De werkelijkheid onderzoeken

Door J.A.J. van Leunen

27-10-2020

Abstrakt

Dit onderzoek van de werkelijkheid loopt als een spannende detectiveroman. Het onderzoek maakt gebruik van een hiërarchie van ruimtes die verschillende gradaties van gecompliceerdheid vertonen. Het vinden van meer gecompliceerde ruimtes vormt geen groot probleem. Dit blijkt namelijk vrij eenvoudig. De stap naar een meer gecompliceerde vorm gaat steeds gepaard met een aantal significante beperkingen en het begrijpen waar deze beperkingen vandaan komen vormt een veel groter probleem. De huidige wiskunde is maar net in staat om de beperkingen van de Hilbertruimte te verklaren. Dat geldt niet meer voor het systeem van Hilbertruimten dat in dit document de Hilbert opslagruimte genoemd wordt. De huidige wiskunde kan de beperkingen en de nieuwe verschijnselen van deze structuur niet verklaren. Dit feit zal vooral hen die nieuwsgierig zijn naar de structuur en het gedrag van de fysieke werkelijkheid interesseren. De aanpak wijkt sterk af van de gebruikelijke weg en levert andere inzichten. De gebruikelijke weg tracht nieuwe inzichten af te leiden uit wat we weten over de klassieke natuurkunde. Het verhaal maakt duidelijk dat alleen wiskunde geen volledig beeld van de werkelijkheid kan bieden terwijl ook alleen meten de werkelijkheid ook niet bloot kan leggen. De kombinatie van wiskunde en experimenteren levert nog het meeste resultaat op.

1 Het onderzoek

Als je voldoende tijd hebt om na te denken, dan kom je vaak op terreinen die je sterk intrigeren. Het coronavirus zorgt ervoor dat we ons moeten opsluiten en veel tijd hebben om over allerlei zaken diep na te denken. Wat mij sterk intrigeert is de wijze hoe onze levensomgeving tot stand is gekomen en hoe deze werkt op de wijze die we kunnen waarnemen. Het is de reden waarom ik natuurkunde ben gaan studeren. Laten we datgene waarin wij leven de fysieke werkelijkheid noemen. De fysieke werkelijkheid beschikt kennelijk over allerlei structuren en mechanismen waarvan we de effecten via onze zintuigen en via hulpmiddelen kunnen ervaren. Mensen en vooral wis- en natuurkundigen hebben dergelijke structuren en mechanismen ook bedacht.

2 Vectorruimte

Wat opvalt is dat de fysieke werkelijkheid over allerlei vormen van ruimte kan beschikken. De meest eenvoudige vorm van ruimte hebben wiskundigen en natuurkundigen de naam vectorruimte gegeven. Met combinaties van eenvoudige getallen en vectoren kunnen via simpele rekenregels vanuit een gekozen positie alle posities in de vectorruimte bereikt woorden. De vectoren hebben een beginpositie en een eindpositie. Dat geeft hun een richting en een lengte. De lengte wordt met een getal gekenmerkt. Door vectoren met getallen te vermenigvuldigen worden ze korter of langer. Twee vectoren worden opgeteld door een van de vectoren evenwijdig te verschuiven zodat zijn eindpunt en het beginpunt van de andere vector samenvallen. Het beginpunt van de eerste vector en het eindpunt van de tweede vector vormen nu de somvector. Vermenigvuldiging met een negatieve scalar keert de richting van de vector om.

Er bestaan veel verschillende getalsystemen. De meest eenvoudige getalsystemen laten hun elementen langs een rechte lijn rangschikken. De getallen waarmee we hebben leren tellen noemen we natuurlijke getallen. Voegen we het getal nul toe en laten we ook negatieve getallen toe dan ontstaan de gehele getallen. Voegen we alle breuken toe, dan ontstaan de rationale getallen. Met die getallen kunnen we alle punten op een rechte lijn willekeurig dicht benaderen. Dat betekent echter niet dat we dan ook op alle locaties op die lijn terecht kunnen komen. De wortel van twee is een locatie die niet met een breuk weergegeven kan worden. Zo zijn er oneindig veel getallen die niet tot de rationale getallen behoren. We noemen die getallen irrationaal. Alle rationale getallen kunnen genummerd worden met een verschillend natuurlijk getal. Dat geldt niet voor de irrationale getallen. Die verzameling van getallen is niet aftelbaar. Samenvoeging van de rationale getallen en de irrationale getallen levert de verzameling van de reële getallen. De samenvoeging levert een continuüm op. Het continuüm heeft andere eigenschappen dan de aftelbare verzameling. Continuüms hebben meer samenhang. Dat wordt vooral van belang bij de ingewikkeldere getalsystemen.

