Demostración de la conjetura de Goldbach-Euler

Francisco Moga Moscoso[1], Marina Moga Lozano[2]

1. Ingeniero industrial.

2. Facultad de Medicina. Universidad de Málaga.

Resúmen: el objetivo de este artículo es el de dar a conocer a la comunidad científica una posible demostración de la conjetura de Goldbach-Euler, de tal manera que pueda ser estudiada y así contribuir a la ciencia dando a conocer nuevas vías posibles de investigación. El autor, al no ser conocido en la comunidad de matemáticos pues no le aceptan los manuscritos en el sistema actual de publicaciones en revistas científicad, es decir es rechazado directamente y ni siquiera contestan a los emails, por tanto lo publicamos en acceso abierto para mostrarlo a quién quiera verlo.

Palabras claves: conjetura de Goldbach-Euler, números primos.

Conjetura de Goldbach I:

La conjetura de Goldbach dice que: todo número par mayor que 2 es suma de 2 números primos [1].

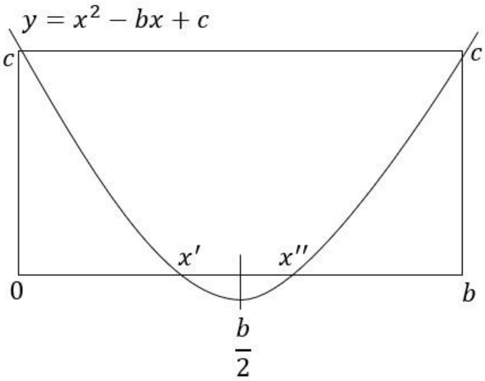
Supongamos la función:

$$y = x^2 - bx + c$$

de ecuación:

$$x^2 - bx + c = 0$$

cuya gráfica es la siguiente:



$y(0) = c$ $\quad y(b) = c$ raíces $x', x'' \in \mathbb{R}$, $x' ||| x''$ simétricas.

Estas raíces verifican:

$$x = \frac{b \mp \sqrt{b^2 - 4c}}{2} \begin{cases} x' = \frac{b - \sqrt{b^2-4c}}{2} = \frac{b}{2} - \frac{\sqrt{b^2-4c}}{2} & x' \epsilon \; [0, \frac{b}{2}] \\ x'' = \frac{b + \sqrt{b^2-4c}}{2} = \frac{b}{2} - \frac{\sqrt{b^2-4c}}{2} & x'' \epsilon \; [\frac{b}{2}, b] \end{cases}$$

$x' ||| x''$ respecto a $b/2$.

Las soluciones x', x'' son simetricas respecto a b/2 de manera que:

$$0 \leq x' \leq b/2 \quad \text{y} \quad b/2 \leq x'' \leq b$$

De las expresiones de x' y x'' podemos deducir que:

$$x' \cdot x'' = \left(\frac{b}{2} - \frac{\sqrt{b^2 - 4c}}{2}\right) \cdot \left(\frac{b}{2} + \frac{\sqrt{b^2 - 4c}}{2}\right) = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4c}}{2}\right)^2 = c$$

[2]

$$x' + x'' = \left(\frac{b}{2} - \frac{\sqrt{b^2-4c}}{2}\right) + \left(\frac{b}{2} + \frac{\sqrt{b^2-4c}}{2}\right) = b$$

Expresiones que verifican el teorema de las raíces de F.Viete.

Tenemos la expresión de x' y la ponemos en función sólo de b y x'. Tenemos:

$$x' = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4c}}{2} = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4x'x''}}{2} = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4x'(b - x')}}{2} = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4bx' + 4x'^2}}{2} =$$

$$= \begin{cases} \frac{b - \cancel{\sqrt{(b - 2x')^2}}}{2} = \frac{b}{2} - \frac{1}{2}\,(b - 2x') \longrightarrow \text{identidad} \\ \frac{b - \sqrt{(2x' - b)^2}}{2} = \frac{b}{2} - \frac{1}{2}\,(2x' - b) = \frac{b}{2} + \frac{1}{2}\,(b - 2x') \longrightarrow \text{igualdad} \end{cases}$$

ya que tendremos que:

$$x' = \frac{b}{2} - \frac{1}{2}(b - 2x') \longrightarrow x' + \frac{b}{2} = x' + \frac{b}{2} \longrightarrow \text{identidad}$$

$$x' = \frac{b}{2} + \frac{1}{2}(b - 2x') \longrightarrow x' = b - x' \longrightarrow \text{igualdad}$$

