Title: L'inverso della sezione aurea e la sorella speculare della spirale aurea. The reverse of the golden ratio and the mirror sister of the golden spiral.

Author name: Dante Servi

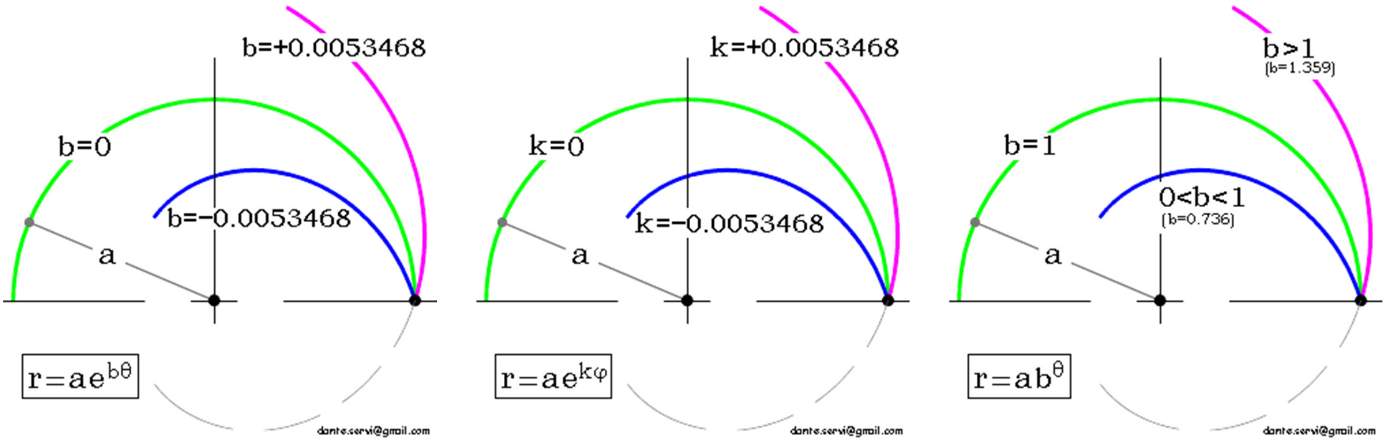
Abstract: Le spirali logaritmiche (r=ae^bθ), partendo da un punto di distanza (a) dalla loro origine si possono sviluppare allontanandosi (se b > 0) oppure avvicinandosi (se b < 0) ad essa, questo provo a dire che vale anche per la spirale aurea. The logarithmic spirals (r=ae^bθ), starting from a point of distance (a) from their origin, can develop by moving away (if b > 0) or approaching (if b < 0) to it, this I try to say that also applies to the golden spiral.

(Rev. v2)

Io non sono un matematico e la mia ricerca è stata di tipo grafico, un anno fa non conoscevo le spirali logaritmiche, poi per caso ho sviluppato un mio metodo per realizzare spirali poligonali e con questo metodo ho realizzato tra le altre una spirale poligonale logaritmica.

Ho già descritto in un mio articolo pubblicato su vixra.org questa poligonale affermando tra l'altro che si differenzia dalla spirale logaritmica unicamente per come viene utilizzato (θ).
Nella spirale logaritmica (θ) è un valore angolare con crescita continua, nella mia spirale poligonale logaritmica (θ) diventa il passo angolare costante rispetto all'origine, di due vertici consecutivi della poligonale.
Faccio notare che l'originalità del mio metodo ritengo stia nello schema di base, per la sua descrizione rimando ai miei precedenti articoli sempre su vixra.org ed alle attività che ho pubblicato su GeoGebra.org.
Una caratteristica che ho notato è che la poligonale, e quindi anche la spirale logaritmica, si può sviluppare sia allontanandosi che specularmente avvicinandosi alla sua origine.
Ho precisato specularmente dando per assunto lo stesso verso di rotazione per l'incremento di (θ).

La fonte di riferimento migliore che ho avuto a disposizione relativa alla spirale logaritmica è stata Wikipedia.
Ultimamente mi sono però accorto che non viene sempre (nelle varie lingue) chiarita la funzione di (a) e di (b) nelle equazioni, per la versione italiana ed in modo limitato per la versione inglese ho deciso di aggiungere un mio contributo in merito.
Il mio contributo, per la versione italiana, precisa che (a) è la distanza dall'origine da cui inizia a svilupparsi la spirale, mentre (b) determina non solo l'inclinazione ma anche se la spirale si sviluppa allontanandosi od avvicinandosi alla sua origine.
Come avevo già scritto per la poligonale ho precisato che i due sviluppi da e verso l'origine sono anche speculari tra di loro, questa affermazione l'ho integrata con la prima delle seguenti immagini.
Queste sono tre immagini che ho caricato su Wikimedia Commons, sono diverse per essere compatibili con le versioni delle equazioni su Wikipedia per la spirale logaritmica: Italiana, Inglese, Tedesca, Francese e Spagnola.