De wortels van de negatieve getallen passen niet op dezelfde rechte lijn. We plaatsen de wortels van de negatieve getallen op een onafhankelijke lijn die op de positie van het getal nul met de lijn van de reële getallen kruist. Het platte vlak dat de twee lijnen opspannen omvat nu alle combinaties van de reële getallen en de wortels van de negatieve reële getallen. De gecombineerde getallen worden complexe getallen genoemd. De as van de wortels van negatieve reële getallen wordt de imaginaire as genoemd. Deze naamgeving is helaas verwarrend. Het woord imaginair heeft ook andere betekenissen.

De twee lijnen vertegenwoordigen onderling onafhankelijke vectoren. De afbeelding van de eerste lijn op de tweede lijn heeft lengte nul. We kunnen ook zeggen dat de lijnen loodrecht op elkaar staan, maar dat is een gevaarlijke stap, want zowel het menselijk brein als de fysieke werkelijkheid laten niet toe dat meer dan drie lijnen of vectoren onderling loodrecht op elkaar staan. Toch kunnen vectorruimtes bestaan waarin meer dan drie vectoren onderling onafhankelijk zijn. Het maximale aantal onderling onafhankelijke vectoren wordt de dimensie van de vectorruimte genoemd. De vectorruimte die ingenomen wordt door de complexe getallen is dus tweedimensionaal. Complexe getallen kunnen worden beschouwd als de samenvoeging van twee reëele getallen die elk een van de assen als domicilie hebben. Op eenzelfde wijze kunnen twee complexe getallen worden samengevoegd tot één vierdimensionaal getal. Op deze wijze ontstaan nieuwe getallen, waarmee we ook kunnen rekenen en die de ontdekker ruim twee eeuwen geleden quaternionen genoemd heeft. Quaternionen bestaan uit een reëel deel en een imaginair deel. Het reële deel beslaat één dimensie. Het imaginaire deel beslaat de overblijvende drie dimensies. Het kwadraat van het imaginaire deel levert precies zoals bij de complexe getallen een negatief reëel getal. Het product van twee verschillende imaginaire quaternionen levert een nieuw imaginair quaternion en een reëel getal die tezamen een nieuw quaternion opleveren. De imaginaire deelruimte van de quaternionen werkt als een driedimensionale vectorruimte. De imaginaire delen zijn driedimensionale vectoren.

Het product c= a b van twee quaternionen a en b bestaat daardoor uit vijf termen.

$c = c_r + \mathbf{c} = a\,b \equiv (a_r + \mathbf{a})\,(b_r + \mathbf{b}) = a_r\,b_r - \langle\mathbf{a},\mathbf{b}\rangle + \mathbf{a}\,b_r + a_r\,\mathbf{b} \pm \mathbf{a}\times\mathbf{b}$

$c_r = a_r\,b_r - \langle\mathbf{a},\mathbf{b}\rangle$

$\mathbf{c} = \mathbf{a}\,b_r + a_r\mathbf{b} \pm \mathbf{a}\times\mathbf{b}$

$\mathbf{a}\,\mathbf{b} = -\langle\mathbf{a},\mathbf{b}\rangle \pm \mathbf{a}\times\mathbf{b}$

$c^* = c_r - \mathbf{c}$ is de geconjugeerde van c

$\|c\|$ is de norm van c.

$c\,c^{*} = \|c\|^{2}$

Hierin is het reële deel a_r van quaternion a aangeduid met een suffix $_r$ Het imaginaire en dus vectoriele deel **a** van dit quaternion wordt met een vet font weergegeven.

$\langle \mathbf{a},\mathbf{b}\rangle$ is het inwendige vectorproduct van **a** en **b.** Het is een reëel getal.

$\mathbf{a}\times\mathbf{b}$ is het uitwendige vectorproduct van **a** en **b.** Het is een vector die loodrecht op **a** en loodrecht op **b** staat.

In het quaternionisch getalsysteem kan het scalaire reële deel gewoon opgeteld worden bij het vectoriele en dus imaginaire deel.

