

# 基于 Gaussian-Hermite 矩的旋转运动模糊不变量

郭锐<sup>1, 2</sup>, 贾丽<sup>\*3</sup>, 郝宏翔<sup>1, 2</sup>, 墨瀚林<sup>1, 2</sup>, 李华<sup>1, 2</sup>

1. 中国科学院计算技术研究所 智能信息处理重点实验室, 北京 100190;

2. 中国科学院大学, 北京 100049

3. 91977 部队, 北京 100036

**摘要:** **目的** 模糊图像的分析与识别是图像分析与识别领域的重要方向, 对于图像形成过程中成像系统与物体之间存在相对旋转运动, 如因导弹高速自旋转而造成的制导图像的旋转运动模糊, 大多数对于这类图像的识别都需要先对模糊图像进行“去模糊”的预处理, 但是该类方法存在计算时间度较高, 不适定的问题。本文提出一种直接提取原图像和旋转运动模糊图像中的不变特征的, 用于旋转运动模糊图像中的目标识别。**方法** 本文以旋转运动模糊的退化模型为出发点, 提出了旋转运动模糊 Gaussian Hermit (GH) 矩, 构造了一组由5个对旋转变换和旋转运动模糊保持不变性的GH矩不变量组成的特征向量 (RMB\_GHMI-5), 该特征向量可从旋转变换和旋转运动模糊的图像中直接进行目标识别, 而无需前置复杂的“去模糊”预处理过程。**结果** 在不变性实验中, 本文在USC-SIPI数据集上, 对原图进行了严重的旋转变换叠加旋转运动模糊处理, 证明了RMB\_GHMI-5对于旋转变换和旋转运动模糊具有良好的稳定性和不变性。在图像检索实验中, 本文在两个数据集上与同类的四种方法进行了比较, 在Flavia数据集中, 本文方法在维数更少的情况下, 相比于性能第2的特征向量, 80%召回率, 在高斯噪声干扰下, 准确率提高了25.89%, 在椒盐噪声干扰下, 准确率提高了39.95%; 在Butterfly Image数据集上, 本文方法在维数更少的情况下, 相比于性能第2的特征向量, 80%召回率, 在高斯噪声干扰下, 准确率提高了7.18%, 在椒盐噪声干扰下, 准确率提高了3.04%; 同时也在上述两个数据集中进行了对比实验以验证融合算法的有效性, 对比实验结果证明提出的融合算法显著改善了图像检索的效果。**结论** 基于本文提出的RMB\_GHMI-5特征向量在旋转变换和旋转运动模糊下的不变性与稳定性, 以及在图像检索中抗噪性能方面的优异表现, 相比同类方法, 本文方法更具实际应用价值。

**关键词:** 图像检索、图像不变特征; 旋转运动模糊; Gaussian-Hermite矩; 不变量

## Rotational motion blur invariants based on Gaussian Hermit moment

Guo Rui<sup>1, 2</sup>, Jia Li<sup>\*3</sup>, Hao Hongxiang<sup>1, 2</sup>, Mo Hanlin<sup>1, 2</sup>, and Li Hua<sup>1, 2</sup>

1. Key Laboratory of Intelligent Information Processing, Institute of Computing Technology, Chinese

Academy of Sciences, Beijing 100190, China

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

3. The PLA 91977 Unit, Beijing 100036, China

**Abstract: Objective** How to recognize the target from blurred image is one of the fundamental problems in computer vision and pattern recognition. Image blurring caused by abnormal energy accumulation during exposure time because of relative rotational motion between imaging system and objects. Our work is different from most of others which need “deblurring”. We try to find the invariant features between original image and blurred image based on the mathematical model of blurring and the theory of moment invariants,

\*贾丽为联合第一作者

**基金项目:** 国家重点研发计划项目 (2019YFF0301801, 2017YFB1002703); 国家重点基础研究规划项目 (2015CB554507); 国家自然科学基金 (61379082)。

Supported by: National Key R&D Program of China (grant No. 2017YFB1002703); National Key Basic Research Program (Grant No:2015CB554507); National Natural Science Foundation of China (Grant No: 61379082).

instead of restoring the blurred image. **Method** In this study, based on degraded model of rotation motion blur and Gaussian Hermit moment, we demonstrated how the rotation motion blur Gaussian Hermit moment been built and proved the existing of low-rank rotation motion blur Gaussian Hermit moment invariants. Correspondingly, rotational motion blur invariants based on Gaussian Hermit moment is built. We filtrated 5 Gaussian Hermit moment invariants from exiting rotation geometry moment invariants which had been extended to Gaussian Hermit moment invariants to construct a highly stable 5-dimensional feature vector and named it RMB\_GHMI-5, and we verified that RMB\_GHMI-5 had great properties of invariability and distinguishability through experiments. Finally, we introduced RMB\_GHMI-5 to the field of image retrieval. **Result** In invariance experiment, We validate the properties of invariance of the proposed feature vector on the dataset USC-SIPI. Tow set of 18 composite blurred image and been made to test RMB\_GHMI-5. The result shows the feature distance between original image and composited blurred image are extremely tiny which means RMB\_GHMI-5 has great properties of invariance. In addition to the image retrieval experiments, we introduce two image database including Flavia and Butterfly for original image. Composited image which are blurred by different degree of rotation、rotational motion and Gaussian noise or Salt-pepper noise have been used to validate the invariability and distinguishability of RMB\_GHMI-5. Compared with 4 state-of-the-art saliency approaches, for leaf image degraded by rotation, rotational motion and Gaussian noise, at 80% recall rate, the recognition accuracy of RMB\_GHMI-5 is 25.89% higher than others. For leaf image degraded by rotation, rotational motion and Salt-pepper noise, the recognition accuracy of RMB\_GHMI-5 is 39.95% higher than others. For butterfly image degraded by rotation, rotational motion and Gaussian noise, at 80% recall rate, the recognition accuracy of RMB\_GHMI-5 is 7.18% higher than others. For leaf image degraded by rotation, rotational motion and Salt-pepper noise, the recognition accuracy of RMB\_GHMI-5 is 3.04% higher than others. **Conclusion** In this study, we proposed a highly stable 5-dimensional feature vector RMB\_GHMI-5, and we verified that RMB\_GHMI-5 had great properties of invariability and distinguishability through experiments. The experiment results show that RMB\_GHMI-5 outperforms several state-of-the-art saliency approaches and has stronger practical application value.

**Key words:** image retrieval; image invariant feature; rotational motion blur; Gaussian-Hermite moment; invariant

## 0 引言

如何正确识别图像中的目标是计算机视觉和模式识别领域的经典问题。基于各种图像特征的方法,已经被多数研究者接受。在相机成像曝光过程中,由于大气干扰、相机失焦、相机与场景相对运动等环境和现实因素很多因素会造成图像的退化,因此,理想的图像特征应当对这些变化具有不变性。图像运动模糊是在相机成像的过程中相对较长的曝光时间及相机与场景相对运动导致的,可视作一定时间区间内对图像密度函数的积分。按照曝光时间内相机相对于场景在三维空间的运动形式,图像的运动模糊可分为直线运动模糊、旋转运动模糊、径向运动模糊以及其他由上述三种模糊多个叠加形成的复杂运动模糊。特别的,安装在高速旋转的导弹或机械的相机所拍摄的图像会产生旋转运动模糊。

本文的主要工作:以旋转运动模糊的退化模型为出发点,提出了旋转运动模糊 Gaussian Hermit (GH)矩,并对已有的几何矩旋转变换不变量向 GH 矩不变量进行拓展和筛选,构造了一组由 5 个对旋转变换和旋转运动模糊保持不变的 GH 矩旋转运动模糊不变量组成的特征向量 (RMB\_GHMI-5),该特征向量可从受到严重噪声干扰的旋转变换叠加旋转运动模糊的图像中直接进行图像检索,而无需前置复杂的“去模糊”预处理过程,也能实现很好的识别效能。

