Числофизика: Модель ускоренного расширения Вселенной
(Number physics: Model of the accelerated expansion of the Universe)

Александр Васильевич Исаев
(Alexander Vasilievich Isaev)

Abstract
На момент опубликования данной монографии (21.06.2019) это было самое убедительное (и несложное, короткое) доказательство ключевой тогда мысли автора: законы мира простых чисел (2, 3, 5, 7, 11, 13, …) – парадоксальным образом «моделируют» загадочные законы «ткани» реального дискретного пространства-времени. В работе описана математическая природа колоссальных ФЛУКТУАЦИЙ (до 10^126 раз) УСКОРЕНИЯ, возникающего в процессе расширения «ткани» пространства (в современную эпоху). Что, как бы само собой, закрывает и так называемую «проблему космологической постоянной» в фундаментальной физике.

At the time of publication of this monograph (06/21/2019), this was the most convincing (and simple, short) proof of the author's key thought at that time: the laws of the world of prime numbers (2, 3, 5, 7, 11, 13, ...) paradoxically “simulate "Mysterious laws of the" fabric "of real discrete space-time. The paper describes the mathematical nature of colossal FLUCTUATIONS (up to 10 ^ 126 times) ACCELERATION, arising in the process of expansion of the "fabric" of space (in the modern era). Which, as if by itself, also closes the so-called "problem of the cosmological constant" in fundamental physics.

1. Вступление

Натуральные числа N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, … строятся (составляются) из так называемых *простых* чисел P = 2, 3, 5, 7, 11, 13, … (все они делятся только на 1 и самих себя). Количество (K) простых чисел на отрезке [2; P] растет по красивому закону теории чисел: $K \sim P/\ln P$, поэтому, по мере роста правой границы (P) отрезка, *вероятность* встречи с простым числом ($K/P \sim 1/\ln P$) на указанном отрезке – уменьшается. И этого вполне достаточно знать неискушенному читателю (не математику), чтобы понять, что с ростом K (это также и порядковый номер простого числа в ряде всех простых чисел) расстояние между соседними простыми числами, вообще говоря, *увеличивается*. То есть можно сказать, что мир простых чисел ***расширяется***.

В космологии есть так называемый *масштабный фактор* – это расстояние между далекими соседними объектами во Вселенной, скажем, между соседними *галактиками*. Именно разнообразные галактики – основные структурные единицы видимой Вселенной, где порядка триллиона галактик (и в каждой галактике может быть до триллиона самых разных звезд). Ещё почти сто лет назад астрофизики с помощью телескопов обнаружили, что далекие галактики *разбегаются* друг от друга (словно изюминки в сыром тесте, которое из-за дрожжей набухает во все стороны), то есть масштабный фактор, вообще говоря, увеличивается, а Вселенная – ***расширяется***.

Как обычно у автора синий текст – это общеизвестные факты, теории, гипотезы из астрофизики (космологии), теоретической физики.

Можно провести такую аналогию (разумеется, всё сильно упрощая): осознать, понять указанное расширение Вселенной (в виде разбегания далеких галактик) было столь же несложно для астрофизиков, как и осознать, понять неискушенному читателю указанное расширение мира простых чисел. Зеленый текст (образно говоря, ещё «не созревший») – это размышления и гипотезы автора в рамках его *числофизики*. Разумеется, можно пропускать весь зеленый текст, и тогда перед читателем останется только описание мира простых чисел (местами вполне оригинальное), в том числе и самые азы ***теории чисел*** – довольно сложного и красивого раздела высшей математики.

Исаев Александр Васильевич,
автор данной монографии

Всего лишь около 20 лет назад, в самом конце XX века, астрофизики (неожиданно для себя) открыли, что Вселенная не просто расширяется, а расширяется ***с ускорением*** (правда, едва уловимым в тончайших измерениях). При этом физики-теоретики до сих пор не понимают причину (природу) такого ускоренного расширения (якобы причина кроется в загадочной ***тёмной энергии***). И опять-таки, сильно всё упрощая, можно провести аналогию: открыть *ускоренное* расширение Вселенной было почти так же сложно для астрофизиков, как неискушенному читателю осознать, понять *ускоренное* расширение… мира *простых чисел* (его «пространства-времени», где каждый квант *времени* и квант *пространства* «порождается» соседними простыми числами). Ведь чтобы понять *такое* – читателю (не математику) необходимо, как минимум, вникнуть хотя бы в первые *семь* коротких глав данной монографии. Но кто из читателей (тем более, физиков-теоретиков) захочет тратить на это своё драгоценное время? Увы, вопрос почти риторический…

Тем не менее, чтобы привлечь внимание физиков (искушенных в физике читателей) в своём вступлении автор «анонсирует» лишь ключевой факт (который вовсе не очевиден, но его можно строго проверить в первых *семи* главах): ***ускорение расширения «пространства-времени» простых чисел равно… ускорению расширения Вселенной***, то есть численно равно *космологической постоянной* (Λ), выраженной в планковских величинах. И это реализуется, когда мы рассматриваем так называемый *лямбда-отрезок*, на котором $K \approx 8 \cdot 10^{60}$ простых чисел – именно столько *планковских времен* помещается в возрасте Вселенной (равном 13,75 млрд лет).

Более того, при этом «моделируется» пресловутая «***проблема космологической постоянной***», не имеющая объяснения у физиков, а в мире простых чисел… исчезающая сама собой (в силу колоссальных ***флуктуаций*** ускорений).

Заканчивая своё вступление, автор ещё раз напоминает, что именно из *простых чисел*, как из неких фундаментальных элементов, строится (составляется) весь бесконечный ряд натуральных (составных) чисел – об этом каждому из нас говорили ещё в начальной школе (вспомните – *основная теорема арифметики*). И в этом, вероятно, заключается курьёзный парадокс ***архисложной*** теоретической физики, пытающейся понять загадочную «ткань» пространства-времени (а наипростейшая «модель» указанной загадочной «ткани» нам известна … ещё с самого детства?).

2. «Пространство-время» мира простых чисел

Реальный м-фактор ($M_к$) – это *расстояние* между соседними *реальными* простыми числами на числовой оси, то есть это *разница* между указанными числами:

$$M_к \equiv P_{к+1} - P_к, \tag{2.1}$$

где K = 1, 2, 3,4, 5, 6, 7, … – *порядковый номер* реального простого числа ($P_к$) в бесконечном ряде всех простых чисел (исходим из того, что K = 1 у простого числа P_1 = **2**). Уточнение «*реальные*» простые числа – совсем не лишнее, поскольку ниже у нас появятся ещё и *идеальные* простые числа (как некий удобный *заменитель* реальных).

Мы также будем говорить, что K – это порядковый номер ***кванта к-времени*** («счётчик» дискретного к-времени), то есть это *количество* квантов к-времени. *Квант* (от лат. quantum – «сколько») в физики – это неделимая часть какой-либо величины. Однако в мире чисел каждый квант (кроме самого первого между простыми числами 2 и 3) содержит «внутри» себя *составные* натуральные числа, находящиеся между соседними простыми числами данного м-фактора. Таким образом, в мире «случайных», «непредсказуемых» *реальных* простых чисел ***всё кванты – разные***, неповторимые (по «внутреннему» содержанию, ведь нет двух одинаковых составных натуральных чисел). И именно *непредсказуемость* появления на числовой оси *реальных* простых чисел – вынуждает нас вводить *идеальные* простые числа.

Например, второй квант к-времени длится от второго простого числа (P_2 = 3) до третьего простого числа (P_3 = 5), а «внутри» этого кванта находится одно *составное* число N = 4 (составленное из первого простого числа: 2·2). А вот, например, 104071-й квант к-времени длится от простого числа P_{104071} = 1 357 201 до простого числа P_{104072} = 1 357 333, а «внутри» этого кванта находится 131 *составное* число N = 1 357 202, 1 357 203, …, 1 357 332 (и все они *составлены* из простых чисел, которые не превосходят самого конкретного составного числа).

С точки зрения *числофизики*, разумеется, что ***к-время*** – это и есть наипростейшая математическая «модель» того загадочного феномена, который в физике обозначают термином «время». Точнее говоря, в данной монографии каждый ***квант к-времени*** автор приравнивает к ***планковскому времени*** ($5{,}39 \cdot 10^{-44}$ секунды). То есть в физике 1 секунда содержит около $1{,}855 \cdot 10^{43}$ планковских времен, а возраст нашей Вселенной – это около 13,75 млрд лет или $8 \cdot 10^{60}$ планковских времен. Поэтому в мире простых чисел «моделью» фундаментальной «ткани» пространства-времени Вселенной будут служить первые $8 \cdot 10^{60}$ *к-времен*. При этом сумма *м-факторов* первых $K = 8 \cdot 10^{60}$ простых чисел доходит до простого числа $P_к \approx 1{,}154 \cdot 10^{63}$. Отрезок [2; $P_к$] на числовой оси мы будем называть ***лямбда-отрезком***, поскольку в конце именно такого отрезка ***ускорение*** расширения числового пространства-времени будет равно ускорению расширения Вселенной (выраженному в планковских единицах, это ускорение физики обозначают греческой буквой «лямбда» $\mathbf{\Lambda}$). Что такое «***время***» (его «природу») – физики-теоретики до сих пор объяснить не могут, это одна из великих неразгаданных тайн Мироздания, хотя в мире простых чисел к-время – это, на первый взгляд, элементарное понятие (таящее глубокий фундаментальный смысл?).

Таким образом, м-фактор – это величина, на которую ***расширилось пространство*** мира простых чисел (поскольку всегда $P_к < P_{к+1}$) за ***квант к-времени***, который увеличился на единицу: от K-го до (K+1)-го. Очевидно, что м-фактор, уменьшенный на единицу, – это ***количество*** *составных* натуральных чисел (N), появившихся (на числовой оси) между соседними простыми числами $P_к$ и $P_{к+1}$, поэтому (с оглядкой на числофизику) можно сказать, м-фактор характеризует ***количество элементарных событий***, произошедших за K-й квант к-времени. И чем больше *к-время* (параметр

K), тем, ***вообще говоря*** (то есть бывают случаи, когда это не так), больше элементарных событий происходит в мире натуральных чисел. При этом всегда (при сколь угодно большом K) за очередной квант времени может произойти только… одно единственное событие – это бывает, когда $M_к = 2$ (то есть когда м-фактор равен 2). Любопытно, что самый первый м-фактор вообще не содержит элементарный событий, поскольку $M_1 = 3 - 2 = 1$ и между простыми числами 2 и 3 нет ни одного составного числа. Здесь мы получаем своеобразный парадокс: *ноль элементарных событий* в тот самый первый миг (планковское время), когда якобы… родилось пространство-время (то есть родилась Вселенная). Вообще, глядя на первые м-факторы (кванты числового «пространства-времени»), получается (?), что в зародившейся Вселенной почти… не было «элементарных событий» (и скорость света была в 145 раз меньше, но об этом – позже). Впрочем, что же именно «моделирует» ***элементарное событие*** (появление *составного* числа) в мире чисел – этого автор пока не знает (что можно «сопоставить» в теоретической физике нашему термину «элементарное событие»?). То есть, скорее всего, в данной монографии термин «элементарное событие» в части появления *составных* чисел – крайне неудачный, и здесь следует искать тождество, скажем, с некой «энергией» (бурлящего числового «пространства-времени»)?

Образно говоря, соседние простые числа, *вообще говоря*, «разбегаются» друг от друга (то есть мир простых чисел «расширяется») в силу своего математического «устройства» (в силу понятия «деление целого числа N нацело меньшим его целым числом»). Всё это пока неочевидно для читателя (не математика), но при дальнейшем чтении всякие сомнения на этот счёт исчезнут (даже у школьника).

В рамках числофизики автора *м-фактор* – это наипростейшая «модель» (в мире простых чисел) того феномена, который порождает увеличение ***масштабного фактора*** в космологии (в современную эпоху, в наше «сегодня») в расширяющейся Вселенной. Однако автор не стал называть в мире чисел (*микро*) параметр $M_к$ – масштабным фактором (по сути – это *макро*параметр в космологии), чтобы не вносить лишнюю путаницу в свои тексты. Ведь около 90 % авторского текста – это просто исследование и предельно доступное (даже школьникам) описание «устройства» мира простых чисел (а все гипотезы числофизики выделены именно *зеленым* шрифтом, как ещё несозревшие, спорные, парадоксальные мысли). Ведь астрофизики, физики-теоретики не спешат присмотреться к миру простых чисел (к «безумной» числофизике автора и к разделу высшей математики под названием *теория чисел*).

3. Базовый идеальный м-фактор

Элементарным (и лаконичным) приближением к *реальным* простым числам является такая формула (сконструированная по общеизвестной *теории чисел*):

$$\boldsymbol{P_к \equiv K \cdot \ln K}, \tag{3.1}$$

где $K = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots$ – это *порядковый номер* данных простых чисел (в ряде всех подобных чисел. Вещественные числа, получаемые по формуле (3.1), мы будем называть ***базовыми*** *идеальными* простыми числами. Уточнение «*базовые*» – совсем не лишнее, поскольку ниже ещё появятся и «*точные*» идеальные простые числа. *Базовые* идеальные простые числа – всего лишь самый грубый, но и самый *удобный* (для теоретических исследований и вычислений) «заменитель» реальных *простых чисел*.

Появление на числовой оси реальных простых чисел похоже на *случайное*, *хаотичное* (на самом деле мир простых чисел абсолютно *детерминирован*, там нет места Его Величеству Случаю), поэтому и *реальный* м-фактор ($M_к \equiv P_{к+1} - P_к$) заметно ***флуктуирует*** (см. флуктуации чёрных точек на графике рис. 3.1). А вот реальная ситуация (для реальных простых чисел P), строго говоря (согласно *теории чисел*), такова: $P/(K \cdot \ln K) \to 1$ при $K \to \infty$. Это в теории чисел записывается в виде так называемой *асимптотической* формулы, то есть с помощью символа «тильда» (~) записывают это так: $P_к \sim K \cdot \ln K$. Проще говоря, *относительная погрешность* формулы $P_к = K \cdot \ln K$ (с обычным знаком равенства) убывает к нулю по мере роста номера K (в чем легко убедиться на ПК). Для краткости изложения (в рамках данной монографии) формулу (3.1) мы будем назвать ***базовой*** *идеальной*.

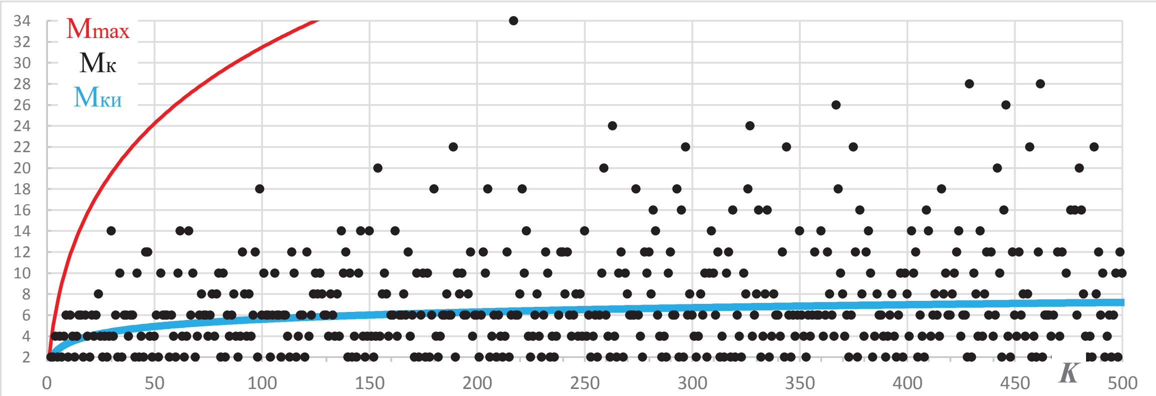

Рис. 3.1. ***Флуктуации*** пятисот м-факторов ($M_к$) и базовый идеальный м-фактор ($\boldsymbol{M_{ки}}$)

Так вот, у ***базовых*** *идеальных* простых чисел («растущих» по формуле 3.1) – флуктуация отсутствует, поэтому (базовый идеальный) м-фактор ($M_{ки}$) таких чисел растет плавно, монотонно (см. голубую линию на графике рис. 3.1). При этом у базовых идеальных простых чисел и легче всего вычислить базовый идеальный (то есть чисто ***теоретический***) м-фактор (здесь к индексу мы добавляем букву «и»):
$M_{ки} \equiv P_{к+1} - P_к = (K + 1) \cdot \ln(K + 1) - K \cdot \ln K = (K + 1) \cdot \ln[K(1 + 1/K)] - K \cdot \ln K = (K + 1) \cdot [\ln K + \ln(1 + 1/K)] - K \cdot \ln K$, откуда после преобразований окончательно получаем:

$$\boldsymbol{M_{ки} = \ln K + (K + 1) \cdot \ln(1 + 1/K)}. \qquad (3.2)$$

Однако по формуле (3.2) можно вычислять на ПК только до $K \approx 10^7$, а далее ПК начинает «сбоить» (словно пытаясь раскрыть математическую неопределенность вида: … $+ \infty \cdot \mathbf{0}$) и при $K > 10^{15}$ наш ПК вообще потеряет аж единицу в значении $M_{ки}$ (см. формулу 3.5). Это наглядный пример *«коварства» ПК* (его программного обеспечения, написанного всё-таки людьми, пусть даже очень умными), о котором полезно помнить. А если ещё учесть исключительное ***«коварство» простых чисел*** (их «внутреннего устройства», созданного самим Творцом), то станут понятны «мучения» любых исследователей мира чисел (в том числе и профессиональных математиков)…

В подобных ситуациях часто спасает опять же математика, её общеизвестные *разложения* функций в бесконечный ряд (эти формулы очень полезно запомнить):

$$\ln(1 + x) = \quad x - x^2/2 + x^3/3 - \ldots \quad (\text{при условии: } -1 < x \le 1), \qquad (3.3)$$

$$\ln(1 - x) = -x - x^2/2 - x^3/3 - \ldots \quad (\text{при условии: } -1 \le x < 1). \qquad (3.4)$$

В данном случае (для упрощения формулы 3.2), учитывая, что $\ln(1 + 1/K) \approx 1/K$ [прочие члены разложения только снижают точность получаемой формулы (3.5) относительно точной формулы (3.2)], мы как бы раскрываем неопределенность вида $\infty \cdot 0$ и при $K > 10^7$ вместо формулы (3.2) будем использовать приблизительную (но уже не теряющую единицу) формулу для ***базового*** *идеального* м-фактора:

$$\boldsymbol{M_{ки} \approx 1 + \frac{1}{K} + \ln K}. \qquad (3.5)$$

Эта ***фундаментальная*** формула выдаёт нам чуть завышенное значение относительно абсолютно точной формулы (3.2). Для модуля *относительной погрешности* (ОП) формулы (3.5) (относительно формулы 3.2) можно записать: $|ОП| < 0{,}161/K$.

