

## Planck length and third amendment to the Rayleigh-Jeans law

Authors: Miheev Sergey Vladimirovich

рус. яз. стр. 8

### Abstract:

It is shown that the minimum wavelength is approximately equal to the Planck length.

To prove the exact equality, it is necessary to find an analytical solution of a certain integral - to

$$\text{prove: } \int_0^1 \frac{y^3 dy}{e^{8\pi y/3} - 1} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{8\pi y/3} - 1} = 1 / (8 \pi)^2$$

The calculations are based: on a previously obtained dependence of the temperature of zero oscillations on the maximum and minimum wavelengths of standing oscillations in the cavity; on the previously calculated fraction of thermal fluctuations in the critical energy density (1/4); and on the law of Stefan – Boltzmann. It is assumed that thermal and zero-point vibrations are held in the cavity by their own gravitational field, and the wavelength of these oscillations is quantized. The critical frequency is determined above which corrections arise associated with the quantization of the wavelength of oscillations. The corrections are obtained: the Rayleigh – Jeans law, the formula for the distribution of the energy density of zero-point vibrations over frequencies, the Planck formula, and the Stefan – Boltzmann law. It is shown that corrections that reduce the energy density of zero-point vibrations by 120 orders of magnitude are almost impossible to detect in laboratory experiments with thermal radiation.

I apologize for spreading false information that the minimum wavelength is significantly greater than the Planck length. My attempts to find a solution by adjusting the parameters led to errors.

### The essence of the scientific problem

At the end of the 19th century, difficulties arose in describing the emission spectrum of hot bodies. Within the framework of classical statistics, Rayleigh and Jeans obtained a law for the spectral density of radiation energy in a closed cavity.

$$\rho_v(T) = kT (8\pi / c^3) v^2 dv \quad (1)$$

k – Boltzmann constant

T – temperature

c – speed of light

v – frequency

According to the Rayleigh-Jeans law, the spectral density of the radiation energy should increase unlimitedly with decreasing wavelength. That is, the radiation energy density should be infinite, which obviously does not make sense from the point of view of energy conservation. This discrepancy with common sense and experimentation is called the «ultraviolet disaster».

Max Planck made the first amendment to the Rayleigh-Jeans Act in 1900. According to the Max Planck amendment, the energy of the oscillator can only change by an amount proportional to the frequency of the oscillator. Therefore, the probability of excitation of the oscillator decreases exponentially with increasing frequency and decreasing temperature. Based on this hypothesis,

the following were obtained: the Planck formula and the Stefan-Boltzmann law, which will describe the spectrum and energy density of thermal radiation.

$$\rho_\nu(T) = \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1} (8\pi / c^3) \nu^2 d\nu \quad \text{-- thermal radiation energy density (Planck formula) (2)}$$

$h$  – Planck constant

$\nu$  – radiation frequency

Integrating the Planck formula in frequency, we obtain the Stefan - Boltzmann law:

$$P(T) = \pi^2 k^4 T^4 / (15 \hbar^3 c^3) \quad \text{-- thermal radiation energy density (3)}$$

Thus, the first ultraviolet disaster was eliminated.

The quantum theory of radiation of Max Planck eliminated the first ultraviolet disaster, but in the process of its development gave rise to a second ultraviolet disaster. From quantum theory it follows that any oscillator has an energy of at least half of the product of its frequency and Planck's constant. This is the so-called “zero energy” oscillator. Since this energy is independent of temperature and increases in proportion to the oscillator frequency, the presence of an infinite spectrum again leads to an infinite radiation energy density.

Max Planck implicitly made the second amendment to the Rayleigh-Jeans Act in the same 1900. He pointed to the existence of an extremely small length — the Planck length and an extremely large frequency — the Planck frequency. Thus, Max Planck showed that the emission spectrum is finite.

Cutting off the spectrum at the Planck frequency eliminates the infinite energy density of zero-point vibrations. The result is Planck's density, which is 120 orders of magnitude higher than the density of our universe. Thus, the ultraviolet catastrophe for zero-point oscillations was eliminated, and the problem of the cosmological constant was created.

For 100 years, most physicists have come to terms with this infinity and with this monstrous discrepancy. They consider these quantities to be pseudo physical and regard them as a constant background. Some authoritative physicists do not even recognize the existence of zero-point vibrations.

However, in cosmology, ignoring zero-point oscillations is unacceptable. Zero energy, like any other energy, has mass. Therefore, zero-point vibrations by their gravitational field influence the evolution of the universe.

The energy density of zero vibrations is proportional to the fourth power of the cutoff frequency. Therefore, to obtain the real density of the universe, the cutoff frequency must be reduced by  $120/4 = 30$  orders of magnitude. Therefore, the minimum wavelength should be 30 orders of magnitude greater than Planck's length. This is approximately one hundredth of a millimeter. However, this limitation is absurd, since visible light has a shorter wavelength.

Thus, the problem of the cosmological constant, and the question of the exact value of the cutoff frequency (the minimum wavelength), are closely related. To find the answer to the question of the minimum wavelength, it is necessary to solve the problem of the cosmological constant.

### The third amendment is a consequence of wavelength quantization

To correctly describe the energy density of zero-point vibrations, it is necessary to introduce a quantum wavelength:

$$\lambda = n_l \times l_m - \text{wavelength} \quad (4)$$

where  $n_l$  – is a natural number,  $l_m$  – minimum wavelength.

However, such a quantization cannot be precisely coordinated with the classical description of standing oscillations in a cavity:

$$\lambda = L_m / n_L - \text{wavelength} \quad (5)$$

where  $n_L$  – is a natural number,  $L_m$  – maximum wavelength in the cavity.