## 1 相关工作

在运动模糊图像模式识别方面,大多数的工作选择“去模糊”的策略,达到尽可能好的效果后,再进行下一级处理。在去模糊领域,按照所使用的方法类型可分为(1)在基于自然场景统计的方法,[Shan 等,2007]以二维刚体运动为模型,利用模糊物体的透明度特征进行模糊核的估计以及运动模糊图像的复原。通过图像噪声、梯度和模糊核等的先验分布应用于抑制振铃效应。[Jia,2007]提出了利用透明度恢复运动模糊的图像的方法,通过求解最大后验概率模型,模拟得到运动模糊参数,实现去模糊的目的。[Cho 和 Lee,2009]关注在图像梯度方面的操作,减少了图像复原步骤和提高模糊核估计的速度。[Whyte 等,2012]针对相机绕光轴旋转产生的模糊,提出基于简单投影变换模型的非统一模糊图像复原,该算法对模糊图像的生成建立了描述了曝光时间内

相机的旋转速度的参数。[Zheng 等,2013]研究相机的径向运动模糊,但在模糊核估计时需要手动选择。[Wang 等,2017]使用 Radon 变换求模糊方向和双频谱建模来找出直线运动模糊的长度,该算法是基于空间和频域分析的结合。(2)基于机器学习的方法,[Zhou 等,1988]率先将 HNN(Hopfield Neural Network)应用到图像复原领域,[Sun 等,2015]利用 CNN 估计局部图像运动模糊概率分布,然后用马尔科夫随机场(Markov Random Field, MRF)模型评估图像全局的模糊核,再进行运动模糊图像复原,[Nah 等,2017][Tao 等,2018]等基于卷积神经网络的深度学习成为图像去运动模糊的热门方向。[Qiu 和 Zhang,2020]基于 cGANs 生成了端到端的去旋转运动模糊的网络。许多“去模糊”的研究工作取得了很好的效果,但是,该类研究在图像处理和识别领域一直面临着“不适定”或“非必要”的挑战,首先,无论采用何种方法对图像进行复原,都是不稳定且耗时的,恢复工作难以完美实现。再者,在目标识别和语义理解等无需人类视觉系统参与处理的场景,对模糊图像进行恢复经常是非必要的。

如果免去图像恢复的预处理过程,直接提取具有运动模糊不变性的图像特征,就会使得图像识别的效率得以加速。因此,近年来,构造运动模糊图像的不变特征成为图像识别领域中的一个重要研究方向。[Flusser 和 Suk,1996]基于中心对称卷积核构造了直线运动模糊矩不变量;[Flusser 和 Suk,1998]提出模糊几何矩不变量,[Flusser 和 Zitová,1999]提出了同时对模糊变换、相似变换有不变性的复数矩不变量;[Zhang 和 Tan,2002]提出了仿射-卷积混合不变量;[Flusser 和 Suk,2003]提出了通过模糊不变量替换已有仿射矩不变量中的中心矩的方法以构造仿射-卷积混合不变量的显式表达式。[Ojansivu 和 Heikkila, 2008]基于中心对称卷积核在频域内对相位谱没有影响而提出局部相位量化特征描述子。这种假设虽然使研究工作取得一定的进展,但不适用于实际中复杂运动形式的模糊图像的识别。[Zhang 等, 2010] 基于正交 Legendre 矩进行了改进;[Flusser 等, 2015]基于几何矩提出了 7 阶以内的直线运动模糊不变量并给出了构造方法,其方法在与“去模糊”方法的图像识别对比试验中,显示出更好的性能。

关于旋转运动模糊的研究,一般思路是根据运动轨迹为一系列同心圆的性质,把模糊图像从笛卡尔坐标系转换到极坐标系,看成直线运动模糊来处

理, 如[Morimoto 等, 2010]。但这种研究思路的实质还是去模糊, 不但没有解决本质问题, 坐标系的转换也会引入新的噪声, 对后续的认识和分析产生影响。[Hao 等,2020]基于旋转运动模糊退化模型以及几何矩, 得到了 7 个旋转运动模糊几何矩不变量 (RMBMI-7), 并在实验中证实了其对于旋转运动模糊具有良好的不变性和区分性。但是由于几何矩本身抗噪性能较差, 因此在实际应用中, 适用性受到制约。除上述工作之外, 对于旋转运动模糊图像不变特征的有价值研究较为鲜见。

## 2 理论基础

本节介绍构建基于 GH 矩的旋转运动模糊不变量的相关理论基础: 旋转运动模糊图像退化模型和 GH 矩。

### 2.1 旋转运动模糊的退化模型

当被摄物体与感光元件之间存在相对运动时, 在一次快门时间内, 光在成像平面上的会产生非正常累积, 造成存在运动模糊的图像。当感光元件与被摄物体存在轴向旋转运动的情况下, 模糊路径可视为以相机与被摄物体为轴心, 一系列以轴心为圆心的同心圆。由于快门时间通常较短, 且变速旋转运动可分解成多个匀速旋转运动, 因此本文将着重研究角速度为常数的匀速旋转运动模糊, 其连续退化模型为:

$$g(x', y') = \frac{1}{T} \int_0^T f(x \cdot \cos(\omega \cdot t) - y \cdot \sin(\omega \cdot t), x \cdot \sin(\omega \cdot t) + y \cdot \cos(\omega \cdot t)) dt$$

其中,  $T$  为曝光时间,  $f(x, y)$  为原图像,  $g(x', y')$  为模糊图像,  $\omega$  为角速度(本文将  $\omega$  视为常数, 定义逆时针方向视作正方向)。

若旋转中心已知, 以其为原点构建坐标系后, 旋转运动模糊的连续退化模型可以改写为:

$$g(x_{(g)}, y_{(g)}) = \frac{1}{T} \int_0^T f(x_t, y_t) dt \quad (1)$$

其中  $(x_t, y_t)$  为原图像  $f(x, y)$  的某像素点在经过  $t$  时间旋转变换后的终点坐标, 而旋转角度是关于时间  $t$  的函数, 设为  $\varphi_t = \omega t$ 。而因为旋转运动模糊的形成过程中, 原图像只绕旋转中心发生了旋转变换, 因此原图像的坐标系与模糊图像的坐标系之间也构成了旋转变换关系, 旋转角度是常数, 记作  $\alpha$  (带正负号)。根据上述关系可得公式:

$$\begin{bmatrix} x_{(t)} \\ y_{(t)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{(t)} & -\sin \varphi_{(t)} \\ \sin \varphi_{(t)} & \cos \varphi_{(t)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} x_{(g)} \\ y_{(g)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (3)$$

结合公式(1)(2), 可得  $(x_t, y_t)$  与旋转路径落点坐标  $(x_g, y_g)$  的关系为:

$$\begin{bmatrix} x_{(t)} \\ y_{(t)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{(t)} & -\sin \varphi_{(t)} \\ \sin \varphi_{(t)} & \cos \varphi_{(t)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} x_{(g)} \\ y_{(g)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

设  $\theta_t = \varphi_t - \alpha = \omega t - \alpha$ , 可得:

$$\begin{bmatrix} x_{(t)} \\ y_{(t)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{(t)} & -\sin \theta_{(t)} \\ \sin \theta_{(t)} & \cos \theta_{(t)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{(g)} \\ y_{(g)} \end{bmatrix} \quad (7)$$

旋转运动模糊的离散退化模型为:

$$g(x_{(g)}, y_{(g)}) = \frac{1}{T+1} \sum_{t=0}^T f(x_{(t)}, y_{(t)}) \quad (8)$$

### 2.2 GH 矩

在 1979 年, 根据正交多项式理论, [Teague,1980] 提出了 Zernike 矩和 Legendre 矩, 从此开始将正交矩引入到图像不变特征分析领域, 解决了几何矩不变量天然存在的信息冗余的问题。[Yang 等,2011]证明了 GH 矩旋转不变量与几何矩旋转不变量具有相同的形式, 所有已经发现的几何矩旋转不变量都可以用于构建 GH 矩旋转不变量, 并给出了构建方法, 但并未考虑旋转运动模糊的场景。下面先介绍 GH 多项式, 再介绍 GH 矩。

在连续区间  $(-\infty, \infty)$  上, 第  $n$  阶的 Hermite 多项式的定义为:

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} (d^n/dx^n) e^{-x^2} \quad (9)$$

Hermite 多项式的递推公式为:

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x), n \geq 1 \quad (10)$$

其中初始条件为  $H_0(x) = 1$ ,  $H_1(x) = 2x$ 。加入权函数  $w(x) = e^{-x^2}$ , Hermite 多项式满足正交性, 即:

$$\int_{-\infty}^{\infty} w(x) H_m(x) H_n(x) dx = m! 2^m \sqrt{\pi} \delta_{mn} \quad (11)$$

其中,  $\delta_{pq}$  为克罗内克符号, 当  $p=q$  时,  $\delta_{pq}=1$ , 反之为 0。此时 Hermite 多项式是正交的, 但不具有归一性, 正交且归一的 Hermite 多项式的形式为:

$$\widehat{H}_n(x) = \frac{e^{-x^2/2}}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} H_n(x) \quad (12)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \widehat{H}_m(x) \widehat{H}_n(x) dx = \delta_{pq}$$



此时加入控制衰减的自定义尺度因子 $\sigma$ , 更通用的正交且归一的 GH 多项式定义为:

$$\widehat{H}_n(x; \sigma) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{n!2^n\sqrt{\pi}}} H_n\left(\frac{x}{\sigma}\right) \quad (13)$$

以 GH 多项式为基函数, 在 $(p,q)$ 阶下的 GH 矩可定义为:

$$M_{mn} = \iint f(x, y) \widehat{H}_m\left(\frac{x}{\sigma}\right) \widehat{H}_n\left(\frac{y}{\sigma}\right) dx dy \quad (14)$$

其中,  $f(x, y)$ 为图像的强度函数。

### 3 基于 GH 矩的旋转运动模糊不变量

基于旋转运动模糊退化模型, 该类图像的形成是对原图像作一系列旋转变换后的结果的叠加均值。本节围绕旋转 GH 矩不变量能否在旋转运动模糊中保持不变性展开讨论: 首先给出旋转运动模糊图像 GH 矩的定义, 再将该 GH 矩带入旋转矩不变量中筛选出具有稳定的不变性的旋转变换和旋转运动模糊的 GH 矩不变量, 即旋转运动模糊 GH 矩不变量 (Rotational Motion Blur Gaussian Hermite Moment Invariants, 简称 RMB\_GHMI), 构成一组特征向量应用于图像检索、目标识别等领域。

#### 3.1 模糊图像的 GH 矩

结合旋转运动模糊的退化模型和 GH 矩的定义, 模糊图像 $g(x, y)$ 的 GH 矩为公式(15)。

在此, 对公式(15)中的推导过程做几点说明:

step.1 根据公式(7)可得:

$$dx_{(t)} dy_{(t)} = \begin{vmatrix} \cos \theta_{(t)} & -\sin \theta_{(t)} \\ \sin \theta_{(t)} & \cos \theta_{(t)} \end{vmatrix} \cdot dx_{(g)} dy_{(g)} \quad (16)$$

$$= dx_{(g)} dy_{(g)}$$

然后将公式(7)和公式(16)代入。

step.2: 将双重积分中被积函数的两部分分别展开为多项式。

step.3: 将被积函数去括号, 然后按照  $x_{(t)}$  和  $y_{(t)}$  的阶数进行合并。

step.4: 替换双重积分中的变量  $x_{(t)}$  和  $y_{(t)}$  为  $x$  和  $y$ , 套用公式(14)中的定义, 引入  $f(x, y)$  的 GH 矩。

step.5 由于推导过程中 step.3 的合并使两个组合数发生了变换, step.2 中  $i \leq p, j \leq q$  的约束不再有效; 因此为保证推导的正确性和严谨性, 将结果中的组合数用新的函数改写, 并指明当套用结果代入各个参数时一旦违反新组合数  $i \leq p, k - i \leq q$  的约束时, 此项不符合实际意义, 系数为 0。

step.6 由 step.5 可看出旋转运动模糊图像的 GH 矩是由原图像 GH 矩的线性组合构成, 定义  $H(p, q, k)$  为各项系数。旋转运动模糊 GH 矩不变量的构建过程就是消除各项系数的过程。

离散情况下模糊图像  $g(x, y)$  的 GH 矩如公式 (17) 所示。

$$\begin{aligned} GHM_{pq}^{(g)} &= \iint g(x_{(g)}, y_{(g)}) \hat{H}_p(x_{(g)}; \sigma) \hat{H}_q(y_{(g)}; \sigma) dx_{(g)} dy_{(g)} = \iint \left[ \frac{1}{T} \int_0^T f(x_{(t)}, y_{(t)}) dt \right] \hat{H}_p(x_{(g)}; \sigma) \hat{H}_q(y_{(g)}; \sigma) dx_{(g)} dy_{(g)} = \frac{1}{T} \int_0^T \left[ \iint \hat{H}_p(x_{(t)}; \sigma) \hat{H}_q(y_{(t)}; \sigma) f(x_{(t)}, y_{(t)}) dx_{(t)} dy_{(t)} \right] dt \\ &\stackrel{\text{step.1}}{=} \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \iint \left[ \left( \hat{H}_p(x_{(t)}; \sigma) \cos \theta_{(t)} + \hat{H}_q(y_{(t)}; \sigma) \sin \theta_{(t)} \right)^m \cdot \left( -\hat{H}_p(x_{(t)}; \sigma) \sin \theta_{(t)} + \hat{H}_q(y_{(t)}; \sigma) \cos \theta_{(t)} \right)^n \cdot f(x_{(t)}, y_{(t)}) \right] dx_{(t)} dy_{(t)} \right\} dt \\ &\stackrel{\text{step.2}}{=} \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \iint \left[ \sum_{i=0}^p \left( C_p^i \cdot \hat{H}_p^i(x_{(t)}; \sigma) \cos^i \theta_{(t)} \cdot \hat{H}_q^{p-i}(y_{(t)}; \sigma) \sin^{p-i} \theta_{(t)} \right) \cdot \sum_{j=0}^q \left( (-1)^j \cdot C_q^j \cdot \hat{H}_q^j(y_{(t)}; \sigma) \sin^j \theta_{(t)} \cdot \hat{H}_q^{q-j}(y_{(t)}; \sigma) \cos^{q-j} \theta_{(t)} \right) \cdot f(x_{(t)}, y_{(t)}) \right] dx_{(t)} dy_{(t)} \right\} dt \\ &\stackrel{\text{step.3}}{=} \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \iint \sum_{k=0}^{p+q} \left[ \hat{H}_p^k(x_{(t)}; \sigma) \hat{H}_q^{p+q-k}(y_{(t)}; \sigma) \cdot \sum_{i=0}^k \left( C_p^i \cdot \cos^i \theta_{(t)} \cdot \sin^{p-i} \theta_{(t)} \cdot (-1)^{k-i} \cdot C_q^{k-i} \cdot \sin^{k-i} \theta_{(t)} \cdot \cos^{q+i-k} \theta_{(t)} \right) \right] \cdot f(x_{(t)}, y_{(t)}) dx_{(t)} dy_{(t)} \right\} dt \\ &\stackrel{\text{step.4}}{=} \sum_{k=0}^{p+q} \left\{ GHM_{k, p+q-k}^{(f)} \cdot \sum_{i=0}^k \left[ (-1)^{k-i} \cdot C_p^i \cdot C_q^{k-i} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \left( \sin^{p+k-2i} \theta_{(t)} \cdot \cos^{q+2i-k} \theta_{(t)} \right) dt \right] \right\} \\ &\stackrel{\text{step.5}}{=} \sum_{k=0}^{p+q} \left\{ GHM_{k, p+q-k}^{(f)} \cdot \sum_{i=0}^k \left[ S(p, q, k, i) \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \left( \sin^{p+k-2i} \theta_{(t)} \cdot \cos^{q+2i-k} \theta_{(t)} \right) dt \right] \right\}, S(p, q, k, i) = \begin{cases} (-1)^{k-i} \cdot C_p^i \cdot C_q^{k-i}, & i \leq m \text{ 且 } k-i \leq q \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ &\stackrel{\text{step.6}}{=} \sum_{k=0}^{p+q} \left\{ H(p, q, k) \cdot GHM_{k, p+q-k}^{(f)} \right\}, H(p, q, k) = \sum_{i=0}^k \left[ S(p, q, k, i) \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \left( \sin^{p+k-2i} \theta_{(t)} \cdot \cos^{q+2i-k} \theta_{(t)} \right) dt \right] \end{aligned} \quad (15)$$

$$ghm_{pq}^{(g)} = \sum_{k=0}^{p+q} \left\{ ghm_{k,p+q-k}^{(f)} \cdot \sum_{i=0}^k \left[ S(p,q,k,i) \cdot \frac{1}{T+1} \sum_{t=0}^T (\sin^{p+k-2i} \theta_{(t)} \cdot \cos^{q+2i-k} \theta_{(t)}) \right] \right\}, \quad S(p,q,k,i) = \begin{cases} (-1)^{k-i} C_p^i C_q^{k-i}, & i \leq p \text{ 且 } k-i \leq q \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$= \sum_{k=0}^{p+q} \left\{ H(p,q,k) \cdot ghm_{k,p+q-k}^{(f)} \right\}, \quad H(p,q,k) = \sum_{i=0}^k \left[ S(p,q,k,i) \cdot \frac{1}{T+1} \sum_{t=0}^T (\sin^{p+k-2i} \theta_{(t)} \cdot \cos^{q+2i-k} \theta_{(t)}) \right] \quad (17)$$