Het product van twee quaternionen is niet altijd commutatief. a b is niet altijd gelijk aan b a. Dit komt omdat $\mathbf{a}\times\mathbf{b} = -\mathbf{b}\times\mathbf{a}$

De formule geeft aan dat er rechtsdraaiende quaternionen en linksdraaiende quaternionen bestaan. De gebruiker moet vooraf een keuze maken.

Twee quaternionen kunnen één octonion vormen. Het getalsystemen van de octonionen beslaat dus een acht dimensionale vectorruimte die verdeelt in een eendimensionaal reëel deel en een zeven dimensionaal imaginair deel. Het lijkt erop dat de fysieke werkelijkheid wel quaternionen maar geen octonionen gebruikt. Dat komt omdat het product van octonionen niet altijd associatief is. Voor octonionen is (ab)c niet altijd gelijk aan a(bc).

Behalve in verschillende dimensies bestaan getalsystemen in een groot aantal versies en deze versies verschillen in de wijze waarop een Cartesisch en een polair coördinaatsysteem de volgorde van de elementen bepaalt. Deze keuze legt de geometrische symmetrie van de versie vast.

2.1 Inwendige producten

Inwendige producten spelen een grote rol in vectorruimten die meer dan een dimensie bezitten. Inwendige producten van onderling onafhankelijke vectoren zijn altijd gelijk aan nul. Het aantal onderling onafhankelijke vectoren bepaalt de dimensie van de vectorruimte. Diverse stelsels van onderling onafhankelijke vectoren kunnen dezelfde vectorruimte opspannen. Als alle deelnemende vectoren lengte 1 hebben noemen we zo'n stelsel een basis. Door een gekozen vector met lengte 1 op alle leden van zo'n basis af te beelden en de lengte en richting van de afbeelding te bepalen ontstaat een rij getallen die de richting van de gekozen vector precies vastlegt. In sommige vormen van vectorruimtes wordt de afbeelding van de gekozen vector op de basisvector gekenmerkt door een meer algemeen getal dan een lengtemaat, zoals een complex getal of een quaternion.

Het inwendige product van een tweetal vectoren α en β wordt aangegeven als

$$\langle\alpha, \beta\rangle=\langle\beta, \alpha\rangle^{*}=\sum\alpha_i\beta_i^{*}$$

Hierbij zijn α_i en β_i de afbeeldingsgetallen die bij basiscomponent e_i behoren. De superfix * kenmerkt de geconjugeerde van het getal.

3 Andere ruimtes

3.1 De Hilbertruimtes

De mogelijkheden van de fysieke werkelijkheid houden niet op bij de boven beschreven getalsystemen. De vectorruimte kan ook op andere wijze toegepast worden. Het is mogelijk om vectorruimten op zichzelf af te beelden. Daarbij kunnen vectoren op hun eigen richtingslijn afgebeeld worden. Een schaalfactor geeft dan aan wat de afbeelding met de vector doet. De vectoren waarbij dit gebeurt worden eigenvectoren genoemd. De schaalfactoren heten eigenwaarden van de afbeelding. In een eenvoudige vectorruimte is deze schaalfactor een rationaal getal. Een Hilbertruimte voorziet elk vectorpaar van een inwendig product. De getalwaarde van het inwendige product kan een reel getal zijn, of het kan een complex getal zijn of het kan een quaternion zijn. De eigenwaarden van een afbeelding vormen tezamen de eigenruimte van de afbeelding. Omdat de afbeelding de eigenruimte beheert, wordt de naam operator ook voor de afbeelding gebezigd. David Hilbert ontdekte samen met anderen dit merkwaardig gedrag van dit type vectorruimte. John von Neumann, de assistent van David Hilbert zorgde ervoor dat deze vectorruimte de naam Hilbertruimte werd gegeven. Dat de Hilbertruimte maar een klein aantal getalsystemen voor de getalwaarde van het inwendige product kan benutten werd al vroeg verondersteld maar is pas vele tientallen jaren later door hard wiskundig bewijs gestaafd.

De Hilbertruimte fungeert als een abstract gestructureerd archief voor verzamelingen van elementen van een gekozen type getalsysteem. Zo beheert de referentieoperator de gekozen versie van het getalsysteem dat de Hilbertruimte benut voor de specificatie van de inwendige producten van vectorparen in zijn eigenruimte. Hiermee beschikt de Hilbertruimte over een privé parameterruimte. Een hele categorie van operatoren deelt de eigenvectoren van de referentieoperator en vervangt de eigenwaarde door de met de parameter overeenkomende doelwaarde van een gekozen functie. Op die wijze ontstaan eigenruimten die door functies beschreven worden. De parameterruimte speelt daardoor de rol van de root-geometrie van de Hilbertruimte. Deze root-geometrie heeft een vast Cartesisch coördinaatsysteem en legt daarmee het geometrisch centrum en de geometrische symmetrie van de Hilbertruimte vast. Deze symmetrie kenmerkt alle eigenruimten van de betreffende Hilbertruimte.

