Отклонение луча света в гравитационном поле

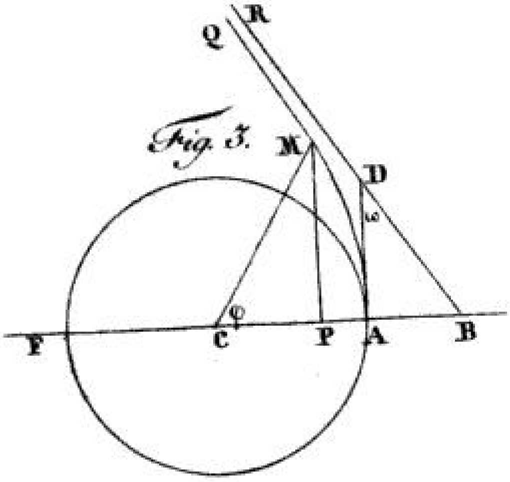
Если рассматривать свет как поток корпускулярных частиц, как его рассматривал И.Ньютон, то, исходя из Закона Всемирного Тяготения, можно утверждать, что свет должен отклоняться от своего первоначального направления вблизи тел тяготения в сторону центра гравитации.

И. Зольднер в 1801 году опубликовал статью в астрономическом ежегоднике, где предоставил решение задачи об отклонения луча света в гравитационном поле Солнца. [1]

Согласно решению Зольднера угол отклонения луча должен составлять 0".87.

Более поздняя проверка расчётов Зольднера выявила в его расчётах ошибку. Безошибочное решение Зольднера даёт отклонение для луча света 1".74.

Ниже приводится решение Зольднера и его критический анализ.



Здесь:

RB - прямой луч,
QA - преломлённый луч,
CM=r, CP=x, MP=y, CA=R=1,

углы MCP=φ, ADB=ω

Ускорение свободного падения тела в каждой точке его траектории будет определяться как $\frac{2g}{r^2}$.

Проекции этого ускорения на оси:

$$\frac{ddx}{dt^2} = -\frac{2g}{r^2}cos\phi, \qquad \text{(I)}$$

$$\frac{ddy}{dt^2} = -\frac{2g}{r^2}sin\phi. \qquad \text{(II)}$$

Умножив **(I)** на $-sin\phi$, а **(II)** на $cos\phi$ и сложив их, получим:

$$\frac{ddy\cos\phi - ddx\sin\phi}{dt^2} = 0. \qquad \text{(III)}$$

Умножив **(I)** на $cos\phi$, а **(II)** на $sin\phi$ и сложив их, получим:

$$\frac{ddx\ cos\phi + ddy\ sin\phi}{dt^2} = -\frac{2g}{r^2}. \qquad \text{(IV)}$$

Обозначим:

$$x = r\ cos\phi \quad \text{и} \quad y = r\ sin\phi,$$

и продифференцируем:

$$dx = dr\cos\phi - r d\phi \sin\phi,$$
$$dy = dr\sin\phi + r d\phi \cos\phi.$$

Продифференцируем ещё раз:

$$ddx = \cos\phi\ ddr - 2\sin\phi\ d\phi dr - r\sin\phi\ dd\phi - r\cos\phi\ d\phi^2,$$
$$ddy = \sin\phi\ ddr + 2\cos\phi\ d\phi dr + r\cos\phi\ dd\phi - r\sin\phi\ d\phi^2.$$

Подставим в **(III)** :

$$\frac{ddy\ cos\phi - ddx\ sin\phi}{dt^2} = \frac{2d\phi\ dr + r\ dd\phi}{dt^2},$$

$$\frac{2d\phi\ dr + r\ dd\phi}{dt^2} = 0. \qquad \textbf{(V)}$$

Из **(IV)** :

$$\frac{ddr - r\ d\phi^2}{dt^2} = -\frac{2g}{r^2}. \qquad \textbf{(VI)}$$

Умножим **(V)** на $r dt$:

$$\frac{2r\ d\phi\ dr + r^2\ dd\phi}{dt} = 0.$$

Проинтегрировав, получаем:

$$r^2 d\phi = C\ dt.$$

Далее Зольднер, по-видимому, делает ошибку и утверждает, что константа C=cR=v, где c - скорость света, хотя понятно, что $r^2\,\partial\varphi$ соответствует площадь прямоугольного треугольника $Rr\sin\phi$, катеты которого cdt и R, и константа интегрирования должна равняться C=cR/2. Эта ошибка не влияет на дальнейший вывод формул, а только на конечную формулу.