Nell'ultima immagine il valore di (b\=1) indicato è approssimativo non ritenendo di dedicarle ulteriore tempo, non ho messo (~) per timore che fosse scambiato per (-).
Ne approfitto per dire che nel pubblicarle ho fatto qualche pasticcio con le descrizioni, quella corretta relativa alla prima immagine è la seguente:

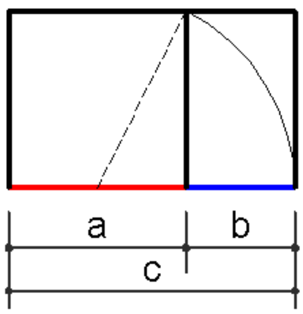
Nell'immagine tre tratti di spirali logaritmiche che si sviluppano partendo dallo stesso punto di distanza (a) dall'origine. Valore di b=0 per quello di colore verde, gli altri due hanno lo stesso valore assoluto di (b) con la differenza che per quello magenta è positivo mentre per quello blu è negativo. Il tratto tratteggiato, che prolunga verso l'origine il tratto magenta, è una copia specchiata del tratto blu.

Come si può notare nella prima immagine, il valore di (b) anche se arrotondato a 7 cifre decimali è quello della spirale aurea, da qui il motivo di questo articolo.
Le descrizioni della spirale aurea che ho trovato parlano sempre di una spirale di crescita, e viene indicato per (b) il valore positivo derivato dalla sezione aurea.
Confrontandomi anche con quanto ho trovato scritto su Wikipedia ritengo di aver verificato che non c'è contraddizione tra il valore di (b) negativo e la sezione aurea.
Per ottenere b = -0.0053468 occorre utilizzare non il valore della sezione aurea ma il suo inverso:

$$\frac{1}{\Phi} = \frac{2}{1+\sqrt{5}} = 0.61803399$$

$$b = \ln\left(\frac{1}{\Phi}\right)\frac{1}{90} = -0.0053468$$

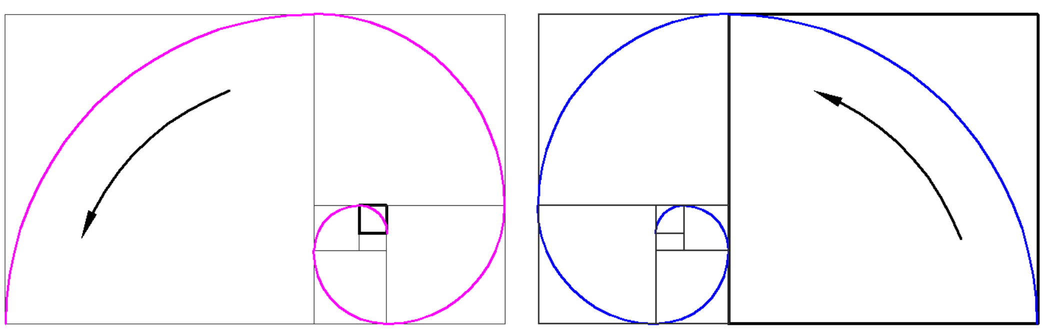
(1/90 vale per (θ) espresso in gradi.
I valori di (a) ed (r) ossia distanza dall'origine del punto di inizio e del punto finale del tratto di spirale aurea possono essere reciprocamente uguali, vedi ultima immagine.
Graficamente ritengo di aver verificato come la stessa costruzione che porta ad incrementare il quadrato di partenza grazie al rettangolo aureo può essere utilizzata per decrementare correttamente lo stesso quadrato di partenza sempre utilizzando il rettangolo aureo.



$$\frac{a}{c} = \frac{b}{a} = \frac{1}{\Phi}$$

Partendo da un quadrato di lato (a) posso ottenere un quadrato di lato (a+b=c) ma anche un quadrato di lato (b), questa è la base per la sequenza specularmente inversa che porta ad ottenere la spirale che mi sono permesso di definire la <u>sorella speculare della spirale aurea</u>, nel rispetto dello stesso senso di sviluppo.

Nella seguente immagine riporto il mio confronto grafico delle due approssimazioni basate sui quadrati crescenti e decrescenti, ottenuti tramite i due modi appena descritti di utilizzare il rettangolo aureo.