4. К вопросу о фундаментальности м-фактора

Почему выше автор назвал формулу $M_{\text{ки}} \approx 1 + 1/\mathrm{K} + \ln K$ – *фундаментальной* (основополагающей)? Приведу первые аргументы в пользу такого утверждения.

Сумма (Σ) *всех реальных м-факторов* отрезка [2; $P_{\text{к}}$] почти равна *длине* данного отрезка, поскольку всякий K-й м-фактор ($M_{\text{к}} \equiv P_{\text{к}+1} - P_{\text{к}}$) – это *длина* K-го отрезка на числовой оси между соседними простыми числами $P_{\text{к}}$ и $P_{\text{к}+1}$. Это легко строго доказать, исходя из самого определения м-фактора: $\Sigma = (3 - 2) + (5 - 3) + (7 - 5) + \ldots + (P_{\text{к}+1} - P_{\text{к}})$, откуда получаем (вполне предсказуемый, очевидный результат):

$$\Sigma = P_{\text{к}+1} - 2 \approx (K + 1)\cdot\ln K - 2, \tag{4.1}$$

где $P_{\text{к}+1}$ – простое число, следующее сразу за правой границей данного отрезка ($P_{\text{к}}$).

Поскольку $P_{\text{к}+1} - 2 \approx (K + 1)\cdot\ln(K + 1) - 2 \approx (K + 1)\cdot(\ln K + 1/K) - 2 \approx K\cdot\ln K + \ln K - 2$ (согласно формуле 3.3), то окончательно получаем (для $K >> 1$):

$$\Sigma/K \approx \ln K + \ln K/K - 2/K \approx \ln K. \tag{4.2}$$

Таким образом, раскрывается глубокий смысл самого понятия «базовый идеальный м-фактор» ($M_{\text{ки}}$):

$$\mathbf{M_{\text{ки}} \approx 1 + \ln K \approx 1 + \Sigma/K}\,. \tag{4.3}$$

То есть базовый идеальный K-й м-фактор ($M_{\text{ки}}$) устремляется к ***среднему арифметическому*** K первых *реальных* м-факторов, увеличенному на единицу [сумму (Σ) всех K реальных м-факторов мы делим на их количество – K и прибавляем 1]. Причем (по мере роста номера K) *точный* идеальный м-фактор (который рассмотрим ниже в гл. 6) значительно быстрее сближается с параметром $(1 + \Sigma/K)$ нежели *базовый* идеальный м-фактор (что подтверждает наш термин «точный», то есть он заметно точнее, чем базовый, описывает поведение реальных простых чисел).

Ещё лет 20 назад автор ввёл в своих текстах удобный термин – ***тип*** (T) натурального числа N – это *количество* всех целых делителей данного числа (включая 1 и само N). Так, например, у всех простых чисел $T = 2$ (типа равен 2). И если все типы первых (скажем, также пятисот) натуральных чисел $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots, 500$ представить графически, то мы получим «картинку», качественно похожую на рис. 3.1, где чёрными точками будут обозначены (также сильно *флуктуирующие*) типы T у натуральных чисел N, а вот голубая линия будет соответствовать… ***среднему арифметическому*** типу ($T_{\text{ср}}$) первых натуральных чисел N, при этом:

$$\mathbf{T_{\text{ср}} = \ln N + (2\cdot\gamma - 1) + \varepsilon}\ , \tag{4.4}$$

где $\gamma = 0{,}577\,215\,664\,901\ldots$ – постоянная Эйлера-Маскерони, а поправка ε быстро устремляется к нулю. Формулу (4.4) ещё в 1849 году доказал известный немецкий математик *Дирихле́* (1805 – 1859), и *фундаментальность* этой формулы не вызывает сомнений. ***Формула Дирихле***[1] – это одно из замечательных достижений *теории чисел* в части открытия *бесконечных* глубоких истин (исходящих от самого… Творца?).

Таким образом, *м-фактор* ($M_{\text{ки}}$) у базовых идеальных простых чисел ($P_{\text{к}} \equiv K\cdot\ln K$) растёт почти по такому же закону, что и *средний тип* ($T_{\text{ср}}$) натуральных чисел N. И это является очередным ярким примером ***бутстрапа*** (англ. *bootstrap*) в мире чисел, где ВСЁ связано со ВСЕМ (см. статью автора «БУТСТРАП»).

В части фундаментальности реального *м-фактора* следует ещё заметить, что он, вероятно, «моделирует»… *скорость света* (в планковских единицах, см. гл. 12).

---

[1]См. в Википедии статью «Формула Дирихле». Википедию, увы, *непрерывно* корректируют искушенные читатели и модераторы (словно соревнуясь между собой знаниями в точных науках), отчего тексты математических статей непрерывно «флуктуируют» в сторону, понятную только математикам-профессионалам. Получается, что скоро Википедия (задуманная именно для *широкой* публики даже в части *теории чисел*?) будет попросту повторять сложнейший *учебник* по… *теории чисел*, которая совсем уже «не по зубам» широкой публике.

5. Скорость и ускорение в мире простых чисел

Выше мы ввели фундаментальный параметр мира простых чисел – ***м-фактор*** ($M_к$) – это *расстояние* (по числовой оси) между соседними простыми числами:

$$M_к \equiv P_{к+1} - P_к, \quad (5.1)$$

где K = 1, 2, 3,4, 5, 6, 7, … – порядковый номер простого числа ($P_к$) в бесконечном ряде всех простых чисел. Причем в формулу (5.1) мы уже умеем подставлять два вида простых чисел: *реальные* и *базовые* ($P_к \equiv \varphi \cdot K \cdot \ln K$,у которых «всегда» поправка $\varphi = 1$), поэтому и м-фактор может быть также двух видов: реальный и базовый идеальный.

Ещё мы нашли закон роста *базового идеального* м-фактора (в данной главе вместо $M_{ки}$ пишем $M_к$, то есть индекс «и» опускаем для упрощения наших формул):

$$M_к \approx 1 + \ln K. \quad (5.2)$$

Из формулы (5.2) следует, что по мере роста номера K указанный м-фактор $M_к$ будет увеличиваться всё медленнее и медленнее (в силу свойств логарифмической функции $\ln K$). Чтобы изучить этот процесс мы введем новый параметр для мира чисел.

Скорость ($V_к$) изменения м-фактора – это такой параметр:

$$\mathbf{V_к \equiv \frac{1}{2}\,(\boldsymbol{M_{к+1} - M_к})} \equiv \frac{1}{2}\,[(P_{к+2} - P_{к+1}) - (P_{к+1} - P_к)], \quad (5.3)$$

где $M_{к+1}$ и $M_к$ – это два соседних м-фактора (они могут быть двух вариантов: как для *реальных*, так и для *идеальных* простых чисел). Почему здесь разность двух м-факторов мы делим на 2? Потому, что в мире чисел каждый (любой) реальный м-фактор «рождается» за один ***квант к-времени***, а «счетчиком» квантов к-времени является параметр K = 1, 2, 3,4, 5, 6, 7, … (порядковые номера простых чисел). При формировании («конструировании») нашего параметра «скорость» участвуют *два* кванта времени, а именно (см. на индексы в формуле 5.3): от K-го до (K+1)-го, от (K+1)-го до (K+2)-го – поэтому и появляется именно двойка в формуле (5.3). И опять важное замечание: в формулу (5.3) мы можем подставлять (на данный момент) два вида простых чисел: реальные и базовые идеальные, поэтому и наша скорость ($V_к$) может быть уже двух видов: *реальная* и *базовая* идеальная (ещё будет и *точная* идеальная).

Учитывая, что для *базовых идеальных* простых чисел $M_к \approx 1 + \ln K$, раскроем (распишем) формулу (5.3): $V_к \equiv (M_{к+1} - M_к)/2 \approx [1 + \ln(K+1)]/2 - (1 + \ln K)/2 = (1/2)\cdot\ln[(K + 1)/K]$, откуда окончательно получаем приблизительную формулу для ***теоретической*** скорости, то есть для ***скорости*** изменения *базового идеального* м-фактора:

$$\mathbf{V_к \approx \frac{1}{2\cdot \boldsymbol{K}}}\,. \quad (5.4)$$

Эта формула имеет малую и убывающую *относительную погрешность* (ОП) относительно скорости $V_к$, получаемой по формуле (5.3) после подстановки в неё ***базовых*** *идеальных* простых чисел.

Очевидно, что, зная *скорость* ($V_к$) изменения *базового идеального* м-фактора, мы можем вычислить и ***ускорение*** этого процесса в мире чисел по такой формуле:

$$\mathbf{A_к \equiv \frac{1}{3}\,(\boldsymbol{V_к - V_{к+1}})} \equiv \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\,[(M_{к+1} - M_к) - (M_{к+2} - M_{к+1})] \equiv$$

$$\equiv \frac{1}{6}\{[(P_{к+2} - P_{к+1}) - (P_{к+1} - P_к)] - [(P_{к+3} - P_{к+2}) - (P_{к+2} - P_{к+1})]\}. \quad (5.5)$$

Почему здесь разность двух скоростей ($V_к - V_{к+1}$) мы изначально делим на 3? Потому, что при формировании («конструировании») нашего параметра «ускорение» участвуют *три* кванта времени, а именно (см. на индексы в формуле 5.5): от K-го до (K+1)-го, от (K+1)-го до (K+2)-го, от (K+2)-го до (K+3)-го, поэтому в формуле для ускорения ($A_к$) и появляется тройка в знаменателе. В формулу (5.5) мы можем подставлять (на данный момент) два вида простых чисел: реальные и базовые идеальные, поэтому и наше ускорение ($А_к$) может быть также, как минимум, двух видов: *реальное* и *базовое* идеальное (потом мы добавим ещё и *точное* идеальное).

Учитывая, что для *базовых идеальных* простых чисел $V_к \approx 0{,}5/K$ (см. формулу 5.4), раскроем формулу (5): $А_к \equiv (V_к - V_{к+1})/3 \approx [0{,}5/K - 0{,}5/(K+1)]/3 = 1/(6 \cdot K^2 + 6 \cdot K)$, откуда окончательно получаем приблизительную формулу для ***теоретического*** ускорения, то есть для ***ускорения*** изменения *базового идеального* м-фактора:

$$\mathbf{А_к \approx \frac{1}{6 \cdot K^2}}\,. \tag{5.6}$$

Эта формула имеет малую и убывающую *относительную погрешность* (ОП) относительно ускорения $А_к$, получаемого по формуле (5.5) после подстановки в неё ***базовых*** *идеальных* простых чисел.

А теперь – внимание! Это ключевой, решающий пример в данной монографии автора (подобно «критическому эксперименту» в физике[2]). При $K = 8 \cdot 10^{60}$ (конец *лямбда-отрезка*, «моделирующего» фундаментальную «ткань» пространства-времени в современную эпоху, то есть в наше «сегодня») по формуле (5.6) мы получим: $А_к \approx 1/6/(8 \cdot 10^{60})^2 \approx \mathbf{2{,}6 \cdot 10^{-123}}$, что численно почти совпадает с оценкой физиками-теоретиками значения модуля ***космологической постоянной* (*лямбда-члена* Λ):**

$$\mathbf{|\Lambda| \le 10^{-55}\ см^{-2} = 10^{-51}\ м^2 = 2{,}6 \cdot 10^{-121}} \text{ (в планковских величинах).} \tag{5.7}$$

При этом колоссальные ***флуктуации*** (на 126 порядков, то есть в 10^{126} раз) реального ускорения ($А_к$) в мире простых чисел (см. гл. 11) вполне «объясняют» (?) так называемую ***проблему космологической постоянной*** (такой проблемы нет в мире чисел).

В добавление к сказанному можно заметить ещё и следующее. Зная базовый идеальный *м-фактор* ($M_к \approx 1 + \ln/K$) и *скорость* ($V_к \approx 0{,}5/K$) его изменения, мы можем вычислить и ***ха-параметр*** ($Х_к$) этого нетривиального процесса в мире чисел:

$$\mathbf{Х_к \equiv V_к/M_к} \approx \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{2 \cdot (1 + \ln K)}\,. \tag{5.8}$$

Введенный здесь ха-параметр говорит об относительной скорости изменения м-фактора, поэтому наш ха-параметр «моделирует» ***параметр Хаббла*** (*H*) из космологии.

Из формулы (5.6) мы получаем такую формулу для *к-времени* (*K*):

$$\frac{1}{K} \approx \sqrt{6 \cdot A_к} \approx 2{,}45\,\sqrt{A_к}. \tag{5.9}$$

Поэтому формулу (5.8) для ха-параметра можно записать в таком виде:

$$Х_к \approx 2{,}45\,\sqrt{A_к} \cdot \frac{1}{2 \cdot (1 + \ln K)}\,. \tag{5.10}$$

При $K = 8 \cdot 10^{60}$ (конец *лямбда-отрезка*) по формуле (5.10) мы получим: $Х_к \approx 0{,}00867 \cdot \sqrt{A_к}$, что (учитывая примерное равенство только *порядков* рассматриваемых нами величин), почти «моделирует» важнейшую формулу из космологии: $\boldsymbol{H \sim \sqrt{\Lambda}}$.

В части формулы (5.6) любопытно также следующее (присмотримся к её выводу): $А_к \approx 1/(6 \cdot K^2 + 6 \cdot K) = 2/[2 \cdot 6(K^2 + K)] = (1/12)[2/(K^2 + K)]$, то есть мы получаем довольно красивое утверждение – ускорение числового пространства-времени у *K*-го простого числа обратно пропорционально *дюжине* сумм первых *K* целых чисел:

$$\mathbf{А_к \approx \frac{1}{12 \cdot S}}, \tag{5.11}$$

где $S \equiv 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + K = (1 + K) \cdot K/2$ – это общеизвестная ***сумма первых K целых чисел***, а общую формулу для неё (для любого *K*) ещё будучи ребенком (младшим

---

[2] Experimentum crucis («экспериментум круцис», решающий опыт; буквально «проба крестом» как метафора средневекового ритуала обнаружения нечистой силы; иногда также говорят «***критический эксперимент***») – эксперимент, исход которого однозначно определяет, является ли конкретная теория или гипотеза верной. Этот эксперимент должен дать предсказанный результат, который не может быть выведен из других, общепринятых гипотез и теорий. Термин «экспериментум круцис» введён Френсисом Бэконом. Карл Поппер считал наличие «экспериментум круцис» критерием достоверности научного знания.

учеником) увидел *Карл Гаусс* (1777 – 1855), ставший потом одним из величайших математиков всех времён, «королём математиков». Кстати, разница между формулой (5.7) и (5.6) быстро устремляется к нулю примерно по такому закону: (5.7) – (5.6) ≈ $1{,}83/K^3$ (проверьте это сами).

6. Малые и большие м-факторы (или… *тёмная энергия?*)

Лидер *реального м-фактора* $M_к$ – это первое реальное простое число $P_к$, у которого появляется данный «сорт» («вид») м-фактора. Только самый первый м-фактор (равный 1) существует в лице своего единственного представителя (лидера $P_1 = 2$), а именно: $M_1 \equiv P_2 - P_1 = 3 - 2 = 1$. Поэтому далее по тексту, для упрощения разговора, мы как бы «забываем» про данный (совершенно особый и сверхважный!) единичный м-фактор. А вот у всякого иного *лидера* (с м-фактором $M > 1$) – «за спиной» этого лидера (то есть при больших номерах K), *вероятно* (это пока никем не доказано), будут до *бесконечности* появляться («случайным», непредсказуемым образом) другие простые числа с м-фактором такого же «сорта» (числового значения).

Например, *лидер* минимально возможного м-фактора ($M_{min} = 2$) – это простое число $P_2 = 3$ (поскольку у него впервые среди простых чисел м-фактор равен 2, а именно: $M_2 \equiv P_3 - P_2 = 5 - 3 = 2$), а затем м-фактор данного «сорта» ($M_к = 2$) будет появляться (скорее всего, до *бесконечности*) у простых чисел с такими порядковыми номерами: $K = 3, 5, 7, 10, 13, \ldots$ (и эти номера предсказать практически невозможно, это псевдослучайный процесс в мире чисел).

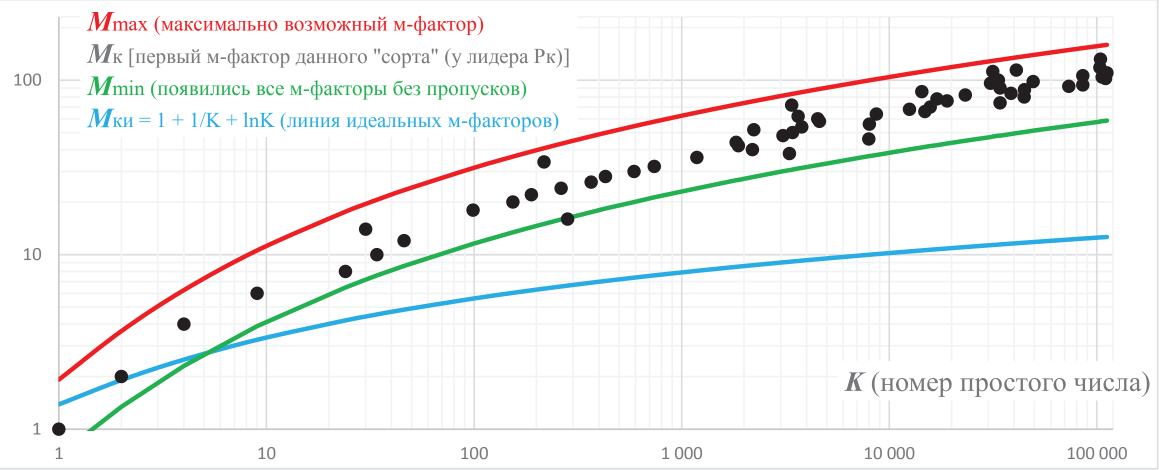

Рис. 6.1. Реальные м-факторы ($M_к$) у 59-ти лидеров (первых 120 000 простых чисел)

Хотя существуют значительные ***флуктуации*** («случайные» отклонение, см. рис. 3.1) реальных м-факторов ($M_к$) и их *лидеров* (чёрные точки на графике рис. 6.1), тем не менее, *базовые идеальные* простые числа ($P_к \equiv K{\cdot}\ln K$) в качестве *базового идеального* м-фактора ($M_{ки} \approx 1 + \ln K$) выдают нам лаконичное уравнение некой плавной монотонно возрастающей линии (голубая линия на графике рис. 3.1 и 6.1). При этом только самый первый реальный м-фактор: $M_1 \equiv P_2 - P_1 = 3 - 2 = 1$ (у первого простого числа $P_1 = 2$) оказывается *меньше* своего идеального м-фактора $M_{1и} = \ln 1 + (1 + 1){\cdot}\ln(1 + 1/1) = 0 + 2{\cdot}\ln 2 \approx 1{,}3863$. А вот у всех прочих *впервые появившихся* (у лидеров) реальных м-факторов ($M_к$) они будут всегда больше своего базового идеального м-фактора: $M_к > M_{ки}$ (все, кроме первой, чёрные точки на рис. 6.1 располагаются всё выше и выше голубой линии).

