Information paradox of the rectilinear motion and the rest state

Professor Abel Cavași

WEST UNIVERSITY OF TIMIŞOARA, Faculty of Mathematics and Informatics
abel.cavasi@gmail.com

Abstract

Starting from the invaluable mathematical conclusion according to which *the torsion of a line is undefined* and knowing that the rectilinear motion implies moving on a straight line, we can conclude that a rectilinear motion results in an undefined torsion line. Thus, *the information about torsion is not preserved* in physical interactions that involves straight lines. Besides that, *the information about the curvature of trajectory is also lost* for a body that reaches the rest state, due to the fact that the curvature is defined exclusively for non null velocities. To get out of the impasse determined by this paradox I propose, as a possible solution, another law of inertia which generalizes the current law, inherited from Galileo Galilei.

Keywords: rest state, rectilinear motions, curvature, torsions, the law of inertia, paradox, information.

Introduction

Both the rectilinear motion and the rest state play very important roles in nowadays Physics, and that is why for any additional information that we can obtain regarding these fundamental motion types can lead to deep consequences in overall Physics. Furthermore, the torsion of a curve on which bodies can move, a notion of which we can easily say was completely neglected throughout nowadays studies, could constitute a fruitful research subject in the future, research that would result in plenty of new knowledge in regards to motion.

In this context, this paper highlights upfront dramatic relations, on one hand between the rectilinear movement and torsion, and on the other hand between the rest state and curvature, relations that, as it seems, imply simply giving up the rectilinear motion and the rest state, motion types that present themselves as full of mathematical non-deterministics, incompatible with reality.

Relying on the staggering fact already known by mathematicians, that the torsion of a line and the curvature of the rest state are undetermined, I will show that a fundamental paradox reveals itself in Physics - the solution to which, in my opinion, implies reformulating the law of inertia.

Mathematical considerations

In differential geometry ([1]) a very important theorem was demonstrated, even named "the fundamental theorem of space curves" ([2] or [3]), which states that any space curve that could be traveled by a body (so, any trajectory which can be traveled at finite velocities and accelerations) has two parameters (curvature and torsion) that uniquely describes the curve until an isometry is reached. They are characteristic parameters because, if we know these two important functions of time, curvature and torsion, then we can determine *unequivocally* the shape of the trajectory of the body, independently of how is it rotated or translated in space. That is why, to completely characterise a space curve, *both* the curvature and the torsion parameters are needed. Both are invariant intrinsec parameters relative to the curve, of a fundamental importance, because both parameters, only taken together, cary the complete information about the shape of the trajectory in interactions. Not just the curvature, but the torsion as well. We don't have a mathematical justification through which to favor one of the parameters more than the other, not to mention favouring the curvature more than the torsion.

Given a curve that can be traveled by a body through space, defined by the position vector $\vec{r}(t)$, time-dependent vector, the **curvature** of it is:

$$\kappa = \frac{|\vec{r}' \times \vec{r}''|}{|\vec{r}'|^3} ,$$

and its **torsion** is ([4])

$$\tau = \frac{(\vec{r}' \times \vec{r}'') \cdot \vec{r}'''}{|\vec{r}' \times \vec{r}''|^2} ,$$

where $\vec{r}'$, $\vec{r}''$, $\vec{r}'''$ are, respectively, first, second and third derivative of position relative to time, meaning speed, acceleration and jerk.

Notice that both the curvature and the torsion are fractions, and a fraction is defined only if *the denominator is not canceled*. But the denominator of the torsion is exactly the numerator of the curvature (squared). Therefore, the torsion cannot be defined for a curve which as its curvature null.

But the line has its curvature exactly null. So, the *torsion of a line can no longer be correctly defined!* As a result, the line weirdly enough loses the information about the torsion.

Furthermore, the curvature is, just the same, undefined for null velocities, because the denominator of the curvature cancels itself if the velocity is null. Thus, the rest state implies the loss of information about the curvature. Therefore, the rectilinear motion and the rest state introduces unwanted mathematical non-deterministics

Physics considerations

1. If the torsion of a line cannot be defined, then there is a problem with the information about the torsion for a movement on a straight line. Let's suppose that, initially, a body travels a random medium, for a span of time, on a trajectory with a non null curvature and, thus, a well defined torsion. And, at the end of the time span, the body exits that medium, freeing itself.

