Wave propagation equations in spaces with different metrics

Valery Timin

(August 2019)

Russia

A separate widespread type of motion in any space is the wave motion characterized by some amplitude A, oscillation frequency f of the wave parameter and velocity $c = c_x$ of the wave motion along the direction of the x axis. In this paper, the equations of wave motion in spaces with different metrics are considered: in Galilean space, pre-relativistic space of classical mechanics, Minkowski space. Aberration, relativistic and Doppler effects are calculated. Various cases of mutual motion of the source and the receiver and corresponding transformations of coordinates are considered.

Оглавление

Отдельным широко распространенным типом движения в любом пространстве является волновое движение, характеризующееся некоторой амплитудой A, частотой колебаний ω параметра волны и скоростью $c = c_x$ движения волны вдоль направления оси x. В данной работе рассмотрены уравнения движения волны в пространствах с различной метрикой: в галилеевом пространстве, дорелятивистском пространстве классической механики, пространстве Минковского. Рассчитаны аберрация, релятивистский и Доплера эффекты. Рассмотрены различные случаи взаимного движения источника и приемника и соответствующие им преобразования координат.

Будем рассматривать уравнение волнового движения скалярной волны вдоль оси x:

$$A = \sin\omega(t - x/c). \tag{1}$$

в трех ситуациях:

1) при поперечном по отношению к волне движении приемника;
2) при движении источника волн по отношению к АСО в галилеевом пространстве и покоящемся относительно АСО приемнике;
3) при движении приемника относительно АСО,
4) но: движение под углом в данной работе не рассматриваем.

Упор сделан на то, что для нас важно, а именно – как будет восприниматься волна приемником.

Используемые сокращения

АСО – абсолютная система отсчета,

КФ – классическая физика,

КМ – классическая механика,

ПВ – пространство–время,

ГП – галилеево пространство, фактически является пространством КФ,

ГМ – галилеева механика в ГП,

ГПТК – галилеевы преобразования тензоров и координат.

1. Уравнение волны в галилеевом пространстве

Галилеевым пространством называется пространство, представляющее собой прямое произведение 3–мерного и 1–мерного абсолютных евклидовых пространств. Абсолютность галилеева пространства заключается в том, что при преобразованиях координат их "плоскости" одновременности остаются инвариантными. При этом значения координат преобразуются линейно во времени пропорционально скорости новой с.о.:

$$\begin{cases} t = t', \\ x = x' + v_x t', \\ y = y' + v_y t', \\ z = z' + v_z t', \end{cases} \tag{2}$$

где (v_x v_y v_z) – скорость новой с.о. в старой.

При таком преобразовании координат промежутки времени между любыми двумя точками и расстояния между любыми двумя точками 3–мерного подпространства остаются инвариантными. Особо отмечу следующий момент: промежутки времени и расстояния между двумя точками являются физически измеримыми параметрами, в то время как "галилеевость" является "математическим" "абстрактным" модельным свойством интерпретации (или описания) пространства физической реальности. Эта модель пространства применяется в классической механике и физике, в которой происходят движения всех материальных объектов.

1.1 ГПТК поперек направления движения волны

Сделаем ГПТК (галилеевы преобразования тензоров и координат) со скоростью v_y в направлении $+y$, перпендикулярном направлению движения фронта волны – это соответствует поперечному по отношению к волне движению приемника – и посмотрим, что из этого получится:

$$t = t',$$
$$y = y' + v_y t', \quad (3)$$
$$x = x'.$$

Уравнение волны (1) относительно новой с.о. будет следующей:

$$A = \sin\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) \rightarrow$$
$$A' = \sin\omega\left(t' - \frac{x'}{c}\right) \equiv \sin\omega\left(t - \frac{x}{c}\right). \quad (4)$$

Из этого уравнения видно, что поперечная к направлению движения волна никак не изменяет своей формы: **ни эффекта Доплера, ни аберрации, ни релятивистского эффекта не наблюдается**. Как фронт волны располагался вдоль оси y и ее фронт распространялся вдоль оси x, так и продолжает располагаться и распространяться. В уравнение распространения монохроматической волны скорость с.о, перпендикулярная к направлению распространения, не входит. Это также значит, что если волна распространяется в с.с., то для волны безразлично, движется эта среда в направлении оси y или нет. С помощью такой волны (!) невозможно детектировать перпендикулярное к направлению распространения фронта волны движение с.с.