Therefore, from the number of oscillations with a wavelength of  $\lambda = n_l \times l_m$ , only those maximally close to  $\lambda = L_m / n_L$  are selected

This selection allows you to get a complete set of vibrations as independent of each other as possible. Unlike the classical description, complete independence of oscillations is no longer possible, since for integer  $n_l$

wave numbers  $n_L = L_m / \lambda = L_m / (n_l \times l_m)$ , not all integers.

Fluctuations can be divided into two ranges:

At  $L_g \leq \lambda \leq L_m$ ,  $1 \leq n_L \leq L_m / L_g$ ,  $\lambda \approx L_m / n_L$  – long wavelength range

At  $l_m \leq \lambda \leq L_g$ ,  $1 \leq n_l \leq L_g / l_m$ ,  $\lambda = n_l \times l_m$  – shortwave

where  $L_g = (L_m \times l_m)^{1/2}$  – geometric mean – critical length (6)

$L_m / L_g = L_g / l_m$  – maximum wave number (7)

Let us generalize this one-dimensional distribution to three-dimensional space. Consider a cube-shaped cavity with mirror walls.

$L_m = 2 \times L$  – maximum wavelength (8)

$V = L^3 = L_m^3 / 8$  – cube volume (9)

$L_m$  – maximum wavelength,  $L$  – cube edge length

The distribution of standing oscillations is conveniently written in terms of the wave number. In this case, in the long-wave and short-wave range, one formula can be used:

$dN = (\pi/2)n^2 dn$  – the number of standing oscillations on a unit interval of the wave number (10)

where  $(\pi/2)$  – 1/8 of the area of a single sphere,  $n = n_L = L_m / \lambda$  or  $n = n_l = \lambda / l_m$

In the long wavelength range, the oscillation wavelength  $L_g \leq \lambda \leq L_m$ , frequency  $\nu \leq \nu_g$ ,

$\nu = c / \lambda$  – frequency,  $\nu_g = c / L_g = c / (L_m l_m)^{1/2}$  – geometric mean – critical frequency (11)

$dN = (\pi/2) n_L^2 dn_L = (\pi/2) (L_m / \lambda)^2 d(L_m / \lambda) =$

$dN = (\pi/2) (L_m / c)^3 \nu^2 d\nu$  – number of standing oscillations per unit frequency (12)

$\rho_\nu = dN / V = (8 / L_m^3) (\pi/2) (L_m / c)^3 \nu^2 d\nu =$

$\rho_\nu = (4\pi / c^3) \nu^2 d\nu$  – density of standing oscillations for low frequencies (13)

In the short wavelength range  $l_m \leq \lambda \leq L_g$ , frequency  $\nu \geq \nu_g$

$dN = (\pi/2) n_l^2 dn_l = (\pi/2) (\lambda / l_m)^2 d(\lambda / l_m) = (\pi/2) (c / l_m)^3 \nu^{-2} d(\nu^{-1}) =$

$dN = (\pi/2) (c / l_m)^3 \nu^{-4} d\nu$  – number of standing oscillations per unit frequency (14)

$\rho_\nu = dN / V = (8 / L_m^3) (\pi/2) (c / l_m)^3 \nu^{-4} d\nu = (4\pi c^3 / (L_m^3 l_m^3)) \nu^{-4} d\nu =$

$$\rho_v = (4\pi / c^3) (c^6 / (L_m^3 l_m^3)) v^{-4} dv =$$

$$\rho_v = (4\pi / c^3) v_g^6 v^{-4} dv - \text{density of standing oscillations at high frequencies} \quad (15)$$

### Amendments to the laws of radiation

Since at frequencies greater than critical, the density of standing oscillations decreases with increasing frequency, it is necessary to amend the laws of radiation.

It should be borne in mind:

The phase and polarization are not determined for zero-point oscillations, therefore the number of zero-point oscillations is equal to the number of standing oscillations.

Thermal electromagnetic radiation has two phases and two polarizations, so the number of degrees of freedom of thermal radiation is four times the number of standing oscillations. In the classical description, each degree of freedom has an energy  $E = kT/2$ .

Each oscillator has two degrees of freedom, so the number of oscillators is two times less than the number of degrees of freedom, that is, two times the number of standing oscillations. In the classical description, each oscillator has an energy  $E = kT$ .

Rayleigh-Jeans Law ( $E(T) = kT$ ) as amended:

$$\rho_v(T) = kT (8\pi / c^3) v^2 dv - \text{energy density of thermal radiation at } 0 < v \leq v_g \quad (16)$$

$$\rho_v(T) = kT (8\pi / c^3) v_g^6 v^{-4} dv - \text{energy density of thermal radiation at } v_g \leq v < \infty \quad (17)$$

Energy density of zero vibrations ( $E_0 = h v / 2$ ) as amended:

$$\rho_v(E_0) = (2\pi h / c^3) v^3 dv - \text{energy density of zero vibrations at } 0 < v \leq v_g \quad (18)$$

$$\rho_v(E_0) = (2\pi h / c^3) v_g^6 v^{-3} dv - \text{energy density of zero vibrations at } v_g \leq v < \infty \quad (19)$$

Planck formula as amended:

$$\rho_v(T) = \frac{hv}{e^{hv/(kT)} - 1} (8\pi / c^3) v^2 dv =$$

$$\rho_v(T) = (8\pi h / c^3) \frac{v^3}{e^{hv/(kT)} - 1} dv - \text{thermal radiation energy density at } 0 < v \leq v_g \quad (20)$$

$$\rho_v(T) = \frac{hv}{e^{hv/(kT)} - 1} (8\pi / c^3) v_g^6 v^{-4} dv =$$

$$\rho_v(T) = (8\pi h / c^3) v_g^6 \frac{v^{-3}}{e^{hv/(kT)} - 1} dv - \text{thermal radiation energy density at } v_g \leq v < \infty \quad (21)$$

### Stefan-Boltzmann Law as amended

We integrate the Planck formula in frequency, taking into account the correction. The energy density is close to zero at maximum and minimum frequency. Therefore, we can consider the minimum frequency equal to zero, and the maximum frequency equal to infinity.