According to nowadays Physics, a free body will travel on a straight line. Thus, our body, freed from the medium that imposed a trajectory with a non-null curvature and a well defined torsion, will start to follow a straight line, so will start to follow a curve of a null curvature and, implicitly, of an undefined torsion.

But what happened with the information about the torsion that the body initially had? Was it lost in nothingness?

2. Let's suppose now a reversed situation. A body that is moving on a straight line, with an undefined torsion, enters at a given time in a medium that alters its trajectory, thus marking the beginning of torsion for this body. Where is the information about torsion coming from now? From nothingness? Is there a connection between the undefined torsion of the initial trajectory and the defined torsion of the final trajectory?

3. The same problems can be raised in regards to the appearance and disappearance of rest state. As I mentioned above, the rest state means null velocity, and the curvature is undefined for null velocities. Thus, any interaction that would determine the beginning of rest state, respectively, the disappearance of such a state, would also determine the disappearance of information regarding the trajectory of the initial curve, respectively appearance of information coming from nothingness.

This calls, therefore, for a deep and very strict analysis of the rectilinear motion and rest state, analysis that I bring into the attention of experts in the field, through this paper, in which I suggest that it would be best to give up these two paradoxal notions.

Conclusions

As you can see, there is a problem with the rectilinear motion and the rest state. How to solve this problem? You have the liberty to think of another solution, different than the one I propose below, solution that should, however, help us get rid of this information paradox determined by these two mathematical notions.

Meanwhile, until you will find another one, I thought of one myself. I consider that *we must reformulate the law of inertia* in such a way that it will neither involve the straight line, nor will it involve the rest state. Specifically, we need to reanalyse the reasons that determined us to believe a free body would ever move on a straight line or stay in rest state, in order to better understand and see if maybe our considerations were superficial to begin with.

Ever since Galileo we believed that a free body either moves on a straight line or stays in a rest state, but we should not forget that Galileo did not have the means to accurately determine the curvature or the torsion of a trajectory. In fact, in his time, it wasn't even known of the existence of torsion or the fundamental importance of both the curvature and torsion to describe a curve.

And even today we don't have the means to establish with sufficient accuracy the curvature of a trajectory or its torsion, accuracy that would undoubtedly ensure that a body travels strictly rectilinear or stays strictly in a rest state. Therefore, assuming that a body travels on a rectilinear line or stays in a rest state has no experimental ground but is and will always be a main supposition.

But the main suppositions must be replaced with other main suppositions when we discover paradoxes. Thus, trying to get rid of the paradox I just highlighted, I kept bumping with the need to reconsider the law of inertia, law that continues to force us to make use of straight line and rest state in such a paradoxical way.

Reformulating the law of inertia is, of course, a bold thing to do, boldness for which I will take responsibility and for which I ask forgiveness, asking you to not forget that only the logical necessities led me to such a conclusion.

Therefore, with apologies, allow me to formulate another law of inertia, law to which I arrived by eliminating all other options which proved wrong throughout years of my rationale:

Free bodies are moving with constant speed on trajectories having constant curvature and torsion.

After all my studies ([5]), this law of inertia does not contradict with any experimental or theoretical fact. Also, it does not allow the appearance in Physics of trajectories having curvature and torsion undefined.

But its most important property is that *generalizes* the current law of inertia. Because if we assign the curvature the null value, then we reach the “rectilinear movement” limit. And if we assign the curvature an infinite value, we reach the “rest state” limit.

Thus, the newly formulated law of inertia could play a role in Physics much like was played by the parallel axiom in Geometry. Specifically, the new Physics based on this law (Physics we could name "Helical Physics"), would be more general than the current Physics, just as non-euclidean geometries are in comparison with the euclidean ones.

Of course, my proposition regarding generalizing the law of inertia is just a humble attempt to solve the paradox highlighted in this paper, but the main purpose of this paper was none other than to bring to your attention this information paradox regarding curvature and torsion.