### 3.2 旋转运动模糊图像的 GH 矩不变量

公式(15)给出了模糊图像 GH 矩与原图像 GH 矩的关系式, 构建旋转运动模糊矩不变量的关键就是要寻找各项系数之间的关系, 以消去各项矩中的时间参数和正弦余弦函数。

**定理 1.**

$ghm_{20}^{(f)} + ghm_{02}^{(f)}$  是旋转运动模糊矩不变量。

证明: 由公式(15)可得:

$$\begin{cases} H(2,0,0) = \frac{1}{T} \int_0^T [\sin^2 \theta_{(t)}] dt \\ H(2,0,1) = \frac{1}{T} \int_0^T [2 \cos \theta_{(t)} \sin \theta_{(t)}] dt \\ H(2,0,2) = \frac{1}{T} \int_0^T [\cos^2 \theta_{(t)}] dt \\ H(0,2,0) = \frac{1}{T} \int_0^T [\cos^2 \theta_{(t)}] dt \\ H(0,2,1) = -\frac{1}{T} \int_0^T [2 \cos \theta_{(t)} \sin \theta_{(t)}] dt \\ H(0,2,2) = \frac{1}{T} \int_0^T [\sin^2 \theta_{(t)}] dt \end{cases}$$

根据上式可得系数之间的关系:

$$\begin{cases} H(2,0,0) + H(0,2,0) = 1 \\ H(2,0,1) + H(0,2,1) = 0 \\ H(2,0,2) + H(0,2,2) = 1 \end{cases}$$

因此:

$$\begin{aligned} ghm_{20}^{(g)} + ghm_{02}^{(g)} &= \sum_{k=0}^2 \left\{ ghm_{k,2-k}^{(f)} \cdot [H(2,0,k) + H(0,2,k)] \right\} \\ &= ghm_{02}^{(f)} \cdot [H(2,0,0) + H(0,2,0)] + ghm_{11}^{(f)} \cdot [H(2,0,1) + H(0,2,1)] \\ &\quad + ghm_{20}^{(f)} \cdot [H(2,0,2) + H(0,2,2)] = ghm_{20}^{(f)} + ghm_{02}^{(f)} \end{aligned}$$

证得:  $ghm_{20}^{(f)} + ghm_{02}^{(f)}$  是旋转运动模糊 GH 矩不变量。

由于旋转运动模糊 GH 矩不变量的项数较多, 系数复杂, 人工推导效率极低; 因此本文不直接构建不变量, 而是通过编写 Maple 程序将判断旋转运动模糊不变性的过程封装起来, 以不变量为参数, 具体步骤为: (a)将不变量中的模糊矩按公式()展开为原矩的线性组合; (b)合并同项系数; (c)以消去各项矩中的时间参数和正弦余弦函数为主, 简化系数;

(d)判断简化后的各项原矩是否仍能构成不变量。待测不变量为文献[Mo&Li,2019]中的旋转矩不变量经[Yang 等,2011]中的方法扩展到 GH 矩的旋转 GH 矩不变量。

### 3.3 RMB\_GHMI-5

基于上述算法, 本文得到了一系列具有旋转变换和旋转运动模糊不变性的 GH 矩不变量。为了获得一组稳定的旋转运动模糊 GH 矩不变量, 本文对同一幅图像作不同程度的旋转运动模糊, 合成了 18 幅测试图像, 分别计算待测不变量的值, 并求得其平均相对误差, 如下:

$$MRE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{E_i - \bar{E}}{\bar{E}} \quad (18)$$

其中,  $N$  指测试图像数,  $E_i$  指待测不变量在第  $i$  幅图像上的值,  $\bar{E}$  指待测不变量在  $N$  幅测试图像上的均值。

经过对多组图像做上述相同的实验后, 筛选出平均相对误差最小的 5 个不变量, 组成了具有相当稳定性的旋转运动模糊特征向量, 记作 RMB\_GHMI-5。

**定理 2.** RMB\_GHMI-5 是一组对旋转变换和旋转运动模糊具有不变性的 GH 矩不变量, 这 5 个不变量如公式(19)所示。

$$\begin{aligned} RMB\_GHMI(1) &= ghm_{20} + ghm_{02}; \\ RMB\_GHMI(2) &= ghm_{40} + 2ghm_{22} + ghm_{04}; \\ RMB\_GHMI(3) &= \frac{ghm_{01}ghm_{03} + ghm_{01}ghm_{21} + ghm_{10}ghm_{12} + ghm_{10}ghm_{30}}{ghm_{10}^2 + ghm_{01}^2}; \\ RMB\_GHMI(4) &= \frac{ghm_{01}ghm_{12} + ghm_{01}ghm_{30} - ghm_{10}ghm_{03} - ghm_{10}ghm_{21}}{ghm_{10}^2 + ghm_{01}^2}; \\ RMB\_GHMI(5) &= \frac{(ghm_{30} + ghm_{12})^2 + (ghm_{21} + ghm_{03})^2}{ghm_{10}^2 + ghm_{01}^2} \quad (19) \end{aligned}$$

## 4 实验与分析

为了测试 RMB\_GHMI-5 的不变性和图像检索性能, 本文以 Matlab 为实验平台进行试验与分析, 运行平台为 CPU 频率 2.80GHz, 内存 16GB 的计算机。

### 4.1 不变性测试

本实验首先从图像数据集 USC-SIPI (<http://sipi.usc.edu/database/>)中挑选 2 张作为原始图像, 然后分别对图像进行如下变换和退化: (a)原始

图像灰度化并裁减成圆形；(b)-(j)分别对(a)图像做逆时针 36° ~ 360° 以 36° 为步长的旋转变换，然后叠加的 10° ~ 90° 旋转运动模糊，随后在合成图像 (b)~(j)上分别计算 RMB\_GHMI-5 的分量值和(b)~(j)与(a)的特征距离，用修正的卡方距离来衡量，公式

如下：

$$d[X, Y] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - x_i|}{|y_i| + |x_i|} \quad (20)$$