Это также означает, что линейная волна не является галилеевым объектом: она не получает какого–либо параметра, зависящего от поперечной к направлению распространения фронта волны скорости с.о.

Это несколько неожиданно: нас со школы учили, что должна наблюдаться аберрация, т.е. отклонение фронта волны в сторону движения. Нам приводили три примера: падающие капли дождя, волны за кормой движущегося корабля и отклонение положения звезд в телескопе при движении Земли по траектории вокруг Солнца. Но этот вывод об отсутствии аберрации, конечно, не означает, что эффект "аберрации" вовсе отсутствует. Он лишь означает, что фронт волны (именно фронт волны) как был коллинеарным к направлению движения, так и остался таким же (см. рис. 1a). Из трех приведенных выше примеров первые два не противоречат нашему выводу насчет аберрации, но третий вывод – противоречит. По третьему примеру см. дальше.

Но это полностью противоречит наблюдаемому косому направлению следов падающих перпендикулярно капелек дождя на стекле движущегося транспортного средства. Рассматриваемая нами ситуация является движением волны, а движение капелек дождя – корпускулярное движение материи, и оно задается (рис. 1b). Еще лучше этот эффект можно увидеть около кормы движущейся моторной лодки или корабля на воде. Но это так, и в этом заключается большая разница между корпускулярным и волновым движениями материи.

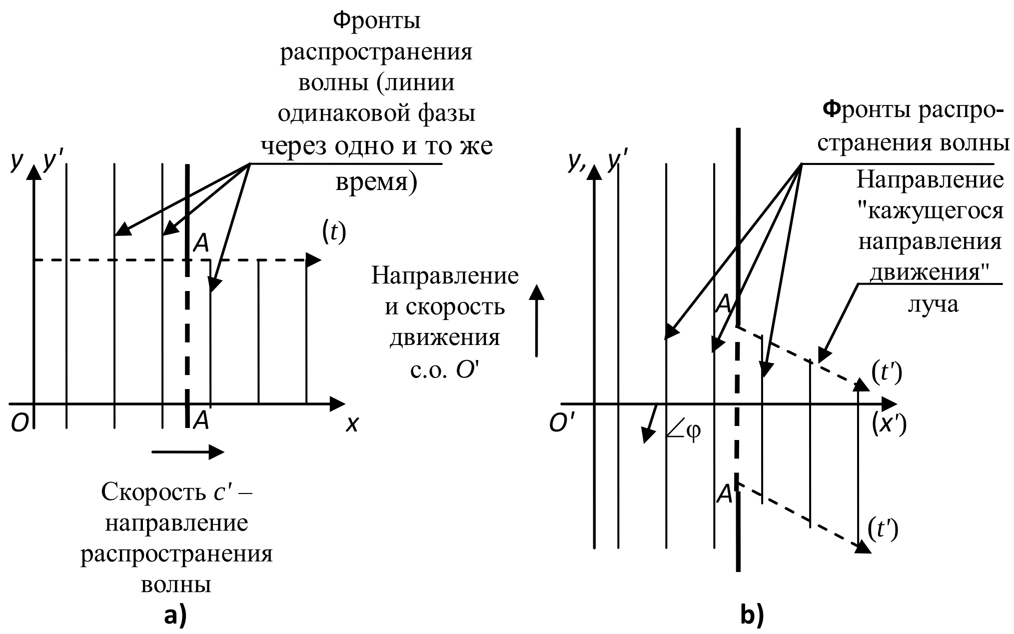

Рис. 1. Распространение волны при галилеевых преобразованиях координат, перпендикулярных направлению распространения волны: a) в исходной, "покоящейся" с.о., b) в с.о., движущейся со скоростью v в направлении оси y. Линия A–A соответствует движущейся с той же скоростью щели на пути прохождения волны: примерно такую форму имеют волны на воде от движущегося катера.

Для узкого волнового луча этот эффект "механической" аберрации будет присутствовать в классическом варианте. Узкий луч обладает корпускулярными свойствами.