Bibliography

-1) Andrew Pressley. „*Elementary Differential Geometry*”, 2001, isbn 9781852331528, lccn 00058345 Springer undergraduate mathematics series;
-2) Andrei-Dan Halanay. „*Curs de geometrie*” (last accessed in 22 September 2019);
-3) Weisstein, Eric W. "Fundamental Theorem of Space Curves." From *MathWorld--A Wolfram Web Resource*. http://mathworld.wolfram.com/FundamentalTheoremofSpaceCurves.html (last accessed in 22 September 2019);
-4) Weisstein, Eric W. "Torsion." From *MathWorld--A Wolfram Web Resource*. http://mathworld.wolfram.com/Torsion.html (last accessed in 22 September 2019);
-5) Feynman R, Leighton R, and Sands M. „The Feynman Lectures on Physics” . 3 volumes 1964, 1966. Library of Congress Catalog Card No. 63-20717.

Paradoxul informaţional al mişcării rectilinii şi al repausului

Profesor Abel Cavaşi

Universitatea de Vest, Timişoara, Facultatea de Matematică şi Informatică
abel.cavasi@gmail.com

Abstract

Pornind de la rezultatul matematic valoros conform căruia *torsiunea dreptei este nedefinită*, dat fiind faptul că mişcarea rectilinie presupune mişcarea în linie dreaptă, tragem concluzia că mişcarea rectilinie lasă nedefinită torsiunea dreptei. Aşadar, *informaţia despre torsiune nu se conservă* în interacţiuni fizice care implică linia dreaptă. De asemenea, *informaţia despre curbura traiectoriei se pierde* şi ea complet pentru un corp care ajunge în repaus, căci curbura este definită doar pentru viteze nenule. Pentru a ieşi din impasul determinat de această situaţie paradoxală propun ca o posibilă soluţie un *alt principiu al inerţiei*, care generalizează principiul actual, moştenit de la Galileo Galilei.

Cuvinte cheie: repaus, mişcare rectilinie, curbură, torsiune, principiul inerţiei, paradox, informaţie.

Introducere

Mişcarea rectilinie şi repausul au un rol deosebit de important în Fizica actuală, motiv pentru care orice informaţie suplimentară pe care o putem obţine în legătură cu aceste tipuri fundamentale de mişcare poate avea consecinţe adânci în Fizică. De asemenea, torsiunea curbelor pe care se pot deplasa corpurile, o noţiune despre care putem spune că este de-a dreptul neglijată în cercetările actuale, ar putea constitui un subiect de cercetare fructuos în viitor, aducând cu sine o mulţime de cunoștinţe noi privind mişcarea.

În acest context, lucrarea de faţă scoate în evidenţă o legătură dramatică între mişcarea rectilinie şi torsiune, pe de o parte şi între repaus şi curbură, pe de altă parte, o legătură care se pare că impune pur şi simplu *renunţarea* la mişcarea rectilinie şi la repaus, mişcări ce se prezintă a fi pline de nedeterminări matematice incompatibile cu realitatea.

Bazându-mă pe faptul tulburător, cunoscut deja de către matematicieni, că torsiunea dreptei şi curbura repausului sunt nedeterminate voi arăta că apare în Fizică un paradox fundamental a cărui rezolvare, în opinia mea, impune reformularea principiului inerţiei.

Consideraţii matematice

În geometria diferenţială ([1]) s-a demonstrat o teoremă foarte importantă, numită chiar „teorema fundamentală a curbelor” ([2] sau [3]), care spune că orice curbă din spaţiu care ar putea fi parcursă de un corp (deci orice traiectorie ce poate fi parcursă cu viteze şi acceleraţii finite) are doi parametri (curbură şi torsiune) ce o caracterizează biunivoc până la o izometrie. Sunt parametri caracteristici deoarece dacă cunoaştem aceste două funcţii importante de timp, curbura şi torsiunea, atunci putem determina *fără echivoc* forma traiectoriei corpului, indiferent cum este aceasta rotită sau translatată în spaţiu. De aceea, pentru a caracteriza complet o curbă din spaţiu este nevoie de *ambii* parametri, atât de curbură, cât şi de torsiune. Ambii parametri sunt invarianţi intrinseci curbei, de o importanţă fundamentală, căci ambii parametri, doar luaţi împreună, transportă informaţie completă despre forma traiectoriei în interacţiuni. Nu doar curbura, ci şi torsiunea. Nu avem nicio justificare matematică prin care să acordăm mai multă atenţie unuia dintre parametri în defavoarea celuilalt, deci, curburii în defavoarea torsiunii.