В данной главе автор весьма тщательно (как никогда ранее в своих работах) рассмотрит ещё и ***точные*** *идеальные* м-факторы ($M_{ки} \equiv P_{ки+1} - P_{ки}$), то есть м-факторы у ***точных*** *идеальных* простых чисел ($P_{ки}$), которые вычисляются по формуле:

$$\boldsymbol{P_{ки} \equiv \varphi \cdot K \cdot \ln K}\,, \tag{6.1}$$

где K = 1, 2, 3, 4, 5, 6, … – это *порядковый номер* точного идеального простого числа (в бесконечном ряде подобных простых чисел), и при $K > 45$ поправка φ вычисляется по общеизвестной в *теории чисел* формуле (назовем её – формула 6.2):

$$\varphi = 1 + (\ln\ln K - 1)/\ln K + (\ln\ln K - 2)/(\ln K)^2 + [-0{,}5\cdot(\ln\ln K)^2 + 3\cdot\ln\ln K - 11/2]/(\ln K)^3.$$

При $K = 1 \div 45$ поправка $\varphi = 1$, поскольку здесь точнее (ближе к реальным простым числам) работает базовая формула $P_{ки} \equiv K\cdot\ln K$. При $K = 46$ имеем $\varphi = 1{,}0023\ldots$, а затем поправка растет и при $K = 5304$ достигает своего максимума $\varphi = 1{,}1338\ldots$, после чего поправка φ начинает бесконечно убывать, устремляясь к единице при $K \to \infty$. Формула (6.1), включающая в себя и формулу (6.2) при $K > 45$, даёт самое точное приближение к *реальным* простым числам (с помощью всё ещё доступной формулой 6.2).

Реальный м-фактор $M_к \equiv P_{к+1} - P_к$ может оказаться как меньше, так и больше *точного идеального* м-фактора $M_{ки} \equiv P_{ки+1} - P_{ки}$, где $P_{ки+1}$ и $P_{ки}$ находим по формуле (6.1). О различиях ***базового*** и ***точного*** *идеального* м-фактора говорится ниже в гл. 13 (выше по тексту эти различия были для нас не существенны). Сам факт наличия точного идеального м-фактора позволяет нам приписать (по *правилу знаков*) реальному м-фактору новый условный признак, а именно – *знак* м-фактора («плюс» или «минус», которые весьма удобны при вычислениях на ПК).

Правило знаков для реальных м-факторов мы принимаем следующим:
если $M_{ки} - M_к > 0$ (то есть $M_{ки} > M_к$) – приписываем реальному м-фактору знак «плюс»,
если $M_{ки} - M_к < 0$ ($M_{ки} < M_к$) – приписываем реальному м-фактору знак «минус»,
причем не существует ни одного м-фактора, у которого $M_{ки} = M_к$. Для упрощения разговора мы также введем новые удобные термины в части м-фактора:
малый *м-фактор* – это реальный м-фактор со знаком «плюс» ($M_{ки} > M_к$),
большой *м-фактор* – это реальный м-фактор со знаком «минус» ($M_{ки} < M_к$).

Имея указанное *правило знаков*, для любого отрезка [2; $P_к$] (то есть до простого числа с порядковым номером K) на ПК нетрудно подсчитать ***количество*** ($K_м$) ***малых*** реальных м-факторов (которые меньше $M_{ки}$, вычисляемого по формуле 6.1) на данном отрезке. А затем можно вычислить *вероятность* ($U_м$) встречи с малым м-фактором. Иначе говоря, можно найти *долю* малых м-факторов среди всех K м-факторов:

$$U_м \equiv \frac{K_м}{K}\,. \tag{6.3}$$

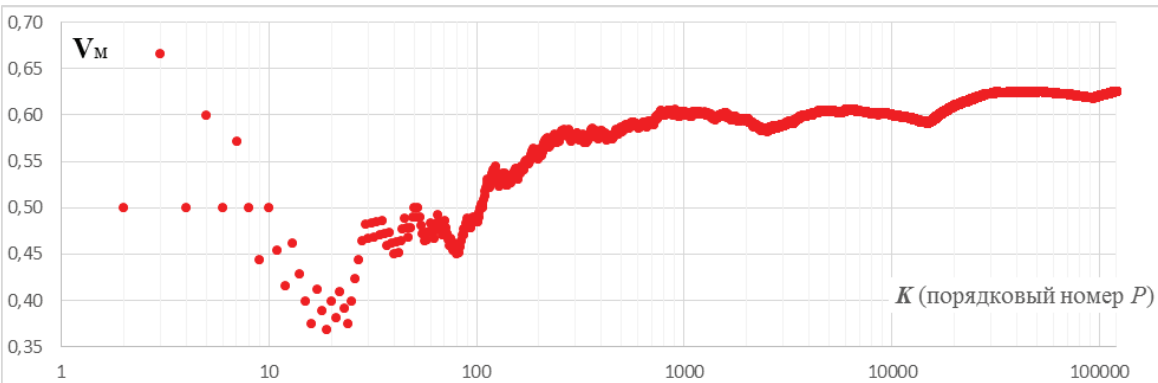

Рис. 6.2. Вероятность встречи с *малым* м-фактором среди первых K простых чисел

На графике рис. 6.2 наглядно видно, как изменяется вероятность ($U_м$) встречи с *малым* м-фактором по мере роста длины отрезка [2; $P_к$]. Как мы видим, у первых

120000 простых чисел эта вероятность дорастает до $U_м \approx 0{,}626$, то есть около 62,6 % простых чисел при K = 120 000 имеют *малый* м-фактор (со знаком «плюс»). Можно предположить, что и на б**о**льших отрезках [2; $P_к$] будут преобладать *количественно* именно *малые* м-факторы. А их доля ($U_м$) среди всех м-факторов, вероятно, будет устремляться к некой ***константе*** (которая ненамного больше пресловутого «золотого сечения», равного 0,618).

Всякое натуральное число может быть либо *простым*, либо *составным* числом (и третьего не дано). Согласно *основной теореме арифметики*, всякое *составное* число, не превосходящее простого числа $P_к$, *составлено* из произведения первых простых чисел (2, 3, 5, 7, …, $P_к$). Реальный м-фактор $M_к \equiv P_{к+1} - P_к$, уменьшенный на единицу ($M_к - 1$), всегда равен количеству ***составных*** чисел, заключенных на числовой оси между соседними простыми числами $P_к$ и $P_{к+1}$. Отсюда следует, что на отрезке [2; $P_к$] *количество* ($K_с$) всех *составных* чисел равна следующему:

$$K_с = \Sigma - K, \tag{6.4}$$

где K – это количество всех *простых* чисел на отрезке [2; $P_к$]. Таким образом, мы доказали… очевидный факт: на отрезке [2; $P_к$] сумма (Σ) всех реальных м-факторов равна *количеству* натуральных чисел данного отрезка (то есть Σ равна сумме всех простых и всех составных чисел: $\Sigma = K + K_с$). Исходя из сказанного, можно (удобно) говорить, что всякий м-фактор (и большой, и малый) и весь отрезок [2; $P_к$] как бы обладают неким «*весом*», единицы измерения которого – это количество натуральных чисел, заключенных на соответствующих отрезках числовой оси.

Имея указанное *правило знаков*, для любого отрезка [2; $P_к$] на ПК нетрудно подсчитать сумму ($\Sigma_м$) только *малых* реальных м-факторов (сумму их величин), то есть можно «взвесить» все малые м-факторы («вес» каждого из них по определению меньше $M_{ки}$ – идеального «веса»). А затем на отрезке [2; $P_к$] можно вычислить «весовую» *долю* ($S_м$) всех малых реальных м-факторов относительно суммы (Σ):

$$S_м \equiv \frac{\Sigma_м}{\Sigma}\,. \tag{6.5}$$

Поскольку не существует м-факторов в точности равных $M_{ки}$, то аналогичная доля ($S_б$) для *больших* м-факторов любого отрезка [2; $P_к$] будет равна следующему:

$$S_б = 1 - S_м. \tag{6.6}$$

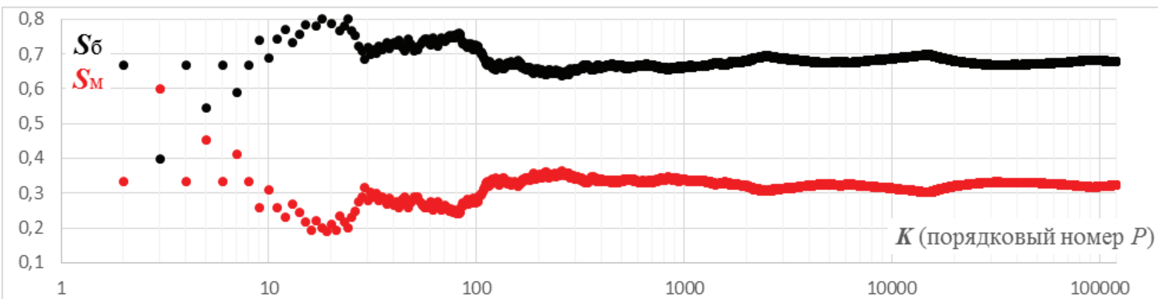

Рис. 6.3. Доля всех малых и больших реальных м-факторов у первых K простых чисел

На графике рис. 6.3 наглядно видно, как изменяются «весовые» доли ($S_м$ и $S_б$) малых и больших реальных м-факторов по мере роста длины отрезка [2; $P_к$], то есть по мере роста порядкового номера K у простого числа $P_к$. У первых 120000 простых чисел доля малых реальных м-факторов достигает $S_м \approx 0{,}322$ (т.е. около **32,2** %), поэтому доля больших реальных м-факторов будет такой: $S_б = 1 - S_м \approx 0{,}678$ (т.е. около **67,8** %). И можно предположить, что для значительно б**о**льших отрезков [2; $P_к$] полученные здесь проценты – это почти ***константы*** в мире простых чисел. То есть «весовая» доля малых м-факторов будет существенно уступать доле больших м-факторов (и почти в той же пропорции, которая опять-таки близка к пресловутому «золотому сечению» 0,618).

Более того, вполне возможно, что в конце *лямбда-отрезка* [2; P] (где $K \approx 8 \cdot 10^{60}$, а простое число $P_к \approx 10^{63}$) мы получим проценты, фигурирующие у физиков-теоретиков: $S_б \approx$ **68,3** % (доля *тёмной энергии*) и $S_м \approx$ **31,7** % (это сумма долей *темной материи* и видимой материи: 26,8 % + 4,9 % = 31,7 %). Ещё раз повторю из теоретической физики (это архиважно для всей науки). *Тёмная энергия*, *тёмная материя* и видимая материя – это соответственно 68,3 %, 26,8 % и 4,9 % состава Вселенной (по данным наблюдения космической обсерватории «Планк» на март 2013 года). При этом видимая материя (4,9 %) распределяется примерно таким образом: около 3,9 % – это межгалактический газ (крайне разряженный, это почти «пустота», «ничто») и около 1 % – это «осязаемое вещество» – всевозможные в своих вариациях: звезды, планеты, астероиды, кометы, …, живые существа, люди, …, космическая пыль в галактиках и т.д. («… что у них есть ещё там?»).

Короче говоря, мир простых чисел «подсказывает» нам (помимо выше приведенных «зеленых» гипотез *числофизики*), например, ещё и такие гипотезы (все «новые» цифры и формулы в них – будут подробно обоснованы в следующих главах):

1). Именно ***масштабный фактор*** микромира (колоссально флуктуирующий в планковских масштабах) дискретного пространства порождает фундаментальные различия в составе Вселенной, которые в физике называются:

– ***тёмная энергия*** (в мире простых чисел – это редкие, но ***большие*** м-факторы),

– ***тёмная материя*** (в мире чисел – это ***малые*** м-факторы, но их по количеству около 63 % от всех м-факторов, коих $8 \cdot 10^{60}$ на лямбда-отрезке, это наше «сегодня»),

– ***видимая материя*** (в мире чисел – это самые малые м-факторы $M_к$ = 2, 4, 6, 8, их суммарная количественная доля на лямбда-отрезке около 5 %, причем количественная доля минимального м-фактора $M_к = 2$ составляет около 0,9 %, см. гл.15).

2). В первые 10 планковских времен (до $K = 10$, см. рис. 6.3) тёмная энергия и тёмная материя были малоразличимы, но уже при $K > 100$ – они чётко разделяются между собой, превращаясь почти в ***константы*** (такова и тёмная энергия).

3). «Осязаемое вещество» в мире простых чисел – это *простые-близнецы* (у них $M_к = 2$), доля которых на лямбда-отрезке убывает (от 67 % до 0,9 %) по такому закону: $K_2/K \approx 1{,}32/\ln K$ (см. гл. 15, 16). Это убывание объясняется ***ускоренным расширением*** числового «пространства-времени», а само ***ускорение*** в конце лямбда-отрезка численно равно *лямбда-члену* (из теоретической физики), выраженному в планковских единицах (см. выше гл. 5).

7. Коридор «обитания» лидеров (м-факторов)

Рабочий отрезок – так мы назовем первые 120 000 реальных простых чисел. У этих простых чисел всего появилось 59 «сортов» м-факторов (запишем их в порядке *возрастания*, порядок их *появления* на числовой оси был иной): $M_к$ = 1, 2, 4, 6, 8, …, 106 (первые 54 «сорта» появились без пропусков, а далее пошли пропуски), 110, 112, 114, 118, 132. То есть м-факторы 108, 116, 120, …, 130 – так и не появились на *рабочем отрезке* (хотя в принципе уже «могли бы» появиться, «имея на это право», об этом – ниже), поэтому мы назовем такие м-факторы – ***фантомами*** данного *рабочего отрезка* (и они непременно появятся за пределами *рабочего отрезка*, при $K > 120\,000$).

У всех 59-ти «сортов» $M_к$ = 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, … имеются соответственно такие ***лидеры***: $P_к$ = 2, 3, 7, 23, 89, 139, 199, … , а их порядковые номера (K = 1, 2, 4, 9, 24, 34, 46, …) отложены по горизонтальной оси (абсцисс) на графике рис. 7.1, где каждая чёрная точка – это м-фактор ($M_к$) соответствующего *лидера* ($P_к$) с номером K.

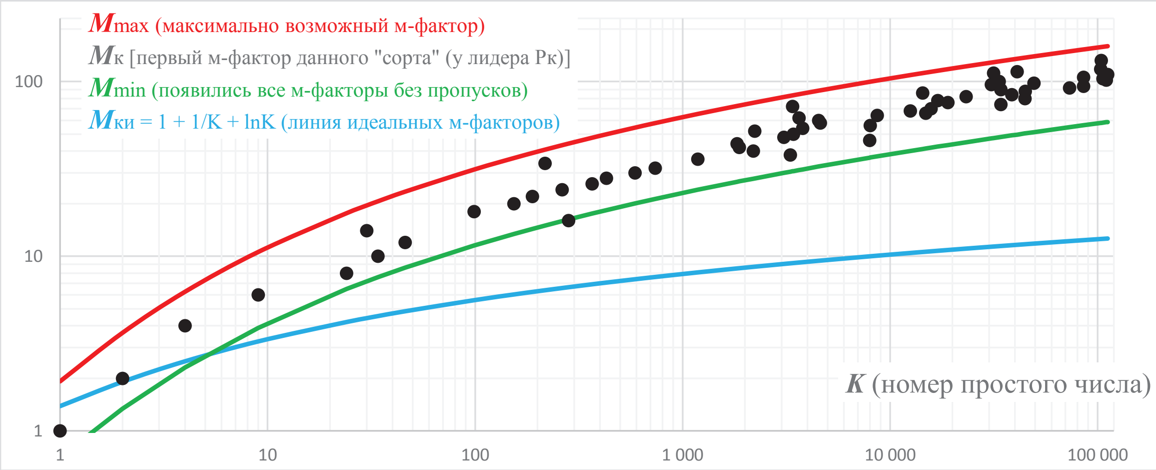

Рис. 7.1. Шлейф м-факторов ($M_к$) у 59-ти первых лидеров (среди 120 000 простых чисел)

Максимальный *м-фактор* (M_{max}) – это гипотетическая величина, которую реальный м-фактор ($M_к$), вообще говоря, не превысит (вплоть до номера K). Уравнение этой линии (красной на графике) автор, можно сказать, просто… угадал (6.6.2019):

$$M_{max} = M_{ки}^2 \approx (1 + \ln K)^2. \qquad (7.1)$$

Позже (в гл. 17) будет показано, что согласно *теории чисел* (гипотезе Крамера-Грэнвилль) при б***о***льших номерах K (нежели на *рабочем отрезке*) в принципе могут появиться такие (отдельные, крайне редкие?) лидеры, у которых их реальный м-фактор окажется больше, чем указанный здесь M_{max} (и даже в 1,123 раза больше при $K \to \infty$).

Поскольку все м-факторы (кроме самого первого) – это исключительно *чётные* числа, то можно утверждать, что для всякого данного номера K *количество* (K_c) появившихся «сортов» (разных м-факторов) будет подчиняться такому условию:

$$K_c < 1 + \frac{M_{max}}{2} \quad \text{или} \quad K_c < 1 + \frac{M_{ки}^2}{2}\ . \qquad (7.2)$$

Например, при $K = 8{\cdot}10^{60}$ (конец *лямбда-отрезка*) мы получим $M_{max} = [1 + \ln(8{\cdot}10^{60})]^2 \approx 19948$, поэтому $K_c < 1 + 19948/2 \approx$ **9975**. То есть на лямбда-отрезке появятся (правда, с неизбежными пропусками) «сорта» таких м-факторов: $M_к$ = 1, 2, 4, 6, 8, …, 19948, поэтому *количество* всех появившихся «сортов» не превзойдет такого числа: 1 + 19948/2 = 9975.