Если абстрагироваться от волнового описания процесса распространения волны монохроматической волны, заполняющей все пространство, и выделить (материализовать) с помощью параллельно двигающейся щели достаточно широкий по сравнению с длиной волны кусок фронта волны (см. рис. 1a, 1b), то можно увидеть, что он распространяется вполне по корпускулярным законам, согласующимся с галилеевыми преобразованиями. Кусочек фронта волны будет двигаться в первом приближении как стержень, движущийся перпендикулярно самому себе и одновременно в направлении, противоположной направлению движения новой с.о., и иметь скорость $c'^i = c^i - v_x^i$. Но какова скорость v_y? Чисто из наблюдения за фронтом волны до щели эту скорость определить невозможно: она может быть произвольной. И направление движения этого кусочка волны может быть произвольным, в частности, как на рис. 1b после щели *AA*. Но это направление должно соответствовать скорости движения щели вдоль оси y по отношению к среде, в которой распространяется волна. В данной интерпретации можно сказать, что существует эффект поперечной механической аберрации: $\text{tg}\varphi = v_y/c$ (см. рис. 1b). Но этот угол относится не к направлению фронта волны, а к направлению движения луча волны, прошедшей через щель. Каждый отдельный кусочек волны за щелью движется как бы независимо, показывая корпускулярный характер.

1.2 Эффект Доплера от движущегося источника волн в галилеевом АСО

Если источник волн движется, например, в сторону оси x со скоростью v, а приемник покоится, то уравнением волны в с.о. приемника будет

$$A' = \sin\omega\left(t - \frac{x \pm vt}{c \pm v}\right). \qquad (5)$$

Здесь $(c \pm v)$ – это скорость распространения волны в с.о. движущегося источника. Будем считать, что если источник (точнее, волна) и приемник движутся от $x = -\infty$ к $x \to +\infty$, то знак при их скорости будет соответствовать их векторной скорости с правильным знаком. Решим (5) для положительного знака скорости источника, движущегося в сторону $x \to +\infty$:

$$\begin{gathered} A' = \sin\frac{\omega}{c-v}\big(t(c-v) - (x-vt)\big) = \\ = \sin\frac{\omega}{c-v}(ct - vt - x + vt) = \\ = \sin\frac{\omega}{c-v}(ct - x) = \sin\frac{\omega}{1-\frac{v}{c}}\left(t - \frac{x}{c}\right) = \to \\ A' = \sin\omega'\left(t - \frac{x}{c}\right) : \omega' = \frac{\omega}{1-\frac{v}{c}}; \end{gathered} \tag{6}$$

Это уравнение волны в с.о. движущегося источника волн говорит о том, что при движущемся в АСО источнике:

1) изменится скорость движения волны вдоль оси x' относительно источника: $c' = c \pm v$,

2) изменится круговая частота волны относительно приемника в АСО: $\omega' = \omega/(1 \pm v/c)$. Это частота, которую воспринимает приемник (измеритель) частоты волны, находящийся в состоянии покоя относительно АСО.

3) длина волны λ в АСО изменяется в соответствии с уравнением:

$$\begin{gathered} A' = \sin\frac{\omega}{1-\frac{v}{c}}\left(t - \frac{x}{c}\right) \to \\ A' = \sin\omega\left(\frac{-\frac{x}{c}}{1 \pm \frac{v}{c}}\right) = -\sin\omega\left(\frac{x}{c-v}\right) \to \\ \lambda = \frac{c-v}{\omega}. \end{gathered} \tag{7}$$

В направлении движения источника в сторону приемника длина волны уменьшается ($v > 0$), частота увеличивается. В направлении движения источника от приемника длина волны увеличивается ($v < 0$), частота уменьшается.

1.3 Эффект Доплера на движущемся приемнике волн в галилеевом АСО

За исходное уравнение волны примем уравнение волны (5) от движущегося со скоростью v_i источника:

$$A' = \sin\frac{\omega}{1-\frac{v_i}{c}}\left(t - \frac{x}{c}\right). \tag{8}$$

Это соответствует случаю движущегося источника частоты. Источник при этом находится в состоянии покоя относительно АСО волновой среды. Сделаем ГПТК со скоростью $v = v_x$ в направлении движения фронта волны и посмотрим, что получится:

$$\begin{gathered} t = t', \\ x = x' + v_p t'. \end{gathered} \tag{9}$$

Здесь v_p – скорость приемника. Уравнение волны относительно новой с.о.:

$$A' = \sin\frac{\omega}{1-\frac{v_i}{c}}\left(t-\frac{x}{c}\right)\rightarrow$$

$$\begin{aligned} A' &= \sin\frac{\omega}{1-\frac{v_i}{c}}\left(t'-\frac{x'+v_p t'}{c}\right) = \sin\frac{\omega}{1-\frac{v_i}{c}}\left(t'-\frac{v_p t'}{c}-\frac{x'}{c}\right) = \\ &= \sin\frac{\omega}{1-\frac{v_i}{c}}\left(t'\left(1-\frac{v_p}{c}\right)-\frac{x'}{c}\right) = \sin\omega\frac{1-\frac{v_p}{c}}{1-\frac{v_i}{c}}\left(t'-\frac{x'}{c-v_p}\right) = \\ &= \sin\omega\frac{c-v_p}{c-v_i}\left(t'-\frac{x'}{c-v_p}\right). \end{aligned} \tag{10}$$