$$\rho(T) = \int_0^{v_g} \rho_v(T) + \int_{v_g}^{\infty} \rho_v(T) = (8\pi h / c^3) \left( \int_0^{v_g} \frac{v^3 dv}{e^{hv/(kT)} - 1} + v_g^6 \int_{v_g}^{\infty} \frac{v^{-3} dv}{e^{hv/(kT)} - 1} \right) \quad (22)$$

Make a replacement:  $v = y \times v_g$

$$\rho(T) = (8\pi h / c^3) \left( v_g^4 \int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{hvg y/(kT)} - 1} + v_g^4 \int_1^{\infty} \frac{y^{-3} dy}{e^{hvg y/(kT)} - 1} \right) =$$

$$\rho(T) = (8\pi h / c^3) v_g^4 \left( \int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{hvg y/(kT)} - 1} + \int_1^{\infty} \frac{y^{-3} dy}{e^{hvg y/(kT)} - 1} \right) \quad (23)$$

Make a replacement:  $q = \frac{E_g}{kT} = \frac{h\nu_g}{kT}$  – ratio of critical energy to thermal energy of the oscillator, where  $E_g = h \times \nu_g$  – critical energy

$$\rho(T) = (8\pi h / c^3) \nu_g^4 \left( \int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{qy}-1} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{qy}-1} \right) \quad (24)$$

Make a replacement:  $h / c^3 = 2\pi \hbar / c^3 = 2\pi l_{pl}^2 / G$ ;  $\nu_g^4 = c^4 / (L_m^2 l_m^2)$  where  $l_{pl} = (G \hbar / c^3)^{1/2}$  – Planck length,  $G$  – gravitational constant

$$\rho(T) = (16\pi^2 c^4 / (G L_m^2)) (l_{pl}^2 / l_m^2) \left( \int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{qy}-1} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{qy}-1} \right) \quad (25)$$

Make a replacement:  $\rho_0 = c^4 / (G L_m^2)$  – critical energy density, where  $L_m = 2\pi \times r_g$  – maximum cavity wavelength,  $r_g$  – gravitational radius

$$\rho(T) = 16\pi^2 \rho_0 (l_{pl}^2 / l_m^2) \left( \int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{qy}-1} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{qy}-1} \right) - \text{thermal radiation energy density} \quad (26)$$

### The problem of detecting the effects of the third amendment

The third amendment to the Rayleigh-Jeans law leads to the need to change the Planck formula and the Stefan-Boltzmann law. However, corrections are made only for vibrations with a wavelength less than the geometric mean of the Planck length and cavity size. For a cavity in which the maximum wavelength is one meter, a correction must be made for very hard gamma rays having a wavelength of less than  $4 \times 10^{-18}$  meter.

Even if the cavity size is increased to a billion kilometers, the circumcision will begin with x-ray radiation with a wavelength of less than  $10^{-11}$  meters. This radiation cannot be kept in the cavity until thermodynamic equilibrium occurs. Therefore, it is technically impossible to measure in the laboratory the effect of the correction on the spectrum of thermal radiation.

In the cavity - the universe, the average geometric length is approximately one tenth of a millimeter. Due to the amendment to the Stefan - Boltzmann law, the energy density of the background radiation decreases by no more than 17 %. In reality, this deviation is significantly less. It is not clear how to detect this defect against a background of dark energy.

Does anyone create a device in which two waves are excited, the length of which differs by an amount less than the Planck length? Flag in his hands!

### The terrible consequences of the third amendment

Theoretical physicists have a new opportunity to eliminate ultraviolet divergence, but the usual mathematical apparatus breaks down. When expanded in a Fourier series, vibration modes are found that have an integer wave number that is inverse to the wavelength. Therefore, the quantization of the wavelength (the multiplicity of the length to the minimum value) is incompatible with the expansion in the Fourier series. This decomposition can only be useful to obtain an approximate solution in the low-frequency region. Quantization of the wavelength leads to quantization of the direction of wave propagation in space. Therefore, it is impossible to change to an infinitely small value both the wavelength and the direction of its propagation, even if the cavity size is assumed infinite.

When two oscillations are multiplied, that is, with a nonlinear transformation, new oscillations are obtained that cannot exist in the original space. Therefore, nonlinear interactions are associated with an increase in the number of states — the number of oscillators. This means a

qualitative change in space - topology, an irreversible increase in entropy, and a decrease in temperature.

Thus, at the most fundamental level, distinguished scales and distinguished directions arise, and the equations of quantum mechanics become irreversible in time. This is not horror. This is horror, horror, horror!

### Critical energy density

$$r_g = 2 m G / c^2 - \text{radius of curvature of a black hole (Schwarzschild formula)} \quad (27)$$

$$E = m \times c^2 = r_g \times c^4 / (2 G) - \text{black hole energy} \quad (28)$$

where  $c$  – speed of light,  $G$  – Newton's gravitational constant

$$V = S^3 = 2 \pi^2 \times r_g^3 - \text{volume of the three-dimensional surface of a four-dimensional ball} \quad (29)$$

$$\rho_0 = E / V = r_g \times c^4 / ((2 G) \times (2 \pi^2 \times r_g^3)) = c^4 / (G 4 \pi^2 r_g^2) =$$

$$\rho_0 = c^4 / (G L_m^2) - \text{critical energy density} \quad (30)$$

$$\text{where } L_m = 2 \pi \times r_g - \text{maximum cavity wavelength} \quad (31)$$

### Calculation of the minimum wavelength according to the Stefan-Boltzmann law without correction

Stefan-Boltzmann law without amendment:

$$\rho(T) = T^4 \times \pi^2 k^4 / (15 \hbar^3 c^3) - \text{thermal radiation energy density} \quad (32)$$