$$r^2\ d\phi = v\ dt.$$

Отсюда:

$$d\phi = \frac{v\ dt}{r^2}. \qquad \textbf{(VII)}$$

Подставим **(VII)** в **(VI)** :

$$\frac{ddr}{dt^2} - \frac{v^2}{r^3} = -\frac{2g}{r^2} \, .$$

Умножим на $2dr$

$$\frac{2dr\ ddr}{dt^2} - \frac{2v^2\ dr}{r^3} = -\frac{4g\ dr}{r^2} \, .$$

После интегрирования:

$$\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{v^2}{r^2} = \frac{4g}{r} + D \, ,$$

$$dt = \frac{dr}{\sqrt{D + \frac{4g}{r} - \frac{v^2}{r^2}}} .$$

Из **(VII)** :

$$d\phi = \frac{vdr}{r^2\sqrt{D + \frac{4g}{r} - \frac{v^2}{r^2}}} .$$

Чтобы проинтегрировать это уравнение, приведем его к виду:

$$d\phi = \frac{v\ dr}{r^2\sqrt{D + \frac{4g^2}{v^2} - \left(\frac{v}{r} - \frac{2g}{v}\right)^2}} \, .$$

Обозначим:

$$\frac{v}{r} - \frac{2g}{v} = z \, .$$

Тогда будем иметь:

$$\frac{v\ dr}{r^2} = -dz \, ,$$

$$d\phi = \frac{-dz}{\sqrt{D + \frac{4g^2}{v^2} - z^2}} .$$

Проинтегрировав:

$$\phi = \arccos\frac{z}{\sqrt{D + \frac{4g^2}{v^2}}} + \alpha,$$

где α - некоторая константа.

$$\cos(\phi - \alpha) = \frac{z}{\sqrt{D + \frac{4g^2}{v^2}}} .$$

$$\cos(\phi-\alpha)=\frac{v^2-2gr}{r\sqrt{v^2D+4g^2}}.$$

Для α=0:

Для φ=0 и r=1: $$\cos\phi=\frac{v^2-2gr}{r\sqrt{v^2D+4g^2}}.$$

$$\sqrt{v^2D+4g^2}=v^2-2gr,$$

$$cos\phi=\frac{v^2-2gr}{r(v^2-2g)},$$

$$r+\left[\frac{v^2-2g}{2g}\right]r\ cos\phi=\frac{v^2}{2g}. \qquad \textbf{(VIII)}$$

Обозначим:

$$x=1-r\ cos\phi,$$

$$y=r\ sin\phi,$$

$$r=\sqrt{(1-x)^2+y^2}.$$

Из **(VIII)**:

$$y^2=\frac{v^2(v^2-4g)}{4g^2}[1-x]^2-\frac{v^2(v^2-2g)}{2g^2}[1-x]+\frac{v^2}{4g^2}.$$

Преобразовав:

$$y^2=\frac{v^2}{g}x+\frac{v^2(v^2-4g)}{4g^2}x^2. \qquad \textbf{(IX)}$$

Уравнение для всех канонических сечений:

Необходимо найти угол ω:

$$tang\ \omega=\frac{AB}{AD}.$$

$$p=\frac{2b^2}{a}.$$

$$y^2=px+\frac{p}{2a}x^2.$$

Из общих свойств гиперболы мы знаем:

Подставим это значение в общее уравнение гиперболы: $y^2 = px + \frac{p}{2a}x^2,$