При v_p, v_i << c (10) можно упростить:

$$\begin{aligned} A' &= \sin\omega\frac{c-v_p}{c-v_i}\left(t'-\frac{x'}{c-v_p}\right)\rightarrow \\ A' &= \sin\omega\left(1-\frac{v_p-v_i}{c}\right)\left(t'-\frac{x'}{c-v_p}\right). \end{aligned} \tag{11}$$

Учитывая, что $v_p - v_i = v$ – скорость приемника относительно источника волн, имеем

$$A' = \sin\omega\left(1-\frac{v}{c}\right)\left(t'-\frac{x'}{c-v_p}\right). \tag{12}$$

Как видно, эффект Доплера зависит от скорости приемника v_p и ее скорости относительно источника волн. Это изменение частоты волны называется эффектом Доплера и соответствует классическому эффекту Доплера классической волны.

Изменение частоты волнового процесса называется эффектом Доплера и и для волновой АСО в галилеевом пространстве соответствует классическому эффекту Доплера распространения волнового процесса. Изменение скорости волны в АСО соответствует галилеевым преобразованиям скорости в классической механике. Но есть и существенная разница: волновой процесс выделяет в пространстве некоторое "волновое" АСО, а механическое движение не выделяет.

Процесс распространения монохроматической волны не является единственным случаем распространения волнового процесса. Кроме этого, можно рассмотреть процесс распространения волны от движущегося и покоящегося излучателей волновых процессов. Разница в процессах будет заключаться в том, что источник будет излучать волны определенной, постоянной частоты в движущейся ИСО, и задача будет заключаться в выводе соответствующих формул движения волнового процесса.

Вопрос: соответствует или противоречит это принципу относительности? Если считать, что волна является таким же объектом, что и м.т. и мы можем получать информацию о его состоянии с бесконечной скоростью, то соответствует. Т.е. эта волна является классическим галилеевым объектом, движущимся со скоростью $c - v$.

С другой стороны, эта волна может иметь только вполне определенную скорость в определенном направлении движения в произвольной с.о. и эта скорость однозначно определяется ГПТК. С этой точки зрения **волна не является классическим объектом** – она не может иметь произвольную скорость движения в произвольной ИСО. Это означает, что в **пространстве существует выделенная с.о. относительно которой скорость волны будет**

симметрична по всем направлениям. Принцип относительности не соблюдается.

Как следствие, мы получаем, что в каждой точке должна существовать роза скоростей волны и одна выделенная относительно этой розы с.о., что–то типа абсолютной с.о. (АСО), в которой скорость распространения волны не зависит от направления. Волна не является классическим объектом и пространство для него обладает свойствами АСО и в любой с.о. для него должно существовать векторное поле скоростей связанной с ней АСО или фоновой с.с.

1.4 Выводы:

1) Изменение скорости фронта волны при переходе в ИСО соответствует галилеевым преобразованиям скорости в классической механике.

2) Но волновое движение не является классическим движением объектов галилеевой механики: скорость распространения волнового процесса не может быть произвольной в конкретной с.о. Она по своему определению в соответствии с уравнением $A = \sin\omega(t - x/c)$ может быть введена только в пространстве со свойствами АСО, или на фоне некоторого "эфира". Аналогом такого волнового движения является распространение звуковой волны в с.с.

3) При этом наблюдается классический эффект Доплера как для случая движущегося относительно АСО источника, так и движущегося приемника.

4) Не имеется аберрации, что противоречит классической волновой теории распространения света Гюйгенса. Но имеется механическая аберрация отклонения волнового луча щелью. При этом направление движения "волнового" луча не совпадает с направлением движения фронта волны.

5) При движении волны в с.с. классической механики возможна потеря информации о перпендикулярных к направлению распространения фронта волны составляющих скорости с.с. Для нее существенна только продольная к направлению распространения фронта волны скорость движения среды.

6) В силу того, что не вся информация о сопутствующей с.с. теряется, можно в любом случае восстановить параметры с.с. и АСО, сопутствующей волновым процессам, в опытах со щелями (лучами).