$T$  – temperature

$k$  – Boltzmann constant

$\hbar$  – reduced Planck constant

$c$  – speed of light

This energy density is 1/4 (25 %) of the critical energy density:

$$1/4 \times \rho_0 = c^4 / (4 G L_m^2) - 1/4 \text{ critical energy density} \quad (33)$$

From the equality  $1/4 \times \rho_0 = \rho_T$  we find the temperature of thermal radiation:

$$c^4 / (4 G L_m^2) = T^4 \times \pi^2 k^4 / (15 \hbar^3 c^3)$$

$$T^4 = c^4 15 \hbar^3 c^3 / (4 G L_m^2 \pi^2 k^4) =$$

$$= 15 \hbar^3 c^7 / (4 G L_m^2 \pi^2 k^4) = (15 / 4\pi^2) (\hbar c / k)^4 L_m^{-2} (c^3 / G \hbar) \quad (34)$$

Because the  $l_{pl} = (G \hbar / c^3)^{1/2}$  – Planck length, consequently  $(c^3 / G \hbar) = l_{pl}^{-2}$

$$T^4 = (15 / 4\pi^2) (\hbar c / k)^4 L_m^{-2} l_{pl}^{-2} \quad (35)$$

$$T = (15/4)^{1/4} \pi^{-1/2} (\hbar c / k) L_m^{-1/2} l_{pl}^{-1/2} =$$

$$T = (15/4)^{1/4} \pi^{-1/2} (\hbar c / k) (L_m \times l_{pl})^{-1/2} - \text{thermal radiation temperature} \quad (36)$$

This temperature is equal to the temperature of zero fluctuations:

$$T = (3/4) \times (\hbar c / k) \times (L_m \times l_m)^{-1/2} \text{ [K]} \quad (39)*$$

where  $l_m$  – minimum wavelength,  $L_m$  – maximum wavelength.

From the equality of the temperature of thermal radiation and the temperature of zero vibrations, we find the minimum wavelength:

$$T = (15/4)^{1/4} \pi^{-1/2} (\hbar c / k) (L_m \times l_{pl})^{-1/2} = (3/4) \times (\hbar c / k) \times (L_m \times l_m)^{-1/2}$$

$$T^2 = (15/4)^{1/2} \pi^{-1} (\hbar c / k)^2 (L_m \times l_{pl})^{-1} = (3/4)^2 \times (\hbar c / k)^2 \times (L_m \times l_m)^{-1} \quad (37)$$

$$l_m = (3/4)^2 \times (4 / 15)^{1/2} \times \pi \times l_{pl} = (27 / 320)^{1/2} \times \pi \times l_{pl} =$$

$$l_m \approx 0,91255 \times l_{pl} - \text{minimum wavelength approximately equal to Planck length} \quad (38)$$

### The mathematical consequence of the equality of the minimum wavelength to Planck length

If  $l_{pl} = l_m$ , then the minimum wavelength and Planck length are reduced in formula (26) for the energy density of thermal radiation:

$$\rho(T) = 16\pi^2 \rho_0 (l_{pl}^2 / l_m^2) \left( \int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{qy-1}} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{qy-1}} \right) = 16\pi^2 \rho_0 \left( \int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{qy-1}} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{qy-1}} \right) \quad (39)$$

This density is 1/4 of the critical density

$$\rho_0 / 4 = \rho(T) = 16\pi^2 \rho_0 \left( \int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{qy-1}} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{qy-1}} \right) \quad (40)$$

Consequently:

$$\int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{qy-1}} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{qy-1}} = 1 / (64 \pi^2) = 1 / (8 \pi)^2 \quad (41)$$

Since  $q = h\nu_g / kT = hc / (kT L_g) = hc / (kT (L_m \times l_m)^{1/2}) = \hbar c / ((2\pi kT) (L_m \times l_m)^{1/2})$

from the formula for zero-point temperature

$$T = (3/4) \times (\hbar c / k) \times (L_m \times l_m)^{-1/2} \text{ [K]} \quad (39)^*$$

$$\text{We find } q = 8\pi / 3 \quad (42)$$

Consequently:

$$\int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{8\pi y/3-1}} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{8\pi y/3-1}} = 1 / (8 \pi)^2 \quad (43)$$

Thus, the proof of the equality of the minimum wavelength to Planck length reduces to the proof of the equality of a certain number and the sum of two definite integrals.

### Bibliography:

[1] Pathria, R. K. (1972). «The Universe as a Black Hole». [Nature. 240 \(5379\): 298—299](#)

[2] S. W. Hawking, «Particle creation by black holes,» [Communications in Mathematical Physics 43, 199 \(1975\)](#)

[3] S. V. Miheev (2006). «Dark energy and dark matter the manifestation zero-point oscillations electromagnetic field» Russia, Moscow, ISBN 5-9710-0074-8. [pdf](#).

[4] S. V. Miheev (2018). «The thermodynamic properties of zero oscillations of a homogeneous universe are specified». [pdf](#). (in this article, after formula (39)\*, my erroneous speculations about the shape factor and the minimum wavelength follow)

### Contacts:

dark\_komod.livejournal.com      MOJ\_HOMEPI\_245@ protonmail.com

## Длина Планка и третья поправка к закону Рэлея — Джинса

Автор: Михеев Сергей Владимирович

### Введение:

Показано, что минимальная длина волны приблизительно равна длине Планка. Для доказательства точного равенства необходимо найти аналитическое решение

определенного интеграла – доказать:  $\int_0^1 \frac{y^3 dy}{e^{8\pi y/3} - 1} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{8\pi y/3} - 1} = 1 / (8\pi)^2$

Вычисления основаны: на ранее полученной зависимости температуры нулевых колебаний от максимальной и минимальной длины волны стоячих колебаний в полости; на ранее рассчитанной доле тепловых колебаний в критической плотности энергии (1/4); и на законе Стефана — Больцмана. Предполагается, что тепловые и нулевые колебания удерживаются в полости собственным гравитационным полем, и при этом квантуется длина волны этих колебаний. Определена критическая частота, выше которой возникают поправки, связанные с квантованием длины волны колебаний. Получены поправки: к закону Рэлея — Джинса, к формуле распределения плотности энергии нулевых колебаний по частотам, к формуле Планка, и к закону Стефана — Больцмана. Показано, что поправки, уменьшающие плотность энергии нулевых колебаний на 120 порядков, практически невозможно обнаружить в лабораторных опытах с тепловым излучением.

