «стремительно» уходят к нулю значения параметра K (когда эк-
 зочисла \mathcal{E} *бесконечно* убывают к нулю).

5. Духи в виртуальной космологии

Выше говорилось, что в теоретической физике термину «духи»
 можна дать и такое определение: *духи* – это поля (волны, вибрации, ча-
 стицы), вероятность наблюдения которых *отрицательна*. Исходя из
 этого определения мы и в мире чисел найдем объекты (числа), которые
 с полным правом также можно назвать «духами», то есть они, воз-
 можно, «отражают» именно то, что физики называют «духи».

Какова *вероятность* (B) появления *простого* числа на отрезке $[e;$
 $N]$? Если полагать, что количество (K) простых чисел зависит от правой
 границы отрезка (N) по закону $K = N/\ln N$ (такова наша модель), тогда
 на отрезке $[e; N]$ появилось $(K - e)$ простых чисел (при $N = e$ модель
 выдает нам $K = e$ штук простых чисел – таковы огрехи нашей условной
 модели в начале её работы). А всего на отрезке $[e; N]$ условно содер-
 жится $(N - e)$ целых чисел. Таким образом, для искомой вероятности
 (B) можно записать (согласно принятой модели):

$$B = (K - e)/(N - e) = (N/\ln N - e)/(N - e). \quad (5.1)$$

Реальная вероятность (B) будет больше, чем по формуле (5.1), причем относительная погрешность (ОП) формулы (5.1) немного больше значений, выдаваемых... той же формулой: $ОП > (N/\ln N - e)/(N - e)$ и это верно, по крайней мере, для отрезка $[e; 520000]$.

Очевидно, что для достаточно больших N можно полагать:

$$B \sim 1/\ln N. \quad (5.2)$$

то есть *вероятность* (B) появления *простого числа* на достаточно большом отрезке $[e; N]$ устремляется к величине, обратной *логарифму* обычного числа N (правой границы указанного отрезка). Однако, как мы уже знаем, каждому натуральному числу $N = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots$ соответствует *равномоцное* (видимое) экзочисло $\mathcal{E} = 0,7576970\dots; 0,7666647\dots; 0,7783735\dots; 0,7898769\dots; 0,8004935\dots; 0,8101188\dots; 0,8188115\dots; 0,8266713\dots; \dots$, то есть такое экзочисло, для которого выполняется равенство $|\mathcal{E}/\ln \mathcal{E}| = N/\ln N$. При этом для каждого («видимого» и «достаточно большого») экзочисла можно чисто формально (только в силу понятия «*равномоцность*») записать:

$$B_{\mathcal{E}} \sim 1/\ln \mathcal{E}, \quad (5.3)$$

причем *эта вероятность* ($B_{\mathcal{E}}$) *теперь будет отрицательной*. Значит, видимые экзочисла (равномоцные обычным числам) «отражают» то, что в теоретической физике называют «духами».

Более того, возможно, все экзочисла (и тёмные, и видимые) могут являться некими аналогами «духов» в мире чисел. Поскольку можно привести самые общие «доводы» в пользу такой гипотезы: вероятность (B) зависит от параметра K , а для всех экзочисел данный параметр – *отрицательный* (см. рис. 4.1), поэтому, если для экзочисел имеет хоть какой-то (но какой именно?) смысл вероятность ($B_{\mathcal{E}}$), то она будет также *отрицательная* (как у духов в физике).

6. Дзета-функция – связь Духов с реальностью

Разговор про духов в теоретической физике (см. гл. 2) мы закончили таким выводом физиков: «*Духи играют непосредственную роль в вибрациях струны. Пространства материи и Духов не независимы, но тончайшим образом переплетаются.*» Поэтому, возможно, лучшим доказательством того, что экзочисла «отражают» именно духов (из физики) будут конкретные факты из мира чисел, подтверждающие, что

экзочисла (духи), проточисла и обычные числа также **«тончайшим образом переплетаются»** между собой. Более того, вероятно, ... ВСЯ общеизвестная *теория чисел* (и даже все прочие разделы математики?) доказывают лишь одно – связь Духов с реальным миром. Это звучит парадоксально, но лично я теперь *ощущаю* это именно так (но доказать другим – не смогу?). Однако мы рассмотрим лишь отдельные конкретные примеры – как некие иллюстрации *тончайших связей*, пронизывающих мир чисел.

