

# Wyprowadzenie liczących dynamik Szczególnej Teorii Względności dla trzech wymiarów przestrzennych

Roman Szostek

Politechnika Rzeszowska, Katedra Metod Ilościowych, Rzeszów, Polska  
rszostek@prz.edu.pl

## Streszczenie:

W artykule przedstawiono wyprowadzenie liczących dynamik dla kinematyki Szczególnej Teorii Względności dla trzech wymiarów przestrzennych. Jest to kontynuacja artykułu, w którym wyprowadzone zostały liczące dynamiki STW dla jednego wymiaru. Pokazane zostało, że z każdej dynamiki jednowymiarowej jednoznacznie wynika dynamika trójwymiarowa.

Przedstawiona została dyskusja na temat paradoksu dźwigni kątowej oraz paradoksu nierównoległości wektorów. Wyjaśnienie paradoksów w ramach różnych dynamik może być metodą ich teoretycznego badania oraz oceny.

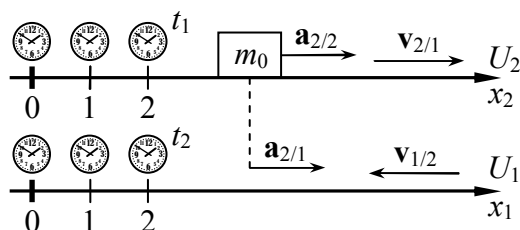
**Słowa kluczowe:** dynamika ciał, równanie ruchu, pęd, energia kinetyczna, paradoks dźwigni kątowej, Szczególna Teoria Względności

## 1. Wprowadzenie

W artykule [6] została przedstawiona oryginalna metoda pozwalająca na wyprowadzanie liczących dynamik dla kinematyki STW dla jednego wymiaru przestrzennego. Przedstawionych zostało pięć przykładów konkretnych dynamik. Ten artykuł jest kontynuacją tamtych badań i prezentuje metodę rozszerzania dowolnej dynamiki dla jednego wymiaru przestrzennego na trzy wymiary przestrzenne. Dla każdego z pięciu przykładów jednowymiarowej dynamiki STW wyprowadzonej w artykule [6] zostały wyprowadzone dynamiki trójwymiarowe (transformacja siły prostopadłej oraz równania ruchu dla siły prostopadłej).

## 2. Wybrane własności kinematyki STW

Przyjmujemy oznaczenia pokazane na rysunku 1.



Rys. 1. Względny ruch układów inercjalnych  $U_1$  oraz  $U_2$  ( $|v_{2/1}| = |v_{1/2}|$ ) oraz przyśpieszenie ciała  $m_0$  widziana z tych układów.

Układ inercjalny  $U_2$  porusza się względem układu inercjalnego  $U_1$  z prędkością  $\mathbf{v}_{2/1}$ . Układ inercjalny  $U_1$  porusza się względem układu inercjalnego  $U_2$  z prędkością  $\mathbf{v}_{1/2}$ . W STW zachodzi, że  $|\mathbf{v}_{2/1}| = |\mathbf{v}_{1/2}|$ . Ciało o masie spoczynkowej  $m_0$  spoczywa chwilowo w układzie  $U_2$ . Ciało to wykonuje przyspieszenie. W układzie  $U_2$ , w którym ciało chwilowo spoczywało, przyspieszenie ma wartość  $\mathbf{a}_{2/2}$ . Przyspieszenie względem układu  $U_1$  ma wartość  $\mathbf{a}_{2/1}$ . Indeks  $i/j$  będzie oznaczał, że chodzi o ciało spoczywające w układzie  $i$  oraz obserwowane z układu  $j$ .

W kinematyce STW z transformacji Lorentza wynikają następujące wzory [3]:

- transformacja wymiarów równoległych do prędkości  $\mathbf{v}_{2/1}$  (skrócenie Lorentza-FitzGerala)

$$\mathbf{L}_{2/2}^{\parallel} = \gamma \mathbf{L}_{2/1}^{\parallel} \quad (1)$$

- transformacja wymiarów prostopadłych do prędkości  $\mathbf{v}_{2/1}$

$$\mathbf{L}_{2/2}^{\perp} = \mathbf{L}_{2/1}^{\perp} \quad (2)$$

- transformacja przyspieszenia równoległego do prędkości  $\mathbf{v}_{2/1}$

$$\mathbf{a}_{2/2}^{\parallel} = \gamma^3 \mathbf{a}_{2/1}^{\parallel} \quad (3)$$

- transformacja przyspieszenia prostopadłego do prędkości  $\mathbf{v}_{2/1}$

$$\mathbf{a}_{2/2}^{\perp} = \gamma^2 \mathbf{a}_{2/1}^{\perp} \quad (4)$$

Symbol  $\parallel$  oznacza składową równoległą do prędkości  $\mathbf{v}_{2/1}$ , natomiast symbol  $\perp$  oznacza składową prostopadłą do prędkości  $\mathbf{v}_{2/1}$ , gdzie  $\mathbf{v}_{2/1}$  jest prędkością ciała względem obserwatora.