Возможно (если верить *числофизике*), что 9975 (или близкое к нему число) – это и есть максимально возможное *количество* всех «сортов» («видов») ***элементарных частиц*** во Вселенной в современную эпоху. И не даром физики на своих самых современных, сложных и дорогих экспериментальных установках до сих пор продолжают открывать всё новые и новые элементарные частицы (их счет идет уже на тысячи?). Википедия: «Всего вместе с античастицами открыто более 350 элементарных частиц. Из них стабильны фотон, электронное и мюонное нейтрино, электрон, протон и их античастицы. Остальные элементарные частицы самопроизвольно распадаются по экспоненциальному закону с постоянной времени от приблизительно 1000 секунд (для свободного нейтрона) до ничтожно малой доли секунды (от 10^{-24} до 10^{-22} с для резонансов).»

Минимальный *м-фактор* (M_{min}) – это гипотетическая величина, меньше которой реальный м-фактор ($M_к$) у *лидера* (данного «сорта» м-факторов), вообще говоря, быть не может (у всех номеров больше K). Уравнение этой линии (зеленой на графике рис. 7.1) автор также, можно сказать, просто… угадал (6.6.2019):

$$M_{\min} = \frac{1}{e} M_{ки}{}^2 , \tag{7.2}$$

где $e \equiv 2,718\ldots$ – число «е», широко известная математическая константа, и именно к ней, вообще говоря, устремляется отношение «крайних» величин: $M_{\max}/M_{\min} = e$.

Иначе говоря, все *лидеры* м-факторов, вообще говоря, будут попадать в красно-зеленый «коридор» (между красной и зеленой линиями) на графике рис. 7.1, продолженному бесконечно далеко по своим осям. Так на нашем *рабочем отрезке* все лидеры попали в указанный красно-зеленый «коридор», кроме одного лидера – это P_{282} = 1831 (кстати, отношение массы протона к массе электрона почти равно этому числу: $m_p/m_e \approx 1836$ – это одна из важнейших констант в физике). Лидер P_{282} «открывает» собой *бесконечный* ряд м-факторов $M_к$ = 16, первый из которых оказался чуть ниже зеленой линии [на которой при K= 282 по формуле (7.2) получаем $M_{\min} \approx$ 16,24, что чуть больше $M_к$ = 16].

Пусть на отрезке [2; $P_к$] появилось некое количество «сортов» м-факторов (у лидеров). Если эти «сорта» отсортировать по возрастанию (а не в порядке их появления), то мы всегда получим такой ряд «сортов»: $M_к$ = 1, 2, 4, 6, 8, … (все чётные числа, кроме первой единицы). При этом *количество* ($K_н$) *непрерывных* «сортов» (идущих без пропусков) будет, вообще говоря, тем больше, чем длиннее рассматриваемый нами отрезок. На шести отрезках с таким количеством первых простых чисел K = 2941, 18466, 30000, 60000, 90000, 120000 мы получаем соответственно: $K_н$ = 19, 37, 37, 46, 51, 54, а формула (7.2) нам даёт: $M_{\min}$ = 30, 43, 47, 53, 57, 59 (отношение $K_н/M_{\min}$ и далее устремляется к единице?). Поэтому можно предположить следующий (увы, пока сугубо эмпирический) закон:

$$K_н < M_{\min} \tag{7.3}$$

Так, при $K = 8\cdot10^{60}$ (конец *лямбда-отрезка*) получим $M_{\min} = [1 + \ln(8\cdot10^{60})]^2/2{,}718 \approx$ 7338, откуда, вероятно, следует, что на лямбда-отрезке появятся *без пропусков* такие первые «сорта» м-факторов: $M_к$ = 1, 2, 4, 6, 8, …, **7338**. Поэтому в силу неравенства (9), можно предположит, что *количество* ($K_н$) всех непрерывных «сортов» на лямбда-отрезке будет не больше всё того же числа **7338**.

При этом количество «сортов» м-факторов-***фантомов***, вероятно, будет не меньше такого количества (см. также пример к формуле 7): 9975 – 7338 = **2637**. Количество «сортов»-фантомов (не менее 2637) – это «сорт***а***», которые уже «имели право» появиться («случайным» образом) на лямбда-отрезке, но так и не появились, поскольку *наличие фантомов – неотъемлемый закон мира чисел* (где без фантомов – никак не обходится и не только в части м-факторов). Что из физики «моделирую», «отражают» м-факторы-***фантомы*** в мире простых чисел? Возможно, эти фантомы отчасти «объясняют» природу ***квазичастиц*** – понятий в квантовой механике, введение которых позволяет существенно упростить описание сложных квантовых систем со взаимодействием, таких как твёрдые тела и квантовые жидкости.

Поскольку каждый «сорт» м-фактора после своего первого появления (у лидера данного м-фактора, и всегда над голубой линией) по мере роста номера K затем появится «случайным» образом *бесконечное* число раз на числовой оси – это значит, что при некотором номере ($K_и$) данный «сорт» м-фактора неизбежно окажется меньше своего идеального м-фактора (все чёрные точки данного «сорта», идут строго горизонтально и при $K > K_и$ неизбежно «зайдут» под монотонно поднимающуюся вверх голубую линию $M_{ки}$):

$$K_и \approx e^{M_{ки} - 1}. \tag{7.4}$$

Например, минимально возможный реальный м-фактор $M_к$ = 2 уже при K = 3 становиться меньше своего идеального м-фактора $M_{ки} \approx$ 2,25. А самый распространенный реальный м-фактор $M_к$ = 6 (впервые появившись при K = 9) только при K = 160 (что немного больше, чем $K_и \approx e^{6-1} \approx 148$) становиться меньше своего идеального м-фактора $M_{ки} \approx 6{,}08$ (только при $K = 160$ чёрные точки, лежащие на горизонтали $M_к = 6$, «заходят» под голубую линию, см. рис. 7.1). Реальный м-фактор $M_к = 132$ (впервые появившись при $K = 104071$) только при K порядка $K_и \approx e^{132-1} \approx 7{,}81\cdot10^{56}$ (появившись до этого на числовой оси колоссальное число раз) станет наконец меньше своего идеального м-фактора $M_{ки}$.

А вот реальный м-фактор $M_к$ = **142** (ставший *фантомом* ещё при $K \approx 56000$) впервые должен появиться при $120\,000 < K < 126\,000\,000$ (при таком K имеем $M_{min} = 142$), но только при K порядка $K_и \approx e^{142-1} \approx 10^{61}$ (то есть в конце *лямбда-отрезка*, $M_к = 142$ появившись до этого на числовой оси колоссальное число раз) данный $M_к = 142$ станет наконец меньше своего идеального м-фактора $M_{ки}$. Забегая немного вперед (про большие и малые м-факторы – объяснения идут чуть ниже), получаем такую картину: в самом конце лямбда-отрезка м-фактор $M_к = 142$ (как и все предшествующие ему «сорта» м-факторов: $M_к$ = 1, 2, 4, 6, …, 140) перейдет из области *больших* м-факторов («моделирующих» тёмную энергию) в область *малых* м-факторов («моделирующих» тёмную материю и видимую материю). Из сказанного вытекает, что на лямбда-отрезке будет следующее количество разных «сортов» (уже перешедших из *больших* в *малые*): 1 + 142/2 = **72**. При этом когда мы достигнем конца лямбда-отрезка, то всего появятся *без пропусков* такие «сорта» м-факторов: $M_к$ = 1, 2, 4, 6, 8, …, 7338 (с пропусками этот ряд доходит до $M_к$ = 19948), а *количество* ($K_н$) всех непрерывных «сортов» на лямбда-отрезке будет не больше всё того же числа **7338** (и только **72** из них перейдут из области *больших* «сортов» в область *малых* «сортов»). В рамках *числофизики* также можно предположить, что количество химических элементов в *таблице Менделеева* (где на сегодня уже 126 элементов) неким образом связано с полученным нами в мире чисел м-фактором $M_к$ = **142** и количеством первых «сортов» (ставшими *малыми* «сортами») – **72**. Ведь из 126 химических элементов только первые 94 (до плутония включительно) – существуют в природе, а все прочие химические элементы (ядра которых уже неустойчивые) в природе не обнаруживают, их получают только в ядерных реакциях (существует искусственный синтез новых элементов). Чтобы «почувствовать» эту достаточно «туманную» гипотезу числофизики – надо понять то, что излагается ниже в данной главе про мир простых чисел.

8. Скорость ($V_к$) – интересные подробности

Напомню, что выше мы ввели в рассмотрение два варианта ***идеальных*** простых чисел (и такой терминологии нет в общеизвестной *теории чисел*):

Базовые *идеальные* простые числа – это вещественные числа вида $P \equiv \varphi\cdot K\cdot\ln K$, где $\varphi = 1$ для всех K = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, … (то есть $\varphi = 1$ «всегда»).

Точные *идеальные* простые числа – это вещественные числа вида $P \equiv \varphi\cdot K\cdot\ln K$, где поправка $\varphi = 1$ для $K \le 45$, а для всех прочих номеров ($K > 45$) поправка φ является «сложной» функций (f) аргумента K, что условно запишем так: $\varphi = f(K)$. Вид указанной функции f представлен в гл. 6. Термины «базовые», «точные», «сложная» и т.п., разумеется, весьма относительны и имеют смысл только в свете трудов автора.

Выше мы достаточно подробно рассмотрели фундаментальный параметр мира простых чисел – ***м-фактор*** ($M_к$) – это *расстояние* (по числовой оси) между соседними простыми числами, то есть *разница* между указанными числами:

$$M_к \equiv P_{к+1} - P_к, \tag{8.1}$$

где K = 1, 2, 3,4, 5, 6, 7, … – порядковый номер простого числа ($P_к$) в бесконечном ряде всех простых чисел. Важное замечание: в эту формулу мы можем подставлять три вида простых чисел: реальные, базовые идеальные и точные идеальные, поэтому и наш м-фактор может быть также трех видов: реальный, базовый идеальный и точный идеальный.

Ещё мы нашли закон роста *базового идеального* м-фактора («всегда» $\varphi = 1$):

$$M_к \approx 1 + \frac{1}{K} + \ln K. \qquad (8.2)$$

Из формулы (8.2) следует, что по мере роста номера K указанный м-фактор $M_к$ будет увеличиваться всё медленнее и медленнее (в силу свойств логарифмической функции $\ln K$). Чтобы изучить этот процесс мы введем новый параметр.

Скорость ($V_к$) изменения *базового идеального* м-фактора:

$$\mathbf{V_к \equiv \frac{1}{2}\,(M_{к+1} - M_к)} \equiv \frac{1}{2}\,[(P_{к+2} - P_{к+1}) - (P_{к+1} - P_к)], \qquad (8.3)$$

где $M_{к+1}$ и $M_к$ – это два соседних *базовых идеальных* м-фактора. Почему здесь разность двух м-факторов мы делим на 2? Потому, что в мире чисел каждый (любой) м-фактор «рождается» за один ***квант времени***, а «счетчиком» квантов времени является параметр K = 1, 2, 3,4, 5, 6, 7, … (порядковые номера простых чисел). При формировании («конструировании») нашего параметра «скорость» участвуют *два* кванта времени, а именно: от K-го до (K+1)-го, от (K+1)-го до (K+2)-го – поэтому и появляется двойка.

В формулу (8.3) мы можем подставлять три вида простых чисел: реальные, базовые идеальные и точные идеальные, поэтому и наша скорость ($V_к$) может быть также трех видов: реальная, базовая идеальная и точная идеальная.

Раскроем (распишем) формулу (8.3) для *базовых идеальных* простых чисел: $V_к \equiv (M_{к+1} - M_к)/2 \equiv [(P_{к+2} - P_{к+1}) - (P_{к+1} - P_к)]/2 \equiv (P_{к+2} - 2{\cdot}P_{к+1} + P_к)/2 \equiv [(K + 2){\cdot}\ln(K+2) - 2{\cdot}(K + 1){\cdot}\ln(K + 1) + K{\cdot}\ln K]/2$, откуда в конечном итоге (после ряда дальнейших тождественных преобразований) получаем точную формулу для *теоретической* скорости, то есть для ***скорости*** изменения *базового идеального* м-фактора:

$$V_к = [(K + 2){\cdot}\ln(1 + 2/K) - (2K + 2){\cdot}\ln(1 + 1/K)]/2\ . \qquad (8.4)$$

Эта формула имеет убывающую *относительную погрешность* (ОП) относительно скорости $V_к$, получаемой по формуле (8.3) после подстановки ***точных*** *идеальных* простых чисел (см. гл. 6) и ОП = 0 после подстановки ***базовых*** идеальных чисел.

Если далее воспользоваться общеизвестным (и минимально возможным, только с членом первого порядка) разложением $\ln(1 + x) \approx x$, то, преобразуя формулу (8.4), мы получим весьма грубое приближение: $V_к \approx 1/K$. Это утверждение (грубо или точно) можно проверить непосредственно на ПК: вычисляем $V_к$ прямо «в лоб» (по формуле 8.3) для *базовых идеальных* простых чисел, а затем сравниваем с конкретным нашим приближением (скажем, $V_к \approx 1/K$). А вот если в разложении брать и член второго порядка: $\ln(1 + x) \approx x - x^2/2$, то, преобразуя формулу (8.4), мы получим хорошее («точное») приближение к ***скорости*** изменения *базового идеального* м-фактора (вторым членом в данной формуле часто можно пренебречь в виду его малости):

$$\mathbf{V_к \approx \frac{1}{2 \cdot K} - \frac{3}{2 \cdot K^2}}. \qquad (8.5)$$

Самые «точные» (в рамках данной работы) идеальные скорости – это такие скорости $V_{кт}$ (автор не берется выразить их некой формулой, выведенной аналитически), которые мы вычисляем на ПК для «точных» идеальных простых чисел вида $P \equiv \varphi{\cdot}K{\cdot}\ln K$, где для $K > 45$ поправка $\varphi = f(K)$ является «сложной» функцией аргумента K (см. выше гл. 6). Так вот, исследования автора на *рабочем отрезке* (где первые 120 000 «точных» идеальных простых чисел) показывают, что можно использовать такую *эмпирическую* формулу:

$$\frac{V_{кт}}{V_к} \approx 1 + \frac{1}{\ln K}\ . \qquad (8.6)$$

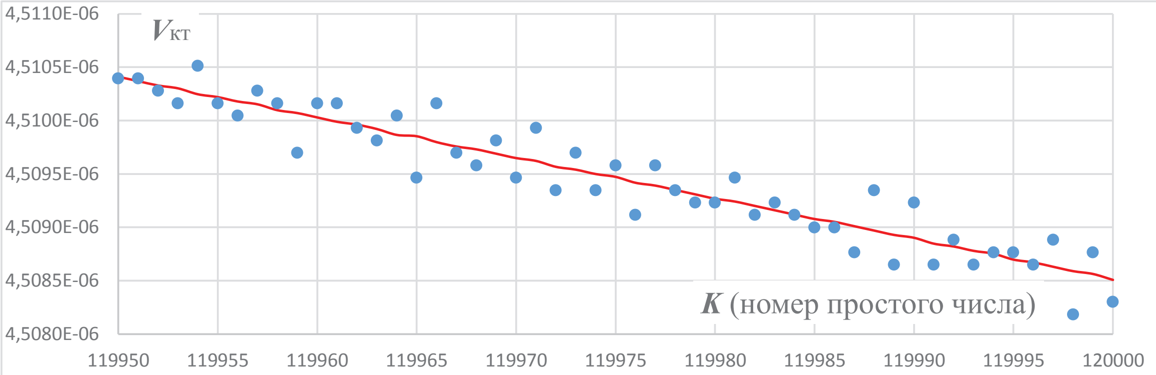

Рис. 8.1. ***Флуктуации*** скорости ($V_{кт}$) у «*точных*» идеальных простых чисел

Скорости для *базовых* простых чисел (у них «всегда» φ = 1) – на графике (его не привожу) почти ложатся на прямую линию, уравнение которой: $V_к = 0{,}5/K$ (согласно формуле 8.5). А вот скорости ($V_{кт}$) для (достаточно больших номеров, скажем, $K > 60\,000$) «*точных*» простых чисел [в силу самой «конструкции» «точной» модели, где $\varphi = f(K)$ для $K > 45$] – на графике начинают … ***флуктуировать*** (синие точки на графике рис. 8.1), то есть начинают «случайным» образом колеблются вокруг (красной) линии, уравнение которой можно записать так: $V_{кт} = V_к\cdot(1 + 1/\ln K)\cdot\varepsilon$ (согласно формуле 8.6), где $V_к = 0{,}5/K$ и ещё присутствует эмпирическая поправка (скажем, $\varepsilon = 0{,}99682$) для данных номеров K (существующая в силу неточности нашей эмпирической формулы 8.6). Указанные флуктуации возникают (становятся заметными на нашем графике) далеко не сразу: для малых номеров (скажем, для $K < 60\,000$) синие точки будут всё ещё довольно точно укладываться на соответствующую красную линию нашего графика. Вероятно, здесь будет работать закон, верный и для *реальных* м-факторов: чем больше номера K – тем больше «амплитуда» флуктуаций *реальной* скорости ($V_к$).

Сумма (Σ_v) первых K реальных скоростей (при достаточно большом K, то есть при $K >> 1$) будет вычисляться так (с помощью *базовых* идеальных простых чисел): $\Sigma_v \equiv (M_2 - M_1)/2 + (M_3 - M_2)/2 + (M_4 - M_3)/2 + \ldots + (M_{к+1} - M_к)/2 = (M_{к+1} - M_1)/2 \equiv [(P_{к+2} - P_{к+1}) - 1]/2 \approx [(K + 2)\ln(K+2) - (K + 1)\ln(K + 1) - 1]/2$, откуда окончательно получаем:

$$\mathbf{\Sigma_v \approx (\ln K - 1)/2}. \qquad (8.7)$$

Модуль *относительной погрешности* (ОП) формулы (8.7) (относительно реальных сумм Σ_v) выглядит весьма экзотично (см. рис. 8.2), что может доставить особое удовольствие настоящим теоретикам (которые попытаются всё это объяснить). Сумма (Σ_v) первых K реальных скоростей всегда больше нуля (поскольку всегда $M_{к+1} - M_1 \geq 0{,}5$) и также носит фундаментальный характер (как и сумма первых K реальных *м-факторов*, см. гл. 4).