В 1737 г. *основная теорема арифметики* была представлена Леонардом Эйлером (1707 – 1783) в следующей изящной форме:

$$\begin{aligned} 1/1^s + 1/2^s + 1/3^s + 1/4^s + 1/5^s + 1/6^s + 1/7^s \dots = \\ = 1/(1-1/2^s) \cdot 1/(1-1/3^s) \cdot 1/(1-1/5^s) \cdot 1/(1-1/7^s) \dots, \end{aligned} \quad (6.1)$$

где показатель степени $s > 1$ и суммирование (слева) проводится *по всем* натуральным числам (то есть *до бесконечности*), а произведение (справа) берётся *по всем* простым числам. Сумму (слева) Эйлер назвал **дзета-функцией**. Красивое тождество (6.1) и его обобщения играют *фундаментальную роль в теории распределения простых чисел*. Как функцию *комплексного* переменного ($s = \sigma + it$, где $\sigma > 1$) дзета-функцию первым стал рассматривать Г. Ф. Б. Риман (1826 – 1866), обнаруживший глубокую связь её аналитических свойств с вопросами распределения простых чисел. В то время как не найдено какой-либо закономерности, описывающей распределение простых чисел среди натуральных, Риман обнаружил, что количество (K) простых чисел на отрезке $[2; M]$ выражается через распределение так называемых «нетривиальных нулей» дзета-функции. Многие утверждения о распределении простых чисел доказаны в предположении верности гипотезы Римана. Гипотеза Римана входит в список семи «проблем тысячелетия», за решение каждой из которых Математический институт Клэя выплатит награду в один миллион долларов США.

Итак, рассмотрим равенство (6.1) (с *вещественным* $s > 1$) с точки зрения виртуальной космологии. Левая часть этого равенства (дзета-функция) – это сумма *единицы* ($1/1^s = 1$ при любом s) и бесконечного ряда **тёмных экзочисел** вида $\mathcal{E}_N = 1/N^s$ («тёмных», поскольку $\mathcal{E}_N < 0,5$ при любом s), где $N = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots$ (бесконечный ряд натуральных чисел, то есть $N \rightarrow \infty$). Правая часть равенства (6.1) – это произведение бесконечного ряда **проточисел** вида $\mathcal{P}_p = 1/(1-1/p^s)$, где P

$= 2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots$ (бесконечный ряд простых чисел, то есть $P \rightarrow \infty$), причем $P_p < 2$ при любом s . Таким образом, в равенстве (6.1) фигурируют только тёмные экзочисла («отражающие» духов из физики), единица и проточисла. При этом Эйлер, фактически, доказал (и мы просто поверим гению), что **равенство (6.1) – это возможная форма записи... основной теоремы арифметики**. А последняя, как известно, утверждает, что каждое натуральное число, большее единицы (то есть каждое целое *обычное число* $N = 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$), представимо в виде произведения простых чисел ($P = 2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots$), причём единственным способом (порядок следования простых чисел-сомножителей – значения не имеет). Таким образом, простые числа – это элементарные «строительные блоки» («кирпичики», «атомы», «кварки», «квантовые струны», «преоны»,...) натуральных чисел. Представление натурального числа в виде произведения простых чисел называется разложением на простые или *факторизацией числа* (см. в Википедии).

Из выше сказанного, очевидно, следует, что, фактически, ещё **Эйлер впервые доказал «тончайшую связь» Духов (экзочисел) с реальностью (с обычными числами)**. Причем Эйлер доказал это не только с помощью дзета-функции (6.1), но и во многих других случаях (например, см. мою книгу «Леонард Эйлер и космология чисел», гл. 2.8). Ну а мне остаётся только добавить (в следующей главе) ещё некую информацию в части *дзета-функции* – красивого и удивительного объекта мира чисел.

7. Дзета-функция и... размерность пространства

Когда *вещественный* показатель степени (s) в дзета-функции (6.1) устремляется к единице ($s \rightarrow 1$), то сама дзета-функция (сумма слева в формуле 6.1) устремляется к бесконечности (∞), поскольку при $s = 1$ мы получаем так называемый *гармонический ряд*:

$$1/1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 + 1/6 + \dots + 1/N \approx \ln N + C, \quad (7.1)$$

где $C = 0,577215\dots$ – постоянная Эйлера-Маскерони (кстати, тёмное экзочисло). Дзета-функция подразумевает, что $N \rightarrow \infty$, но при этом и логарифм N в формуле (7.1) растёт до бесконечности ($\ln N \rightarrow \infty$), правда, этот рост происходит очень медленно. Например, при $N = 65524$ сумма гармонического ряда дорастает только до $11,667395\dots$ (а формула 7.1

дает нам чуть меньший результат: $11,090172 + 0,577215 = 11,667387$). В этом отношении гораздо быстрее растет *произведение проточисел* (Pr , чтобы не путать с символом проточисла Π), которое стоит в правой части равенства (6.1). Например, при $s = 1$ и $P = 821459$ (это 65524-ое простое число, которое будет характеризовать «нашу» модель расчета дзета-функции) мы получаем $\text{Pr} = 24,2580\dots$.