Esta igualdad está contenida en la identidad como caso particular para x'= $b/2$ punto en la que se verifican ambas y por tanto podemos considerar solo la identidad de maneraque tendremos:

$$x' = \frac{b-\sqrt{b^2-4c}}{2} = \frac{b}{2} - \frac{1}{2}(b - 2x') \longrightarrow \text{Identidad (1)}$$

y esta identidad (1) ha de verificarse cualesquiera que sean los valores atribuídos a sus letras de manera que:

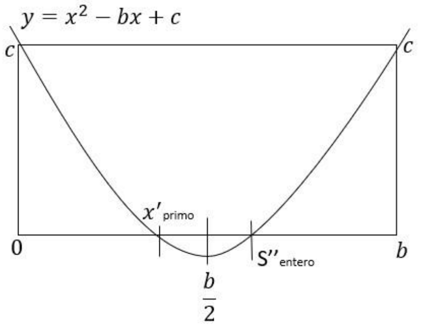
$$\forall b = par > 2 \quad y \quad \forall x' \in [0, \frac{b}{2}]$$

Este intervalo por ser $b = par > 2$ tiene 1 o varios tramos de la forma $[n, 2n]$; $n =$ natural de manera que según el postulado de Bertand demostrado por Chevichev[1], contiene cada uno de ellos al menos 1 número primo. Por consiguiente en el intervalo $[0, \frac{b}{2}]$ existe al menos1 número primo, $x' =$ primo, que es solución de la identidad (1) y por tanto raíz de la ecuación

$$x^2 - bx + c = 0$$

La otra raíz sería su simétrica respecto a $\frac{b}{2}$, $s'' = entero$.

Gráficamente tenemos la figura 2:



$$y(0) = c \qquad y(b) = c \qquad x'primo|||s''entero$$

$$c = x'primo \cdot s''entero \qquad\qquad b = x'primo + s''entero$$

Tenemos la expresión de x'' y pongamosla en función sólo de b y x''.

Tendremos:

$$x'' = \frac{b+\sqrt{b^2-4c}}{2} = \frac{b+\sqrt{b^2-4x'x''}}{2} = \frac{b+\sqrt{b^2-4(b-x'')x''}}{2} = \frac{b+\sqrt{b^2-4bx''+4x''^2}}{2} =$$

$$= \frac{b+\cancel{\sqrt{}}(b-2x'')^{\cancel{2}}}{2} = \frac{b}{2}+\frac{1}{2}\,(b-2x'') \Longrightarrow \text{igualdad}$$

$$= \frac{b+\cancel{\sqrt{}}(2x''-b)^{\cancel{2}}}{2} = \frac{b}{2}+\frac{1}{2}\,(2x''-b) = \frac{b}{2}-\frac{1}{2}\,(b-2x'') \Longrightarrow \text{identidad}$$

ya que

$$x'' = \frac{b}{2}+\frac{1}{2}\,(b-2x') \longrightarrow x'' = b - x'' \Longrightarrow \text{igualdad}$$

$$x'' = \frac{b}{2}-\frac{1}{2}(b-2x'') \longrightarrow x''+\frac{b}{2} = x''+\frac{b}{2} \Longrightarrow \text{identidad}$$

Esta igualdad está contenida en la identidad como caso particular para:

$$x" = b/2$$

Punto en la que se verifican ambas y por tanto podemos considerar sólo la identidad de manera que tendremos:

$$x" = \frac{b+\sqrt{b^2-4c}}{2} = \frac{b}{2}-\frac{1}{2}(b-2x") \Longrightarrow \text{Identidad (2)}$$