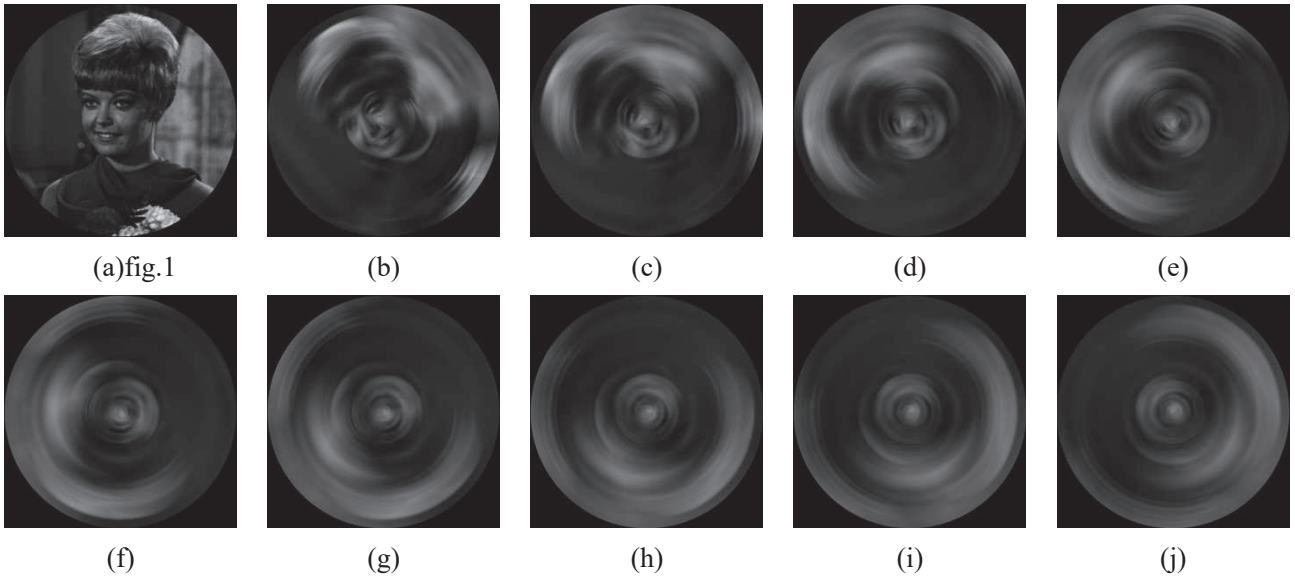


图1 原始图像 fig.1 和变换/退化处理后的合成图像

Fig.1 Demo of original fig.1 and transformed fig.1

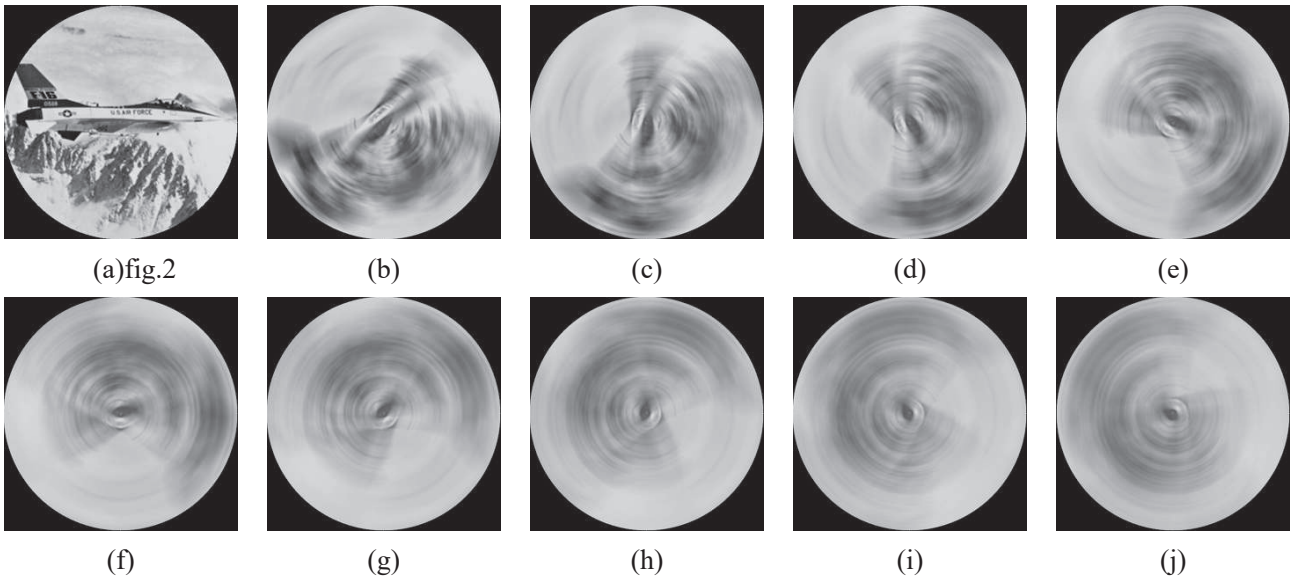


图2 原始图像 fig.2 和变换/退化处理后的合成图像

Fig.1 Demo of original fig.2 and transformed fig.2

表 1 和表 2 分别是 fig.1 和 fig.2 经(b)-(j)处理后RMB\_GHMI-5 各分量的值，以及特征距离。由表 1 和表 2 中的数值可以看出，即使在旋转运动模糊程度极大，人眼完全不可辨认时，本文

给出的RMB\_GHMI-5 依然能保持很好的不变性，说明了RMB\_GHMI-5在旋转变换和旋转运动模糊叠加的情况下具有良好的稳定性和不变性。

表1 fig.1经(b)-(j)处理后 RMB\_GHMI-5 的值  
Table 1 The value of RMB\_GHMI-5 for fig.1 after transforming

图像	rmb_ghmi(1)	rmb_ghmi(2)	rmb_ghmi(3)	rmb_ghmi(4)	rmb_ghmi(5)
(a)	84.7168	101.0554	2.0799	-0.6936	4.8070
(b)	84.6731	108.2887	2.3876	-0.8025	6.3445
(c)	84.6729	103.5799	2.1928	-0.5783	5.1428
(d)	84.6817	104.1599	2.1987	-0.8564	5.5677
(e)	84.6690	106.8092	2.3566	-0.6577	5.9861
(f)	84.6732	103.2998	2.1365	-0.7039	5.0600
(g)	84.6800	105.6663	2.3067	-0.7935	5.9506
(h)	84.6724	104.8973	2.2457	-0.6483	5.4632
(i)	84.6721	104.9468	2.2115	-0.7647	5.4752
(j)	84.6839	104.5411	2.2806	-0.7161	5.7140
特征距离	0.000245	0.019720	0.040619	0.052012	0.077913

表2 fig.2经(b)-(j)处理后 RMB\_GHMI-5 的值  
Table 2 The value of RMB\_GHMI-5 for fig.2 after transforming

图像	rmb_ghmi(1)	rmb_ghmi(2)	rmb_ghmi(3)	rmb_ghmi(4)	rmb_ghmi(5)
(a)	265.5766	275.0017	0.5352	0.6770	0.7449
(b)	265.4339	260.4324	0.8625	0.8574	1.4791
(c)	265.4332	273.4146	0.5232	0.8623	1.0172
(d)	265.4561	265.5616	0.7646	0.6556	1.0144
(e)	265.4284	266.2609	0.7156	0.9415	1.3986
(f)	265.4347	270.2790	0.5872	0.7187	0.8612
(g)	265.4554	265.7084	0.7937	0.7957	1.2631
(h)	265.4292	268.1728	0.6229	0.8544	1.1181
(i)	265.4323	267.5903	0.6961	0.7366	1.0271
(j)	265.4572	268.2214	0.7076	0.8323	1.1934
特征距离	0.000257	0.014253	0.128001	0.087622	0.207178

## 4.2 图像检索实验

本节实验中,从图像数据集 Flavia database[Wu等,2007]中随机挑选 30 张同类相似的树叶图像作为数据集 A,然后基于每张训练图像合成 10 张不同程度的旋转变换叠加旋转运动模糊,即将原图做逆时针  $36^\circ \sim 360^\circ$  以  $36^\circ$  为步长的旋转变换,然后叠加的  $100^\circ \sim 190^\circ$  旋转运动模糊,再分别添加  $\sigma=0.01, 0.02, \dots, 0.10$  的高斯噪声和  $d=0.11, 0.12, \dots, 0.2$  椒盐噪声,各生成 300 张严重高斯噪声(G)和椒盐噪声(SP)的模糊图像,构成测试数据集 A\_G 和 A\_SP。

另外,本文尝试挑战在对称图像中的检索性能。对称图像相比于一般图像,对算法的区分性要求更高。在图像数据集 Butterfly Image Database[Li等,2017]随机挑选 50 张相似的蝴蝶图像作为数据集 B,然后基于每张训练图像合成 10 张不同程度的旋转变换叠加旋转运动模糊,即将原图做逆时针  $36^\circ$