А вот при $s = 2$ мы знаем *точное* значение дзета-функции:

$$1/1^2 + 1/2^2 + 1/3^2 + 1/4^2 + \dots + 1/N^2 + \dots = \pi^2/6, \quad (7.2)$$

и это значение ($\pi^2/6 = 1,644.934.066.848.23\dots$) больше *нашего* Pr на $0,000.000.137.493.74\dots$, то есть при $s = 2$ наша модель расчета дзета-функции (в виде *нашего* Pr) дает относительную погрешность $0,000008\%$. И чем больше s , тем точнее работает наша модель расчета.

Итак, при $s = 1$ в равенстве (6.1) первые 65524 «левых» члена-слагаемых порождают промежуточный результат, который в 2,079 раза меньше, чем результат (Pr), порожденный первыми 65524 «правыми» членами-сомножителями (Π_p). Однако уже при $s = 2$ расхождения в подобных вычислениях уменьшаются до $1,0000092$ раз. И чем больше параметр s , тем меньше указанные расхождения. Поэтому далее мы будем брать в качестве числового значения дзета-функции (при вещественном s) именно *произведение проточисел* (Pr) вплоть до $P = 821459$ (характерное число нашей модели расчета). При этом ПК вычисляет до $s = 47$, при котором $\text{Pr} = 1,000000000000001\dots$.

Заметим, что при $s > 1,47433205\dots$ значение дзета-функции – это всегда некое *проточисло*, поскольку $1 < \text{Pr} < 2,718\dots$. То есть по мере роста указанного s – проточисло Pr (а, по сути дела, дзета-функция) будет убывать. Чтобы сделать картину этого убывания более наглядной мы будем рассматривать на графике (см. рис. 7.1) значение $(\text{Pr} - 1)$, то есть значение

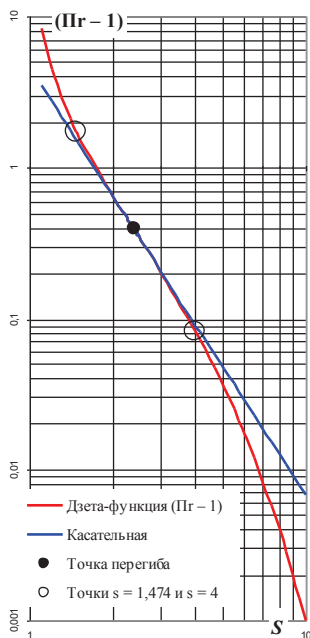


Рис. 7.1. Убывание дзета-функции $(\text{Pr} - 1)$ с ростом s

нашего произведения Pr без единицы (Pr , уменьшенное на 1). Данный параметр ($\text{Pr} - 1$) на рис. 7.1 – это красная волнистая линия, которая имеет *точку перегиба* в районе $s = 2,37$ (где $\text{Pr} = 1,397234\dots$), а уравнение *касательной* (к красной волнистой линии) в указанной точке перегиба будет следующим (всё это с некой неизбежной погрешностью):

$$\text{Pr} - 1 = 4,5662/s^2,8299. \quad (7.3)$$

Например, при $s = 10$ реальное $\text{Pr} = 1,000994\dots$, а формула (7.3) дает нам $\text{Pr} - 1 = 0,006755\dots$ (на 8% меньше значения *постоянной тонкой структуры*). При $s = 11$ реальное $\text{Pr} = 1,000494\dots$, а формула (7.3) дает нам $\text{Pr} - 1 = 0,005158\dots$.

Итак, график на рис. 7.1 приводит нас к таким выводам:

1). При $s < 1,474\dots$ дзета-функция начинает стремительный «взлёт» к бесконечности [$(\text{Pr} - 1)$ начинает «взлёт» к бесконечно большому (*обычному*) числу, которое больше числа $e = 2,718\dots$].

2). При $1,474 < s < 4$ значения дзета-функции достигают некоего условного «оптимума» [параметр $(\text{Pr} - 1)$ почти совпадает с касательной – прямой линией в выбранных нами осях координат)].

3). При $s > 11$ дзета-функция начинает стремительный «обвал» к единице [$(\text{Pr} - 1)$ начинает стремительный «обвал» к нулю].

Из выше сказанного (в рамках моей «безумной» виртуальной космологии) можно предположить (в качестве очередной гипотезы), что вещественный показатель степени (s) в дзета-функции неким образом «отражает» то, что в физике называется... *размерностью пространства-времени*. Человеку в его ощущениях доступно только 4 измерения, условно говоря, это – *длина, ширина и высота* (скажем, комнаты, в которой вы находитесь), а также *время* (скажем, которое прошло с момента вашего рождения). При этом, например, в *теории суперструн* физики-теоретики доказали, что пространственных измерений не три (доступных человеку), а целых... *десять*, но семь из них просто «свернуты» до микроскопических (порядка планковских) размеров и поэтому недоступны человеку и его самым совершенным техническим устройствам (но мысль человека туда уже проникает!).