тогда получаем: $y^2 = \frac{2b^2}{a}x + \frac{b^2}{a^2}x^2.$

Если сравнить теперь коэффициенты при x и x^2 с теми, что стоят в уравнении **(IX)** , то получим горизонтальный катет:

$$a = \frac{2g}{v^2 - 4g} = AB,$$

и вертикальный катет:

$$b = \frac{v}{\sqrt{v^2 - 4g}} = AD.$$

Подставив эти значения в tang ω:

$$\tan\omega = \frac{2g}{v\sqrt{v^2 - 4g}}.$$

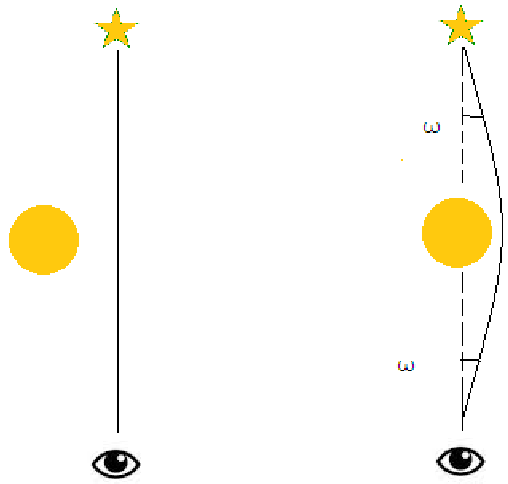
Помня, что в числителе при g стоит R=1, из начальных условий определяя, что g=MG/2 и подставляя константу Зольднера v=cR, умножив величину угла в 2 раза, получаем итоговый угол по Зольднеру:

$$\Theta = \frac{2gR}{c^2}.$$

Если заменить константу Зольднера на исправленную константу $v = \frac{cR}{2}$, то итоговый угол для корпускулярного луча:

$$\Theta = \frac{8gR}{c^2}.$$

Последний результат получен только при условии удвоения угла ω, однако легко показать, что наблюдаемый угол отклонения луча не должен быть удвоенным, а одинарным.



Исходя из этого условия, последнюю формулу для отклонения луча света, можно окончательно записать в следующем виде:

$$\Theta = \frac{4gR}{c^2}.$$

Наблюдательные данные

Впервые этот эффект был обнаружен в 1919 г. и впоследствии много раз проверялся. Однако даже в настоящее время точность оптических измерений остается невысокой. Измеренные значения отклонения лучей света лежат в интервале 1,6"—2,2". Во время экспедиции, проведенной в 1973 г. Техасским университетом и Королевской Гринвичской обсерваторией наблюдалось отклонение 1,66" ± 0,18". Систематические ошибки в этом эксперименте не учитывались.

Точность измерений значительно улучшается при переходе от оптического к радиодиапазону. Радиоинтерферометры с большой базой (VLBI) позволили в настоящее время довести точность измерения эффекта для радиоволн до 2—3%. Радиоизмерения проводились на двух группах источников: квазарах 3G 273 и ЗС 279, один из которых каждый год 8 октября проходит за Солнцем, и радиоисточниках 0116 + 08, 0119 + 11 и 0111 + 02. [2]

Как представляется, основной причиной отклонения результатов от расчётного значения может служить неоднородность плотности пространства вблизи Солнца, вызванные например, выбросами Солнцем прозрачного газа. Для радиоволн показатель преломления подобного газа может иметь меньшие значения, чем для света. Кроме того, неоднородность магнитного поля Солнца может влиять на изменение скорости света вблизи Солнца.

Замечание

В связи с большой вероятностью отсутствия гравитации у галактик и звёзд, вышеприведённый расчёт следует применять только в отношении планет. [4]
Совпадения расчётных значений наблюдаемым нужно понимать как случайные.

Источники

1. *http://de.wikisource.org/wiki/Ueber_die_Ablenkung_eines_Lichtstrals_von_seiner_geradlinigen_Bewegung*
2. *1977 /. Декабрь Том 123, вып. 4,Успехи физических наук, Гравитационные эксперименты в космосе, Н. Л. Коноплева*
3. *http://sceptic-ratio.narod.ru/fi/es12.htm "Отклонение лучей света вблизи массивных тел", сайт О.Акимова*
4. *http://vixra.org/pdf/1912.0078v1.pdf «Закон Планетарного Тяготения»*

Киров Владимир декабрь 2019 г.