De genormaliseerde eigenvectoren van de referentieoperator vormen een orthonormale basis van de Hilbertruimte. We noemen de door deze basis opgespannen deelruimte de configuratieruimte. We weten dat er naast deze basis ook een spectrale basis bestaat die volledig gescheiden is van de basis van de configuratieruimte. Dit betekent niet dat beide soorten basisvectoren onderling onafhankelijk zijn. Het betekent dat elke basisvector van het ene type geschreven kan worden als een lineaire combinatie van alle basisvectoren van het andere type. Een transformatie converteert de ene basis in de andere. Een voorbeeld van zo'n transformatie is de Fourier transformatie. Een functie, welke in de configuratieruimte gedefinieerd is wordt in de momentum ruimte weergegeven als de Fourier-getransformeerde van deze functie. De Fourier transformatie converteert de configuratieruimte in de momentumruimte. De inwendige producten van basisvectoren die tot verschillende bases behoren definiëren de Fouriertransformatie. Fourier transformaties worden goed beschreven in op complexe getallen gebaseerde Hilbertruimten. De eigenvectoren van de referentieoperator die behoren bij eigenwaarden die bij een gekozen ruimtelijke richting behoren spannen gezamenlijk een op complexe getallen gebaseerde Hilbertruimte op. Dit maakt het mogelijk om het begrip Fourier transformatie naar de quaternionische Hilbertruimte over te brengen.

De tot nu toe beschreven Hilbertruimten hebben een aftelbaar aantal dimensies en daarmee zijn de eigenruimten van hun operatoren ook aftelbaar. Uit het bestaan van de categorie van operatoren die de eigenvectoren van de referentieoperator delen kan worden afgeleid dat elke Hilbertruimte die aftelbaar oneindig veel dimensies telt over een unieke compagnon Hilbertruimte beschikt die niet meer separabel is en zijn separabele partner inbedt. De niet separabele Hilbertruimte ondersteunt ook operatoren die een continuüm eigenruimte bezitten. Vaak kunnen deze door continue functies beschreven worden.

De verzameling van de gesloten deelruimten van een Hilbertruimte vormt een relationele verzameling die wiskundigen een orthomodulair tralie noemen.

3.2 De Hilbert repository

De definitie van een Hilbertruimte wijkt op subtiele wijze af van de meer basale vectorruimte. De Hilbertruimte is een vectorruimte welke voor elk vectorpaar een inwendig vectorproduct definieert. Bovendien is een Hilbertruimte compleet.

Het verschil met de onderliggende vectorruimte maakt het mogelijk dat een groot aantal separabele Hilbertruimten dezelfde onderliggende vectorruimte delen. Dit legt grote beperkingen op aan de Hilbertruimten die aan het systeem van Hilbertruimten kunnen deelnemen. Alleen Hilbertruimten waarvan de assen van het Cartesisch coördinaatsysteem parallel lopen mogen deelnemen in het systeem. Bovendien moeten het quaternionische Hilbertruimten zijn. Er blijven meer dan genoeg Hilbertruimten over. Een van de Hilbertruimten speelt de rol van achtergrondplatform en levert de achtergrondparameterruimte en de achtergrondsymmetrie. De dimensie van deze Hilbertruimte is oneindig en zijn niet separabele partner maakt ook deel uit van het achtergrondplatform. De gezamenlijke opslagcapaciteit is enorm. We noemen het resultaat een Hilbert opslagruimte of gebruiken de Engelse benaming ***Hilbert repository***. Als de Hilbert repository gebruikt wordt om er natuurkundige objecten in op te slaan, dan kan dit opslagmedium alle dynamische geometrische gegevens opslaan van alle objecten die ooit in het universum voorkomen. Bovendien heeft het systeem opslagruimte voor de velden die in het universum voorkomen en dat omvat het universum zelf. De genoemde beperkingen leiden ook tot extra eigenschappen. Alle deelnemende separabele Hilbertruimten glijden met hun geometrisch centrum over de achtergrondparameterruimte. Het verschil in geometrische symmetrie tussen de deelnemende Hilbertruimten en de achtergrondsymmetrie leidt tot de aanwezigheid van een bron of put op de plaats van het geometrisch centrum van de glijdende deelnemer. Deze bron of put komt overeen met een symmetrie gerelateerde lading die een symmetrie gerelateerd veld genereert. De waarde van de lading kan nul zijn.