Данная глава – это далеко не первая моя попытка получить от мира чисел некие «подсказки» в части размерности пространства-времени (см. главы моих книг и статьи на тему размерности). И полученная здесь «подсказка» (в данном случае от *дзета-функции*) очередной

раз указывает на то, что «разумное» количество измерений в физике (скажем, 11 измерений в теории суперструн) – это просто некий «оптимум» с точки зрения «устройства» мира чисел (в данном случае *тёмных экзочисел*, «отражающих» тёмную энергию). То есть Всевышний (Творец), досконально зная «устройство» ... мира чисел, вполне логично решил, что человеку достаточно *ощущать* именно 4 измерения и ещё *понимать* в своих теориях 11 измерений, что ясно следует из графика на рис. 7.1.)

8. Связь Духов с реальностью (разное)

В данной главе мы рассмотрим ещё несколько примеров, иллюстрирующих наличие *тончайших связей*, пронизывающих весь мир чисел (экзочисла, проточисла, обычные числа).

Число $e = 2,817\dots$ – математическая константа (и *обычное число* в рамках виртуальной космологии), которую можно представить в виде сумма *проточисла* 2 и бесконченного ряда *тёмных экзочисел* \mathcal{E}_N :

$$e = 2 + \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_4 + \mathcal{E}_5 + \mathcal{E}_6 + \mathcal{E}_7 + \dots + \mathcal{E}_N + \dots, \quad (8.1)$$

где экзочисло $\mathcal{E}_N = 1/(N - 1)!$ и $N = 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ (до бесконечности), то есть $\mathcal{E}_N = 0,50000\dots; 0,16666\dots; 0,04166\dots; 0,00833\dots; 0,00138\dots$. Сумма (8.1) устремляется к числу e (порождает его) очень быстро: уже при $N = 17$ (уже на 15-ом слагаемом) относительная погрешность (ОП) формулы (8.1) убывает до ОП $\approx 8 \cdot 10^{-16}$.

Число e гораздо медленнее порождает, скажем, «генератор» *проточисел* вида $P_N = (1 + 1/N)^N$, когда $N = 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ пробегает натуральные числа до бесконечности: $P_N = 2,370\dots; 2,441\dots; 2,488\dots; 2,522\dots; 2,546\dots; \dots$. Указанный «генератор» имеет такую относительную погрешность: ОП $< 0,5/N$, то есть «генератор» достигнет выше упомянутую ОП $\approx 8 \cdot 10^{-16}$ только при $N \approx 6 \cdot 10^{14}$.

Число e ещё медленнее порождает «генератор» *проточисел* вида $P_N = N/(N!)^{1/N}$, где $N = 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ пробегает натуральные числа до бесконечности: $P_N = 1,651\dots; 1,807\dots; 1,919\dots; 2,004\dots; 2,071\dots; \dots$

Число $\pi = 3,14\dots$ – математическая константа (и *обычное число* в рамках виртуальной космологии), которую можно представить как некую функцию от бесконечной суммы (S) *тёмных экзочисел* \mathcal{E}_N :

$$\pi = (6 \cdot S)^{0,5} \quad (8.2)$$

$$S = 1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_4 + \mathcal{E}_5 + \mathcal{E}_6 + \mathcal{E}_7 + \dots + \mathcal{E}_N + \dots, \quad (8.3)$$

где экзочисло $\mathcal{E}_N = 1/N^2$ и $N = 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ (до бесконечности), то есть $\mathcal{E}_N = 0,250\dots; 0,111\dots; 0,063\dots; 0,040\dots; 0,028\dots; 0,020\dots; \dots$ «Генератор» (8.2) довольно быстро порождает число π , поскольку его (первоначальная) относительная погрешность такова: $ОП < 0,304/N$.