### 3. Dynamiki jednowymiarowe dla STW

Dynamiki STW dla jednego wymiaru przestrzennego zostały wyprowadzone w artykule [6]. Zgodnie z przyjętymi tam oznaczeniami dla dynamik STW obowiązują następujące wzory:

- równanie ruchu w układzie własnym ciała  $U_2$  (II zasada dynamiki Newtona)

$$\mathbf{F}_{2/2}^{\parallel} := m_0 \mathbf{a}_{2/2}^{\parallel} \quad \wedge \quad \mathbf{F}_{2/2}^{\perp} := m_0 \mathbf{a}_{2/2}^{\perp} \quad (5)$$

- równanie ruchu ciała spoczywającego chwilowo w układzie  $U_2$  dla obserwatora z układu  $U_1$  (wzory te przedstawiają uogólnioną II zasadą dynamiki Newtona)

$$\mathbf{F}_{2/1}^{\parallel} := m_0 f^{\parallel}(v_{2/1}) \mathbf{a}_{2/1}^{\parallel} \quad \wedge \quad \mathbf{F}_{2/1}^{\perp} := m_0 f^{\perp}(v_{2/1}) \mathbf{a}_{2/1}^{\perp} \quad (6)$$

- definicja pędu

$$d\mathbf{p}_{2/1} := \mathbf{F}_{2/1} dt_1 = m_0 f^{\parallel}(v_{2/1}) \mathbf{a}_{2/1} dt_1 = m_0 f^{\parallel}(v_{2/1}) \frac{d\mathbf{v}_{2/1}}{dt_1} dt_1 = m_0 f^{\parallel}(v_{2/1}) d\mathbf{v}_{2/1} \quad (7)$$

W dynamice Newtona  $f^{\parallel}(v_{2/1}) = f^{\perp}(v_{2/1}) = 1$ , natomiast w dynamice STW Einsteina  $f^{\parallel}(v_{2/1}) = \gamma^3, f^{\perp}(v_{2/1}) = \gamma$ .

Dynamiki wyprowadzone w artykule [6] zostały sparametryzowane parametrem  $x \in R$ . W pięciu dynamikach wyprowadzonych w tamtym artykule obowiązują następujące wzory na pęd oraz energię kinetyczną:

- Dynamika  $\{x\} = \{0\}$ , w której dla każdego obserwatora  $F^{\parallel}/a_{2/1} = m_0 f^{\parallel}(v_{2/1}) = m_0 = \text{constans}$ :

$$\mathbf{p}_{2/1}^{\{0\}} = \mathbf{p}_{2/1}^m = m_0 \mathbf{v}_{2/1} \quad (8)$$

- Dynamika  $\{x\} = \{1/2\}$ , w której dla każdego obserwatora  $F^{\parallel}/dv_{2/1} = m_0 f^{\parallel}(v_{2/1})/\Delta t = \text{constans}$ :

$$\mathbf{p}_{2/1}^{\{1/2\}} = \mathbf{p}_{2/1}^{m/\Delta t} = m_0 \mathbf{c} \arcsin \frac{v_{2/1}}{c} = m_0 \mathbf{v}_{2/1} \frac{\arcsin(v_{2/1}/c)}{v_{2/1}/c} \quad (9)$$

- Dynamika  $\{x\} = \{1\}$ , w której dla każdego obserwatora  $\Delta p = \text{constans}$ :

$$\mathbf{p}_{2/1}^{\{1\}} = \mathbf{p}_{2/1}^{\Delta p} = \frac{m_0 \mathbf{c}}{2} \ln \left( \frac{c + v_{2/1}}{c - v_{2/1}} \right) = m_0 \mathbf{v}_{2/1} \ln \left( \frac{c + v_{2/1}}{c - v_{2/1}} \right)^{\frac{c}{2v_{2/1}}} \quad (10)$$

- Dynamika  $\{x\} = \{3/2\}$ , dynamika Einsteina, w której dla każdego obserwatora  $F^{\parallel} = \text{constans}$ :

$$\mathbf{p}_{2/1}^{\{3/2\}} = \mathbf{p}_{2/1}^F = m_0 \mathbf{v}_{2/1} \frac{1}{\sqrt{1 - (v_{2/1}/c)^2}} \quad (11)$$

- Dynamika  $\{x\} = \{2\}$ , w której dla każdego obserwatora  $F^{\parallel}/\Delta t = \text{constans}$ :

$$\mathbf{p}_{2/1}^{\{2\}} = \mathbf{p}_{2/1}^{F/\Delta t} = m_0 \mathbf{v}_{2/1} \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{1 - (v_{2/1}/c)^2} + \ln \left( \frac{c + v_{2/1}}{c - v_{2/1}} \right)^{\frac{c}{2v_{2/1}}} \right] \quad (12)$$