4 Elementaire deeltjes

Deze bijzondere eigenschappen volgen niet uit de aan ons bekende wiskunde. We kunnen ze afleiden uit metingen die aan de fysieke werkelijkheid gedaan zijn. De Hilbert repository heeft een ingewikkelde structuur en een bijzonder gedrag dat doet denken aan de deeltjesverzameling die in het Standard Model van de experimentele natuurkundigen beschreven worden. De glijdende platformen gedragen zich als elementaire deeltjes. Bovendien laten zij zich opdelen in categorieën die zich door hun elektrische lading onderscheiden. De categorieën worden door typebenamingen aangeduid. Zo zijn er elektronen, neutrino's en quarks die tezamen de elementaire fermionen vormen. De quarks vormen een deelverzameling en worden weer onderverdeeld in soorten.

Dit is een hoopgevend resultaat, maar elementaire deeltjes hebben iets dat de glijdende platformen nog niet bezitten. Alle elementaire deeltjes vertonen een voetafdruk waarmee zij het omliggende veld vervormen. Laten we aannemen dat de glijdende platformen een operator ondersteunen die de voetafdruk verzorgt. De elementaire deeltjes hebben een golffunctie waarvan het kwadraat van de modulus een detectiewaarschijnlijkheidsdichtheidsverdeling aangeeft. De operator kan geen detectiewaarschijnlijkheidsdichtheidsverdeling in zijn eigenruimte opslaan. Het is wel mogelijk om een snoer van quaternionen op te slaan die uit combinaties van tijdstempels en huppellandingslocaties bestaat die een steeds voortgaand huppelpad beschrijft dat regelmatig een coherente zwerm van huppellandingslocaties genereert. Als het rondhuppelend object puntvormig is, dan wordt deze zwerm beschreven door een stabiele locatiedichtheidsverdeling die overeenkomt met de genoemde detectiewaarschijnlijkheidsdichtheidsverdeling.

Mechanismen die zulke coherente zwermen met stabiele locatiedichtheidsverdelingen produceren komen in de natuur vaak voor en de optiek maakt daar vaak gebruik van. Dit betekent niet dat de wetenschap weet hoe en waarom deze mechanismen werken. Ikzelf beschrijf deze mechanismen als stochastische processen die een karakteristieke functie bezitten. Een andere beschrijving is een proces waarin een Poisson proces combineert met een binomiaal proces. Het binomiaal proces wordt geïmplementeerd door een ruimtelijke puntspreidingsfunctie. De puntspreidingsfunctie speelt de rol van de locatiedichtheidsverdeling. De karakteristieke functie van het proces is gelijk aan de Fourier getransformeerde van de locatiedichtheidsverdeling. In de optiek wordt deze karakteristieke functie de Optische Overdracht Functie genoemd.

4.1 Twee episoden

De voetafdrukoperator is al bij het ontstaan van de Hilbert repository aanwezig en bepaalt het gedrag van het elementaire deeltje gedurende zijn hele bestaan. Dit feit vormt een groot mysterie. De wiskunde heeft er nog geen verklaring voor. Het bestaan van de voetafdrukoperator maakt het echter mogelijk om het model van de fysieke realiteit te verdelen in een voorbereidingsepisode waarin nog geen voortgaande tijd bestaat en een lopende episode waarin een voortdurende stapsgewijze inbedding van de huppellandingslocaties de activiteiten van de stochastische processen nabootst. Het inbeddingsproces gebruikt de opgeslagen en geordende tijdstempels om de bijbehorende huppellandingen te realiseren. Het bereik van de lopende tijd is gelijk aan het bereik van de opgeslagen tijdstempels. Aan het begin van de lopende tijd is het veld dat ons universum vertegenwoordigt nog maagdelijk en komt overeen met de achtergrond parameterruimte. Nadat de eerste voetafdrukken klaar zijn kunnen de betreffende elementaire deeltjes samengestelde objecten gaan vormen.