Извиняюсь за распространение ложных сведений о том, что минимальная длина волны существенно больше длины Планка. Мои попытки найти решение с помощью подгонки параметров, привели к ошибкам.

### Суть научной проблемы

В конце XIX века возникали трудности в описании спектра излучения горячих тел. В рамках классической статистики Рэлей и Джинс получили закон для спектральной плотности энергии излучения в замкнутой полости.

$$\rho_\nu(T) = kT (8\pi / c^3) \nu^2 d\nu \quad (1)$$

k – постоянная Больцмана

T – температура

c – скорость света

$\nu$  – частота

Согласно закону Рэлея — Джинса спектральная плотность энергии излучения должна была неограниченно расти по мере сокращения длины волны. То есть плотность энергии излучения должна быть бесконечной, что явно не имеет смысла с точки зрения сохранения энергии. Это расхождение со здравым смыслом и экспериментами, получило название «ультрафиолетовая катастрофа».

Первая поправка к закону Рэлея — Джинса была сделана Максом Планком в 1900 году. Согласно поправке Макса Планка, энергия осциллятора может изменяться только на величину пропорциональную частоте осциллятора. Поэтому вероятность возбуждения осциллятора уменьшается по экспоненциальному закону при увеличении частоты и уменьшении температуры. На основе этой гипотезы были получены: формула Планка и



закон Стефана — Больцмана, которые хорошо описывают спектр и плотность энергии теплового излучения.

$$\rho_\nu(T) = \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1} (8\pi / c^3) \nu^2 d\nu - \text{плотность энергии теплового излучения} \quad (2)$$

(формула Планка)

$h$  – постоянная Планка

$\nu$  – частота излучения

Интегрированием формулы Планка по частоте получаем закон Стефана — Больцмана:

$$P(T) = \int_0^\infty \rho_\nu(T) d\nu = \pi^2 k^4 T^4 / (15 \hbar^3 c^3) - \text{плотность энергии теплового излучения} \quad (3)$$

Таким образом была ликвидирована первая ультрафиолетовая катастрофа.

Квантовая теория излучения Макса Планка ликвидировала первую ультрафиолетовую катастрофу, но в процессе своего развития породила вторую ультрафиолетовую катастрофу. Из квантовой теории следует, что любой осциллятор имеет энергию не меньшую половины от произведения своей частоты на постоянного Планка. Это так называемая «нулевая энергия» осциллятора. Поскольку эта энергия не зависит от температуры и увеличивается пропорционально частоте осциллятора, наличие бесконечного спектра снова приводит к бесконечной плотности энергии излучения.

Вторая поправка к закону Рэлея — Джинса была неявно сделана Максом Планком в том же 1900 году. Он указал на существование предельно малой длины – длины Планка и предельно большой частоты – частоты Планка. Таким образом Макс Планк показал, что спектр излучения конечен.

Обрезание спектра на частоте Планка избавляет от бесконечной плотности энергии нулевых колебаний. В результате получается плотность Планка, которая на 120 порядков больше плотности нашей вселенной. Таким образом была ликвидирована ультрафиолетовая катастрофа для нулевых колебаний, и создана проблема космологической постоянной.

За 100 лет большинство физиков смирилось и с этой бесконечностью, и с этим чудовищным расхождением. Они считают эти величины псевдо физическими и рассматривают их как неизменный фон. Часть авторитетных физиков даже не признает существование нулевых колебаний.

Однако, в космологии игнорирование нулевых колебаний недопустимо. Нулевая энергия, как и любая другая энергия, обладает массой. Следовательно, нулевые колебания своим гравитационным полем влияют на эволюцию вселенной.

Плотность энергии нулевых колебаний пропорциональна четвертой степени частоты обрезания. Поэтому для получения реальной плотности вселенной, частоту обрезания надо уменьшить на  $120 / 4 = 30$  порядков. Следовательно, минимальная длина волны должна быть на 30 порядков больше длины Планка. Это примерно одна сотая доля миллиметра. Однако данное ограничение абсурдно, поскольку видимый свет имеет меньшую длину волны.

Таким образом, проблема космологической постоянной, и вопрос о точном значении частоты обрезания (о минимальной длине волны), тесно связаны. Что бы найти ответ на вопрос о минимальной длине волны, надо решить проблему космологической постоянной.

### Третья поправка – следствие квантования длины волны

Для корректного описания плотности энергии нулевых колебаний, необходимо ввести квантование длины волны:

$$\lambda = n_l \times l_m - \text{длина волны} \quad (4)$$

где  $n_l$  – натуральное число,  $l_m$  – минимальная длина волны.

Однако, такое квантование невозможно точно согласовать с классическим описанием стоячих колебаний в полости:

$$\lambda = L_m / n_L - \text{длина волны} \quad (5)$$

где  $n_L$  – натуральное число,  $L_m$  – максимальная длина волны в полости.

Поэтому, из числа колебаний с длиной волны  $\lambda = n_l \times l_m$  отбираются только максимально близкие к  $\lambda = L_m / n_L$ . Такой отбор позволяет получить полный набор колебаний максимально независимых друг от друга. В отличие от классического описания, полная независимость колебаний уже невозможна, поскольку при целых  $n_l$  волновые числа  $n_L = L_m / \lambda = L_m / (n_l \times l_m)$ , не все целые.