Dată fiind o curbă ce ar putea fi parcursă de un corp prin spaţiu definită de vectorul de poziţie $\vec{r}(t)$, vector dependent de timp, **curbura** acesteia este

$$\kappa = \frac{|\vec{r}' \times \vec{r}''|}{|\vec{r}'|^3} ,$$

iar **torsiunea** acesteia este ([4])

$$\tau = \frac{(\vec{r}' \times \vec{r}'') \cdot \vec{r}'''}{|\vec{r}' \times \vec{r}''|^2} \ ,$$

unde $\vec{r}'$, $\vec{r}''$, $\vec{r}'''$ sunt, respectiv, prima, a doua şi a treia derivată a poziţiei în raport cu timpul, deci viteza, acceleraţia şi supraacceleraţia.

Observaţi că atât curbura cât şi torsiunea sunt fracţii, iar o fracţie este definită doar dacă *numitorul fracţiei nu se anulează*. Dar numitorul torsiunii este tocmai numărătorul curburii (la pătrat). Prin urmare, torsiunea nu poate fi definită pentru o curbă a cărei curbură este nulă.

Dar dreapta are curbura tocmai nulă. Aşadar, *torsiunea dreptei nu mai poate fi definită corect!* Astfel, dreapta pierde în mod ciudat informaţia despre torsiune.

De asemenea, curbura este şi ea nedefinită pentru viteze nule, căci numitorul curburii se anulează dacă viteza este nulă. Astfel, repausul implică pierderea informaţiei despre curbură. Prin urmare, mişcarea rectilinie şi repausul introduc nedeterminări matematice indezirabile.

Consideraţii fizice

1. Dacă torsiunea dreptei nu poate fi definită, atunci apare o problemă cu informaţia despre torsiune la mişcarea în linie dreaptă. Să presupunem că, iniţial, un corp se deplasează într-un mediu oarecare, un interval de timp, pe o traiectorie de curbură nenulă şi, astfel, de torsiune bine definită. Apoi, la sfârşitul intervalului de timp considerat, corpul iese din acel mediu, eliberându-se.

Conform Fizicii actuale, un corp liber se va deplasa în linie dreaptă. Aşadar, corpul nostru, eliberat din mediul care îi impunea o traiectorie de curbură nenulă şi torsiune bine definită, va începe să descrie o linie dreaptă, deci va începe să descrie o curbă de curbură nulă şi, implicit, de torsiune nedefinită.

Ce s-a întâmplat cu informaţia despre torsiunea pe care o avea iniţial corpul? S-a pierdut în neant?

2. Să presupunem acum o situaţie inversă. Un corp care se deplasează pe o linie dreaptă, cu torsiunea nedefinită, pătrunde la un moment dat într-un mediu care îi deformează traiectoria, determinându-i acesteia apariţia torsiunii. De unde apare acum informaţia despre torsiune? Din neant? Există vreo legătură între torsiunea nedefinită a traiectoriei iniţiale şi torsiunea definită a traiectoriei finale?

3. Aceleaşi probleme pot fi ridicate şi în legătură cu apariţia sau dispariţia repausului. Cum spuneam mai sus, repausul înseamnă viteză nulă, iar curbura este nedefinită pentru viteze nule. Prin urmare, orice interacţiune care ar determina apariţia repausului, respectiv, dispariţia acestuia, ar determina şi dispariţia informaţiei despre curbura traiectoriei iniţiale, respectiv, apariţia acestei informaţii din neant.

Se impune, aşadar, o analiză profundă şi foarte severă a mişcării rectilinii şi a repausului, analiză pe care o supun atenţiei specialiştilor prin acest modest articol în care sugerez că ar fi mai bine să renunţăm la aceste două noţiuni paradoxale.

Concluzii

După cum vedeţi, există o problemă cu mişcarea rectilinie şi cu repausul. Cum rezolvăm această problemă? Aveţi libertatea să vă gândiţi la o altă soluţie, diferită de cea pe care v-o propun mai jos, soluţie care să ne scape totuşi de paradoxul informaţional determinat de aceste două noţiuni matematice.

Între timp, până când veţi găsi dumneavoastră o alta, eu am imaginat, deci, o soluţie. Eu unul consider că *trebuie să reformulăm principiul inerţiei* în aşa fel încât acesta să nu mai implice nici linia dreaptă şi nici repausul. Mai precis, trebuie să reanalizăm cauzele care ne-au determinat să credem că un corp liber s-ar deplasa în linie dreaptă sau ar rămâne în repaus, pentru a le înțelege mai bine şi pentru a vedea dacă nu cumva consideraţiile noastre nu au fost superficiale.