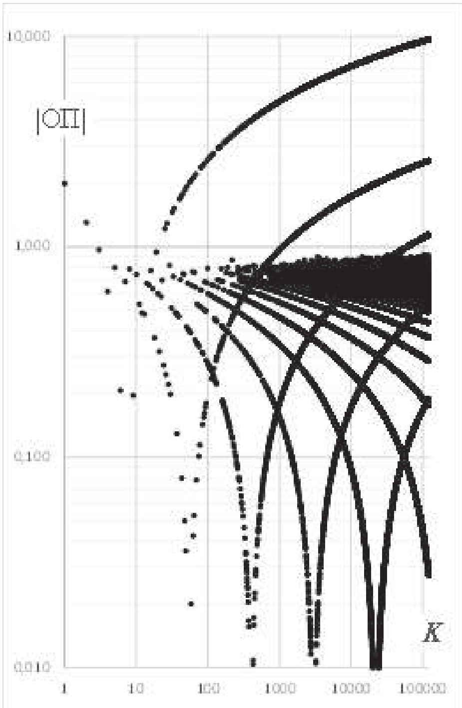

Рис. 8.2. Модуль ОП формулы 8.11

Таким образом, раскрывается смысл параметра «скорость» ($V_к$): по мере роста номера K – скорость ($V_к$) численно устремляется к отношению среднеарифметической скорости (Σ_V/K) и среднеарифметического м-фактора ($\Sigma_М/K$), то есть скорость ($V_к$) численно устремляется к отношению суммы всех скоростей и суммы всех м-факторов:

$$V_к \sim (\Sigma_V/K)/(\Sigma_М/K) = \Sigma_V/\Sigma_М \quad . \tag{8.8}$$

9. Флуктуация реальных скоростей ($V_к$)

Флуктуация реальных скоростей [$V_к \equiv (M_{к+1} - M_к)/2$], очевидно, определяется минимальным м-фактором $M_{min} = 2$ и максимальным м-фактором $M_{max} \approx (1 + \ln K)^2$:

$$V_{min} \equiv (M_{min} - M_{max})/2 \approx [2 - (1 + \ln K)^2]/2 \;, \tag{9.1}$$

$$V_{max} \equiv (M_{max} - M_{min})/2 \approx [(1 + \ln K)^2 - 2]/2. \tag{9.2}$$

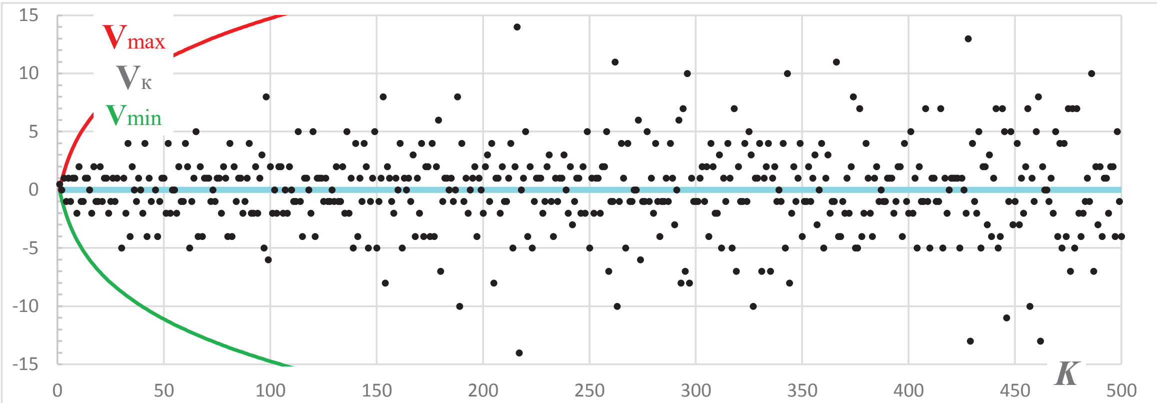

Рис. 9.1. ***Флуктуации*** скорости ($V_к$) у *реальных* простых чисел (первые 500 чисел)

То есть флуктуации реальных скоростей (чёрные точки на графике рис. 9.1) будут происходить от V_{min}, имеющей знак «минус» (зеленая линия на графике рис. 9.1), до V_{max}, имеющей знак «плюс» (красная линия на графике рис. 9.1). При этом незначительная доля скоростей будет равна нулю (когда последующий м-фактор не изменяется: $M_{к+1} = M_к$), и если K_0 – это количество *нулевых* скоростей (среди всех K первых скоростей), то можно записать такое эмпирическое неравенство:

$$\frac{K_0}{K} < \frac{0{,}5}{\ln K} \quad . \tag{9.3}$$

Например, при $K = 8{\cdot}10^{60}$ (конец *лямбда-отрезка*) мы получим такую базовую идеальную скорость изменения (базового идеального) м-фактора $V_к \approx 0{,}5/K \approx 0{,}5/(8{\cdot}10^{60}) \approx 6{,}25{\cdot}10^{-62}$, при этом $V_{max} \approx [(1 + \ln K)^2 - 2]/2 \approx 9973$ и $V_{min} \approx -9973$. Таким образом, в конце *лямбда-отрезка* (то есть в наше «сегодня», в современную эпоху) модуль очередной *реальной* скорости может отличаться от теоретической (базовой идеальной скорости $V_к \approx 6{,}25{\cdot}10^{-62}$) в следующее количество раз: $V_{max}/V_к \approx \mathbf{10^{65}}$ раз. При этом *вероятность* (K_0/K) появления очередной *нулевой* скорости ($V_к = 0$) будет близка к такой оценке (см. неравенство 9.3): $K_0/K < 0{,}00357$ (то есть менее 0,357 %).

Количество (K_s) положительных скоростей (последующий м-фактор подрастает: $M_{к+1} > M_к$), *вообще говоря*, будет больше количества (K_i) отрицательных скоростей (когда последующий м-фактор уменьшается: $M_{к+1} < M_к$), что можно записать в виде такого эмпирического неравенства (где правая часть стремительно убывает к 1):

$$\frac{K_s}{K_i} < 1 + \frac{e}{\sqrt{K}} \quad . \tag{9.4}$$

При этом среди первых 120 000 простых чисел нашлось 147 простых чисел (при K = 59, 63, 41191 ÷ 43202), у которых $\boldsymbol{K_s = K_i}$. Будет ли такое равенство ещё происходить при б**о**льших номерах K?

10. Ускорение ($А_к$) – интересные подробности

В текстах автора встречаются *повторы* из предыдущих глав. Это делается отчасти умышленно для того, чтобы даже при *выборочном* чтении (отдельной главы, вряд ли искушенные читатели станут читать мои тексты без пропусков, подряд) читатель смог уловить суть написанного. Кроме того, «повторение – мать учения»…

Ещё раз напомню, что выше мы ввели в рассмотрение два варианта ***идеальных*** простых чисел (и такой терминологии нет в общеизвестной *теории чисел*):

Базовые *идеальные* простые числа – это вещественные числа вида $P \equiv \varphi \cdot K \cdot \ln K$, где $\varphi = 1$ для всех K = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, … (то есть «всегда» в мире натуральных чисел).

Точные *идеальные* простые числа – это вещественные числа вида $P \equiv \varphi \cdot K \cdot \ln K$, где поправка $\varphi = 1$ для $K \leq 45$, а для всех прочих номеров ($K > 45$) поправка φ является «сложной» функций (f) аргумента K, что условно запишем так: $\varphi = f(K)$. Вид указанной функции f представлен в гл. 6. Термины «базовые», «точные», «сложная» и т.п., разумеется, весьма относительны и имеют смысл только в свете трудов автора.

Выше мы достаточно подробно рассмотрели фундаментальный параметр мира простых чисел – ***м-фактор*** ($M_к$) – это *расстояние* (по числовой оси) между соседними простыми числами, иначе говоря, это такая *разница* между числами:

$$M_к \equiv P_{к+1} - P_к, \tag{10.1}$$

где K = 1, 2, 3,4, 5, 6, 7, … – порядковый номер простого числа ($P_к$) в бесконечном ряде всех простых чисел. Важное замечание: в эту формулу мы можем подставлять три вида простых чисел: реальные, базовые идеальные и точные идеальные, поэтому и наш м-фактор может быть также трех видов: реальный, базовый идеальный и точный идеальный.

Ещё мы нашли закон роста *базового идеального* м-фактора («всегда» $\varphi = 1$):

$$M_к \approx 1 + \frac{1}{K} + \ln K, \tag{10.2}$$

а также ***скорость*** ($V_к$) изменения *базового идеального* м-фактора:

$$\mathbf{V_к} \equiv \frac{1}{2}\,(\boldsymbol{M_{к+1}} - \boldsymbol{M_к}) \equiv \frac{1}{2}\,[(P_{к+2} - P_{к+1}) - (P_{к+1} - P_к)] \approx \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2 \cdot \boldsymbol{K}}}. \tag{10.3}$$

Очевидно, что, зная *скорость* ($V_к$) изменения *базового идеального* м-фактора, мы можем вычислить и ***ускорение*** этого процесса в мире чисел по формуле:

$$\mathbf{A_к} \equiv \frac{1}{3}\,(\boldsymbol{V_к} - \boldsymbol{V_{к+1}}) \equiv \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}\,[(M_{к+1} - M_к) - (M_{к+2} - M_{к+1})] \equiv$$

$$\equiv \frac{1}{6}\{[(P_{к+2} - P_{к+1}) - (P_{к+1} - P_к)] - [(P_{к+3} - P_{к+2}) - (P_{к+2} - P_{к+1})]\}. \tag{10.4}$$

Почему здесь разность двух скоростей ($V_к - V_{к+1}$) мы изначально делим на 3? Потому, что в мире чисел каждый (любой) м-фактор «рождается» за один ***квант времени*** а «счетчиком» квантов времени является параметр K = 1, 2, 3,4, 5, 6, 7, … (порядковые номера простых чисел). При формировании («конструировании») нашего параметра «ускорение» участвуют *три* кванта времени, а именно: от K-го до (K+1)-го, от (K+1)-го до (K+2)-го, от (K+2)-го до (K+3)-го, поэтому в формуле для ускорения ($А_к$) и появляется тройка в знаменателе.

В формулу (10.4) мы можем подставлять три вида простых чисел: реальные, базовые идеальные и точные идеальные, поэтому и наше ускорение ($А_к$) может быть также трех видов: реальное, базовое идеальное и точное идеальное.

Раскроем (распишем) формулу (10.4) для *базовых идеальных* простых чисел: $A_к \equiv \{[(P_{к+2} - P_{к+1}) - (P_{к+1} - P_к)] - [(P_{к+3} - P_{к+2}) - (P_{к+2} - P_{к+1})]\}/6 = (3\cdot P_{к+2} - 3\cdot P_{к+1} - P_{к+3} + P_к)/6 \equiv [3\cdot(K + 2)\cdot\ln(K + 2) - 3\cdot(K + 1)\cdot\ln(K + 1) - (K + 3)\cdot\ln(K + 3) + K\cdot\ln K]/6$, откуда в конечном итоге (после ряда дальнейших тождественных преобразований) получаем абсолютно точную формулу для *базового идеального* ***ускорения***:

$$A_к = [(3K + 6)\cdot\ln(1 + 2/K) - (3K + 3)\cdot\ln(1 + 1/K) - (K + 3)\cdot\ln(1 + 3/K)]/6\ . \qquad (10.5)$$

Эта формула имеет убывающую *относительную погрешность* (ОП) относительно ускорения $A_к$, получаемого по формуле (10.4) после подстановки ***точных*** *идеальных* простых чисел (см. гл. 6) и ОП = 0 при подстановке базовых идеальных простых.

Если далее воспользоваться общеизвестным (и минимально возможным, только с членом первого порядка) разложением $\ln(1 + x) \approx x$, то, преобразуя формулу (10.5), мы получим… нуль: $A_к \approx 0$. Если же в разложении брать и член второго порядка: $\ln(1 + x) \approx x - x^2/2$, то, преобразуя формулу (10.5), мы получим $A_к \approx 1/4/K^2$, что слишком грубо. Это утверждение (грубо или точно) можно проверить непосредственно на ПК: вычисляем $A_к$ прямо «в лоб» (по формуле 10.4) для ***базовых*** *идеальных* простых чисел и затем сравниваем с конкретным нашим приближением (скажем, $A_к \approx 1/4/K^2$). И только взяв в разложении ещё и член третьего порядка: $\ln(1 + x) \approx x - x^2/2 + x^3/3$, и, преобразуя формулу (10.5), мы получаем точное приближение к *теоретическому* ускорению, то есть к *точному идеальному* ***ускорению*** (вторым членом в данной формуле часто можно пренебречь в виду его малости):

$$\mathbf{A_к \approx \frac{1}{6\cdot K^2} - \frac{2}{K^3}}\ . \qquad (10.6)$$

Данную формулу для больших K ранее мы получили гораздо проще (см. гл. 5).

Сумма (Σ_A) первых K реальных скоростей (при достаточно большом K, то есть при $K >> 1$) будет вычисляться так (с помощью *базовых* идеальных простых чисел): $\Sigma_A \equiv (V_1 - V_2)/3 + (V_2 - V_3)/3 + (V_3 - V_4)/3 + \ldots + (V_к - V_{к+1})/3 = (V_1 - V_{к+1})/3$. Учитывая, что $V_1 = ½$, а скорость $V_{к+1} \approx 1/2/(K + 1) - 3/2/(K + 1)^2$ окончательно получаем:

$$\Sigma_A \approx \frac{1}{12}\left(1 - \frac{1}{K+1} + \frac{3}{(K+1)^2}\right). \qquad (10.7)$$

То есть при $K \to \infty$ сумма (Σ_A) первых K реальных скоростей устремляется к числу **1/12 = 0,083333**… . Таким образом, раскрывается смысл самого параметра «ускорение» ($A_к$) в мире простых чисел: по мере роста номера K – ускорение ($A_к$) численно устремляется к такому выражению (и как его истолковать – это пока вопрос):

$$A_к \sim 2\cdot\Sigma_A/K^2\ . \qquad (10.8)$$

Например, можно сказать, что ускорение ($A_к$) численно устремляется к удвоенной сумме ($2\cdot\Sigma_A$) всех K первых реальных ускорений, приходящейся на единицу площади квадрата со стороной, равной K.

11. Флуктуация реальных ускорений ($A_к$)

Флуктуация реальных ускорений [$A_к \equiv (V_к - V_{к+1})/3$] определяется минимальными скоростями $V_{min} = \approx [2 - (1 + \ln K)^2]/2$ и максимальными $V_{max} \approx [(1 + \ln K)^2 - 2]/2$:

$$A_{min} \equiv (V_{min} - V_{max})/3 \approx [-(\ln K)^2 - 2\cdot\ln K + 1]/3\ , \qquad (11.1)$$

$$A_{max} \equiv (V_{max} - V_{min})/3 \approx [+(\ln K)^2 + 2\cdot\ln K - 1]/3. \qquad (11.2)$$

То есть флуктуации реальных ускорений (чёрные точки на графике рис. 11.1) будут происходить от A_{min}, имеющей знак «минус» (зеленая линия на графике), до A_{max}, имеющей знак «плюс» (красная линия на графике). При этом незначительная доля ускорений будет равна нулю (когда последующая скорость не изменяется: $V_{к+1} = V_к$), и если K_0 – это количество *нулевых* ускорений ($A_к \equiv 0$ среди всех K первых скоростей), то можно записать такое эмпирическое неравенство:

$$\frac{K_0}{K} < \frac{1}{\ln K} \,. \qquad (11.3)$$

При $K = 8\cdot10^{60}$ (конец *лямбда-отрезка*) *вероятность* (K_0/K) появления *нулевого* ускорения ($А_к = 0$) будет близка к такой оценке: $K_0/K < 0{,}00713$ (то есть менее 0,713 %).

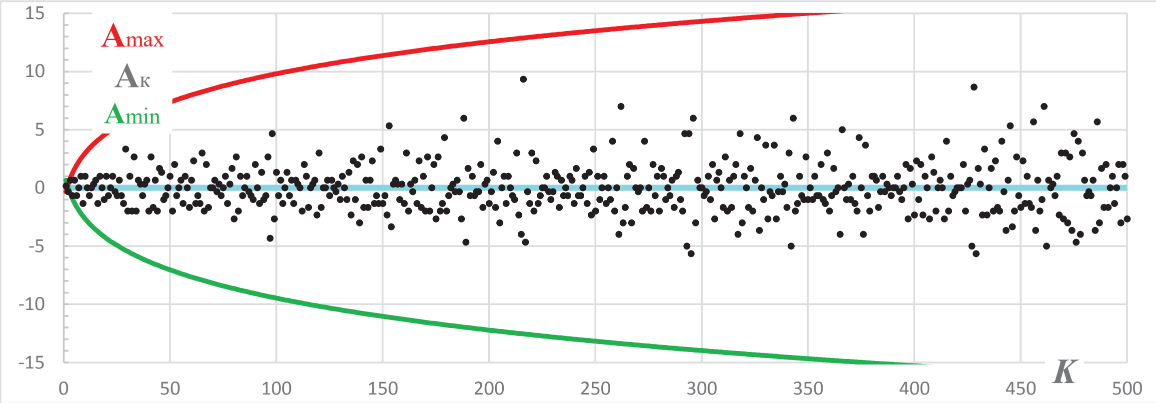

Рис. 11.1. ***Флуктуации*** ускорений ($А_к$) у *реальных* простых чисел (первые 500 чисел)

Количество (K_s) положительных ускорений (когда последующая скорость уменьшается: $V_к > V_{к+1}$) вплоть до $K = 179$, *вообще говоря*, будет больше количества (K_i) отрицательных ускорений (когда последующая скорость увеличивается: $V_к < V_{к+1}$). Однако при $K > 179$, *вероятно* (по первым 120 000 простым числам точнее, увы, сказать невозможно), уже «всегда» будет выполняться эмпирическое неравенство:

$$\frac{K_s}{K_i} < 1, \qquad (11.4)$$

то есть при $K > 179$ ***наиболее вероятно <u>увеличение</u> последующей скорости*** ($V_к < V_{к+1}$). Хотя при этом (когда $V_к < V_{к+1}$) наше ускорение будет иметь знак «минус» ($А_к < 0$) в силу принятого определения понятия «ускорение» [$А_к \equiv (V_к - V_{к+1})/3$], однако автор не стал менять это определение, поскольку при ином определении [$А_к \equiv (V_{к+1} - V_к)/3$] мы получим приближение со знаком «минус»: $А_к \approx -1/6/K^2$ (см. предыдущую главу), и этот знак «минус» – может ещё больше сбивать с толку читателя.

При этом в конце первых 120 000 простых чисел имеем $K_s/K_i \approx 0{,}8158$, но будет это число расти (возможно, и к единице?) или уменьшаться – сказать наверняка нельзя. Возможно, далее (но как далеко?) будет работать такая эмпирическая оценка:

$$\frac{K_s}{K_i} \approx \frac{1}{(\ln K)^{0{,}064}} \,, \qquad (11.5)$$

которая при $K = 8\cdot10^{60}$ (конец *лямбда-отрезка*) дает нам $K_s/K_i \approx 0{,}7288$.