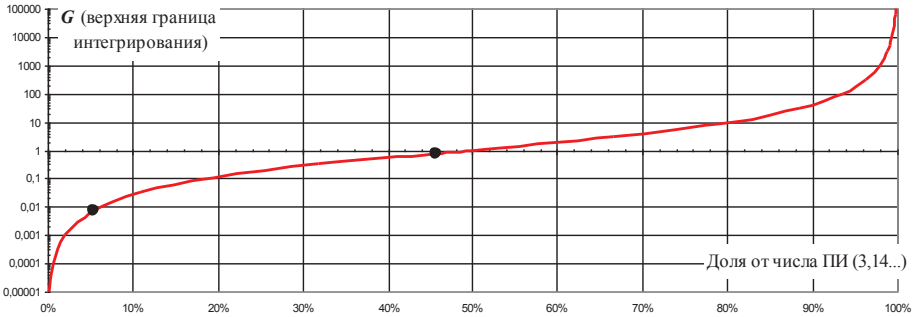


Рис. 8.1. Значение интеграла (в % от числа π) и верхняя граница (G) данного интеграла

Формула (8.2) интересна тем, что напоминает мою гипотезу (см. мою книгу «Параллельные миры II...», гл. 1.4, закон 10 для Пирамиды делителей). Суть этой гипотезы (и открытия для *теории чисел*?) в том, что в качестве суммы S может выступать также и отношение $S = S_d/S_n$, где S_d – это сумма всех целых делителей у всех натуральных чисел отрезка $[1; M]$, и мне не известна формула для вычисления S_d (поэтому находил все делители у всех чисел отрезка на компьютере), а S_n – это сумма всех натуральных чисел отрезка $[1; M]$ и она легко вычисляется: $S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + N = (1 + N) \cdot N/2$. Если гипотеза верна, значит, число π «генерируют» не только *тёмные экзочисла* (см. выше), но также **число π «генерирует» Пирамида делителей** (при $N \rightarrow \infty$, см. указанную книгу).

Число $\pi = 3,14\dots$ также можно представить в виде бесконечной суммы *тёмных экзочисел* \mathcal{E}_N :

$$\pi = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_4 + \mathcal{E}_5 + \dots + \mathcal{E}_N + \dots, \quad (8.4)$$

где экзочисло $\mathcal{E}_N = 1/[(1+N) \cdot N^{0,5}]$ и $N = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ (до бесконечности), то есть: $\mathcal{E}_N = 0,500\dots; 0,236\dots; 0,144\dots; 0,100\dots; 0,075\dots; \dots$. Сумма (8.4) растет к числу π (порождает его) крайне медленно, скажем, при $N = 10000$ эта сумма дорастет только до числа $1,84\dots$, что составляет лишь около $58,57\%$ от числа π . Однако если полагать, что

$1/[(1+N) \cdot N^{0,5}]$ – это *подинтегральное* выражение (а это так и есть на самом деле) и интегрирование ведется от нуля до G (верхняя граница интегрирования), то тогда «генерация» числа π происходит совсем иначе (см. рис. 8.1). Например, при $G = 1$ мы уже получим 50% от числа π , словно некое «подтверждение» того факта, что мир *экзочисел* (G пробегает от 0 до 1) – это уже «половина дела».

График на рис. 8.1 очень напоминает так называемую *тильду* (мой термин), которая на графике отображает распределение всех целых делителей d (по их величине) в зависимости от их порядкового номера у *тильдаобразного* натурального числа N , то есть имеющего очень много делителей, по сравнению с предшествующими числами (в данном случае, скажем, $N \sim 10^{10}$, также см. мою книгу «Зеркало» Вселенной», гл. 13, 14, 15). Это весьма неожиданный поворот всей темы разговора, поэтому сейчас его дальше развивать не буду. Добавлю только ещё следующее (чтобы это значило?). Левая точка на графике (рис. 8.1) говорит о том, что мы увидим 5,4% от числа π , когда $G = 0,007297\dots$ (что численно равно α – постоянной тонкой структуры), и мы увидим 4,9% от числа π (именно столько мы видим от всего состава Вселенной), когда $G = 0,005945\dots$ (что близко к α). Правая точка на графике говорит о том, что мы увидим 45,58% от числа π , когда $G = 0,756945106\dots$ (границное экзочисло \mathcal{E}_Γ , см. выше).

9. «Время» в виртуальной космологии

На просторах интернета (в «Живой газете») мне встретился такой текст: «Вселенные-младенцы» – так выразился Стивен Хокинг, считающий, что *частицы и энергия могут попасть в черную дыру, попав одновременно в мнимое время и сингулярность*, а потом вылететь где-то ооочень далеко... в виде замкнутой новорожденной вселенной. Причем эта вселенная может любого размера. А что касается М-теории – тут речь вообще идет о десяти соседствующих пространственных измерениях (+1 временное). Не будем вдаваться в мозголомные подробности, но физики вполне серьезно говорят о том, что им удалось, умозрительно, разумеется, заглянуть *за пределы момента Большого Взрыва и предполагают (М-теоретики) наличие некоего надпространственного и надвременного абсолюта...*» (<http://www.zhivaya->

gazeta.ru/nepoznanoe/138-tehnologicheskaya-singulyarnost-chego-zhdai-i-o-chem-podumat-by-v-preddverii.html).