Колебания можно разделить на два диапазона:

При  $L_g \leq \lambda \leq L_m$ ,  $1 \leq n_L \leq L_m / L_g$ ,  $\lambda \approx L_m / n_L$  – длинноволновый диапазон

При  $l_m \leq \lambda \leq L_g$ ,  $1 \leq n_l \leq L_g / l_m$ ,  $\lambda = n_l \times l_m$  – коротковолновый диапазон

Где  $L_g = (L_m \times l_m)^{1/2}$  – средняя геометрическая – критическая длина (6)

$L_m / L_g = L_g / L_m$  – максимальное волновое число (7)

Обобщим это одномерное распределение на трехмерное пространство. Рассмотрим полость с зеркальными стенками, имеющую форму куба.

$L_m = 2 \times L$  – максимальная длина волны (8)

$V = L^3 = L_m^3 / 8$  – объем куба (9)

$L_m$  – максимальная длина волны,  $L$  – длина ребра куба

Распределение стоячих колебаний удобно записать через волновое число. При этом в длинноволновом и коротковолновом диапазоне можно использовать одну формулу:

$$dN = (\pi/2) n^2 dn - \text{число стоячих колебаний на единичном интервале волнового числа} \quad (10)$$

Где  $(\pi/2)$  – 1/8 часть площади единичной сферы,  $n = n_L = L_m / \lambda$  или  $n = n_l = \lambda / l_m$

В длинноволновом диапазоне длина волны колебаний  $L_g \leq \lambda \leq L_m$ , частота  $\nu \leq \nu_g$ ,  $\nu = c / \lambda$  – частота,

$\nu_g = c / L_g = c / (L_m l_m)^{1/2}$  – средняя геометрическая – критическая частота (11)

$$dN = (\pi/2) n_L^2 dn_L = (\pi/2) (L_m / \lambda)^2 d(L_m / \lambda) =$$

$$dN = (\pi/2) (L_m / c)^3 \nu^2 d\nu - \text{число стоячих колебаний на единицу частоты} \quad (12)$$

$$\rho_\nu = dN / V = (8 / L_m^3) (\pi/2) (L_m / c)^3 \nu^2 d\nu =$$

$$\rho_\nu = (4\pi / c^3) \nu^2 d\nu - \text{плотность стоячих колебаний для низких частот} \quad (13)$$

В коротковолновом диапазоне  $l_m \leq \lambda \leq L_g$ , частота  $\nu \geq \nu_g$

$$dN = (\pi/2) n_l^2 dn_l = (\pi/2) (\lambda / l_m)^2 d(\lambda / l_m) = (\pi/2) (c / l_m)^3 \nu^{-2} d(\nu^{-1}) =$$

$$dN = (\pi/2) (c / l_m)^3 v^{-4} dv - \text{число стоячих колебаний на единицу частоты} \quad (14)$$

$$\rho_v = dN / V = (8 / L_m^3) (\pi/2) (c / l_m)^3 v^{-4} dv = (4\pi c^3 / (L_m^3 l_m^3)) v^{-4} dv =$$

$$\rho_v = (4\pi / c^3) (c^6 / (L_m^3 l_m^3)) v^{-4} dv =$$

$$\rho_v = (4\pi / c^3) v_g^6 v^{-4} dv - \text{плотность стоячих колебаний для высоких частот} \quad (15)$$

### Поправки к законам излучения

Поскольку при частотах больших критической, плотность стоячих колебаний уменьшается при увеличении частоты, в законы излучения необходимо внести поправки.

При этом следует учитывать:

У нулевых колебаний не определена фаза и поляризация, поэтому число нулевых колебаний равно числу стоячих колебаний.

У теплового электромагнитного излучения есть две фазы и две поляризации, поэтому число степеней свободы теплового излучения в четыре раза больше числа стоячих колебаний. При классическом описании каждая степень свободы имеет энергию  $E = kT/2$ . Каждый осциллятор имеет две степени свободы, поэтому число осцилляторов в два раза меньше числа степеней свободы, то есть в два раза больше числа стоячих колебаний. При классическом описании каждый осциллятор имеет энергию  $E = kT$ .

Закона Рэлея — Джинса ( $E(T) = kT$ ) с поправкой:

$$\rho_v(T) = kT (8\pi / c^3) v^2 dv - \text{плотность энергии теплового излучения при } 0 < v \leq v_g \quad (16)$$

$$\rho_v(T) = kT (8\pi / c^3) v_g^6 v^{-4} dv - \text{плотность энергии теплового излучения при } v_g \leq v < \infty \quad (17)$$

Плотность энергии нулевых колебаний ( $E_0 = h v / 2$ ) с поправкой:

$$\rho_v(E_0) = (2\pi h / c^3) v^3 dv - \text{плотность энергии нулевых колебаний при } 0 < v \leq v_g \quad (18)$$

$$\rho_v(E_0) = (2\pi h / c^3) v_g^6 v^{-3} dv - \text{плотность энергии нулевых колебаний при } v_g \leq v < \infty \quad (19)$$

Формула Планка с поправкой:

$$\rho_v(T) = \frac{hv}{e^{hv/(kT)} - 1} (8\pi / c^3) v^2 dv =$$

$$\rho_v(T) = (8\pi h / c^3) \frac{v^3}{e^{hv/(kT)} - 1} dv - \text{плотность энергии теплового излучения} \quad (20)$$

при  $0 < v \leq v_g$

$$\rho_v(T) = \frac{hv}{e^{hv/(kT)} - 1} (8\pi / c^3) v_g^6 v^{-4} dv =$$

$$\rho_v(T) = (8\pi h / c^3) v_g^6 \frac{v^{-3}}{e^{hv/(kT)} - 1} dv - \text{плотность энергии теплового излучения} \quad (21)$$