Transformacja siły dla składowej równoległej do prędkości  $v_{2/1}$  ma w dynamice  $\{x\}$  postać [6]:

$$\mathbf{F}_{2/1}^{\{x\}} = \gamma^{2x-3} \mathbf{F}_{2/2}^{\parallel} \quad (13)$$

Równanie ruchu (6) dla składowej równoległej do prędkości  $v_{2/1}$  ma w dynamice  $\{x\}$  postać [6]:

$$\mathbf{F}_{2/1}^{\{x\}} = m_0 \gamma^{2x} \mathbf{a}_{2/1}^{\parallel} \quad (14)$$

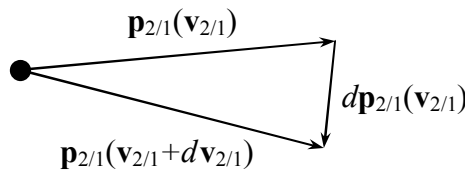
#### 4. Wyprowadzenie dynamik trójwymiarowych dla STW

W przypadku każdej dynamiki wzór na pęd w dynamice  $\{x\}$ , np. (8), (9), (10), (11) lub (12), ma postać

$$\mathbf{p}_{2/1}^{\{x\}}(\mathbf{v}_{2/1}) = m_0 \mathbf{v}_{2/1} g^{\{x\}}(v_{2/1}) \quad (15)$$

gdzie  $g^{\{x\}}(v_{2/1})$  jest funkcją bezwymiarową.

Jeżeli zmienia się wektor prędkości ciała, wtedy zmienia się wektor pędu tego ciała. Zostało to przedstawione na rysunku 2.



Rys. 2. Zmiana pędu ciała spoczywającego chwilowo w układzie  $U_2$  widziana przez obserwatora z układu  $U_1$ .

Na podstawie definicji pędu (7) oraz (15) otrzymujemy

$$\mathbf{F}_{2/1}^{\{x\}} = \frac{d\mathbf{p}_{2/1}^{\{x\}}(\mathbf{v}_{2/1})}{dt_1} = \frac{d(m_0 \mathbf{v}_{2/1} g^{\{x\}}(v_{2/1}))}{dt_1} = m_0 \left[ \frac{dv_{2/1}}{dt_1} g^{\{x\}}(v_{2/1}) + \mathbf{v}_{2/1} \frac{d(g^{\{x\}}(v_{2/1}))}{dt_1} \right] \quad (16)$$

$$\mathbf{F}_{2/1}^{\{x\}} = m_0 \left[ (\mathbf{a}_{2/1}^{\parallel} + \mathbf{a}_{2/1}^{\perp}) \mathbf{g}^{\{x\}}(v_{2/1}) + \mathbf{v}_{2/1} \frac{d(\mathbf{g}^{\{x\}}(v_{2/1}))}{dv_{2/1}} \frac{dv_{2/1}}{dt_1} \right] \quad (17)$$

$$\mathbf{F}_{2/1}^{\{x\}} = m_0 \mathbf{g}^{\{x\}}(v_{2/1}) \mathbf{a}_{2/1}^{\perp} + m_0 \left[ \mathbf{g}^{\{x\}}(v_{2/1}) \mathbf{a}_{2/1}^{\parallel} + \frac{d(\mathbf{g}^{\{x\}}(v_{2/1}))}{dv_{2/1}} \frac{dv_{2/1}}{dt_1} \mathbf{v}_{2/1} \right] \quad (18)$$

Ponieważ

$$\mathbf{v}_{2/1} \parallel \mathbf{a}_{2/1}^{\parallel} \quad (19)$$

dlatego z (18) wynika, że

$$\mathbf{F}_{2/1}^{\perp\{x\}} = m_0 \mathbf{g}^{\{x\}}(v_{2/1}) \mathbf{a}_{2/1}^{\perp} \quad (20)$$

$$\mathbf{F}_{2/1}^{\parallel\{x\}} = m_0 \left[ \mathbf{g}^{\{x\}}(v_{2/1}) \mathbf{a}_{2/1}^{\parallel} + \frac{d(\mathbf{g}^{\{x\}}(v_{2/1}))}{dv_{2/1}} \frac{dv_{2/1}}{dt_1} \mathbf{v}_{2/1} \right] \quad (21)$$

Wzór (20) można wywnioskować bezpośrednio z (16), jeżeli zauważy się, że siła działająca na ciało prostopadle do jego prędkości  $\mathbf{v}_{2/1}$  nie zmienia wartości prędkości  $\mathbf{v}_{2/1}$  tylko jej kierunek. W takim przypadku  $\mathbf{g}^{\{x\}}(v_{2/1}) = \text{constans}$ . Na tej podstawie od razu otrzymuje się (20).