Самые «точные» (в рамках данной работы) ускорения – это такие ускорения $А_{кт}$ (флуктуирующие чёрные точки на графике рис. 11.2, автор не берется выразить их некой формулой, выведенной аналитически), которые мы вычисляем на ПК для *точных* идеальных простых чисел [вида $P \equiv \varphi\cdot K\cdot\ln K$, где для $K > 45$ поправка $\varphi = f(K)$ является «сложной» функцией аргумента K (см. выше гл. 6)]. Так вот, исследования автора на *рабочем отрезке* (где первые 120 000 точных идеальных простых чисел) показывают, что в диапазоне номеров $K \approx 46 \div 10000$ работает формула:

$$\frac{A_{кт}}{A_к} \approx 1 + \frac{0{,}4774}{K^{0{,}154}} \,. \qquad (11.6)$$

Ускорения для *базовых* простых чисел (у них «всегда» $\varphi = 1$, на графике рис. 11 2 они ложатся на голубую линию, уравнение которой: $А_к = 1/6/K^2$, и которая на графике почти совпадает с нулевой линией, где $А_к = 0$). Ускорения ($А_{кт}$) для *точных* базовых простых чисел [в силу самой «конструкции» точной базовой модели, где $\varphi =$

$f(K)$ для $K > 45$] – на графике *флуктуируют*, то есть «подражают» флуктуациям реальных простых чисел. Указанные флуктуации у точных идеальных простых чисел возникают (становятся заметными на графике) далеко не сразу, скажем, при $K >$ 15 000. Вероятно, здесь будет работать закон, верный и для *реальных* ускорений: чем больше номера K – тем больше «амплитуда» флуктуаций *реальных* ускорений ($A_к$).

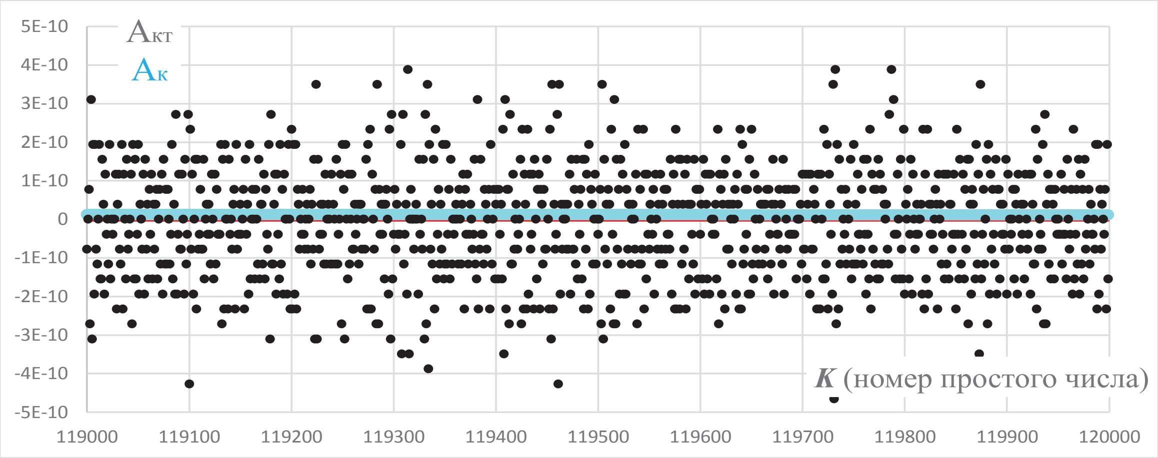

Рис. 11.2. ***Флуктуации*** ускорений ($A_к$) у *точных* идеальных простых чисел

Итак, например, при $K = 8\cdot10^{60}$ (конец *лямбда-отрезка*) мы получим такое *базовое идеальное* ускорение (то есть ***теоретическое*** ускорение) $A_к \approx 1/6/K^2 \approx (1/6)/(8\cdot10^{60})^2 \approx$ **2,6·10**$^{\mathbf{-123}}$, что численно равно ***космологической постоянной*** (Λ), выраженной в планковских единицах. При этом из-за колоссальных флуктуаций *реальные* максимально возможные ускорения (A_{max}, т.е. реальные ускорения со знаком «плюс») будут достигать такого значения: $A_{max} \approx [+ (\ln K)^2 + 2\cdot\ln K - 1]/3 \approx$ **6648**, а *реальные* минимально возможные ускорения (A_{min}, т.е. реальные ускорения со знаком «минус») будут достигать такого значения: $A_{min} \approx [- (\ln K)^2 - 2\cdot\ln K + 1]/3 \approx$ **– 6648**. Таким образом, в конце *лямбда-отрезка* (то есть в современную эпоху) модуль (величина без учета знака) очередного ***реального*** ускорения в силу колоссальных флуктуаций реальных ускорений может отличаться от ***теоретического*** ускорения ($A_к \approx$ **2,6·10**$^{\mathbf{-123}}$) в колоссальное количество раз: $A_{max}/A_к \approx$ **10**$^{\mathbf{126}}$.

Таким образом, мир простых чисел, вероятно, вполне объясняет («моделирует» наипростейшим образом) так называемую проблему космологической постоянной. ***Проблема космологической постоянной*** – закрепившееся в современной астрофизике выражение, означающее *грубую ошибку*, которую дают предсказания значения космологической постоянной (лямбда-члена, Λ) посредством применения двух фундаментальных физических теорий: общей теории относительности (ОТО) и квантовой механики (КМ). Предсказанная (*теоретическая*) величина получается больше *экспериментально* измеренной на 120 порядков — «наихудшее предсказание, когда-либо сделанное научной теорией», по словам Ли Смолина[3].

[3] **Ли Смо́лин** (род. 1955) – известный американский физик-теоретик (работы по теории струн, петлевой квантовой гравитации, в области космологии и теории элементарных частиц). В списке 100 самых выдающихся мыслителей мира (журнал Foreign Policy) занимает 21-е место (2008 год).

12. Скорость света… увеличивается?

В настоящее время (когда возраст Вселенной составляет около 13,75 млрд лет или порядка $8 \cdot 10^{60}$ планковских времен) наиболее точное измерение ***скорости света*** составляет 299 792 458 ± 1,2 м/с (на основе эталонного метра, 1975 год). На данный момент считают, что скорость света в вакууме – фундаментальная физическая постоянная. Считается, что фундаментальные константы, такие как скорость света, имеют одинаковое значение во всём пространстве-времени, то есть они не зависят от места и не меняются со временем. Однако некоторые теории предполагают, что ***скорость света может изменяться со временем*** (то есть это всего лишь *гипотеза* некоторых физиков). Пока нет убедительных доказательств таких изменений, но они остаются предметом исследований. В природе со скоростью света распространяются (в вакууме): собственно, видимый свет и другие виды электромагнитного излучения (радиоволны, рентгеновские лучи, гамма-кванты и др.), а также, предположительно, – гравитационные волны.

В планковской системе единиц скорость света в вакууме равна 1, то есть можно сказать, что ***свет проходит 1 планковскую длину за планковское время***. Этот факт (в рамках *числофизики*) позволяет (более того, даже требует?) утверждать, что в мире простых чисел *м-фактор* ($M_к \equiv P_{к+1} - P_к$) «моделирует»… скорость света (в планковских единицах), «модель» которой мы обозначим символом $\mathbf{V_c}$, и ниже исследуем её свойства.

В мире простых чисел мы будем вычислять ***c-скорость*** (V_c) таким образом:

$$V_c \equiv \frac{P_к - P_X}{K - X} \quad , \qquad (12.1)$$

где $P_х \approx X \cdot \ln X$ и $P_к \approx K \cdot \ln K$ – это *базовые идеальные* простые числа («заменители» двух реальных простых чисел $P_х$ и $P_к$), а и всегда $X < K$, а разность $(K - X)$ – это количество простых чисел (количество планковских времен), которые мы рассматриваем для вычисления *c-скорости* на отрезке $[P_х; P_к]$.

Пусть $X \equiv W \cdot K$, где $W < 1$ (скажем, $W = 0{,}13 \div 0{,}875$), тогда формулу (12.1) можно преобразовать: $V_c \equiv [K \cdot \ln K - W \cdot K \cdot \ln(W \cdot K)]/(K - W \cdot K)$, откуда получаем:

$$V_c \approx \ln K - \frac{W \cdot \ln W}{1 - W} \; . \qquad (12.2)$$

Таким образом, c-скорость больше, чем $\ln K$ на 0,3049 (при $W = 0{,}13$, то есть когда мы берем относительно «большой» отрезок $[P_х; P_к]$) и c-скорость больше, чем $\ln K$ на 0,9347 (при $W = 0{,}875$, то есть когда мы берем относительно «малый» отрезок $[P_х; P_к]$). И при достаточно больших номерах K, грубо говоря, *c-скорость* (V_c) почти равна *м-фактору* ($M_к \approx 1 + \ln K$), особенно при $W = 0{,}875$.

Например, при $K = 8 \cdot 10^{60}$ (планковских времен), то есть в конце лямбда-отрезка по формуле (12.2) мы получаем $V_c^* \approx 141{,}169266869694$ (при $W = 0{,}875$) и приравниваем это к реальной скорости света c = 299 792 458 (м/с). Иначе говоря, для всего лямбда-отрезка (для наших дальнейших расчетов) мы вводим такую вспомогательную числовую константу: $G \equiv c/\ V_c^* = 2\ 123\ 638{,}27232114$. Затем (на каждом нашем шаге) номер K уменьшаем на порядок (в десять раз) и полученное (по формуле 12.2) на каждом шаге значение V_c умножаем на нашу числовую константу G (кстати, возможно, именно в этом (в «уповании на пропорциональность») и кроется «роковая» ошибка автора в части вычисления c-скоростей по всей длине лямбда-отрезке, и тогда всё дальнейшее в этой главе, увы, – лишь заблуждение автора). Полученный таким образом результат, фактически, отражен на графике рис. 12.1.

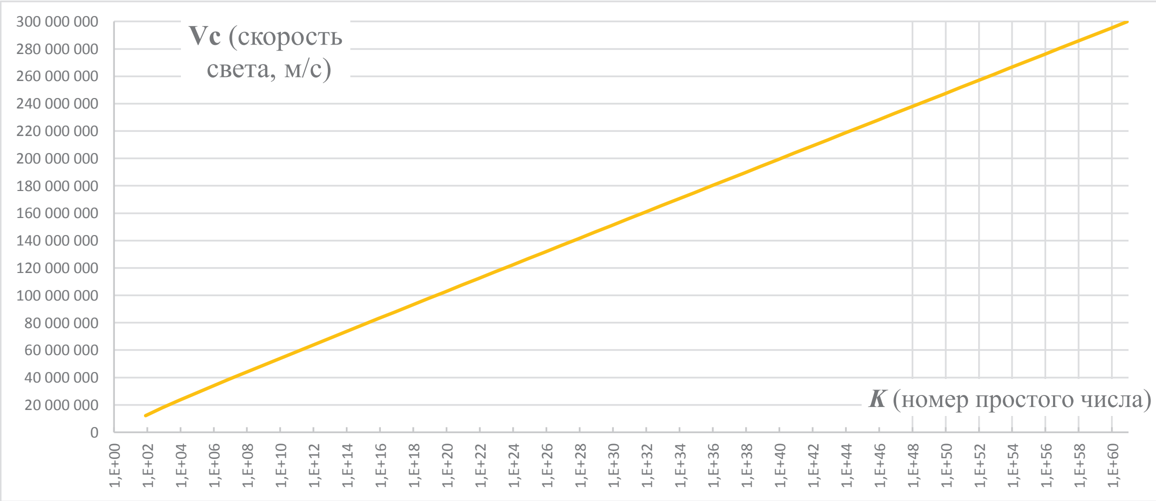

Рис. 12.1. Рост с-скорости (V_c) у *точных* идеальных простых чисел на лямбда-отрезке

То есть выше описанные расчеты почти совпадают (в масштабе графика на рис. 12.1) с другими (более точными?) расчетами, которые выполнялись по формуле (12.1), и при которых автор (для тех же, что и выше пошаговых значений K и X) брал *точные* идеальные простые числа (вплоть до $K = 80$). А вот при $K < 45$ автор вообще брал реальные (флуктуирующие!) простые числа (P и K, убывающие шагом 1). При этом (после умножения на всё ту же константу G) не получилось опуститься ниже, чем V_c = 2 065 540 м/с (при $K = 2$), что в 145 раз меньше скорости света в настоящее время (в конце лямбда-отрезка).

При выше описанных «точных» вычислениях автор установил, что примерно за 3269 лет (при $K = 7{,}9999981 \cdot 10^{60}$ – не меньше этого) до нашего «сегодня» ($K = 8 \cdot 10^{60}$ планковских времен) с-скорость (V_c) была меньше нынешней скорости света на 0,5 м/с (см. начало данной главы). И такое (мизерное) уменьшение скорости света в настоящее время физики уже не смогут (?) уловить даже при точнейших измерениях. То есть в настоящее время (и даже в ближайшем будущем), вероятно, нельзя обнаружить увеличение скорости света даже в самых тонких *экспериментах*. Впрочем, ключевой вывод данной главы – ***при зарождении Вселенной скорость света была почти в 145 раз меньше нынешней скорости света*** – обязан хоть как-то отразится на теоретической физике и космологии. То есть указанный ключевой вывод, если он верен, – не может оставаться не замеченным физикой.

Более того, если наш *м-фактор* ($M_к$) в мире простых чисел – это, действительно, некая «модель» ***скорости света***, то последняя подвержена… ***флуктуациям***, которые в конце лямбда-отрезка, то есть при $K = 8 \cdot 10^{60}$ (в настоящее время) оцениваются таким показателем $M_к/M_{max} \approx (1 + \ln K)/(1 + \ln K)^2 \approx 141{,}23/19947 \approx 0{,}00708$ (что, кстати говоря, меньше ***постоянной тонкой структуры*** всего лишь на 3 %). Возможно, именно в силу указанных и крайне редких ***флуктуаций*** скорости света, физики в своих тончайших экспериментах в принципе могут иногда (крайне редко) фиксировать *элементарные частицы* (живущие исчезающее мгновение), скорость которых может превышать *наиболее вероятную* скорость света – 299 792 458 м/с.

13. Рост точного идеального м-фактора

Если работать (исследовать на ПК мир простых чисел) с *базовыми* идеальными простыми числами, то есть полагать, что в формуле $\boldsymbol{P_{ки} \equiv \varphi \cdot K \cdot \ln K}$ для любого номера K («всегда») $\varphi = 1$, то тогда мы получаем элементарную формулу для идеального м-фактора (у базовых идеальных простых чисел): $M_{ки} = \ln K + (K + 1)\cdot\ln(1 + 1/K)$ или $M_{ки} \approx 1 + \ln K$ (при вычислениях на ПК при $K > 10^7$).

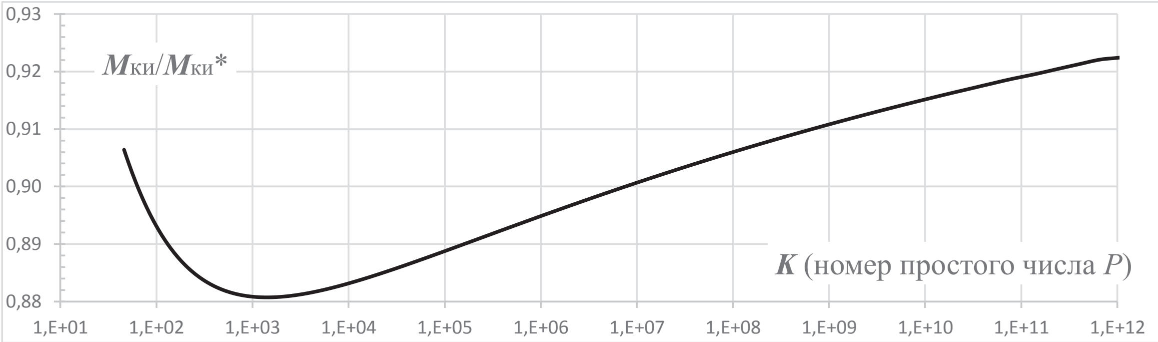

Рис. 13.1. К вопросу о различии м-факторов в двух вариантах *идеальных* простых чисел (P)

А вот если работать с *точными* идеальными простыми числами, то есть поправку $\varphi = f(K)$ вычислять по «сложной» формуле (6.2), то, разумеется, мы будем получать уже иные м-факторы (обозначим их в данной главе со «звёздочкой»: $M_{ки}$*). При этом мы получим картину, представленную на графике рис.13.1 в виде отношения двух идеальных м-факторов: $M_{ки}/M_{ки}$*. Надо полагать, что по мере дальнейшего роста номера K отношение $M_{ки}/M_{ки}$* устремляется к единице. Возможно, что $M_{ки}$* растет по такому эмпирическому закону (при $K > 10^{13}$):

$$M_{ки}^* \approx M_{ки}\left(1 + \frac{1}{2\cdot\sqrt{\ln K}}\right). \tag{13.1}$$

откуда получаем и такую примерную оценку (порядка величины):

$$M_{ки}^* - M_{ки} \approx \frac{1}{2\cdot\sqrt{\ln K}} + \frac{\sqrt{\ln K}}{2}. \tag{13.2}$$

Например, при $K = 8\cdot10^{60}$ (конец лямбда-отрезка), мы получим: $M_{ки}^* - M_{ки} \approx 147{,}20 - 141{,}24 = 5{,}96$. И это требует корректировки текста (и числовых примеров) в предыдущих главах (вплоть до главы 6 автор оперировал базовым идеальным м-фактором $M_{ки}$, у которого «всегда» $\varphi = 1$). Однако автор не стал корректировать текст выше, поскольку это не носит принципиального характера (но усложняет восприятие текста). Кроме того, сама формула (13.1) вызывает сомнения (мир простых чисел весьма коварен в части подобных формул).

Указанные различия двух вариантов вычисления идеального м-фактора отражены на графиках рис. 13.2 и 13.3, которые могут быть полезны при исследованиях.