5 Vervorming van het inbeddende veld

Met het huppelpad zijn we er nog niet, want de huppellanding veroorzaakt alleen een vervorming van het inbeddende veld als het verschil tussen de symmetrie van het glijdende platform en de achtergrondsymmetrie isotroop is. We weten dit uit de resultaten van veldvergelijkingen die veldexcitaties beschrijven. Bij quarks is het verschil in symmetrie niet isotroop. Die moeten eerst tot hadrons samenballen om vervorming van het inbeddende veld te kunnen leveren. De huppellandingen van alle andere elementaire deeltjes kunnen zonder meer pulsen veroorzaken die bolvormige pulsresponsies opleveren. Deze bolvormige pulsresponsies gedragen zich als bolvormige schokfronten. Het front verwijdert zich met lichtsnelheid in alle richtingen van de locatie van de puls. De amplitude van de puls vermindert evenredig met de afstand tot de startlocatie. Geïntegreerd over tijd resulteert het bolvormige schokfront in de Greense functie van het veld. De puls injecteert het volume van de Greense functie in het veld en dat volume blijft in het veld. Initieel vervormt de puls het veld rond de locatie van de puls, maar het front spreidt deze vervorming over het hele veld. Daarmee vervaagt de vervorming snel. Om een blijvende vervorming te krijgen moeten voortdurend huppellandingen in de buurt uitgevoerd worden. Het huppelpad zorgt daarvoor. Ver van het centrum van de voetafdruk op afstand r is de gravitatiepotentiaal gelijk aan V(r)=MG/r. Dit definieert de massa M van het elementaire deeltje.

Om iets te kunnen zeggen van de vorm van de gravitatiepotentiaal in de buurt van het elementaire deeltje moeten we de locatiedichtheidsverdeling kennen. Wanneer dit een Gaussische verdeling is, dan lijkt de gravitatie potentiaal op V(r)=MG ERF(r)/r Voor grote waardes van r gaat dit over in de eerdergenoemde vorm. De hier gegeven formule is een benadering omdat een deel van de vervorming vervroegd wegvloeit. Deze nieuwe vorm is een vloeiende functie en vertoont niet de singulariteit die de eerdere formule toont. De nieuwe formule laat zien hoe het universum toont in de nabijheid van een elementair deeltje. Ver genoeg weg van het deeltje is het universum nagenoeg onvervormd.

6 Fotonen

Het bovenstaande verhaal zegt niets over fotonen. Fotonen zijn geen elementaire deeltjes en hebben een totaal andere structuur. Zij bewegen ook in het universum, maar zij vervormen dat dynamische veld niet. Daardoor bezitten zij ook geen massa. Fotonen zijn eendimensionale kralensnoeren waarin elke kraal gevormd wordt door een energiepakketje. Deze energiepakketjes bewegen zich op gelijke afstand van elkaar. De onderlinge afstand bepaalt de kleur van het foton. De pakketjes zijn ook eendimensionaal en zij gedragen zich als schokfronten die met lichtsnelheid voortbewegen. De fronten behouden hun vorm en hun amplitude. Fotonen bezitten geen massa en ook geen symmetrie-gerelateerde lading. Elk energiepakketje bezit wel een vector die de polarisatie van het foton bepaalt.

7 Elementaire modules

Elementaire deeltjes kunnen zich als elementaire modules gedragen. Tezamen vormen de elementaire modules alle modules die er in het universum voorkomen. Sommige modules vormen modulaire systemen.

Samengestelde modules worden gedefinieerd door een stochastisch proces dat gestuurd wordt door aan karakteristieke functie die een superpositie is van de karakteristieke functies van de samenstellende componenten. Karakteristieke functies van stochastische processen bestaan in de Fourier ruimte. In die ruimte hebben superpositie coëfficiënten een andere functie dan in de configuratieruimte.

Naast de elementaire deeltjes en de daardoor samengestelde modules en modulaire systemen bezitten ook zwarte gaten een hoeveelheid massa.

Symmetrie gerelateerde ladingen komen alleen voor op de geometrische centra van de elementaire deeltjes.

Hiermee is een belangrijk deel van de fysieke werkelijkheid beschreven.

Referenties

Dit dokument is onderdeel van het Hilbert Book Model Project; https://www.researchgate.net/project/The-Hilbert-Book-Model-Project

Het onderwerp is meer uitgebreid behandeld in https://www.researchgate.net/publication/339744488_Representing_basic_physical_fields_by_quaternionic_fields