Wzór (20) jest równaniem ruchu dla siły prostopadłej do prędkości ciała  $\mathbf{v}_{2/1}$ . Dla pięciu dynamik wyprowadzonych w artykule [6] jawne postacie równań ruchu są na podstawie (8), (9), (10), (11) oraz (12) następujące:

- Dynamika  $\{x\} = \{0\}$

$$\mathbf{F}_{2/1}^{\perp\{0\}} = \mathbf{F}_{2/1}^{\perp m} = m_0 \mathbf{a}_{2/1}^{\perp} \quad (22)$$

- Dynamika  $\{x\} = \{1/2\}$

$$\mathbf{F}_{2/1}^{\perp\{1/2\}} = \mathbf{F}_{2/1}^{\perp m/\Delta t} = m_0 \frac{\arcsin(v_{2/1}/c)}{v_{2/1}/c} \mathbf{a}_{2/1}^{\perp} \quad (23)$$

- Dynamika  $\{x\} = \{1\}$

$$\mathbf{F}_{2/1}^{\perp\{1\}} = \mathbf{F}_{2/1}^{\perp \Delta p} = m_0 \ln \left( \frac{c + v_{2/1}}{c - v_{2/1}} \right)^{\frac{c}{2v_{2/1}}} \mathbf{a}_{2/1}^{\perp} \quad (24)$$

- Dynamika  $\{x\} = \{3/2\}$ , dynamika Einsteina

$$\mathbf{F}_{2/1}^{\perp\{3/2\}} = \mathbf{F}_{2/1}^{\perp F} = m_0 \frac{1}{\sqrt{1 - (v_{2/1}/c)^2}} \mathbf{a}_{2/1}^{\perp} \quad (25)$$

- Dynamika  $\{x\} = \{2\}$

$$\mathbf{F}_{2/1}^{\perp\{2\}} = \mathbf{F}_{2/1}^{\perp F/\Delta t} = m_0 \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{1 - (v_{2/1}/c)^2} + \ln \left( \frac{c + v_{2/1}}{c - v_{2/1}} \right)^{\frac{c}{2v_{2/1}}} \right] \mathbf{a}_{2/1}^{\perp} \quad (26)$$

Wyznamy teraz transformację siły prostopadłej do prędkości  $\mathbf{v}_{2/1}$ . Do równań ruchu (5) podstawiamy (3) oraz (4). Otrzymujemy wtedy

$$\mathbf{F}_{2/2}^{\parallel} = m_0 \gamma^3 \mathbf{a}_{2/1}^{\parallel} \quad \wedge \quad \mathbf{F}_{2/2}^{\perp} = m_0 \gamma^2 \mathbf{a}_{2/1}^{\perp} \quad (27)$$

Jeżeli równanie ruchu (14) podzielimy stronami przez pierwsze równanie (27) wtedy otrzymujemy dla dynamiki  $\{x\}$  znaną już transformację siły (13) dla składowej równoległej. Jeżeli równanie ruchu (20) podzielimy stronami przez drugie równanie (27) wtedy otrzymujemy dla dynamiki  $\{x\}$  transformację siły dla składowej prostopadłej w postaci

$$\mathbf{F}_{2/1}^{\perp\{x\}} = \frac{\mathbf{g}^{\{x\}}(v_{2/1})}{\gamma^2} \mathbf{F}_{2/2}^{\perp} \quad (28)$$

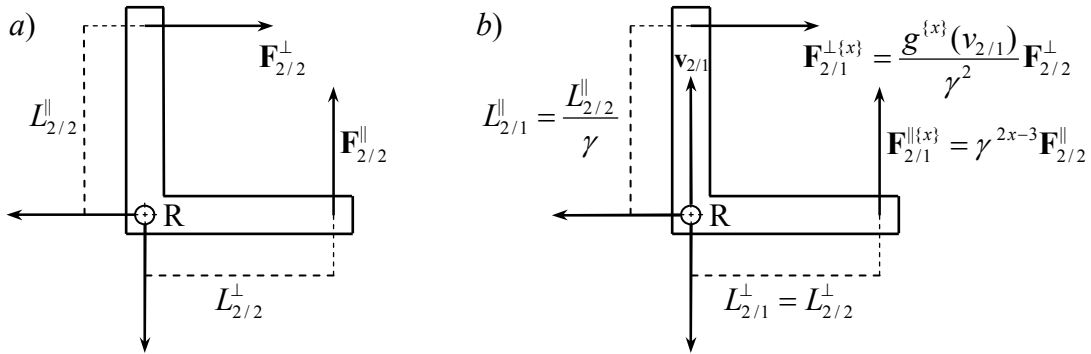
Z obliczeń przedstawionych w tym rozdziale wynika, że dynamika dla trzech wymiarów przestrzennych wynika jednoznacznie z dynamiki dla jednego wymiaru przestrzennego.

## 5. Paradoksy dynamik STW

Wyjaśnienie różnych paradoksów występujących w dynamikach STW może być metodą teoretycznego badania oraz oceny tych dynamik. Poniżej zostaną przedstawione dwa paradoksy, ale nie zostaną wyjaśnione. Ich wyjaśnienie może być tematem kolejnego artykułu.