$\sim 360^\circ$  以  $36^\circ$  为步长的旋转变换,然后叠加的  $100^\circ \sim 190^\circ$  旋转运动模糊,再分别添加  $\sigma=0.01, 0.02, \dots, 0.10$  的高斯噪声和  $d=0.11, 0.12, \dots, 0.2$  椒盐噪声,各生成 500 张严重高斯噪声(G)和椒盐噪声(SP)的模糊图像,构成测试数据集 B\_G 和 B\_SP。将 RMB\_GHMI-5 与[Hu,1962]提出的 7 个几何矩不变量、[Yang 等,2011]提出的 7 个 GH 矩旋转变换不变量、[Hao 等,2020]提出的 7 个几何矩旋转模糊不变量等四组特征向量作为对比,并将 RMB\_GHMI-5 与[Hao 等,2020]提出的 7 个几何矩旋转模糊不变量组合起来形成的 12 维特征向量同时参与对比试验。用特征向量间修正的卡方距离作为衡量图像相似度的依据,用 P-R 曲线作为观察图像检索实验结果的工具,来对比测试 RMB\_GHMI-5 的性能。

图 3、图 4 分别展示数据集 A 和数据集 B 中的一部分。图 5-图 8 分别展示在旋转变换和旋转运动模糊后添加高斯噪声和椒盐噪声的测试数据集 A\_G、



A\_SP、B\_G、B\_G的一部分。

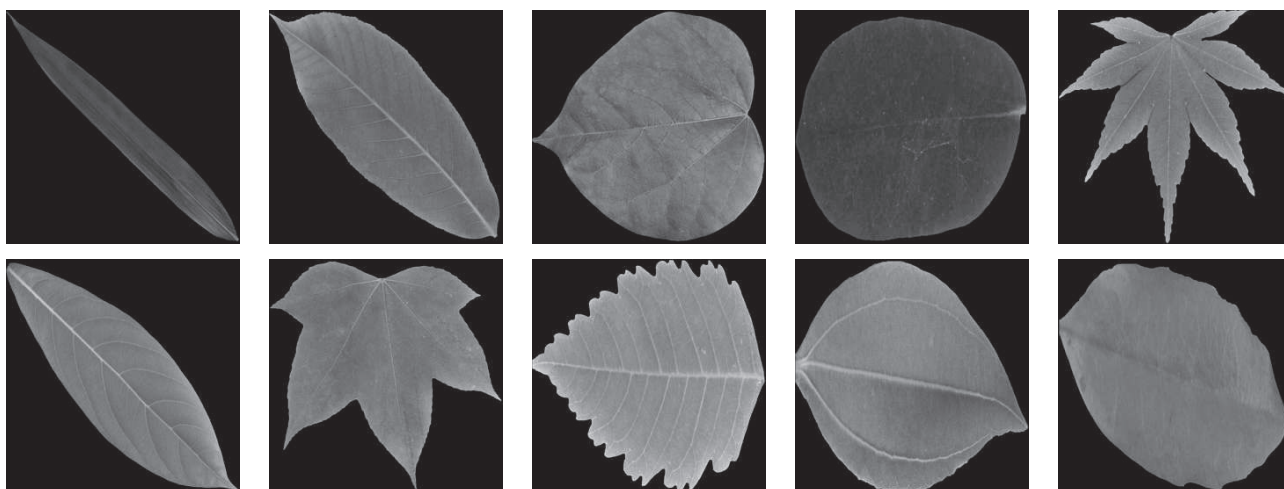


图3 训练数据集 A 部分示例

Fig.3 Demo of database A



图4 训练数据集 B 部分示例

Fig.4 Demo of database B

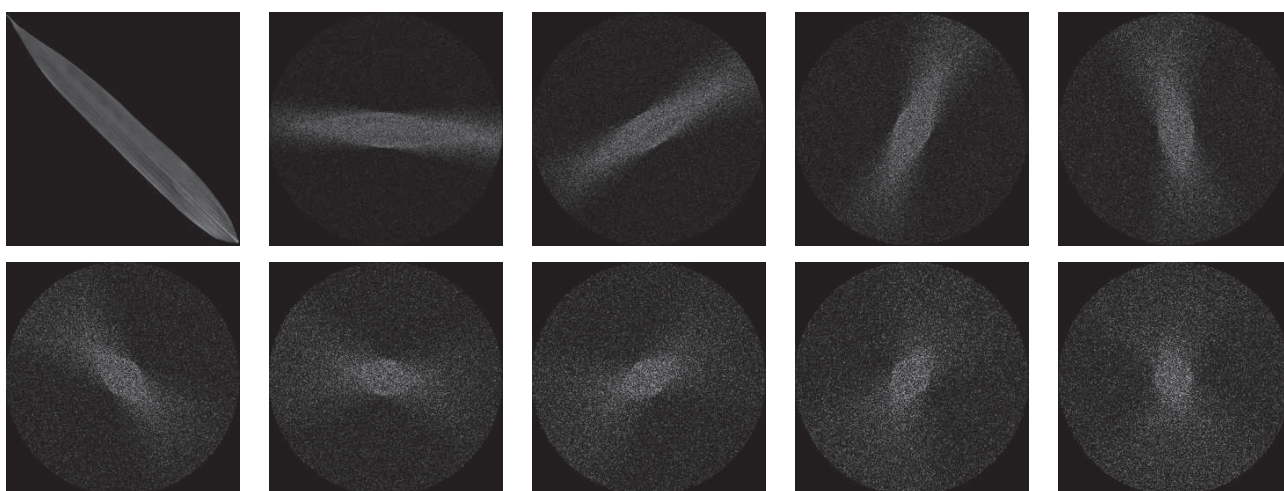


图5 添加高斯噪声的测试数据集 A\_G 示例

Fig.5 Demo of database A\_G

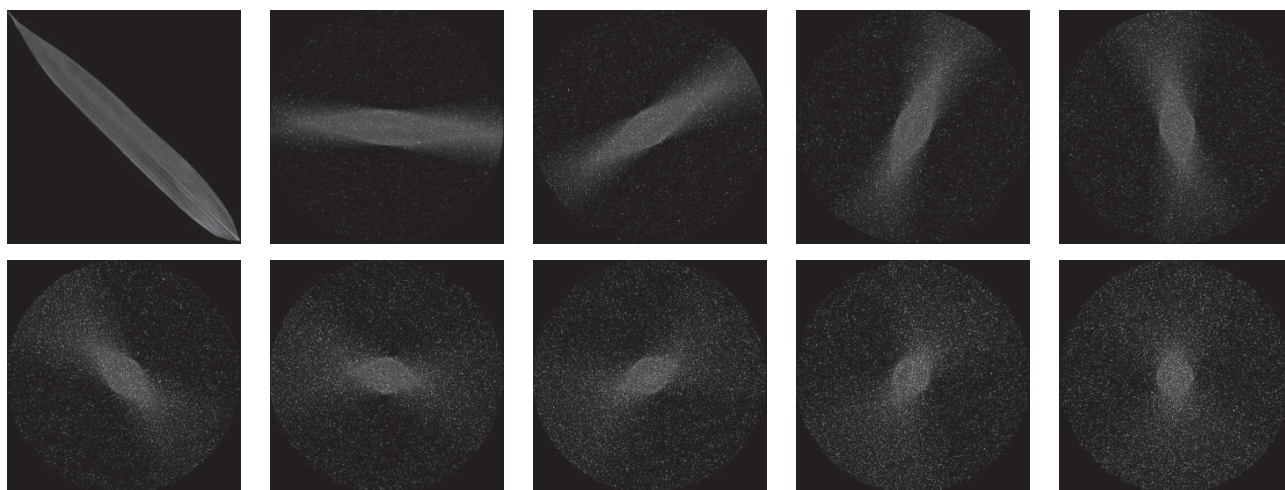


