Сомсиков А.И.

# Число и арифметическое действие

*Выявлен смысл (логическое содержание) понятия чисел. Дано определение арифметических действий.*

## Определение чисел

Всякий раз, когда встречается ситуация, описание которой, в силу ее сложности, затруднительно и требует многих слов, описание заменяется специальным термином (наименованием ситуации) с целью достижения краткости и связанной с ней ясности во всякого рода суждениях об этой ситуации, в которых она должна фигурировать в качестве члена предложения.

Сказанное относится, в частности, и к ситуациям, связанным с наличием интересующих нас объектов (ИНО).

Так, например, отсутствие ИНО обозначается термином "ноль", говорят: "имеется ноль объектов" или "задано число ноль" вместо: "ИНО не имеется", "ИНО отсутствуют".

Другая интересующая нас ситуация (ИНС): "ИНО имеется и, кроме него, нет никаких других объектов, подпадающих под определение ИНО" коротко обозначается термином "один", говорят: "имеется один объект" или "задано число один", не прибегая к описанию ситуации.

ИНС: "ИНО имеется и кроме него имеется еще и другой объект, подпадающий под определение ИНО, и, кроме упомянутых, никаких других объектов, подпадающих под определение ИНО, не имеется" обозначается термином "два", говорят: "имеется два объекта" или "задано число два".

Следующая ИНС: "имеется два ИНО и кроме них имеется еще один объект, подпадающий под определение ИНО и, кроме упомянутых, никаких других объектов, подпадающих под определение ИНО, не имеется" обозначается термином "три", говорят еще: "имеется три ИНО" или "задано число три" и т.д.

Числа, таким образом, это ***наименования различных ИНС, касающихся наличия ИНО.***

Итак, мы ***знаем, что такое число.***

## Определения математики

Здесь все обстоит очень просто.

В математике нет прямого определения чисел. Ни предварительного, требующего уточнений, как у Евклида, ни окончательного. Вообще *никакого*.

Есть утверждения о “многовековом опыте абстрагирования и обобщений” человечества, т.е. *не математиков*. Уживающиеся с противоположными утверждениями о неспособности к абстрагированию “дикарей”, т.е. того же человечества на большей части его истории.

Изредка об этом говорится прямо. Например:

> *“Понятие о натуральном числе является одним из простейших понятий. Его можно пояснить лишь предметным показом.*
> *Примечание: Евклид (III в до н.э.), определял число (натуральное) как "множество, составленное из единиц"; такого рода определения можно найти и во многих нынешних учебниках. Но слово "множество (или "собрание" или "совокупность" и т.п.) отнюдь не понятнее слова "число"”* [ 1 ].

Здесь термин “элементарная математика” использован для введения в заблуждение. Чтобы изучающий постеснялся задавать какие-либо вопросы. То есть для его *отключения*, поскольку здесь все ведь “элементарно”. Из-за такого намеренного отключения вопрос этот до сих пор остается все еще не решенным. Хотя освоивший “элементарную” математику считается имеющим не элементарное, а уже “среднее” образование. Но и при “высшем” образовании к этому больше не возвращаются. Такой вопрос считаются вполне изученным еще на “элементарном” уровне. Или предметом излишних философских умствований.

Это первый универсальный способ сокрытия незнания: *то, что не удается определить, следует называть очевидным или элементарным.*

В математике “знание чисел” сводится к знанию правил обращения с ними. Обеспечивающих выполнение “арифметических действий”. Смысл которых тоже может быть *не известен*.

Вот сообщение того же источника:

> *“Понятие о том, что такое сложение, возникает из таких простых фактов, что оно не нуждается в определении и не может быть определено формально.*
> *Примечание: Часто даются "определения" вроде таких: "сложение есть действие, посредством которого несколько чисел соединяются в одно", или "действие, посредством которого находится, сколько единиц содержится в нескольких числах вместе". Но тот,*

*кто не знал бы, что значит "сложить", не знал бы и что такое "соединить числа", так что все подобные "определения" сводятся лишь к замене одних слов другими".*

Взамен объяснения смысла сложения дается утверждение, что все это "простые факты". Хотя с вопроса именно о таком "простом факте" и начинается с подачи Лейбница критика Канта [ 2 ]. Вылившаяся в толстый том философских рассуждений. Это как раз по Канту слагаемые "соединяются в одно число" (сумму), как бы сливаясь или "синтезируясь" в нем, подобно атомам в составе молекулы. Такая поверхностная аналогия не дает реального понимания смысла данного действия.

Приведенная цитата в части отсутствия определения, конечно, правильна.