при  $v_g \leq v < \infty$

### Закон Стефана — Больцмана с поправкой

Проинтегрируем формулу Планка по частоте с учетом поправки. Плотность энергии близка к нулю при максимальной и при минимальной частоте. Поэтому можно считать минимальную частоту равной нулю, а максимальную частоту равной бесконечности.

$$\rho(T) = \int_0^{v_g} \rho_v(T) + \int_{v_g}^{\infty} \rho_v(T) = (8\pi h / c^3) \left( \int_0^{v_g} \frac{v^3 dv}{e^{hv/(kT)} - 1} + v_g^6 \int_{v_g}^{\infty} \frac{v^{-3} dv}{e^{hv/(kT)} - 1} \right) \quad (22)$$

Сделаем замену:  $v = y \times v_g$

$$\rho(T) = (8\pi h / c^3) (v_g^4 \int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{h\nu_g y / (kT)} - 1} + v_g^4 \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{h\nu_g y / (kT)} - 1}) =$$

$$\rho(T) = (8\pi h / c^3) v_g^4 \left( \int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{qy} - 1} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{qy} - 1} \right) \quad (23)$$

Сделаем замену:  $q = \frac{E_g}{kT} = \frac{h\nu_g}{kT}$  – отношение критической энергии к тепловой энергии осциллятора, где  $E_g = h \times \nu_g$  – критическая энергия

$$\rho(T) = (8\pi h / c^3) v_g^4 \left( \int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{qy} - 1} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{qy} - 1} \right) \quad (24)$$

Сделаем замену:  $h / c^3 = 2\pi \hbar / c^3 = 2\pi l_{pl}^2 / G$ ;  $v_g^4 = c^4 / (L_m^2 l_m^2)$   
где  $l_{pl} = (G \hbar / c^3)^{1/2}$  – длина Планка,  $G$  – гравитационная постоянная

$$\rho(T) = (16\pi^2 c^4 / (G L_m^2)) (l_{pl}^2 / l_m^2) \left( \int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{qy} - 1} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{qy} - 1} \right) \quad (25)$$

Сделаем замену:  $\rho_0 = c^4 / (G L_m^2)$  – критическая плотность энергии,  
где  $L_m = 2\pi \times r_g$  – максимальная длина волны в полости,  $r_g$  – гравитационный радиус

$$\rho(T) = 16\pi^2 \rho_0 (l_{pl}^2 / l_m^2) \left( \int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{qy} - 1} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{qy} - 1} \right) \quad (26)$$

плотность энергии теплового излучения (26)

## Проблема обнаружения последствий третьей поправки

Третья поправка к закону Рэлея — Джинса, приводит к необходимости изменения формулу Планка и закона Стефана — Больцмана. Однако, поправки вносятся только для колебаний с длиной волны меньшей средней геометрической от длины Планка и размера полости. Для полости, в которой максимальная длина волны равна одному метру, поправку необходимо вносить для очень жестких гамма-квантов, имеющих длину волны менее  $4 \times 10^{-18}$  метра.

Даже если размер полости увеличить до миллиарда километров, то обрезание будет начинаться с рентгеновского излучения с длиной волны менее  $10^{-11}$  метра. Это излучение невозможно удержать в полости до момента возникновения термодинамического равновесия. Следовательно, технически невозможно измерить в лаборатории влияние поправки на спектр теплового излучения.

В полости – вселенной, средняя геометрическая длина равна примерно одной десятой доли миллиметра. Из-за поправки к закону Стефана — Больцмана плотность энергии фонового излучения уменьшается не более чем на 17 %. В реальности это отклонение существенно меньше. Непонятно как обнаружить этот дефект на фоне темной энергии. Кто-нибудь создаст прибор, в котором возбуждаются две волны, длина которых отличается на величину меньшую длины Планка? Флаг ему в руки!

## Ужасные последствия третьей поправки

У физиков-теоретиков появляется новая возможность для устранения ультрафиолетовой расходимости, но при этом ломается привычный математический аппарат. При разложении в ряд Фурье находятся моды колебаний, имеющие целое волновое число, которое обратно длине волны. Поэтому квантование длины волны (кратность длины минимальному значению) несовместимо с разложением в ряд Фурье. Это разложение

может быть полезно только для получения приблизительного решения в области низких частот. Квантование длины волны приводит к квантованию направления распространения волны в пространстве. Поэтому нельзя изменить на бесконечно малую величину и длину волны, и направление ее распространения, даже если считать размер полости бесконечным. При умножении двух колебаний, то есть при нелинейном преобразовании, получаются новые колебания, которые не могут существовать в исходном пространстве. Следовательно, нелинейные взаимодействия связаны с увеличением числа состояний – числа осцилляторов. Это означает качественное изменение пространства – топологии, необратимое увеличение энтропии, и уменьшение температуры. Таким образом, уже на самом фундаментальном уровне возникают выделенные размеры и выделенные направления, а уравнения квантовой механики становятся необратимыми во времени. Это не ужас. Это ужас, ужас, ужас!