### 5.1. Paradoks dźwigni kątowej

W artykułach [1], [2], [4] oraz [5] został przedstawiony paradoks dźwigni kątowej, rysunek 3. Dźwignia jest przymocowana do podłoża w punkcie R za pomocą obrotowej podpory.



Rys. 3. Paradoks dźwigni kątowej.

a) dźwignia widziana z układu własnego  $U_2$ , b) dźwignia widziana z ruchomego układu inercjalnego  $U_1$ .

Dla obserwatora z układu  $U_2$  (układ spoczynkowy) obydwa ramiona dźwigni mają identyczną długość, czyli

$$L_{2/2}^{\parallel} = L_{2/2}^{\perp} \quad (29)$$

Na dźwignię działają dwie siły przyłożone do końców ramion w kierunkach prostopadłych do tych ramion oraz dwie siły reakcji przyłożone w punkcie podparcia R. W układzie  $U_2$  dźwignia znajduje się w stanie równowagi, czyli suma momentów sił ma wartość 0. Czyli

$$\mathbf{L}_{2/2}^{\parallel} \mathbf{F}_{2/2}^{\perp} = \mathbf{L}_{2/2}^{\perp} \mathbf{F}_{2/2}^{\parallel} \quad \stackrel{L_{2/2}^{\parallel} = L_{2/2}^{\perp}}{\Rightarrow} \quad F_{2/2}^{\parallel} = F_{2/2}^{\perp} \quad (30)$$

Dla obserwatora z układu inercjalnego  $U_1$  dźwignia porusza się prostoliniowo ze stałą prędkością  $v_{2/1}$  równoległe do jednego ramienia. Zgodnie z transformacjami wymiarów (1), (2) oraz transformacjami sił (13), (28), dla obserwatora z układu  $U_1$ , na dźwignię działają dwa momenty sił:

$$\mathbf{L}_{2/1}^{\parallel} \mathbf{F}_{2/1}^{\perp\{x\}} = \frac{\mathbf{g}^{\{x\}}(v_{2/1})}{\gamma^3} \mathbf{L}_{2/2}^{\parallel} \mathbf{F}_{2/2}^{\perp} \quad (31)$$

$$\mathbf{L}_{2/1}^\perp \mathbf{F}_{2/1}^{\{x\}} = \gamma^{2x-3} \mathbf{L}_{2/2}^\perp \mathbf{F}_{2/2}^{\parallel} \quad (32)$$

Momenty sił (31) oraz (32) są sobie równe tylko w takich dynamikach  $\{x\}$ , w których ze względu na (29) oraz (30) zachodzi równość

$$\frac{\mathbf{g}^{\{x\}}(v_{2/1})}{\gamma^3} = \gamma^{2x-3} \Leftrightarrow \mathbf{g}^{\{x\}}(v_{2/1}) = \gamma^{2x} \quad (33)$$

Z artykułu [6] (wzór (126)) oraz z (15) wynika, że

$$\mathbf{g}^{\{x\}}(v_{2/1}) = \frac{1}{v_{2/1}} \int_0^{v_{2/1}} \gamma^{2x} dv_{2/1} \quad (34)$$

Na tej podstawie warunek (33) przyjmuje postać

$$\frac{1}{v_{2/1}} \int_0^{v_{2/1}} \gamma^{2x} dv_{2/1} = \gamma^{2x} \quad (35)$$

$$\int_0^{v_{2/1}} \gamma^{2x} dv_{2/1} = v_{2/1} \gamma^{2x} \quad (36)$$

Po zróżniczkowaniu stronami po prędkości  $v_{2/1}$  otrzymujemy

$$\gamma^{2x} = \frac{dv_{2/1}}{dv_{2/1}} \gamma^{2x} + v_{2/1} \frac{d\gamma^{2x}}{dv_{2/1}} \quad (37)$$

$$0 = v_{2/1} \frac{d\gamma^{2x}}{dv_{2/1}} \quad (38)$$

Równość musi być prawdziwa dla każdej prędkości  $v_{2/1}$ . To jest możliwe tylko wtedy, gdy

$$\gamma^{2x} = \text{constans}(v_{2/1}) \Rightarrow x = 0 \quad (39)$$

Wynika z tego, że tylko dla jednej dynamiki  $\{x\} = \{0\}$  dla obserwatora z ruchomego układu inercjalnego  $U_1$  momenty sił działających na dźwignię równoważą się. Czyli tylko w tej jednej dynamice paradoks dźwigni kątowej nie występuje. Dla wszystkich innych dynamik, także dla dynamiki Einsteina, momenty sił w układzie ruchomego obserwatora nie równoważą się. Dlatego mogłoby się wydawać, że według ruchomego obserwatora dźwignia powinna się obracać. Paradoks dźwigni kątowej polega na tym, że jeżeli w układzie spoczynkowym dźwignia się nie obraca, to nie obraca się dla obserwatora z każdego innego inercjalnego układu odniesienia. Paradoks dźwigni kątowej w dynamice Einsteina, a także innych dynamikach  $\{x\} \neq \{0\}$ , można wyjaśnić jeżeli zauważy się, że w tych dynamikach dla ruchomego obserwatora momenty sił (31) oraz (32) nie muszą być równe, aby ciało znajdowało się w równowadze statycznej.