Но утверждение, что действие сложения *"не может быть определено формально"* никак отсюда не вытекает и остается всего лишь мнением автора. Чем-то вроде "неизвестно, следовательно, невозможно". Простая логическая ошибка.

**Система счисления**

Числа являются просто наименованиями ИНС. Поэтому их изучение сводится к разработке способа присвоения наименований. Их может быть всего два – *произвольное* и *непроизвольное* присвоения. Причем применяются сразу оба. Образуя комбинированный способ, именуемый *системой счисления*.

В состав ИНС всегда может быть включен один или не один дополнительный ИНО, в свою очередь образующий некоторую ИНС. Различия ИНС, получаемых посредством такого соединения других ИНС, могут быть бесконечны.

Проблемой системы счисления является именно это бесконечное разнообразие ИНС, требующее такого же разнообразия наименований. Теоретически нетрудно вообразить это бесконечное разнообразие. Однако его практическое осуществление *невозможно*, т.к. такой список не может быть окончен, не то чтобы выучен. Поэтому вся *бесконечность* различных ИНС должна охватываться *конечным* набором различных наименований. Возможности памяти тоже ограничены и могут потребовать небольшого числа различных наименований. Поэтому в письменной записи применяется всего лишь десять произвольных наименований: 0, 1, 2, …, 9, хотя их может быть и меньше, например, 0, 1, или больше десяти.

Прочие наименования являются *описаниями* способа получения ИНС.

Они образуются следующим образом.

Произвольные наименования используются неоднократно для обозначения *разных* ИНС. Эти ИНС различаются между собой не наличием ИНО, которое при совпадении произвольных наименований, по определению, одинаково, а самими ИНО.

Исходный ИНО является произвольным, все остальные *не произвольны* и образованы ИНС.

Эти ИНС каждый раз образованы наибольшей из предыдущих ИНС, включающей один дополнительный ИНО.

ИНС 1 рода или ИНС$_1$ есть ИНС, образуемая ИНО 1 рода (ИНО$_1$), который может быть произвольно выбираемым объектом. ИНС$_1$ имеет произвольно задаваемые наименования: 0, 1, 2, 3, …, 9.

ИНС 2 рода или ИНС$_2$ образована ИНО$_2$, в свою очередь являющимся ИНС$_1$ = 9ИНО$_1$ + 1ИНО$_1$ ("+" означает включение, "=" - тождественность) или ИНО$_2$ = (9 + 1) ИНО$_1$.

ИНС$_2$ имеет те же произвольные наименования, что ИНС$_1$: 0, 1, 2, 3, …, 9.

ИНС 3 рода (ИНС$_3$) есть ИНС, образованная ИНО$_3$ = (9 + 1) ИНО$_2$. В свою очередь ИНС$_3$ носит те же произвольно задаваемые наименования, что ИНС$_1$, ИНС$_2$: 0, 1, 2, 3, …, 9.

ИНС$_4$ есть ИНС, образованная ИНО$_4$ = (9 + 1) ИНО$_3$, и т.д.

Таким образом, используя всего 10 исходных произвольных наименований, относящихся к разным ИНС$_1$, ИНС$_2$ и т.д. можно получить сколько угодно *составных наименований* произвольно задаваемым ИНС, различаемым между собой.

Итак, кроме произвольных наименований в пределах от 0 до 9 имеются составные наименования.

Составные наименования является *описаниями* способа получения ИНС.

**Арифметическое действие**

Одна и та же ИНС может быть получена разными способами, имея при этом разные описания.

Например, 7 + 5 или 12. В первом случае ИНС получена объединением ИНС$_1$= 7 ИНО$_1$ с ИНС$_1$ = 5 ИНО$_1$, а во втором - объединением ИНС$_2$ = 1 ИНО$_2$ с ИНС$_1$ = 2 ИНО$_1$.

В итоге одна и та же ИНС имеет разные описания, определяемые способом ее получения. Что и выражается равенством: ИНС = 7 + 5 = 12.

В зависимости от способа ее получения, любая ИНС может иметь не одно, а множество разных описаний.

Как опознать такую ИНС, имеющую разные описания, используемые в качестве наименований?

Ответ такой: из всех возможных только *одно* описание принимается в качестве *стандартного* описания. По которому только ИНС и опознается. Все прочие описания являются *нестандартными*. Они могут свободно использоваться для описания фактического способа получения ИНС. Однако при этом сама ИНС считается *не опознанной*. Для ее опознания необходимо выполнить переход от произвольного нестандартного описания, к стандартному описанию.