图 6 添加椒盐噪声的测试数据集 A\_SP 示例

Fig.6 Demo of database A\_SP

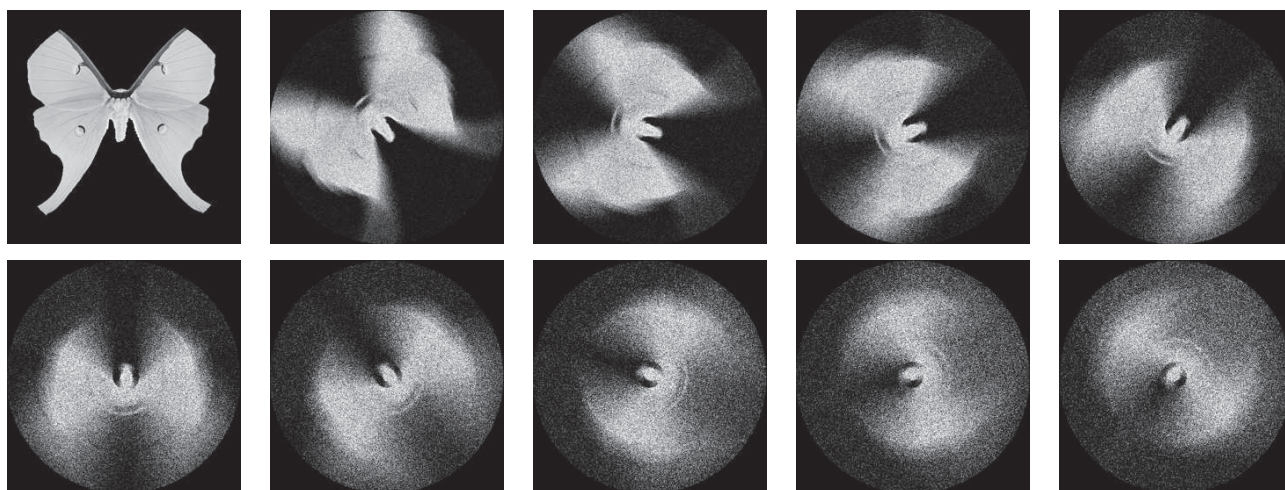


图 7 添加高斯噪声的测试数据集 B\_G 示例

Fig.7 Demo of database B\_G

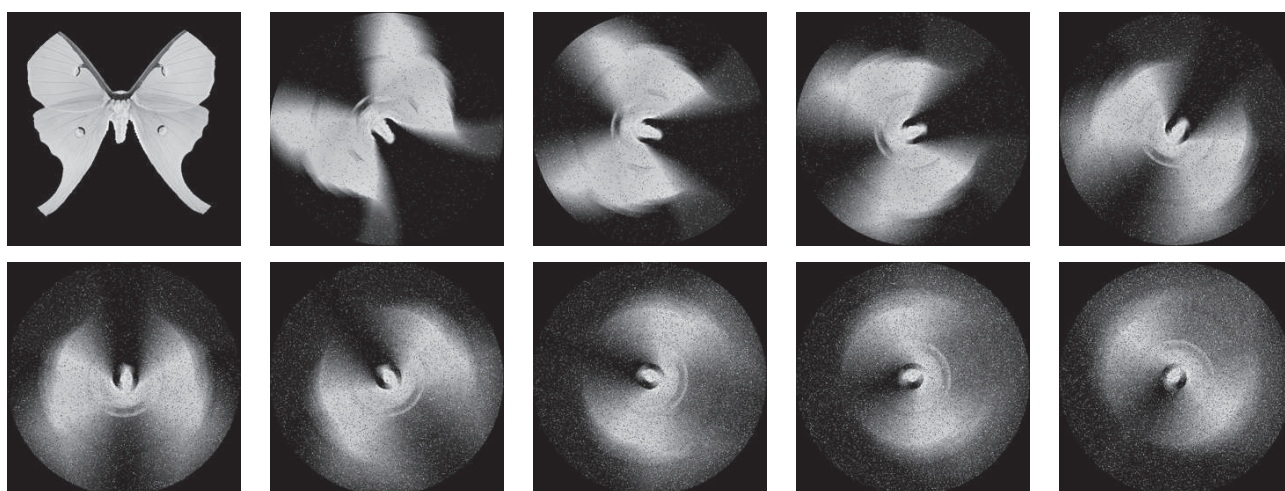


图 8 添加椒盐噪声的测试数据集 B\_SP 示例

Fig.8 Demo of database B\_SP



从图 9、图 10 所示的 P-R 曲线中在可以看到 RMB\_GHMI-5 在树叶图像极严重的模糊和噪声干扰下，图像检索方面的性能远超[Hu,1962]提出的 7 个几何矩不变量、[Yang 等,2011]提出的 7 个 GH 矩旋转变换不变量、[Hao 等,2020]提出的 7 个几何矩旋转模糊不变量，在高斯噪声情况下，RMB\_GHMI-5 在 80%的召回率下，比 Hao 的方法准确率提升了 25.89%，在椒盐噪声情况下，RMB\_GHMI-5 在 80%的召回率下，比 Hao 的方法准确率提升了 39.95%，另外也可发现，随着特征向量维数的增加，RMB\_GHMI-5 与 Hao 的方法组合起来检索准确度更高。即使在严重的噪声干扰下，性能得到进一步提升。

从图 11、图 12 所示的 P-R 曲线中在可以看到 RMB\_GHMI-5 在典型的对称图像中的表现，也优于早前的方法。蝴蝶图像极严重的模糊和噪声干扰下，图像检索方面的性能明显优于同类其他更高维特征向量。在高斯噪声情况下，RMB\_GHMI-5 在 80%的召回率下，比 Hao 的方法准确率提升了 7.18%，在椒盐噪声情况下，RMB\_GHMI-5 在 80%的召回率下，比 Hao 的方法准确率提升了 3.04%， RMB\_GHMI-5 与 Hao 的方法组合起来效果更佳。