## 5.2. Paradoks nierównoległości wektorów

W dynamikach  $\{x\} \neq \{0\}$  wektor przyspieszenia może nie być równoległy do wektora siły powodującego to przyspieszenie. Wtedy ciało przyspiesza w nieco innym kierunku niż kierunek działania siły. Zostało to pokazane na rysunku 4. W układzie inercjalnym  $U_2$ , w którym ciało chwilowo spoczywa, siła  $\mathbf{F}_{2/2}$  oraz przyspieszenie  $\mathbf{a}_{2/2}$  są do siebie równoległe. Tak musi być we własnym układzie ciała ponieważ STW powinna spełniać zasadę korespondencji w stosunku do mechaniki Newtona. Ale dla obserwatora z układu inercjalnego  $U_1$  siła  $\mathbf{F}_{2/1}$  oraz przyspieszenie  $\mathbf{a}_{2/1}$  nie są do siebie równoległe.

Można to wykazać w następujący sposób. Ponieważ we własnym układzie ciała siła  $\mathbf{F}_{2/2}$  oraz przyspieszenie  $\mathbf{a}_{2/2}$  są do siebie równoległe, dlatego zachodzi

$$\frac{F_{2/2}^{\perp}}{F_{2/2}^{\parallel}} = \frac{a_{2/2}^{\perp}}{a_{2/2}^{\parallel}} \quad (40)$$

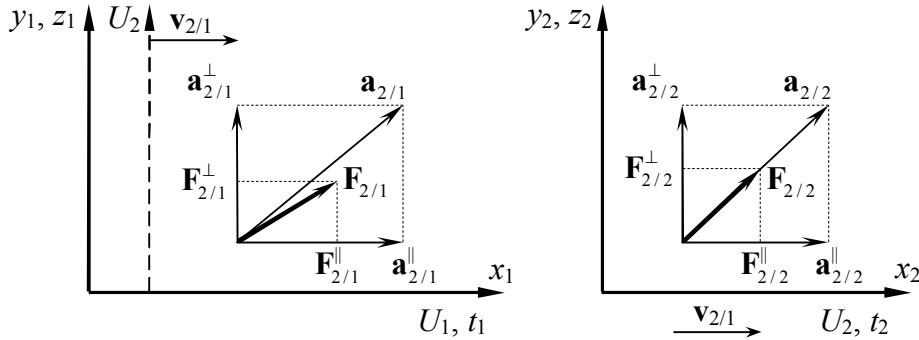
Na podstawie transformacji sił (13), (28) oraz transformacji przyspieszeń (3)-(4) otrzymujemy (przy założeniu, że wektor  $\mathbf{F}_{2/2}$  nie jest prostopadły do prędkości  $\mathbf{v}_{2/1}$ )

$$\operatorname{tg} \alpha_F = \frac{F_{2/1}^{\perp}}{F_{2/1}^{\parallel}} = \frac{g^{\{x\}}(v_{2/1}) F_{2/2}^{\perp}}{\gamma^{2x-1} F_{2/2}^{\parallel}} \quad \wedge \quad \operatorname{tg} \alpha_a = \frac{a_{2/1}^{\perp}}{a_{2/1}^{\parallel}} = \frac{a_{2/2}^{\perp} / \gamma^2}{a_{2/2}^{\parallel} / \gamma^3} = \gamma \frac{a_{2/2}^{\perp}}{a_{2/2}^{\parallel}} \quad (41)$$

Kąty nachylenia siły oraz przyspieszenia będą takie same w ruchomym układzie inercyjnym  $U_1$ , tylko w dynamikach  $\{x\}$ , które spełniają warunek

$$\frac{g^{\{x\}}(v_{2/1})}{\gamma^{2x-1}} = \gamma \quad \Rightarrow \quad g^{\{x\}}(v_{2/1}) = \gamma^{2x} \quad (42)$$

Obliczenia (33)-(39) wykazały, że taką dynamiką jest jedynie dynamika  $\{x\} = \{0\}$ .



Rys. 4. W dynamikach  $\{x\} \neq \{0\}$  wektor przyspieszenia może mieć inny kierunek niż siła.  
Ilustracja dotyczy dynamik  $\{x\} > \{0\}$ .