Noi credem de la Galilei că un corp liber se deplasează în linie dreaptă sau rămâne în repaus, dar nu putem uita că Galilei nu a avut mijloace pentru a determina cu precizie suficientă curbura şi torsiunea traiectoriei. De fapt, pe vremea lui Galilei, nici măcar nu se ştia de existenţa torsiunii sau de importanţa fundamentală a curburii şi a torsiunii pentru forma traiectoriei.

Şi nici măcar astăzi nu avem posibilităţi pentru a stabili cu precizie suficientă curbura unei traiectorii sau torsiunea acesteia, precizie care să ne asigure fără niciun dubiu că un corp se mişcă strict rectiliniu sau este strict în repaus. Prin urmare, presupunerea că un corp se mişcă pe o linie dreaptă sau este în repaus nu are niciun temei experimental, ci este şi va rămâne mereu o presupunere principială.

Dar presupunerile principiale trebuie înlocuite cu alte presupuneri principiale atunci când descoperim paradoxuri. Astfel, încercând să scap de paradoxul pe care tocmai l-am scos în evidenţă, m-am tot lovit de necesitatea de a reconsidera principiul inerţiei, singurul care ne obligă încă să operăm cu linia dreaptă şi cu repausul într-un mod atât de paradoxal.

Reformularea principiului inerţiei constituie, desigur, o îndrăzneală, pe care mi-o voi asuma şi pentru care vă cer iertare, rugându-vă să nu uitaţi că numai necesităţile logice m-au condus la o asemenea concluzie.

Aşadar, cu scuzele de rigoare, permiteţi-mi să formulez un alt principiu al inerţiei, principiu la care am ajuns prin eliminarea tuturor celorlalte variante care s-au dovedit incorecte de-a lungul anilor în raţionamentele mele:

Corpurile libere se mişcă cu viteză constantă pe traiectorii având curbura şi torsiunea constante.

Din câte am studiat eu ([5]), acest principiu al inerţiei nu contravine niciunui fapt experimental sau teoretic. De asemenea, el nu mai permite apariţia în Fizică a unor traiectorii având curbura şi torsiunea nedefinite.

Dar cea mai importantă proprietate a acestui principiu este aceea că *generalizează* principiul actual al inerţiei. Căci dacă atribuim curburii valoarea nulă, atunci ajungem la limită tocmai la „mişcarea rectilinie”. De asemenea, dacă atribuim curburii valoare infinită, ajungem la limită la ceea ce putem numi „repaus”.

Astfel, principiul nou formulat al inerţiei ar putea juca în Fizică un rol asemănător celui pe care l-a jucat axioma paralelelor în Geometrie. Mai exact, noua Fizică bazată pe acest principiu (Fizică pe care am putea s-o denumim „Fizică elicoidală”), ar fi mai generală decât Fizica actuală, aşa cum sunt geometriile neeuclidiene în comparaţie cu geometria euclidiană.

Desigur, propunerea mea privind generalizarea principiului inerţiei este doar o încercare umilă de a rezolva paradoxul evidenţiat în această lucrare, iar scopul principal al lucrării nu a fost altul decât acela de a aduce în atenţia dumneavoastră acest paradox informaţional privind curbura şi torsiunea.

Bibliografie

-1) Andrew Pressley. „*Elementary Differential Geometry*”, 2001, isbn 9781852331528, lccn 00058345 Springer undergraduate mathematics series;
-2) Andrei-Dan Halanay. „*Curs de geometrie*” (accesat ultima dată în 22 septembrie 2019);
-3) Weisstein, Eric W. "Fundamental Theorem of Space Curves." From *MathWorld--A Wolfram Web Resource*. http://mathworld.wolfram.com/FundamentalTheoremofSpaceCurves.html (accesat ultima dată în 22 septembrie 2019);
-4) Weisstein, Eric W. "Torsion." From *MathWorld--A Wolfram Web Resource*. http://mathworld.wolfram.com/Torsion.html (accesat ultima dată în 22 septembrie 2019);
-5) Feynman R, Leighton R, and Sands M. „The Feynman Lectures on Physics” . 3 volumes 1964, 1966. Library of Congress Catalog Card No. 63-20717.