В связи с этим текстом (про *мнимое время*, сингулярность, надпространственный и надвременной абсолют) хочу очередной раз упомянуть о том, что такое *время* в рамках виртуальной космологии.

Время (t) – это **двойной логарифм числа N** , то есть $t = \ln \ln N$, где N – это правая граница отрезка $[e; N]$ вещественной числовой оси; $e = 2,718\dots$ (важная математическая константа).

Масштабный фактор (M) – это расстояние между соседними простыми числами (большее из них – число N), в допущении, что все простые числа появляются на числовой оси по идеальному закону (такую модель «поведения» простых чисел я принимаю для упрощения реальной картины): $N = K \cdot \ln K$, где $K = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots$ – порядковый номер простого числа в ряду всех простых чисел. При этом масштабный фактор растет почти по экспоненте от времени: $M \approx 1 + \ln N - \ln \ln N = 1 + \exp(t) - t$, то есть $M \sim \exp(t)$. Значит, для больших t , время – это логарифм масштабного фактора: $t \sim \ln M$.

Данная гипотеза «отражает» (?) факт из теоретической физики, в которой математические описания *пространства* (у меня – масштабного фактора $M \sim \ln N$) и *времени* (у меня $t = \ln \ln N$) оказались очень похожими и в действительности это две стороны одной единственной структуры, именуемой «**пространство-время**». Пространство-время – это основные формы существования материи, которые имеют решающее значение для построения физической картины мира, нашей Вселенной. В современной квантовой теории пространству и времени отводится центральная роль, существуют даже теории, где вещество рассматривается не более как возмущение этой основной структуры (в классической физике пространство и время строится из материи, и только это доступно нам в ощущениях). Таким образом, исследуя «поведение» наших параметров M и t в *мире чисел* – мы исследуем (пытаемся «расшифровать») «устройство» реального Мироздания, причем на самом что ни на есть фундаментальном уровне, «ниже» которого – только мнимые миры, *изоморфные* комплексной области в мире чисел. Поясню, что объекты, между которыми существует изоморфизм, являются в определенном смысле «одинаково устроенными» (с точки зрения их «математики») и называются изоморфными.

Возраст Вселенной (наше «сегодня») «отражает» значение $t = 1/\alpha \approx 137$ (в неких виртуальных единицах времени). То есть прошедшие с момента возникновения Вселенной (с момента так называемого Большого взрыва) 13,798 миллиарда лет изоморфны (эквивалентны, тождественны) обратной величине *постоянной тонкой структуры* (α). В оправдание данной гипотезы могу сказать, что постоянная тонкой структуры, являясь безразмерной величиной, которая никак не соотносится ни с какой из известных математических констант, всегда являлась объектом восхищения для физиков. А выдающийся американский учёный, один из основателей квантовой электродинамики, лауреат Нобелевской премии по физике Ричард Фейнман (1918 – 1988), даже называл постоянную тонкой структуры «одной из величайших проклятых тайн физики: магическое число, которое приходит к нам без какого-либо понимания его человеком».

Есть разные физические интерпретации α . Например, такая: постоянная тонкой структуры является *отношением* двух энергий: энергии, необходимой, чтобы преодолеть электростатическое отталкивание между двумя электронами, сблизив их с бесконечности до некоторого расстояния s , и энергии фотона с длиной волны $2 \cdot \pi \cdot s$. Постоянная тонкой структуры также может быть определена как квадрат *отношения* элементарного электрического заряда (e) к планковскому заряду (q), то есть: $\alpha = (e/q)^2$. Такие интерпретации α , возможно, находят своё «отражение» и в мире чисел. Вот пример.

Из формулы Вигерта $T_{\max} \sim 2^{(\ln N/t)}$ мы вправе записать

$$t \sim \ln N / \ln(T_{\max}) \cdot \ln 2, \quad (9.1)$$

то есть время (t) это *отношение* двух важнейших параметров отрезка $[e; N]$: логарифма правой границы (N) и логарифма наибольшего типа (T_{\max}), который будет у старшего типомакса, расположенного около правой границы. Напомню, что тип T_{\max} – это количество всех целых делителей у типомакса – натурального числа, у которого больше всего целых делителей (максимальный тип) среди всех натуральных чисел отрезка $[e; N]$.

Далее дам иллюстрацию некоторых своих идей, вытекающих из гипотезы $t = \ln \ln N$ и доказывающих (?), что мир чисел, действительно, «отражает» некие важные аспекты реального (физического) Миро-

устройства. При этом необходимо подчеркнуть, что в последних версиях виртуальной космологии рассматриваются не только натуральные (целые положительные) числа, но и все *вещественные* положительные числа (N), которые мы будем условно делить на 3 *бесконечных* множества (их названия придумал сам):

- на интервале $(0; 1)$ находятся *экзочисла* (\mathcal{E});
- на интервале $(1; e)$ находятся *протоцисла* (\mathcal{P});
- на отрезке $[e; \infty]$ находятся *обычные* числа (в т.ч. и натуральные).