### Критическая плотность энергии

$$r_g = 2 m G / c^2 - \text{радиус кривизны черной дыры (формула Шварцшильда)} \quad (27)$$

$$E = m \times c^2 = r_g \times c^4 / (2 G) - \text{энергия черной дыры} \quad (28)$$

Где  $c$  – скорость света,  $G$  – гравитационная постоянная Ньютона

$$V = S^3 = 2 \pi^2 \times r_g^3 - \text{объем трехмерной поверхности четырехмерного шара} \quad (29)$$

$$\rho_0 = E / V = r_g \times c^4 / ((2 G) \times (2 \pi^2 \times r_g^3)) = c^4 / (G 4 \pi^2 r_g^2) =$$

$$\rho_0 = c^4 / (G L_m^2) - \text{критическая плотность энергии} \quad (30)$$

$$\text{Где } L_m = 2 \pi \times r_g - \text{максимальная длина волны в полости} \quad (31)$$

### Расчет минимальной длины волны по закону Стефана-Больцмана без поправки

Закон Стефана-Больцмана без поправки:

$$\rho(T) = T^4 \times \pi^2 k^4 / (15 \hbar^3 c^3) - \text{плотность энергии теплового излучения} \quad (32)$$

$T$  – температура

$k$  – постоянная Больцмана

$\hbar$  – редуцированная постоянная Планка

$c$  – скорость света

Эта плотность энергии равна 1/4 (25 %) критической плотности энергии:

$$1/4 \times \rho_0 = c^4 / (4 G L_m^2) - 1/4 \text{ критической плотности энергии} \quad (33)$$

Из равенства  $1/4 \times \rho_0 = \rho_T$  находим температуру теплового излучения:

$$c^4 / (4 G L_m^2) = T^4 \times \pi^2 k^4 / (15 \hbar^3 c^3)$$

$$T^4 = c^4 15 \hbar^3 c^3 / (4 G L_m^2 \pi^2 k^4) =$$

$$= 15 \hbar^3 c^7 / (4 G L_m^2 \pi^2 k^4) = (15 / 4 \pi^2) (\hbar c / k)^4 L_m^{-2} (c^3 / G \hbar) \quad (34)$$

Поскольку  $l_{pl} = (G \hbar / c^3)^{1/2}$  – длина Планка, следовательно  $(c^3 / G \hbar) = l_{pl}^{-2}$

$$T^4 = (15 / 4 \pi^2) (\hbar c / k)^4 L_m^{-2} l_{pl}^{-2} \quad (35)$$

$$T = (15/4)^{1/4} \pi^{-1/2} (\hbar c / k) L_m^{-1/2} l_{pl}^{-1/2} =$$

$$T = (15/4)^{1/4} \pi^{-1/2} (\hbar c / k) (L_m \times l_{pl})^{-1/2} - \text{температура теплового излучения} \quad (36)$$

Эта температура равна температуре нулевых колебаний:

$$T = (3/4) \times (\hbar c / k) \times (L_m \times l_m)^{-1/2} \text{ [K]} \quad (39)^*$$

где  $l_m$  – минимальная длина волны,  $L_m$  – максимальная длина волны.

Из равенства температуры теплового излучения и температуры нулевых колебаний, находим минимальную длину волны:

$$T = (15/4)^{1/4} \pi^{-1/2} (\hbar c / k) (L_m \times l_{pl})^{-1/2} = (3/4) \times (\hbar c / k) \times (L_m \times l_m)^{-1/2}$$

$$T^2 = (15/4)^{1/2} \pi^{-1} (\hbar c / k)^2 (L_m \times l_{pl})^{-1} = (3/4)^2 \times (\hbar c / k)^2 \times (L_m \times l_m)^{-1} \quad (37)$$

$$l_m = (3/4)^2 \times (4 / 15)^{1/2} \times \pi \times l_{pl} = (27 / 320)^{1/2} \times \pi \times l_{pl} =$$

$$l_m \approx 0,91255 \times l_{pl} - \text{минимальная длина волны приблизительно равна длине Планка} \quad (38)$$

## Математическое следствие равенства минимальной длины волны и длины Планка

Если  $l_{pl} = l_m$ , то минимальная длина волны и длина Планка сокращаются в формуле (26) для плотности энергии теплового излучения:

$$\rho(T) = 16\pi^2 \rho_0 (l_{pl}^2 / l_m^2) \left( \int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{qy} - 1} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{qy} - 1} \right) = 16\pi^2 \rho_0 \left( \int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{qy} - 1} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{qy} - 1} \right) \quad (39)$$

Эта плотность равна 1/4 критической плотности

$$\rho_0 / 4 = \rho(T) = 16\pi^2 \rho_0 \left( \int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{qy} - 1} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{qy} - 1} \right) \quad (40)$$

следовательно

$$\int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{qy} - 1} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{qy} - 1} = 1 / (64 \pi^2) = 1 / (8 \pi)^2 \quad (41)$$

Поскольку  $q = hv_g / kT = hc / (kT L_g) = hc / (kT (L_m \times l_m)^{1/2}) = \hbar c / ((2\pi kT) (L_m \times l_m)^{1/2})$

из формулы для температуры нулевых колебаний

$$T = (3/4) \times (\hbar c / k) \times (L_m \times l_m)^{-1/2} \text{ [K]} \quad (39)^*$$

$$\text{Находим } q = 8\pi / 3 \quad (42)$$

следовательно:

$$\int_1^0 \frac{y^3 dy}{e^{8\pi y/3} - 1} + \int_1^\infty \frac{y^{-3} dy}{e^{8\pi y/3} - 1} = 1 / (8 \pi)^2 \quad (43)$$

Таким образом, доказательство равенства минимальной длины волны длине Планка, сводится к доказательству равенства определенному числу суммы двух определенных интегралов.

## Список литературы:

- [1] Pathria, R. K. (1972). «The Universe as a Black Hole». [Nature. 240 \(5379\): 298–299](#)
- [2] S. W. Hawking, “Particle creation by black holes,” [Communications in Mathematical Physics 43, 199 \(1975\)](#)
- [3] С. В. Михеев (2006). «Темная энергия и темная материя – проявление нулевых колебаний электромагнитного поля» Россия, Москва, ISBN 5-9710-0074-8. [pdf](#).
- [4] S. V. Miheev (2018). «Определены термодинамические свойства нулевых колебаний однородной вселенной». [pdf](#). (в этой статье, после формулы (39)\* следуют мои ошибочные домыслы о коэффициенте формы и о минимальной длине волны)

## Контакты:

dark\_komod.livejournal.com      MOJ\_HOMEP\_245@protonmail.com