2. Уравнение волны в пространстве ДРП с ДРПТК

Используемые сокращения

ДРП – дорелятивистское пространство (см. формулы 13 преобразования координат этого пространства), фактически является пространством классической физики (КФ) и при бесконечно малых скоростях совпадает с ГП – пространством КФ).

ДРПТК – дорелятивистские преобразования тензоров и координат.

Дорелятивистским пространством назовем пространство, представляющее собой 4–мерное пространство–время, включающее в себя 1–мерное пространство "время" и 3–мерное просто "пространство". Эти пространства не являются абсолютными и их не абсолютность заключается в том, что при преобразованиях координат их "плоскости" одновременности не остаются инвариантными, а значения координат "перемешиваются". При этом преобразуются линейно, взаимозависимо и пропорционально скорости новой с.о. При движении новой с.о. со скоростью v_x вдоль оси x преобразования координат выглядят так:

$$\begin{cases} t = t' + \dfrac{v_x x'}{c^2}, \\ x = x' + v_x t', \\ y = y', \\ z = z'. \end{cases} \qquad (13)$$

При произвольном направлении движения преобразования координат выглядят гораздо сложнее. Я их не буду приводить. Также сделаю замечание по области применения (13) бесконечно малыми скоростями, что косвенно определено в слове "дорелятивистское".

Как видно из (13), при переходе в другое ИСО оси x и t теряют свойство абсолютности, в отличие от ГПТК. При таком преобразовании координат промежутки времени между любыми двумя точками и расстояния между любыми двумя точками 3–мерного подпространства не остаются инвариантными. Как и раньше, здесь также особо отмечу следующий момент: промежутки времени и расстояния между двумя точками являются физически измеримыми параметрами, в то время как "галилеевость" и "дорелятивизм" являются "математическими" "абстрактным" модельными свойствами интерпретации (или описания) пространства физической реальности. Эта "дорелятивистская" модель пространства не применяется в классической механике и физике, в которой изучается движение всех материальных объектов. У него свои модели эталонов, более близкие к релятивистским, но не релятивистские. И она более правильно описывает реальные свойства волнового движения в ней в области определения КФ, и поэтому преобразования (13) надо считать реальными. Правда, в силу малости реальных скоростей измеримый эффект для реальных объектов, например – движения Земли по орбите, от (13.1) выражается мизерной величиной примерно

$$v_з/c^2 = 3*10^4[м/с]/(3*10^8[м/с])^2 \sim 3,3*10^{-12} \ [с/м].$$

Но в волновом распространении света проявляется сильнее и определяется безразмерной величиной

$$v_x/c = 3*10^4[м/с]/3*10^8[м/с] \sim 1,0*10^{-4}.$$

Здесь будем рассматривать то же самое уравнение (1) волнового движения скалярной волны вдоль оси x:

$$A = \sin\omega(t - x/c). \qquad (1)$$

в тех же трех ситуациях:

1) при поперечном по отношению к волне движении приемника;
2) при движении источника волн по отношению к АСО в дорелятивистском пространстве и покоящемся относительно АСО приемнике;
3) при движении приемника относительно АСО.

Рассмотрим, как изменяется уравнение движения волны при дорелятивистских преобразованиях координат или соответствующих им движениях источника и приемника волн. Заметим, что для нас важно, как будет восприниматься волна приемником.

> *Хочу здесь особо отметить: это то же самое пространство и та же самая волна, что и в ГП, только для его изучения используется другая с.о. с другими эталонами и свойствами, в частности – метрикой. Также напомню: ДРПТК применима при v << c.*

2.1 ДРПТК поперек направления движения волны

Сделаем ДРПТК (дорелятивистские преобразования тензоров и координат) со скоростью v в направлении $+y$, перпендикулярном направлению движения фронта волны – это соответствует поперечному по отношению к волне движению приемника – и посмотрим, что из этого получится:

$$\begin{cases} t = t' + \dfrac{v_y y'}{c^2}, \\ y = y' + v_y t', \\ x = x', \\ z = z'. \end{cases} \tag{14}$$

Уравнение волны относительно новой с.о.:

$$A' = \sin\omega\left(t' - \frac{x'}{c} + \frac{vy'}{c^2}\right) = \sin\omega\left(t' + \frac{\frac{vy'}{c} - x'}{c}\right). \tag{15}$$