Należy pamiętać o tym, że wektory sił  $\mathbf{F}_{2/1}$  oraz  $\mathbf{F}_{2/2}$  reprezentują tę samą siłę, tylko mierzoną z różnych układów odniesienia. Tak samo wektory przyspieszeń  $\mathbf{a}_{2/1}$  oraz  $\mathbf{a}_{2/2}$  reprezentują to samo przyspieszenie, tylko mierzone z różnych układów odniesienia. Dla obserwatora z układu  $U_2$  wektory przyspieszenia oraz siły są równoległe. Pomimo tego, w dynamikach  $\{x\} \neq \{0\}$  dla ruchomego obserwatora wektory te nie są równoległe. Dla ruchomego obserwatora jedna prosta (kierunek w przestrzeni) rozdziela się na dwie różne proste (dwa kierunki w przestrzeni). Wydaje się, że jest to niemożliwe i w dynamikach  $\{x\} \neq \{0\}$  wymaga specjalnego wyjaśnienia.

## 6. Podsumowanie

W artykule pokazane zostało, że z każdej dynamiki STW dla jednego wymiaru przestrzennego jednoznacznie wynika dynamika dla trzech wymiarów przestrzennych. Wyprowadzone zostały wzory na transformację siły prostopadłej oraz równanie ruchu dla siły prostopadłej do prędkości ciała.

Wykazane zostało, że tylko w jednej dynamice STW  $\{x\} = \{0\}$  nie występuje paradoks dźwigni kątowej ani paradoks równoległości wektorów. We wszystkich pozostałych dynamikach STW występują te paradoksy i wymagają wyjaśnienia.

## Bibliografia

- [1] Cavalleri G., Gron O., Spavieri G., Spinelli G., *Comment on the article "Right-angle lever paradox" by J. C. Nickerson and R. T. McAdory*, American Journal of Physics 46, 108-109, 1978.
- [2] Franklin Jerrold, The lack of rotation in a moving right angle lever, European Journal of Physics, Vol. 29, No. 6, 55-58, 2008.
- [3] Katz Robert, *Wstęp do szczególnej teorii względności* (w języku polskim), Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1967.
- Katz Robert, *An Introduction to the Special Theory of Relativity* (w języku angielskim), D. Van Nostrand Company, Book 9, 1964.
- [4] Lewis Gilbert N., Tolman Richard C., *LVII. The principle of relativity, and non-newtonian mechanics*, Philosophical Magazine 18, 510-523, 1909.
- [5] Nickerson J. Charles, McAdory Robert T., *Right-angle lever paradox*, American Journal of Physics 43, 615-621, 1975.
- [6] Szostek Roman, *Derivation method of numerous dynamics in the Special Theory of Relativity* (w języku angielskim), Open Physics, Vol. 17, 2019, 153-166, ISSN: 2391-5471, <https://doi.org/10.1515/phys-2019-0016>.
- Szostek Roman, *Metoda wyprowadzania licznych dynamik w Szczególnej Teorii Względności* (w języku polskim), viXra 2017, [www.vixra.org/abs/1712.0387](http://www.vixra.org/abs/1712.0387).
- Szostek Roman, *Метод вывода многочисленных динамик в Специальной Теории Относительности* (w języku rosyjskim), viXra 2018, [www.vixra.org/abs/1801.0169](http://www.vixra.org/abs/1801.0169).

## Derivation of the correct dynamics of the Special Theory of Relativity and explanation of the right angle lever paradox

Roman Szostek

*Rzeszów University of Technology, Department of Quantitative Methods, Rzeszów, Poland  
rszostek@prz.edu.pl*

This paper presents the derivation of numerous dynamics for the Special Theory of Relativity kinematics for three spatial dimensions. It is a continuation of the paper, in which numerous STR dynamics for one-dimension have been derived. It is shown that from each one-dimensional dynamics unambiguously results three-dimensional dynamics.

Discussion on the right angle lever paradox has been presented and the paradox of vector non-parallelism. The explanation of paradoxes under different dynamics can be a method of their theoretical examination and assessment.

**Key words:** dynamics of bodies, equation of motion, momentum, kinetic energy, right angle lever paradox, Special Theory of Relativity



---

## Inne ważne publikacje

**W artykule wykazane zostało, że powszechne we współczesnej fizyce przekonanie, że eksperyment Michelsona-Morleya dowiódł nieistnienie eteru jest błędne.**

**Artykuł pokazuje formalne wyprowadzenie nowej teorii fizycznej.**

- [1] Szostek Karol, Szostek Roman, *The explanation of the Michelson-Morley experiment results by means universal frame of reference* (w języku angielskim), Journal of Modern Physics, Vol. 8, No. 11, 1868-1883, 2017, ISSN 2153-1196, <https://doi.org/10.4236/jmp.2017.811110>.

Szostek Karol, Szostek Roman, *Wyjaśnienie wyników eksperymentu Michelsona-Morleya przy pomocy teorii z eterem* (w języku polskim), viXra 2017, [www.vixra.org/abs/1704.0302](http://www.vixra.org/abs/1704.0302).

Szostek Karol, Szostek Roman, *Объяснение результатов эксперимента Майкельсона-Морли при помощи универсальной системы отсчета* (w języku rosyjskim), viXra 2018, [www.vixra.org/abs/1801.0170](http://www.vixra.org/abs/1801.0170).