Y esta identidad ha de verificarse cualesquiera que sean los valores atribuidos a sus letras de manera que:

$$\forall b = par > 2 \quad y \quad \forall x" \in [\frac{b}{2}, b]$$

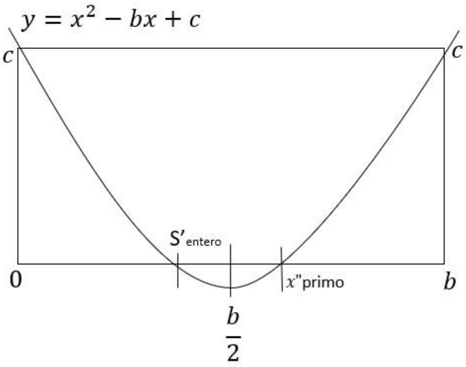
Este intervalo por ser $b = par > 2$ tiene 1 tramo $[\frac{b}{2}, b]$ de la forma $[n, 2n]$

n = natural de manera que según el postulado de Bertrand demostrado por Chevichev[1], contiene al menos 1 número primo, $x" =$ primo, que es solución de la identidad (2) y por tanto raíz de la ecuación

$$x^2 - bx + c = 0$$

La otra raíz sería la simétrica de x" primo, respecto a $\frac{b}{2}$, $s' = entero$.

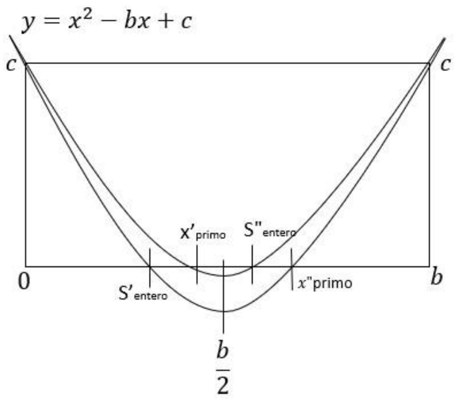
Gráficamente podríamos poner figura 3:



$$y(0) = c \qquad y(b) = c \qquad s'entero \Vert\vert x''primo$$

$$c = s'entero \cdot x''primo \qquad b = s'entero + x''primo$$

Si superponemos ambas gráficas anteriores tendremos:



$$y(0) = c \qquad y(b) = c \qquad x'primo \Vert\vert s''entero \quad s'entero \Vert\vert x''primo$$

$$c = x'primo \cdot s''entero = s'entero \cdot x''primo$$

$$b = x'primo + s''entero = s'entero + \ x''primo$$

$$\frac{x'primo}{x''primo} = \frac{s'entero}{s''entero} \ \Rightarrow \ s'entero = m \cdot x'primo \qquad s''entero = m \cdot x''primo \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x'primo}{x''primo} = \frac{s'entero}{s''entero} = \frac{m \cdot x'primo}{m \cdot x''primo}$$

$s'entero = m \cdot x'primo \qquad \frac{s'entero \cdot 1}{m} = x'primo \qquad s'entero = \frac{x'primo}{\frac{1}{m}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{m} | x'primo$

un número primo sólo es divisible por sí mismo y por 1.

Como $\frac{1}{m} \neq x'primo, admite\ sólo\ \frac{1}{m} = 1\ \ y\ tendremos\ s'entero = x'primo$

$$s''entero = m \cdot x''primo \quad s''entero\frac{1}{m} = x''primo \quad s''entero = \frac{x'primo}{1/m}$$

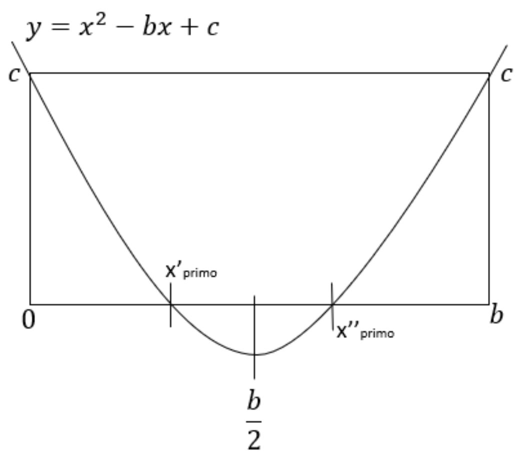
un número primo sólo es divisible por sí mismo y por 1.