I precedenti articoli su vixra.org si trovano al seguente indirizzo: https://vixra.org/author/dante_servi

Le attività che ho pubblicate su GeoGebra.org si trovano teoricamente tutte al seguente indirizzo:

https://www.geogebra.org/search/danteservi

Questi sono i link credo di tutte quelle che ho pubblicato:

https://www.geogebra.org/m/sdrrxfzv
https://www.geogebra.org/m/cybj8ey6
https://www.geogebra.org/m/bdjhkhnj
https://www.geogebra.org/m/cvjwjdt6
https://www.geogebra.org/m/kmhccfhk
https://www.geogebra.org/m/jtnrkt3p
https://www.geogebra.org/m/m7ahjbrp
https://www.geogebra.org/m/d5gykbce
https://www.geogebra.org/m/fn24ybx7
https://www.geogebra.org/m/fqked4u3
https://www.geogebra.org/m/hddmz9zy
https://www.geogebra.org/m/h8gcpv4h
https://www.geogebra.org/m/hbmpgc6t

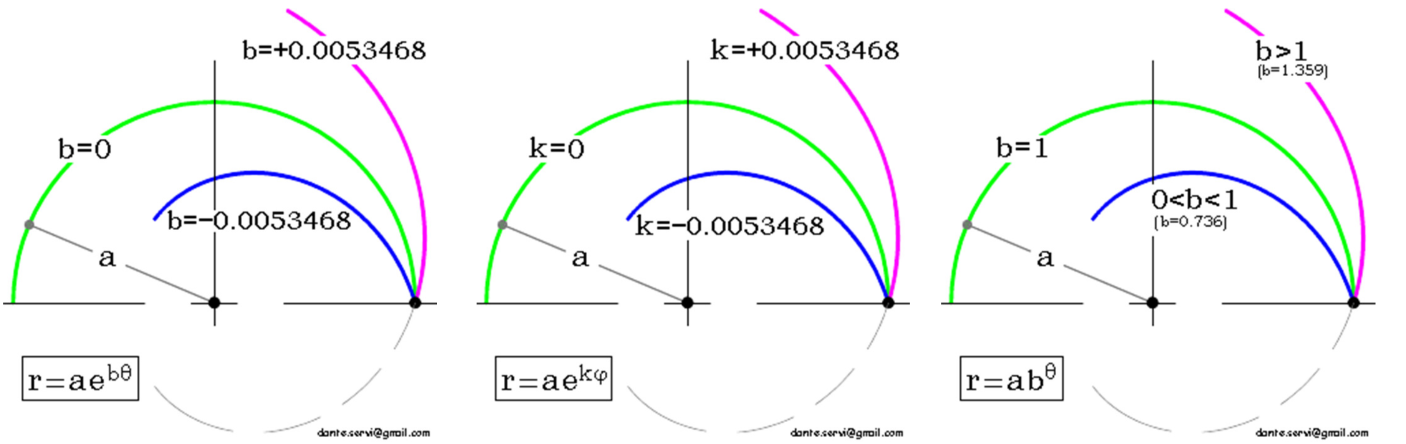
Dante Servi
Bressana Bottarone (PV)
dante.servi@gmail.com

(Follows English)

I am not a mathematician and my research was of a graphic type, a year ago I did not know logarithmic spirals, then by chance I developed my own method to make polygonal spirals and with this method I created a logarithmic polygonal spiral among others.

I have already described this polygonal in an article published on vixra.org stating, among other things, that it differs from the logarithmic spiral only in how it is used (θ).
In the logarithmic spiral (θ) it is an angular value with continuous growth, in my polygonal logarithmic spiral (θ) it becomes the constant angular step with respect to the origin, of two consecutive vertices of the polygonal.
I note that the originality of my method I believe is in the basic scheme, for its description I refer to my previous articles always on vixra.org and to the activities that I published on GeoGebra.org.
A characteristic that I have noticed is that the polygonal, and therefore also the logarithmic spiral, can develop both moving away and specular approaching its origin.
I specified specular assuming the same direction of rotation for the increase of (θ).

The best source of reference I had available relating to the logarithmic spiral was Wikipedia.
Lately, however, I realized that the function of (a) and (b) in the equations is not always clarified (in the various languages), for the Italian version and in a limited way for the English version I decided to add my contribution in this regard.
My contribution, for the Italian version, specifies that (a) is the distance from the origin from which the spiral begins to develop, while (b) determines not only the inclination but also if the spiral develops by moving away or approaching its origin.
As I had already written for the polygonal, I specified that the two developments from and to the origin are also mirror-like, I have integrated this statement with the first of the following images.
These are three images that I uploaded to Wikimedia Commons, they are different to be compatible with the versions of the equations on Wikipedia for the logarithmic spiral: Italian, English, German, French and Spanish.