При этом время (t) постулируется как $t = \ln|\ln N|$, где $|\ln N|$ – это *модуль* $\ln N$, то есть величина $\ln N$, взятая без знака «минус» (который появляется у экзочисел \mathcal{E}). То есть для экзочисел \mathcal{E} на графике (рис. 9.1) показана *вещественная часть* (внимание!) *комплексного логарифма* (который в мире чисел «отражает», «моделирует»... *тёмную энергию*).

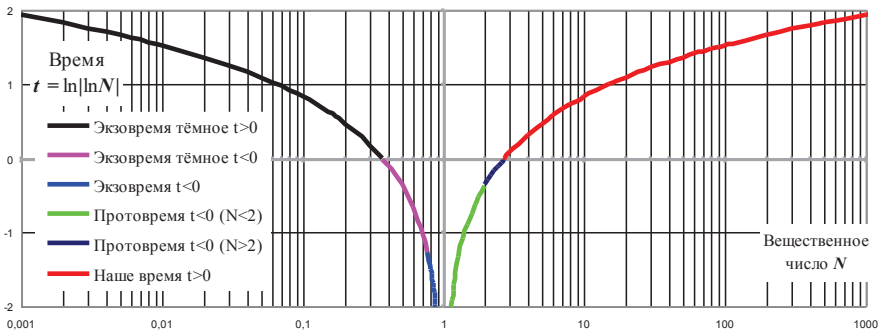


Рис. 9.1. Семь видов («сортов») времени ($t = \ln|\ln N|$) в рамках виртуальной космологии

Время $t = \ln|\ln N|$ устремляется к сумме *простых* экзочисел ($S_{\text{пэ}} = 1/2 + 1/3 + 1/5 + 1/7 + \dots + 1/N$ за вычетом константы Мейсселя-Мертенса ($W = 0,261.497.212.847.642\dots$ – это уже из *теории чисел*):

$$t = \ln|\ln N| \approx S_{\text{пэ}} - W, \quad (9.2)$$

при этом очевидно, что все *простые* экзочисла (обратные простым числам) – это суть *тёмные* экзочисла, то есть они меньше, чем $\mathcal{E}_g = 0,756945106457584\dots$. Напомню, что у всех *тёмных* экзочисел ($\mathcal{E} < \mathcal{E}_g$) важнейший в виртуальной космологии параметр («отражающий» некую «энергию») $\mathcal{E}/|\ln \mathcal{E}| < e = 2,718\dots$, то есть для тёмного экзочисла не существует *равномощного* обычного числа N (у которого, согласно моему определению, $N/\ln N = \mathcal{E}/|\ln \mathcal{E}|$).

Масштабный фактор $M \approx \ln N$ устремляется к сумме первых *аликвотных* экзочисел ($S_{aэ} = 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 + 1/6 + \dots + 1/N$), увеличенной на константу $(1 - C)$ (это опять взято из *теории чисел*):

$$M \approx \ln N \approx S_{aэ} + 1 - C, \quad (9.3)$$

где $C = 0,577.215.664.901.532\dots$ – постоянная Эйлера, при этом очевидно, что *аликвотные* экзочисла (начиная с $1/2 = 0,5$) – это суть *тёмные* экзочисла (которые меньше «граничного» $\mathcal{E}g = 0,7569\dots$).

Тем читателям, кому приведенные в данной главе (да и во всей книге) идеи, мысли, гипотезы кажутся любопытными, рекомендую заглянуть в мои статьи и книги на портале «Техно-сообщество России».

13.02.2015

© А. В. Исаев, 2015

ПРИЛОЖЕНИЕ

Парадокс отрицательных вероятностей

Парадокс треугольной комнаты, *парадокс отрицательных вероятностей* (negative probabilities), парадокс фантомного эвентологического распределения, заключается в том, что не существует эвентологического распределения триплета случайных событий, у которого каждая пара событий $\{x, y\}$ «подчиняется одному и тому же» эвентологическому распределению, такому, что события x и y наступает только в виде двух комбинаций: $x \cap y^c$ или $x^c \cap y$ с одинаковой вероятностью $1/2$. [Эвентуальный – возможный при соответствующих обстоятельствах, условиях.]