Como $\frac{1}{m} \neq x''primo, admite\ sólo\ \frac{1}{m} = 1\ \ y\ tendremos\ s''entero = x''primo$

Tendremos pues, teniendo en cuenta las simetrías que

$x'primo \Vert\!| s''entero \qquad s'entero \Vert\!| x''primo \quad \Rightarrow \quad x'primo \Vert\!| x''primo$

Gráficamente tendremos la figura 5

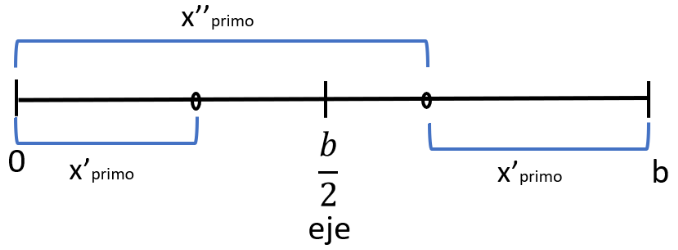


y podemos enunciar el siguiente teorema inédito:

"cualquiera que sea $b = par > 2$ existen al menos 2 números primos $x'primo\ \ y\ \ x''primo$ pertenecientes respectivamente a sendos intervalos $\left[0, \frac{b}{2}\right]\ \ y\ \ \left[\frac{b}{2}, b\right]$ con $x'primo \Vert\!| x''primo$ cuya suma es necesariamente b".

Es decir, $x'primo + x''primo = b\ ;\ \forall b = par > 2$

de manera que gráficamente tendremos la figura 6



sobre el eje de las x, por lo que podemos afirmar que la conjetura de Goldbach (I) es cierta.

Conjetura de Goldbach II:

La conjetura de Goldbach (II), dice que: todo número impar mayor que 5 es suma de 3 números primos.

<u>Demostración</u>

La demostración es evidente ya que una vez demostrada la anterior, tenemos

$$\begin{aligned} 4+3&=7\\ 6+3&=9\\ 8+3&=11\\ 10+3&=13 \end{aligned}$$

4,6,8,10... = suma de 2 números primos

+3 = número primo

= todos los impares >5

$$\begin{aligned} 4+5&=9\\ 6+5&=11\\ 8+5&=13\\ 10+5&=15 \end{aligned}$$

4,6,8,10... = suma de 2 números primos

+5 = número primo

= todos los impares >7

Etc, etc, etc, sumando a todos los pares todos los impares primos igual o mayores que 3. La conjetura de Goldbach es cierta.

Conjetura de Goldbach III:

La conjetura de Goldbach (III), dice que: todo número par o impar mayor que 5 es suma de 3 números primos.

Demostración

La demostración es evidente e inmediata partiendo de lo demostrado hasta ahora. Tenemos

$$4 + 2 = 6$$
$$6 + 2 = 8$$
$$8 + 2 = 10$$

4,6,8... = suma de 2 números primos

+2 = número primo

= todos los pares >4

$$4 + 3 = 7$$
$$6 + 3 = 9$$
$$8 + 3 = 11$$

4,6,8,... = suma de 2 números primos

+3 = número primo

= todos los impares >5

Etc, etc, etc, sumando a todos los pares todos los impares primos igual o mayores que 3. La conjetura de Goldbach es cierta.

[1] I. M. Vinográdov, *Enciclopedia de las matematicas / Encyclopedia of mathematics*. Grupo Anaya Comercial, 2004.

[2] A. Bouvier and M. George, *Diccionario de matemáticas*. Akal, 1984.