由此可见，RMB\_GHMI-5 的区分性很强，在现实场景的旋转运动模糊的图像识别中有很大的应用潜力。

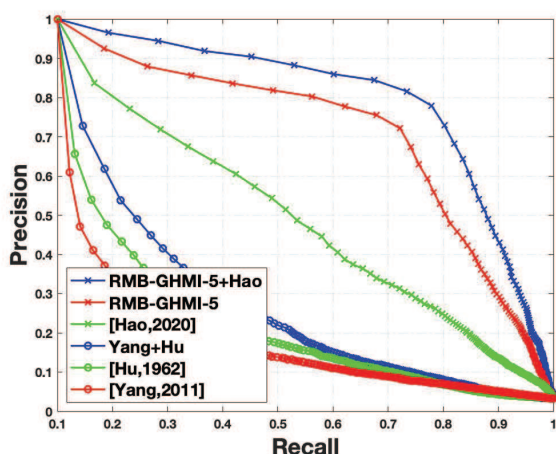


图 9 数据集 A\_G 图像检索实验 P-R 曲线

Fig.9 P-R figure of image retrieval experiment on database A\_G

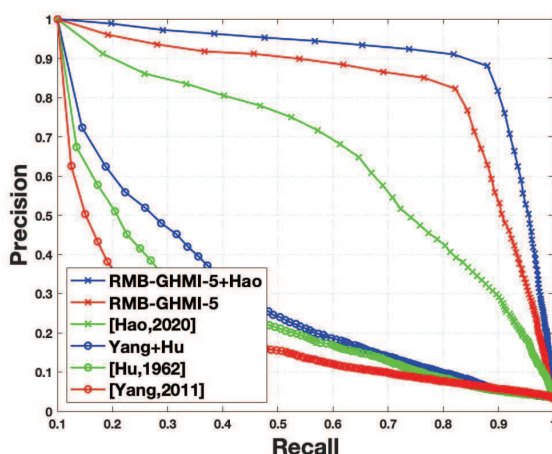


图 10 数据集 A\_SP 图像检索实验 P-R 曲线

Fig.10 P-R figure of image retrieval experiment on database A\_SP

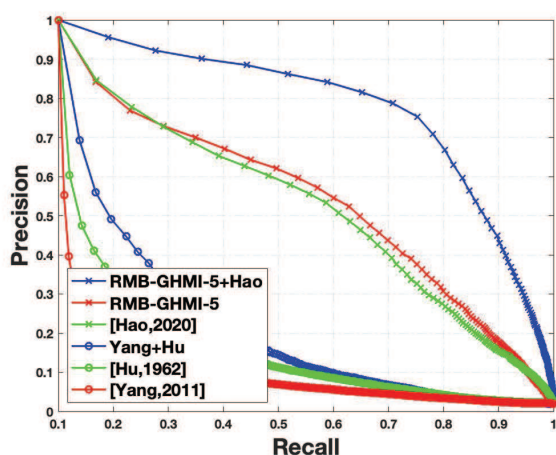


图 11 数据集 B\_G 图像检索实验 P-R 曲线

Fig.11 P-R figure of image retrieval experiment on database A\_G

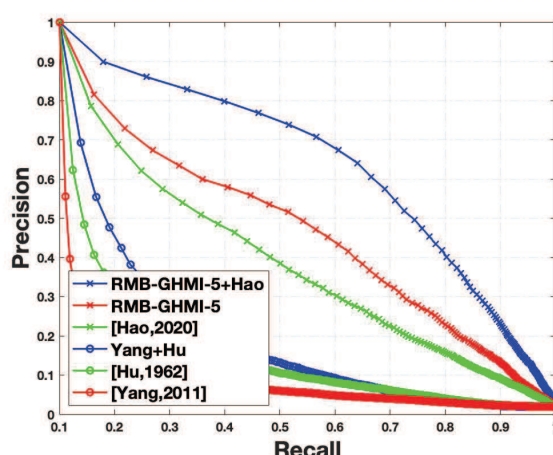


图 12 数据集 B\_SP 图像检索实验 P-R 曲线

Fig.12 P-R figure of image retrieval experiment on database A\_SP

## 5 结论

基于旋转运动模糊的退化模型与 GH 矩理论, 本文提出对旋转变换和旋转运动模糊保持不变的 5 个稳定的 GH 矩不变量, 构成一个 5 维旋转运动模糊特征向量 (RMB\_GHMI-5)。

经过实验测试和对比, 该特征向量对旋转变换和旋转运动模糊具有很好的不变性和区分性, 即便在噪声相当严重的情况下, 仍能保持良好的识别性能, 且比起已有同类方法, 图像检测的准确率有了显著提升。当模糊增大至人眼都无法辨别的程度, 图像内容发生了巨大改变, 即便在使用神经网络的算法都无法对网络进行训练的情况下, RMB\_GHMI-5 依然保持了很好的性能。因此, 在图像检索和模式识别领域, 基于手工特征的不变量研究具有非常重要的价值。

本文的工作还值得继续推进。如何将已经得到不变特征与神经网络相结合, 改进网络结构, 实现更具实用性的算法突破, 将是未来一段时间的研究方向。

## 参考文献(References)

- Cho S, Lee S. Fast motion deblurring [C]. ACM Transactions on Graphics (TOG). 2009, 28(5): 145. [DOI:10.1145/1661412.1618491]
- Flusser J, Suk T, Boldyř J, et al. Projection operators and moment invariants to image blurring[J]. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 2014, 37(4): 786-802.[DOI:10.1109/TPAMI.2014.2353644]
- Flusser J, Suk T. Degraded image analysis: an invariant approach[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1998, 20(6): 590-603.[DOI: 10.1109/34.683773]
- Flusser J, Zitova B. Combined invariants to linear filtering and rotation[J]. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 1999, 13(08): 1123-1135.[DOI:10.1142/s021800149900063x]
- Hao Hongxiang, Mo Hanlin, Li Hua, "Geometric Moment Invariants to Motion Blur", arXiv : "https://arxiv.org/pdf/2101.08647.pdf", 2020.
- Jia J. Single image motion deblurring using transparency [C]. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2007: 1-8.[DOI: 10.1109/CVPR.2007.383029]
- Li E, Mo H, Xu D, et al. Image projective invariants[J]. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 2018, 41(5): 1144-1157.[DOI:10.1109/TPAMI.2018.2832060]
- Mo H, Li H. Image Differential Invariants[J]. arXiv preprint arXiv:1911.05327, 2019.
- Morimoto T, Isoe N, Ohizumi Y, et al. Restoration of Rotational Motion Blurred Images using the Inverse Filters[C]//Proceedings of the ISCIE International Symposium on Stochastic Systems Theory and its Applications. The ISCIE Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications, 2011, 2011: 264-270.[DOI:10.5687/sss.2011.264]
- Nah S, Hyun Kim T, Mu Lee K. Deep multi-scale convolutional neural network for dynamic scene deblurring [C]. Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2017: 3883-3891.[DOI:10.1109/CVPR.2017.35]
- Ojansivu V, Heikkilä J. Blur insensitive texture classification using local phase quantization[C]//International conference on image and signal processing. Springer, Berlin, Heidelberg, 2008: 236-243.[DOI:10.1007/978-3-540-69905-7\_27]
- Qiu Y, Zhang C. End-To-End Rotational Motion Deblurring Method Combining with Motion Information[C]//Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing, 2020, 1518(1): 012038.[DOI:10.1088/1742-6596/1518/1/012038]
- Shan Q, Xiong W, Jia J. Rotational motion deblurring of a rigid object from a single image [C]. IEEE 11th International Conference on Computer Vision, 2007: 1-8.[DOI: 10.1109/ICCV.2007.4408922]
- Suk T, Flusser J. Vertex-based features for recognition of projectively deformed polygons[J]. Pattern Recognition, 1996, 29(3): 361-367.[DOI:10.1016/0031-3203(94)00094-8]
- Sun J, Cao W, Xu Z, et al. Learning a convolutional neural network for non-uniform motion blur removal [C]. Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2015: 769-777. [DOI:]
- Tao X, Gao H, Shen X, et al. Scale-recurrent network for deep image deblurring[C]. Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2018: 8174-8182.[DOI:10.1109/cvpr.2018.00853]
- Teague, Reed M . Image analysis via the general theory of moments\*[J]. josa/70/8/josa-70-8-920.pdf, 1980, 70(8):920-0.[DOI:10.1364/JOSA.70.000920]
- Wang Z, Yao Z, Wang Q. Improved scheme of estimating motion



- blur parameters for image restoration [J]. Digital Signal Processing, 2017, 65: 11-18. [DOI:10.1016/j.dsp.2017.02.010]
- Whyte O, Sivic J, Zisserman A, et al. Non-uniform deblurring for shaken images [J], International Journal of Computer Vision, 2012, 98(2): 168-186.[DOI:10.1007/s11263-011-0502-7]
- Wu S G, Bao F S, Xu E Y, et al. A leaf recognition algorithm for plant classification using probabilistic neural network[C]//2007 IEEE international symposium on signal processing and information technology. IEEE, 2007: 11-16.[10.1109/ISSPIT.2007.4458016]
- Yang B, Li G, Zhang H, et al. Rotation and translation invariants of Gaussian-Hermite moments[J]. Pattern Recognition Letters, 2011, 32(9):1283-1298.[DOI:10.1016/j.patrec.2011.03.012]
- Zhang and T. Tan, "Affine invariant texture analysis based on structural properties" in Computer Vision, Proceedings of the 5th Asian Conference on: pp. 216-221, 2002.[DOI:DOI:10.1088/1742-6596/1518/1/012039]
- Zhang H, Shu H Z, Haigron P, et al. Construction of a complete set of orthogonal Fourier–Mellin moment invariants for pattern recognition applications[J]. Image and vision computing, 2010, 28(1): 38-44.[DOI:10.1016/j.imavis.2009.04.004]
- Zheng S, Xu L, Jia J. Forward Motion Deblurring[C]// IEEE International Conference on Computer Vision. IEEE, 2013.[DOI: 10.1109/ICCV.2013.185]
- Zhou Y T, Chellappa R, Vaid A, et al. Image restoration using a neural network[J]. IEEE transactions on acoustics, speech, and signal processing, 1988, 36(7): 1141-1151.[DOI: 10.1109/29.1641]
- Zitova B, Flusser J. Image registration methods: a survey[J]. Image and vision computing, 2003, 21(11): 977-1000.[DOI:10.1016/s0262-8856(03)00137-9]

贾丽, 1985 生, 女, 博士, 工程师, 联合第一作者, 研究方向为空间信息获取及处理.  
Email: yueyaer\_jiali@163.com

郝宏翔, 男, 硕士研究生, 主要研究方向为图像模糊识别. Email: haohongxiang18s@ict.ac.cn.

墨瀚林, 男, 博士研究生, 主要研究方向为形状分析. Email: mohanlin@ict.ac.cn.

李华, 男, 博士, 教授, 主要研究方向为计算机图形学、不变特征分析. Email: lihua@ict.ac.cn.

## 作者简介

郭锐, 1988 年生, 男, 博士研究生, 通信作者, 主要研究方向为图像模糊不变特征.  
Email: hquguorui@qq.com.