На рис. 1 – схематичное изображение треугольной комнаты (вид сверху) с тремя окнами и тремя стульями [кружки x, y, z , стоящие у окон], на каждом из которых может находиться или нет субъект, т.е. любое стечение обстоятельств внутри комнаты описывается триплетом событий $\{x, y, z\}$ соответственно. Извне через любое из окон можно увидеть лишь два стула – наблюдать за соответствующим дуплетом со-

бытий. Наконец, известно, что если заглянуть в какое-либо окно (провести «дуплетное» наблюдение), то в каждом окне картина будет одна и та же в вероятностном смысле – только один стул из «дуплета» будет занят с вероятностью $1/2$, но никогда нельзя будет увидеть оба стула, одновременно свободными или одновременно занятыми.

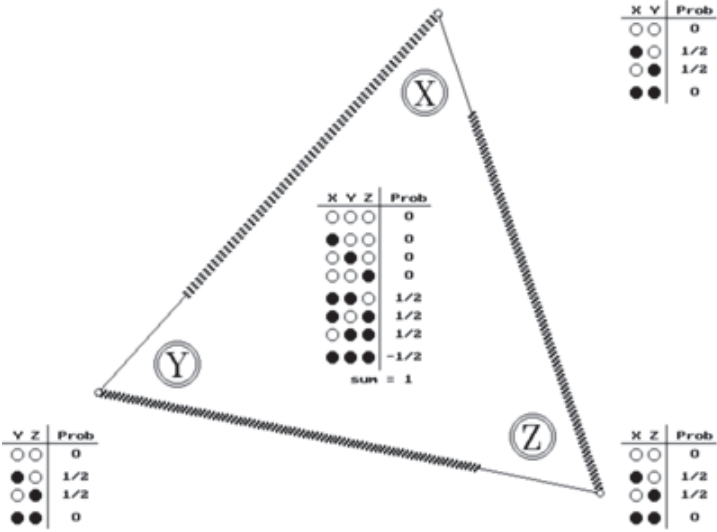


Рис. 1. Парадокс треугольной комнаты: через окна наблюдению доступны наступления каждой пары событий $\{x,y\}$, $\{x,z\}$ и $\{y,z\}$, которые можно описать только при помощи фантомного эвентологического распределения триплета событий $\{x,y,z\}$

Парадоксально, но вопрос: «Что же на самом деле происходит в треугольной комнате?» остается без ответа, легитимного в рамках традиционной *теории вероятностей*. Ответ может быть найден лишь после разрешения некоторым вероятностям распределения триплета событий оказаться меньше нуля. На схеме показано такое так называемое «фантомное распределение» триплета событий, в котором вероятность одновременного наступления всех трех событий равна $-1/2$, все три вероятности наступления только двух событий равны $1/2$, а остальные вероятности равны нулю. Заметим, что сумма всех вероятностей восьми возможных стечений трех событий в фантомном распределении сохраняется равной единице.

Это и есть «парадокс треугольной комнаты» – эвентологическое обобщение известного квантового «парадокса отрицательных вероятностей» Ричарда Фейнмана, показывающего неизбежность отрицательных вероятностей в квантовой механике. Однако Фейнман рассматривал не триплет, а дуплет квантовых частиц, и потому его формулировка парадокса не совсем эвентологически корректна – для дуплета квантовых частиц всегда можно подыскать «легитимное» распределение, объясняющее любое «легитимное» «моноплетное» наблюдение.

Подобно системе из трёх квантовых частиц, эвентологическая система из трёх событий $\{x, y, z\}$, хотя и ведёт себя при «дуплетных» наблюдениях вполне понятным образом, но не позволяет своему «триплетному» поведению оказаться в рамках обычных («легитимных») распределений случайных множеств событий. Это заставляет предположить, что такая эвентологическая система триплета событий подчиняется фантомному распределению с отрицательными вероятностями. Формальный ответ квантовой механики на поставленный выше вопрос таков: «В треугольной комнате происходят события, образующие квантовую систему событий, состояния которой подчиняются фантомному распределению». Такой ответ хотя и не проясняет полностью ситуацию, но указывает на важное понятие в эвентологии и теории случайных событий – «фантомное эвентологическое распределение» – и побуждает заняться его изучением. Важность фантомных эвентологических распределений очевидно и выразительно подчёркивается тем, что разуму доступны только совокупности частных наблюдений за большими системами событий, результаты которых (как показывает данный парадокс) не обязаны укладываться в рамки «легитимных» эвентологических распределений.

Ссылка на приведенную статью (из Википедии):

http://ru.science.wikia.com/wiki/%D0%9F%D0%B0%D1%80%D0%B0%D0%B4%D0%BE%D0%BA%D1%81_%D1%82%D1%80%D0%B5%D1%83%D0%B3%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D0%B9_%D0%BA%D0%BE%D0%BC%D0%BD%D0%B0%D1%82%D1%8B