**Istnieje nieskończenie wiele teorii z eterem, które są zgodne z eksperymentami pomiaru prędkości światła. Artykuł pokazuje ich formalne wyprowadzenie.**

**W artykule obliczona została również prędkość z jaką poruszamy się względem eteru.**

- [2] Szostek Karol, Szostek Roman, *The derivation of the general form of kinematics with the universal reference system* (w języku angielskim), Results in Physics, Volume 8, 429-437, 2018, ISSN: 2211-3797, <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2017.12.053>.

Szostek Karol, Szostek Roman, *Wyprowadzenie ogólnej postaci kinematyki z uniwersalnym układem odniesienia* (w języku polskim), viXra 2017, [www.vixra.org/abs/1704.0104](http://www.vixra.org/abs/1704.0104).

Szostek Karol, Szostek Roman, *Вывод общего вида кинематики с универсальной системой отсчета* (w języku rosyjskim), viXra 2018, [www.vixra.org/abs/1806.0198](http://www.vixra.org/abs/1806.0198).

**W artykule formalnie udowodniono, że STW Einsteina jest teorią błędną, co oznacza, że interpretacja matematyki tej teorii jest nieprawidłowa.**

- [3] Szostek Roman, *Formal proof that the mathematics on which the Special Theory of Relativity is based is misinterpreted* (w języku angielskim), viXra 2019, [www.vixra.org/abs/1904.0339](http://www.vixra.org/abs/1904.0339).

Szostek Roman, *Formalny dowód, że matematyka, na której opiera się Szczególna Teoria Względności jest błędnie interpretowana* (w języku polskim), viXra 2019, [www.vixra.org/abs/1902.0412](http://www.vixra.org/abs/1902.0412).

Szostek Roman, *Формальное доказательство, что математика, на которой основывается Специальная Теория Относительности неверно истолкована* (w języku rosyjskim), viXra 2019, [www.vixra.org/abs/1911.0223](http://www.vixra.org/abs/1911.0223).

**Artykuł wyjaśnia co to jest czas w kinematyce oraz zjawisko skurczu Lorentza-FitzGeralda oraz to, że nie ma teoretycznych podstaw do twierdzenia, że istnieje prędkość ograniczona.**

- [4] Szostek Roman, *Explanation of what time in kinematics is and dispelling myths allegedly stemming from the Special Theory of Relativity* (w języku angielskim), viXra 2019, [www.vixra.org/abs/1911.0336](http://www.vixra.org/abs/1911.0336).

Szostek Roman, *Wyjaśnienie czym jest czas w kinematykach oraz obalenie mitów rzekomo wynikających ze Szczególnej Teorii Względności* (w języku polskim), viXra 2019, [www.vixra.org/abs/1910.0339](http://www.vixra.org/abs/1910.0339).

---

**Podstawowe informacje na temat kinematyki STE bez skracania poprzecznego oraz  
dyskusja na temat możliwości falsyfikacji STE i STW Einsteina.**

- [5] Szostek Karol, Szostek Roman, *Kinematics in the Special Theory of Ether* (w języku angielskim), Moscow University Physics Bulletin, Vol. 73, № 4, 413-421, 2018, ISSN 0027-1349,

<https://rdcu.be/bSJP3> (open access) or <https://doi.org/10.3103/S0027134918040136>.

Szostek Karol, Szostek Roman, *Kinematyka w Szczególnej Teorii Eteru (w języku polskim)*, viXra 2019, [www.vixra.org/abs/1904.0195](http://www.vixra.org/abs/1904.0195).

Szostek Karol, Szostek Roman, *Кинематика в Специальной Теории Эфира* (w języku rosyjskim), Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика и Астрономия, № 4, 70-79, 2018, ISSN 0579-9392, <http://vmu.phys.msu.ru/abstract/2018/4/18-4-070>.

**Z Ogólnej Teorii Względności (OTW) nie wynikają żadne fale grawitacyjne, tylko  
zwyczajna modulacja natężenia pola grawitacyjnego spowodowana wirowaniem ciał.**

- [6] Szostek Roman, Paweł Góralski, Szostek Kamil, *Gravitational waves in Newton's gravitation and criticism of gravitational waves resulting from the General Theory of Relativity (LIGO)*, (w języku angielskim), Bulletin of the Karaganda University. Physics series, No 4 (96), 2019, 39-56, ISSN 2518-7198 <https://physics-vestnik.ksu.kz/apart/2019-96-4/5.pdf>.

Szostek Roman, Góralski Paweł, Szostek Kamil, *Fale grawitacyjne w grawitacji Newtona oraz krytyka fal grawitacyjnych wynikających z Ogólnej Teorii Względności (LIGO)* (w języku polskim), viXra 2018, [www.vixra.org/abs/1802.0012](http://www.vixra.org/abs/1802.0012).