Зачем автор (впервые) приводит графики на рис. 13.1, 13.2, 13.3? Дело в том, что если работать с формулой $P_{ки} \equiv \varphi\cdot K\cdot\ln K$ и с *точными* идеальными простыми числами, то, как показано в главе 6, мы *впервые* получаем, пожалуй, самые убедительные доказательства того, что мир простых чисел, возможно, действительно «моделирует», «объясняет» … *природу тёмной энергии, тёмной* и видимой материи (согласно теоретической физике, это соответственно 68,3 % и 31,7 % состава Вселенной). А вот при работе с *базовыми* идеальными простыми числами (когда «всегда» $\varphi = 1$) наша формула не попадает в указанные проценты физиков (в силу того, что отношение $M_к/M_к^* < 1$, и особенно из-за «провала» в районе $K \approx 1000$ на графике рис.13.1) – в этом варианте у первых 120000 простых чисел мы получим такие параметры (их смысл описан в гл. 6): $S_б \approx 72{,}9$ % и $S_м \approx 27{,}1$ %. Однако даже в случае базовых идеальных простых чисел мы получим (чисто визуально) почти такие же графики, что на рис. 6.1 и 6.2 (разница будет только в процентах).

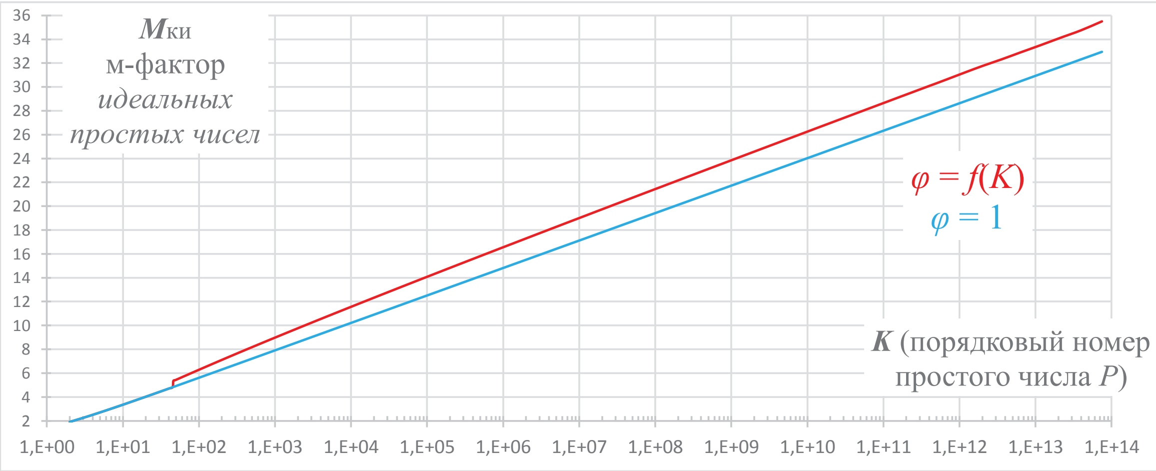

Рис. 13.2. Рост идеального м-фактора в двух вариантах *идеальных* простых чисел (P)

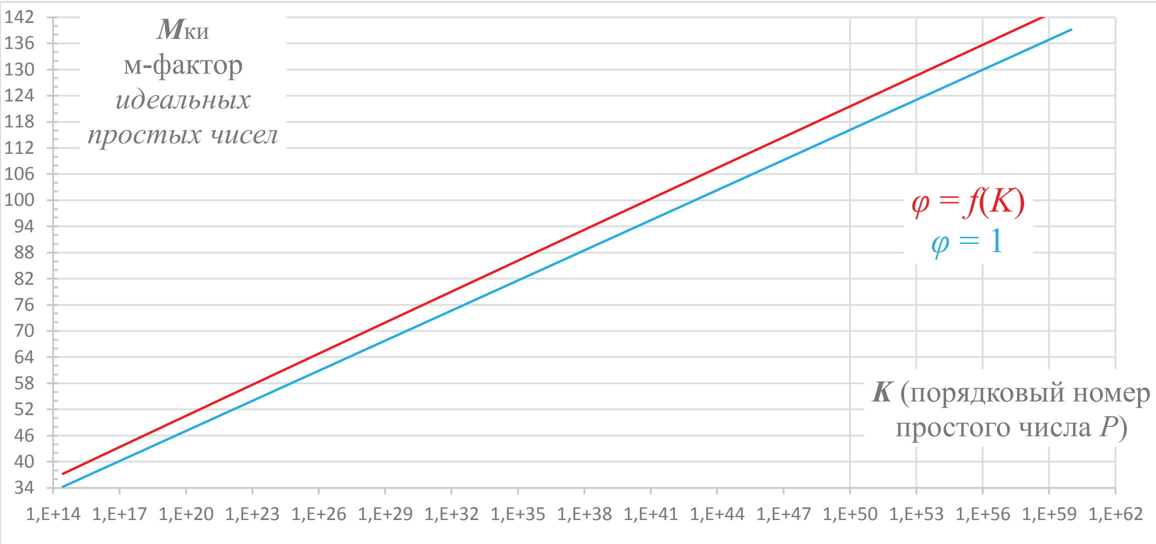

Рис. 13.3. Рост идеального м-фактора в двух вариантах *идеальных* простых чисел (P)

14. Количество простых чисел на отрезке

В *теории чисел* существует самая лаконичная, скажем, ***базовая** формула*, позволяющая вычислить *количество* (K) простых чисел на отрезке $[2; N]$:

$$K \sim \frac{N}{\ln N}\,. \qquad (14.1)$$

Это так называемая *асимптотическая* формула, об этом нам говорит символ *тильды* (~), который в математике означает следующее: $K/(N/\ln N) \to 1$ при $N \to \infty$. Например, при $N \approx 1{,}154 \cdot 10^{63}$ (конец лямбда-отрезка), мы получим отношение $K/(N/\ln N) \approx 1{,}007$, а не единицу, поскольку такому числу N ещё очень далеко до бесконечности (∞).

Именно из базовой формулы, если её прологарифмировать, легко получить обратную формулу: $\ln K \sim \ln N - \ln\ln N \sim N/K$ [где малым членом $\ln\ln N$ – мы пренебрегаем на фоне большого члена $\ln N \sim N/K$ (что следует из формулы 14.1)], откуда получаем также базовую формулу для нахождения *простого числа* (P) по его номеру (K):

$$P \sim K \cdot \ln K \,. \qquad (14.2)$$

Гораздо точнее, чем базовая формула (14.1) – это ***формула Чебышева*** (название придумано автором, в общеизвестной *теории чисел* такое название не используется), хотя Чебышев «всего лишь» уменьшил знаменатель формулы на единицу:

$$K_{\text{чеб}} \sim \frac{N}{\ln N - 1}\,, \qquad (14.3)$$

При этом нетрудно получить такое отношение (говорящее про *вероятность*):

$$\frac{K}{K_{\text{чеб}}} \sim 1 - \frac{1}{\ln N}\,, \qquad (14.4)$$

то есть по мере роста правой границы N отрезка [2; N] отношение $K/K_{\text{чеб}}$ устремляется к вероятности встречи с *составным* числом (на данном отрезке). Из формулы (14.4) также следует, что относительная погрешность (ОП) базовой формулы $K \sim N/\ln N$ относительно формулы Чебышева убывает по такому закону: ОП $\equiv (K_{\text{чеб}} - K)/K_{\text{чеб}} \sim 1/\ln N$, то есть ОП численно устремляется к вероятности встречи с *простым* числом на отрезке [2; N].

Ещё можно найти такую разность («разоблачающую» базовую формулу 14.1):

$$K_{\text{чеб}} - K \sim N/[(\ln N)^2 - \ln N] \qquad (14.5)$$

Например, при $N \approx 1{,}154 \cdot 10^{63}$ (конец лямбда-отрезка) мы получим $K_{\text{чеб}} - K \sim 5{,}5 \cdot 10^{58}$, то есть на столько колоссальное количество простых чисел больше выдает нам формула Чебышева (14.3) по сравнению с базовой формулой (14.1). Иначе говоря, на длине лямбда-отрезка аж $5{,}5 \cdot 10^{58}$ простых чисел «теряет», «не видит» базовая формула (по сравнению с формулой Чебышева), хотя отношение $K/K_{\text{чеб}} \approx 0{,}993$, на первый взгляд, выглядит вполне «приличным», т.е. это отношение, образно говоря, «приукрашивает» базовую формулу (14.1) в глазах неискушенного читателя.

Ещё точнее, чем формула Чебышева (14.3) вычисляет Li(N).

Li(N) – ***сдвинутый интегральный логарифм***, который весьма точно вычисляет количество простых чисел на отрезке [2; N]. Интегральный логарифм li(N) введён Леонардом Эйлером в 1768 году, и эта специальная функция вычисляет интеграл от 0 до N для функции $1/\ln N$ (то есть находится площадь под графиком функции $1/\ln N$ при росте аргумента от 0 до числа N). А *сдвинутый* интегральный логарифм делает то же самое только не от нуля, а от числа 2 (вычисляет этот интеграл от первого простого числа до числа N). При этом из общеизвестных данных, скажем, из числовых таблиц Википедии нетрудно прийти, например, к следующему (неверному) выводу, выражаемому формулой:

$$\frac{Li(N)}{K_p} \approx 1 + \frac{1}{\sqrt{N}}\,, \qquad (14.6)$$

где $K_{\text{р}}$ – это *реальное* количество простых чисел на отрезке [2; N]. То есть из эмпирической формулы (14.6) можно предположить, что всегда Li(N) будет больше $K_{\text{р}}$ (всегда Li(N) > $K_{\text{р}}$, хотя их отношение с ростом N устремляется к единице).

Однако Джон Литтлвуд в 1914 году дал неконструктивное доказательство того, что существует *некое число*, при котором неравенство Li(N) > $K_{\text{р}}$ перестает выполняться (неравенство меняет знак Li(N) < $K_{\text{р}}$). После *этого числа*, по мнению автора, возможно, Li(N) начинает бесконечные (бесконечно затухающие?) колебания «вокруг» значений $K_{\text{р}}$. Стэнли Скьюз в 1933 году первым оценил это число (исходя из верности гипотезы Римана), как $10\text{^}[10\text{^}(10^{34})]$ – это первое *число Скьюза*. В 1955 году он же дал оценку (теперь без предположения о верности гипотезы Римана): $10\text{^}[10\text{^}(10^{963})]$ – второе число Скьюза. Это одно из самых больших чисел, когда-либо применявшихся в математических доказательствах, хотя и намного меньше, чем *число Грэма*. В 1987 году Риел (H. J. J. te Riele) без предположения о верности гипотезы Римана радикально ограничил число Скьюза величиной порядка $8{,}185\cdot 10^{370}$. К 2018 году известно, что ***число Скьюза*** заключено между 10^{19} и $1{,}3971672\cdot 10^{316} \approx e^{728}$ (см. изыскания самого автора в его статье «Число Скьюза»).

Итак, повторяю, что $\mathrm{Li}(N)$, хоть и достаточно мудрено («трудоёмко» для исследователя-числофизика), но зато весьма точно, гораздо точнее формулы Чебышева, вычисляет приблизительное количество (K) простых чисел на отрезке [2; N].

В диапазоне $P = 3, 5, 7, \ldots, 3527$ (это 492 первых простых числа) у 250 простых чисел выполняется неравенство $K_{\text{чеб}} > K_{\text{р}}$ (количество простых по формуле Чебышева больше реального количества). При этом у $P = 283$ впервые выполняется обратное неравенство $K_{\text{чеб}} < K_{\text{р}}$, которое выполняется *всегда* при $P > 3527$. Или $K_{\text{чеб}}$, как и $\mathrm{Li}(N)$, начиная с некого большого числа (по типу числа Скьюза), совершает бесконечные затухающие колебания «вокруг» реальных значений?

Глядя на формулу (14.4), автор предположил, что отношение $K_{\text{чеб}}/\mathrm{Li}(N)$ устремляется к похожему соотношению. И вскоре с помощью ПК и базы данных $\mathrm{Li}(N)$ вплоть до $N = 10^{308}$ (всего почти сотня значений) автор убедился в следующем:

$$\frac{K_{\text{чеб}}}{Li(N)} \equiv \frac{N}{\ln N - 1}\ \frac{1}{Li(N)} \approx 1 - \frac{1}{(\ln N)^2}\ . \qquad (14.7)$$

Модуль относительной погрешности формулы (14.7) хорошо описывается такой линией тренда: $|\text{ОП}| \approx 3{,}05/(\ln N)^{5,4}$.

Из формулы (14.7) можно найти такую (также «разоблачающую») разность:

$$\mathrm{Li}(N) - K_{\text{чеб}} \sim N/[(\ln N)^3 - (\ln N)^2 - \ln N + 1]. \qquad (14.8)$$

Например, при $N \approx 1{,}154\cdot 10^{63}$ (конец лямбда-отрезка) мы получим $\mathrm{Li}(N) - K_{\text{чеб}} \sim 3{,}8\cdot 10^{56}$, то есть на столько колоссальное количество простых чисел больше выдает нам $\mathrm{Li}(N)$ по сравнению с формулой Чебышева (14.3). Иначе говоря, на длине лямбда-отрезка аж $3{,}8\cdot 10^{56}$ простых чисел «теряет», «не видит» формула Чебышева по сравнению с $\mathrm{Li}(N)$, хотя отношение $K_{\text{чеб}}/\mathrm{Li}(N) \approx 0{,}999953$, на первый взгляд, выглядит вполне «достойно», т.е. это отношение, образно говоря, «приукрашивает» формулу Чебышева (14.3) в глазах неискушенного читателя.

Эмпирическая (фактически, просто угаданная автором) формула (14.7) позволяет нам вычислять «трудоёмкое» $\mathrm{Li}(N)$ по приблизительной формуле, которая, по сути дела, всего лишь «корректирует» формулу Чебышева (скажем, для $N > 3527$):

$$\mathrm{Li}(N) \approx \frac{N}{\ln N - 1 - \frac{1}{\ln N} + \frac{1}{(\ln N)^2}}\ . \qquad (14.9)$$

Модуль относительной погрешности формулы (14.9) хорошо описывается таким неравенством: $|\text{ОП}| < 5/(\ln N)^3$.

15. Интересные подробности про м-фактор

Бросается в глаза тот яркий и весьма любопытный факт, что на нашем *рабочем отрезке* (то есть у 120000 первых простых чисел) чаще всего встречается м-фактор $M_{\text{к}} = 6$ (около 16,78 % от всех м-факторов). Причем «главенство» м-фактора $M_{\text{к}} = 6$, возможно, выполняется при любом достаточно большом K (сохраняется количественное преобладание именно м-фактора $M_{\text{к}} = 6$).

Рассмотрев пять отрезков [2; P] с количеством простых чисел K = 18466, 30000, 60000, 90000, 120000, автор по пяти точкам в программе Excel построил степенную *линию тренда*: $C_2/(K_6/K_2 - 1) - 1 \approx 0{,}0027/(\ln\ln\ln P)^{45,04}$, откуда получаем *эмпирическую* формулу:

$$\frac{K_6}{K_2} \approx 1 + \frac{C_2}{1+\frac{0{,}0027}{(\ln\ln\ln P)^{45{,}04}}}\ , \tag{15.1}$$

где C_2 = 0,660 161…– *константа простых близнецов* (см. гл. 16); K_6 – количество м-факторов $M_к$ = 6 на отрезке [2; *P*]; K_2 – количество минимально возможных м-факторов $M_к$ = 2 на отрезке [2; *P*], причем именно K_2 всегда можно вычислить по общеизвестной формуле *теории чисел* (см. гл. 16). Иначе говоря, согласно гипотезе автора [выражаемой формулой (15.1)] на отрезке [2; *P*] по мере роста правой границы *P* отношение K_6/K_2, вообще говоря, также растет, устремляясь к своему предельному значению 1 + C_2 = 1,660 161… . Например, уже при $P = 10^{12}$ («магический» *и-триллион*) отношение K_6/K_2 меньше предельного значения (1 + C_2) всего лишь на 0,00003%.

Указанный феномен (возможное «главенство» м-фактора $M_к$ = 6) – это крайне интересный вопрос и самое понятное для непосвященных читателей (но далеко не единственное в мире чисел!) *обоснование, объяснение* природы пресловутой ***«магии» числа 7*** и ***«золотого сечения»*** 1,618 (в реальном мире, в окружающей нас природе). При этом про «главенство» м-фактора $M_к$ = 6 (в мире чисел) автору до сих пор не попадалась никакой информации. Быть может, к указанному феномену отчасти причастны так называемые *простые числа, отличающиеся на шесть* (см. одноименную статью в Википедии): (5, 11), (7, 13), (11, 17), (13, 19), … (но «внутри» этих пар есть другие простые числа, то есть здесь речь не идет напрямую про м-фактор $M_к$ = 6). Не доказано, что количество таких пар (с разницей шесть) бесконечно. Однако внимание автора привлекает следующее красивое утверждение *теории чисел*: «Все простые числа больше трёх разбиваются на два класса, в зависимости от остатка от деления на 6, который может быть равен 1 или 5. При этом разность между любыми двумя простыми числами из одного класса всегда кратна 6.»

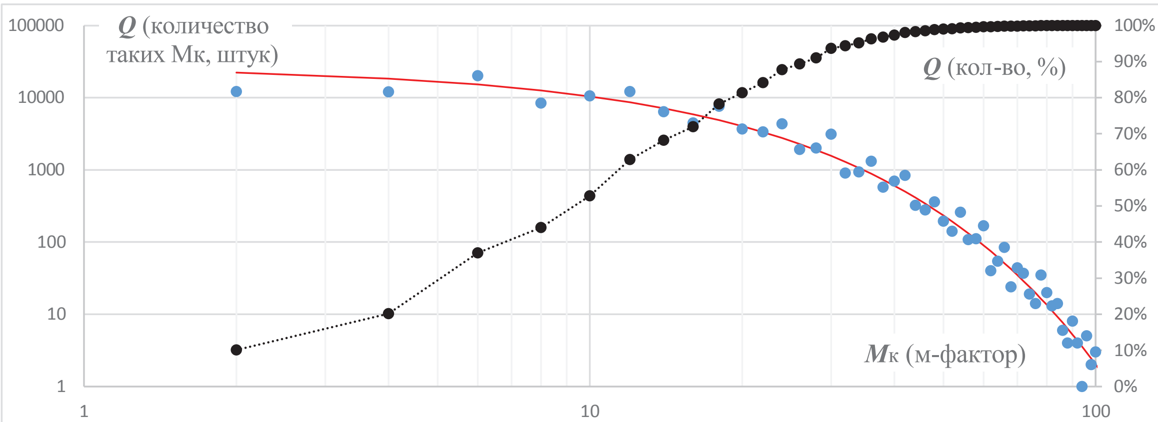

Рис. 15.1. Спектр м-факторов у всех 59-ти лидеров $M_к$ (первых 120 000 простых чисел)

В табл. 15.1 приведены все м-факторы $M_к$ (отсортированные по возрастанию), которые появились у первых 120 000 простых чисел. При этом для каждого м-фактора указан соответствующий *лидер* (простое число *P*) и прочие параметры (смысл которых понятен из таблицы). Указанную таблицу дополняют (наглядно поясняют) графики на рис. 15.1.