In the last image, the value of (b\=1) indicated is approximate, as I do not think I would devote more time to it, I did not put (~) for fear that it would be mistaken for (-).
I take this opportunity to say that in publishing them I made some mess with the descriptions, the correct one relating to the first image is the following:

In the image three sections of logarithmic spirals that develop starting from the same point of distance (a) from the origin. Value of b = 0 for the green one, the other two have the same absolute value of (b) with the difference that for the magenta one it is positive while for the blue one it is negative. The dashed section, which extends the magenta section towards the origin, is a mirrored copy of the blue section.

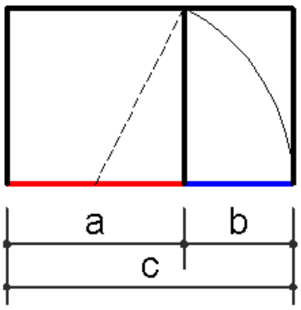
As can be seen in the first image, the value of (b), even if rounded to 7 decimal places, is that of the golden spiral, hence the reason for this article.

The descriptions of the golden spiral that I have found always speak of a spiral of growth, and the positive value derived from the golden section is indicated for (b).
Comparing myself with what I found written on Wikipedia, I believe I have verified that there is no contradiction between the negative value of (b) and the golden section.
To obtain b = -0.0053468 it is necessary to use not the value of the golden section but its inverse:

$$\frac{1}{\Phi} = \frac{2}{1+\sqrt{5}} = 0.61803399$$

$$b = \ln\left(\frac{1}{\Phi}\right)\frac{1}{90} = -0.0053468$$

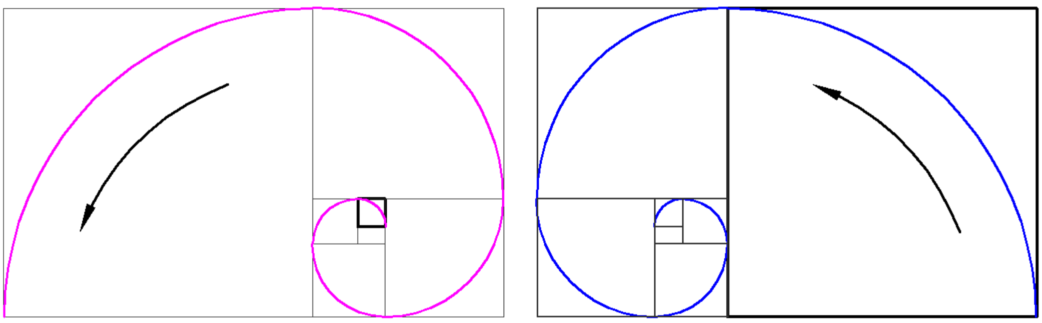
(1/90 applies to (θ) expressed in degrees.
The values of (a) and (r) that is distance from the origin of the point of start and end point of the golden spiral can be mutually equal, see last image.
Graphically I believe I have verified how the same construction that leads to increase the starting square thanks to the golden rectangle can be used to correctly decrement the same starting square always using the golden rectangle.



$$\frac{a}{c} = \frac{b}{a} = \frac{1}{\Phi}$$

Starting from a square on the side (a) I can get a square from the side (a+b=c) but also a square from the side (b), this is the basis for the specular inverse sequence that leads to obtaining the spiral that I allowed myself to define the <u>mirror sister of the golden spiral</u>, in compliance with the same sense of development.

In the following image I report my graphic comparison of the two approximations based on the increasing and decreasing squares, obtained through the two ways just described to use the golden rectangle.



The previous articles on vixra.org are at the following address: https://vixra.org/author/dante_servi

The activities that I published on GeoGebra.org are theoretically all at the following address:

https://www.geogebra.org/search/danteservi

These are the links I believe of all those that I have published:

https://www.geogebra.org/m/sdrrxfzv
https://www.geogebra.org/m/cybj8ey6
https://www.geogebra.org/m/bdjhkhnj
https://www.geogebra.org/m/cvjwjdt6
https://www.geogebra.org/m/kmhccfhk
https://www.geogebra.org/m/jtnrkt3p
https://www.geogebra.org/m/m7ahjbrp
https://www.geogebra.org/m/d5gykbce
https://www.geogebra.org/m/fn24ybx7
https://www.geogebra.org/m/fqked4u3
https://www.geogebra.org/m/hddmz9zy
https://www.geogebra.org/m/h8gcpv4h
https://www.geogebra.org/m/hbmpgc6t

Dante Servi
Bressana Bottarone (PV)
dante.servi@gmail.com