Такой ***переход от нестандартного описания к стандартному называется арифметическим действием***.

Это относится к любому действию – сложению, вычитанию, умножению, делению, возведению в степень или извлечению корня. Хотя одни из них и могут формально определяться через другие, например, вычитание – как действие, обратное сложению. Но *первое*, которое, по мнению математика, “не может быть определено формально”, – согласно указанному определению.

**Стандартное описание**

Стандартное описание составляется по следующим правилам:

1. Произвольные наименования ИНС$_1$, ИНС$_2$, ИНС$_3$ и т.д. располагаются в определенной последовательности – справа налево.
2. При наличии ИНС, образованной ИНО$_2$, ИНО$_3$ и т.д. все ИНС, образованные предыдущими ИНО должны быть указаны.
3. Крайняя левая ИНС не может быть равна нулю.
4. ИНС, образованная только одной ИНС$_1$, может быть равна нулю.
5. Каждая ИНС$_1$, ИНС$_2$ и т.д. может использоваться в описании однократно.
6. Каждая ИНС$_1$, ИНС$_2$ и т.д. может входить в состав описания ИНС посредством только одного действия – включения, выражаемого знаком “+”.

Только лишь в этом случае обозначения всех ИНО$_1$, ИНО$_2$, …, образующих описание ИНС, могут быть опущены вместе со знаками их включения в состав задаваемой ИНС без нарушения ее понимания.

**Нестандартные описания**

Прочие описания ИНС, задающие различные способы ее получения, являются нестандартными. Они выражаются арифметическими действиями вычитания, умножения, деления, возведения в степень или извлечения корня. Или сложения, в случае, если какая-нибудь ИНС$_1$, ИНС$_2$ и т.д. использована в описании более одного раза.

Для опознания ИНС любое нестандартное описание должно быть приведено к стандартному описанию, выражаемому через произвольные наименования ИНС$_1$, ИНС$_2$ и т.д. В этом и состоит смысл арифметических действий.

**Поясняющие примеры**

1. Описание ИНС = 7 ИНО$_1$+ 5ИНО$_1$ является не стандартным, т.к. в нем ИНС$_1$ встречается больше одного раза. Здесь сами обозначения ИНО$_1$ могут быть опущены без ущерба для понимания, а описание сокращено до ИНС = 7 + 5. Но знак включения “+” не может быть опущен, т.к. это описание не стандартное.

2. Описание этой же ИНС = 1ИНО$_2$ + 2 ИНО$_1$ является стандартным. В нем могут быть опущены без ущерба для понимания как обозначения самих ИНО$_1$, ИНО$_2$, так и знак “+” включения образуемых ими ИНС$_1$, ИНС$_2$ в состав описываемой ИНС.

Поэтому описание ИНС может быть без ущерба для понимания максимально сокращено до ИНС = 12.

3. Описание этой же ИНС = 2 ИНО$_1$ + 1ИНО$_2$, выражающее возможный реальный способ ее получения, является нестандартным, т.к. в нем нарушена правильная последовательность расположения ИНС$_1$, ИНС$_2$. Поэтому в ней должен быть изменен порядок, после чего она получает стандартное описание, выражаемое сокращенной записью 12.

4. Описание ИНС = 1ИНО$_2$ является нестандартным, т.к. в нем отсутствует ИНС, образуемая ИНО$_1$. Стандартное описание должно иметь вид ИНС = 1 ИНО$_2$ + 0 ИНО$_1$, после чего могут быть опущены без ущерба для понимания как обозначения самих ИНО$_1$, ИНО$_2$, так и знак включения образуемых ими ИНС$_1$, ИНС$_2$ в состав описываемой ИНС. Это дает стандартное сокращенное описание ИНС = 10.

5. Описание ИНС = 7 ИНО$_1$ – 5 ИНО$_1$ является нестандартным, т.к. она образована не посредством включения ИНС$_1$, обозначаемого знаком “+”, а изъятия, обозначаемого знаком “-”. Ее стандартное произвольное наименование ИНС = 2.

То же относится к операциям умножения, деления, возведения в степень и извлечения корня. Описания ИНС, выражаемые посредством указанных операций, являются нестандартными. Требующими приведения ИНС для ее опознания к стандартному описанию. В этом и состоит смысл арифметических действий.

**Литература:**

1. Выгодский М.Я. "Справочник по элементарной математике".
2. Кант И. “Критика чистого разума”.

**Примечание.** Данная публикация является сокращенным изложением статьи http://sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/8664.html от 12.06.2007 г.