Лидер *м-фактора* $M_к$ – это первое простое число $P_к$, у которого появляется данный «сорт» м-фактор $M_к$. Например, м-факторы $M_к$ = 2, 4, 6, 8, $\boxed{10}$, $\boxed{12}$, 14, 16, 18, … впервые появляются у простых чисел (у *лидеров*): $P_к$ = 3, 7, 23, 89, $\boxed{139}$, $\boxed{199}$, 113, 1831, 523, … . То есть после *M* = 8 (у *P* = 89) появился *M* = 14 (у *P* = 113), а вот *M* =

10 и 12 – оставались м-факторами-*фантомами* (которые непременно появятся в натуральном ряде, но позже), пока мы не достигли соответственно P = 139 и 113.

Спектр реальных м-факторов у первых 120 000 простых чисел   Таблица 15.1

Номер простого числа Рк	Лидер такого Мк	№ п/п Мк	М-фактор данного числа Рк	Кол-во таких Мк	Нарастающим итогом (количество) штук	Нарастающим итогом (количество) %
K	**Рк**	**№**	**Мк**	***Q***	***Q***	***Q***
1	2	1	1	1	1	
2	3	2	2	12157	12158	10,132%
4	7	3	4	12076	24234	20,195%
9	23	4	6	20130	44364	36,970%
24	89	5	8	8411	52775	43,979%
34	139	6	10	10578	63353	52,794%
46	199	7	12	12115	75468	62,890%
30	113	8	14	6397	81865	68,221%
282	1831	9	16	4451	86316	71,930%
99	523	10	18	7629	93945	78,288%
154	887	11	20	3674	97619	81,349%
189	1129	12	22	3366	100985	84,154%
263	1669	13	24	4336	105321	87,768%
367	2477	14	26	1922	107243	89,369%
429	2971	15	28	2009	109252	91,043%
590	4297	16	30	3107	112359	93,633%
738	5591	17	32	901	113260	94,383%
217	1327	18	34	936	114196	95,163%
1183	9551	19	36	1319	115515	96,263%
3302	30593	20	38	576	116091	96,743%
2191	19333	21	40	696	116787	97,323%
1879	16141	22	42	834	117621	98,018%
1831	15683	23	44	321	117942	98,285%
7970	81463	24	46	277	118219	98,516%
3077	28229	25	48	361	118580	98,817%
3427	31907	26	50	195	118775	98,979%
2225	19609	27	52	141	118916	99,097%
3793	35617	28	54	258	119174	99,312%
8028	82073	29	56	108	119282	99,402%
4612	44293	30	58	111	119393	99,494%
4522	43331	31	60	168	119561	99,634%
3644	34061	32	62	40	119601	99,668%
8688	89689	33	64	54	119655	99,713%
14862	162143	34	66	84	119739	99,783%
12542	134513	35	68	24	119763	99,803%
15783	173359	36	70	44	119807	99,839%
3385	31397	37	72	37	119844	99,870%
34202	404597	38	74	19	119863	99,886%
19026	212701	39	76	14	119877	99,898%
17006	188029	40	78	35	119912	99,927%
44773	542603	41	80	20	119932	99,943%
23283	265621	42	82	13	119945	99,954%
38590	461717	43	84	14	119959	99,966%
14357	155921	44	86	6	119965	99,971%
44903	544279	45	88	4	119969	99,974%
34215	404851	46	90	8	119977	99,981%
73321	927869	47	92	4	119981	99,984%
85787	1100977	48	94	1	119982	99,985%
30802	360653	49	96	5	119987	99,989%
49414	604073	50	98	2	119989	99,991%
33608	396733	51	100	3	119992	99,993%
110224	1444309	52	102	1	119993	99,994%
106286	1388483	53	104	1	119994	99,995%
85633	1098847	54	106	1	119995	99,996%
111924	1468277	55	110	1	119996	99,997%
31545	370261	56	112	1	119997	99,998%
40933	492113	57	114	1	119998	99,998%
103520	1349533	58	118	1	119999	99,999%
104071	1357201	59	132	1	120000	100%

На графике рис. 15 1. красная линия (среди синих точек) – это линия тренда (экспонента), которую строит сама программа Excel (для $M_к$ = 2, 4, 6, …, 102):

$$Q \approx 26948/\exp(0{,}095 \cdot M_к). \qquad (15.2)$$

Очевидно, что на всяком достаточно большом отрезке [2; P] в принципе (теоретически) можно построить ***спектр*** $M_к$ (то есть составить таблицу, подобную табл.15.1) и найти *экспоненту* (со своими двумя параметрами по типу 26948 и 0,095), близко к которой происходит экспоненциальное, то есть весьма быстрое убывание количества (Q) м-факторов по мере роста их величины ($M_к$). В принципе можно построить подобную экспоненту даже для колоссального *лямбда-отрезка* ($P \approx 10^{63}$). Просто чтобы проделать указанную работу – нам следует разобраться ещё с кое-чем важным в части м-фактора.

16. Количество пар простых-близнецов

Только самый первый м-фактор (у самых первых двух простых чисел) равен единице: $M_1 \equiv P_2 - P_1$ = 3 – 2 = 1. А вот у всех прочих простых чисел м-фактор – это всегда *чётное* число, начиная с $M_2 = P_3 - P_2$ = 5 – 3 = 2. При $P > 2$ минимально возможный м-фактор $(M_к)_{\min} \equiv P_{к+1} - P_к = 2$ имеют так называемые ***простые-близнецы*** –

пары простых чисел, отличающихся на 2. Ряд таких пар, скорее всего, *бесконечен* (однако это до сих пор не доказано): (3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43), (59, 61), … . Эти пары появляются на числовой оси *псевдослучайно* (как и простые числа) и, вообще говоря, такие пары встречаются всё реже и реже (как и простые числа). Количество (K_2) пар простых-близнецов на отрезке [2; N] можно найти по *первой гипотезе Харди-Литтлвуда*:

$$K_2 \approx 2 \cdot C_2 \cdot [\mathrm{Li}(N) - N/\ln N], \tag{16.1}$$

где C_2 – *константа простых близнецов*, равная бесконечному произведению:

$$C_2 = \prod_{P \geq 3} \left(1 - \frac{1}{(P-1)^2}\right) = 0{,}660\ 161\ldots \tag{16.2}$$

Согласно (уже 20-летнему!) убеждению автора, именно константы, подобные C_2, то есть важнейшие *константы мира простых чисел* (согласно числофизике «моделирующего» реальные законы Мироздания) и сделали блестящую (но малопонятную для публики) «репутацию» пресловутому «золотому сечению» (0,618) в миропонимании большинства людей (где до сих пор не находится места для *мира простых чисел*, его фундаментальных законов).

Выше найденная (по сути дела просто… угаданная) автором формула (14.9) позволяет нам выразить Li(N) через нехитрое $K_{чеб}$ (вычисляемое по формуле Чебышева), а затем, используя формулу (16.1), найти приблизительное количество (K_2) *пар* простых-близнецов на отрезке [2; N]:

$$K_2 \approx 1{,}32 \frac{N}{\ln N - 1} \left[\frac{1}{(\ln N)^2 - 1} + \frac{1}{\ln N} \right]. \tag{16.3}$$

Модуль относительной погрешности формулы (16.3) неплохо описывается таким неравенством (полученным с помощью линии тренда): $|ОП| < 4{,}74/(\ln N)^2$. Формулу (16.3) можно ещё упростить (огрубить, получая чуть меньшие значения K_2), для этого вынесем за квадратные скобки член $1/\ln N$ (тогда сумма в этих скобках устремляется к 1) и получаем:

$$K_2 \approx 1{,}32 \frac{N}{(\ln N)^2 - \ln N}. \tag{16.4}$$

Надо помнить, что K_2 – это количество *пар* особых простых чисел, а именно: K_2 – это количество простых чисел, имеющих минимально возможный м-фактор ($M_{\min} = 2$). Поэтому, отношение $K_2/K_{чеб}$ – это *вероятность* встретить простое число с $M_{\min}$ (среди всех $K_ч$ простых чисел). Вычисляя отношение $K_2/K_{чеб}$ с учетом формулы (16.4), можно прийти к красивому утверждению: $K_2/K_{чеб} \sim 1{,}32/(\ln N - 1)$, то есть на достаточно большом отрезке [2; N] *вероятность* встретить простое число с $M_{\min}$ (среди всех простых чисел данного отрезка) примерно в 1,32 раза больше, чем *вероятность* ($K_{чеб}/N$) встретить любое простое число на данном отрезке (где $K_{чеб}$ простых чисел). Ведь из формулы Чебышева (14.3) следует, что $K_{чеб}/N \sim 1/(\ln N - 1)$ – это *вероятность* встретить простое число на отрезке [2; N].

Лямбда-отрезок [2; P] (где простое число $P \approx 10^{63}$, а его номер $K \approx 8 \cdot 10^{60}$) содержит такое количество *пар* простых-близнецов: $K_2 \approx 7{,}3246 \cdot 10^{58}$, а отношение $K_2/K_ч \approx 0{,}00916$ (0,916 %, что почти в 11 раз меньше, чем у первых $K = 120000$ простых чисел). Любопытно, что у лямбда-отрезка отношение $K_2/K_ч \approx 0{,}916$ % численно довольно близко к доле *видимого нами вещества* во Вселенной (всевозможные: звёзды, планеты, астероиды, кометы, …, пыль, и прочая «мелочь» в галактиках – это 0,4 % видимого состава Вселенной). Ведь крайне разрежённая материя (межгалактический газ) составляет бóльшую часть видимой материи: 3,6 % из 4,0 % всего состава Вселенной (причем 4,0 % – 3,6 % = 0,4 % – это пока ещё не догма, данный процент могут и уточнить до… 0,916 %?).

Любопытен и следующий вопрос – при каком значении K (найденное, скажем, по формуле Чебышева, то есть в виде $K_{чеб}$) мы получим $K_2/K = 0{,}007297\ldots \approx 1/137$? То есть когда отношение K_2/K будет равно значению безразмерной *постоянной тонкой структуры* (альфы) в фундаментальной физике. Ответим на данный вопрос так. Из формул данной главы получаем: простое число $P \approx \exp[1{,}32\ (K/K_2) + 1] \approx \exp(1{,}32 \cdot 137 + 1) \approx 9{,}8 \cdot 10^{78}$, его порядковый номер $K \approx P/(\ln P - 1) \approx 5{,}4 \cdot 10^{76}$, а *ускорение* $A \approx 1/6/K^2 \approx 5{,}6 \cdot 10^{-155}$ (в части *ускорения* – см. гл. 5). То есть, с точки зрения ускорения A, полученный здесь отрезок $[2; P]$ в принципе может быть принят в качестве *лямбда-отрезка*, однако полученное здесь ускорение аж на 34 порядка меньше максимально возможного значения *лямбда члена* ($\Lambda \leq 2{,}6 \cdot 10^{-121}$ – ускорение расширяющейся Вселенной, выраженное в планковских длинах). Поэтому в рамках числофизики, скорее всего, столь колоссальный отрезок ($P \approx 9{,}8 \cdot 10^{78}$) не является лямбда-отрезком («моделью» пространства-времени Вселенной) и отношение K_2/K не может являться неким «отражением» альфы (примерно равной 1/137).

17. Максимально возможный м-фактор

Эту главу автор хотел удалить (как «морально устаревшую»), но потом всё-таки решил оставить, поскольку и в ней есть зерна истин (и видны искания автора).

Максимально возможный м-фактор на отрезке $[2; P]$ (при $P \geq 7$) согласно *гипотезе Крамера* (от 1936 г.), улучшенной Грэнвилль (в 1995 г.), определяется так:

$$M_к < M_{max}, \quad \text{где } \mathbf{M_{max} \approx 1{,}123 \cdot (\ln P)^2}. \tag{17.1}$$

Отсюда следует, что данный м-фактор M появится не раньше, чем у такого простого числа: $P > \exp(0{,}944 \cdot \sqrt{M})$. Однако, когда именно (после указанного P на числовой оси) впервые появится простое число с данным м-фактором M – предсказать, вероятно, нельзя.

Количество (X_{max}) разных м-факторов (их «сортов») на данном отрезке $[2; P]$ не превосходит половины максимально возможного м-фактора ($M_{max}/2$). Это нехитрая мысль весьма плодотворна и верна в силу того, что при $P > 2$ все м-факторы – это исключительно *чётные* числа. Например, у первых 120000 простых чисел насчитывается $X_{max} = 59$ разных «сортов», «видов» м-факторов: $M_к = 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, \ldots, 106, 110, 112, 114, 118, 132$. Здесь все появившиеся м-факторы записаны в порядке возрастания, хотя они впервые появляются в натуральном ряде (у *лидеров* м-факторов) в ином порядке («хаотичном», псевдослучайном).

Лидер *м-фактора* $M_к$ – это первое простое число $P_к$, у которого появляется данный м-фактор $M_к$. И если вплоть до $M_к = 106$ появились все возможные м-факторы (без пропусков), то затем на данном отрезке $[2; P]$ так и не появилось восемь «сортов» м-факторов: $M_к = 108, 116, 120, 122, 124, 126, 128, 130$. Эти восемь м-факторов мы для краткости разговора назовем ***фантомами*** (ведь эти $M_к$ непременно появятся при $P > 120000$).

Рассмотрев шесть отрезков $[2; P]$ с таким количеством первых простых чисел: $K = 2941, 18466, 30000, 60000, 90000, 120000$, мы находим шесть соответствующих значений (количество «сортов» м-факторов): $X_{max} = 23, 39, 41, 51, 54, 59$ [при этом *количество фантомов* (F) соответственно равно: $F = 4, 5, 3, 7, 4, 8$]. Это позволяет нам получить такую линию тренда (с хорошей достоверностью): $1 - X_{max}/(M_{max}/2) \approx 2{,}6074/(\ln P)^{0{,}626}$, то есть по мере роста правой границы (P) отношение $X_{max}/(M_{max}/2)$ растет (устремляясь, вероятно, к единице или некой константе, близкой к единице). Таким образом, мы можем получить (в первом приближении) важный эмпирический закон роста X_{max}:

$$X_{\max} \approx \left(1 - \frac{2{,}6074}{(\ln P)^{0{,}626}}\right)\frac{M_{max}}{2}\,. \qquad (17.2)$$

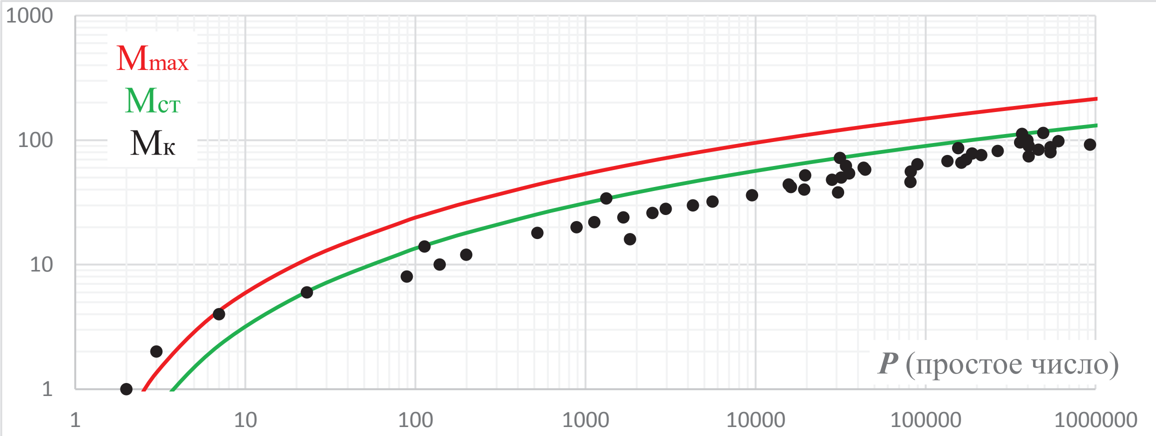

Рис. 17.1. М-факторы у всех 59-ти лидеров (первых 120 000 простых чисел)

Старший *м-фактор* ($M_{ст}$) – так мы назовем наибольший возможный м-фактор, который в принципе может появиться на данном отрезке [2; P] (при $P \geq 7$). Из формулы (17.2) следует, что в конце отрезка [2; P] старший м-фактор всегда будет меньше, чем $M_{\max}$, поскольку $M_{ст} \approx 2\cdot X_{\max}$ (опять же в силу *чётности* значения любого м-фактора при $P > 2$). Пусть ***лидер*** *м-фактора* $M_к$ – это первое простое число $P_к$, у которого появляется данный м-фактор $M_к$. На графике рис. 17.1 чёрными точками показаны м-факторы всех 59-ти лидеров м-факторов, которые появились у первых 120000 простых чисел. Как мы видим, все чёрные точки (реальные $M_к$ у 59-ти лидеров) при $P > 13$ на графике не пересекают, вообще говоря (кроме $P = 1327$), некую воображаемую *границу* (зеленую линию), уравнение которой ($M_{ст}$) можно найти (как некую линию тренда). В данном случае (для $P > 13$, и кроме $P = 1327$) для зеленной границы получена такая эмпирическая формула:

$$M_{ст} \approx \frac{1}{1+\frac{1}{(\ln P)^{0{,}172}}}\, M_{\max}, \qquad (17.3)$$

которая также говорит, что $M_{ст} < M_{\max}$, то есть зеленая граница всегда будет ниже красной [вычисляемой по гипотезе Крамера, см. формулу (17.1), по которой построена красная линия на графике]. В нашем примере при $P = 1\ 583\ 539$ (его порядковый номер $K = 120\ 000$) формула (17.2) нам выдает $M_{ст} \approx 0{,}612\cdot M_{\max}$. То есть старший м-фактор ($M_{ст}$) достигает не более 61,2 % от теоретического значения $M_{\max}$. Кстати, даже при $P = 10^{63}$ (в конце колоссального *лямбда-отрезка*) мы получаем почти всё тот же результат: $M_{ст} \approx 0{,}702\cdot M_{\max}$. То есть реальный старший м-фактор ($M_{ст}$) растет до теоретического значения $M_{\max}$ достаточно медленно [разумеется, если формула (17.2) или близкая к ней – продолжает работать и дальше]. При этом, вероятно, могут быть и отдельные «нарушения» зеленой границы (как и в случае $P = 1327$).

Количество фантомов (F), то есть м-факторов, которые в принципе уже могли бы появиться на отрезке [2; P], но которые так и не появились, очевидно, определяется по такой формуле:

$$F = (M_{ст}/2 + 1) - X_{\max}. \qquad (17.4)$$

© А. В. Исаев, 2019