Из этого уравнения видно, что поперечная к направлению движения волна не изменяет своей частоты и скорости, но наблюдается аберрация в направлении движения волны. Найдем уравнение фронта волны для $t' = 0$ и значения амплитуды $A = 0$ волнового уравнения из (15):

$$\frac{\frac{vy'}{c} - x'}{c} = 0 \rightarrow x' = \frac{vy'}{c}. \tag{16}$$

Уравнение (16) говорит о том, что фронт волны наклоняется по отношению к своему первоначальному направлению (см. рис.2). Найдем угол аберрации волнового движения φ:

$$\text{tg}\varphi = \frac{x'}{y'} = \frac{v}{c}. \tag{17}$$

Это выражение полностью соответствует наблюдаемому отклонению луча света от звезд в телескопе – но эффект аберрации в этом случае можно заметить только специальными точными астрономическими приборами (см. рис.2).

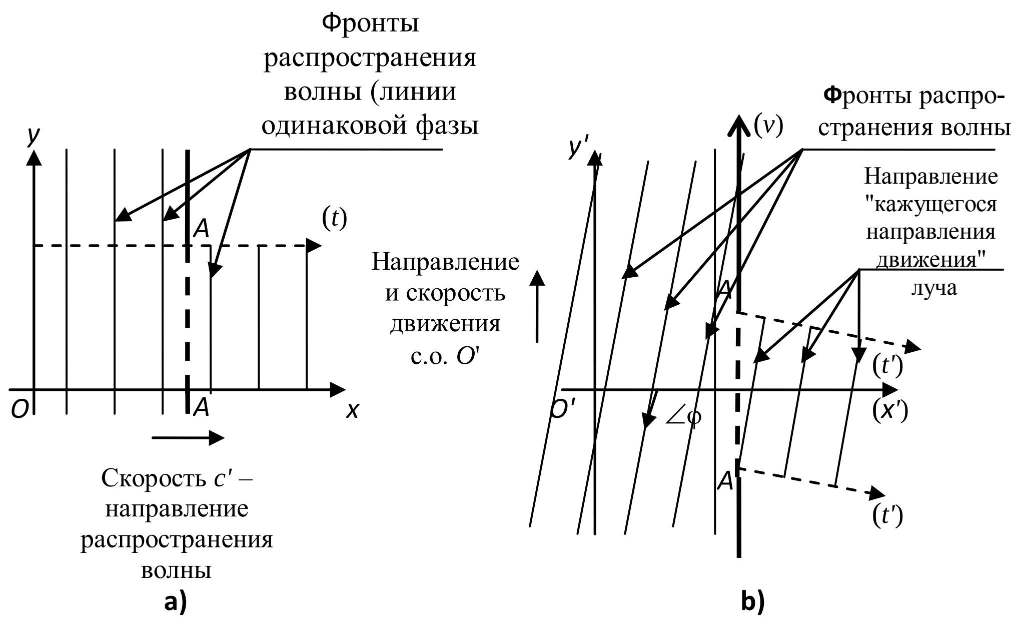

Рис. 2. Распространение волны при дорелятивистских преобразованиях координат, перпендикулярных направлению распространения волны: a) в исходной, "покоящейся" с.о., b) в с.о., движущейся со скоростью v в направлении оси y. Линия А–А соответствует движущейся с той же скоростью щели на пути прохождения волны.

Ни пример с косым направлением падения капелек дождя, ни движение волн в с.с. не подходят для объяснения эффекта (17) – это всего лишь механические эффекты сложения скоростей в галилеевом пространстве, а пример с телескопом – это фундаментальное свойство пространства и времени. Это также означает, что линейная волна, распространяющаяся перпендикулярно к направлению движения с.о., не является ни галилеевым, ни дорелятивистским объектом:

1) скорость распространения волны остается постоянной и равной c, но изменяются направление фронта волны и значение координаты времени в соответствии с ДРПТК;

2) она не получает какого–либо параметра, зависящего от скорости с.о., кроме угла аберрации, соответствующего закону сложения скоростей;

3) для только что рассмотренной волны также не существует аномалий распространения ее через щель: направление распространения луча волны за щелью соответствует фронту распространения волны.

2.2 Эффект Доплера от движущегося источника волн

Если источник волн движется, например, в сторону оси x со скоростью v, а приемник покоится, то уравнением волны в с.о. приемника будет

$$A' = \sin\omega\left(t - \frac{x \pm vt}{c \pm v}\right). \tag{18}$$

Здесь $(c \pm v)$ – это скорость распространения волны в с.о. движущегося источника. Будем считать, что если источник (точнее, волна) и приемник движутся от $x = -\infty$ к $x \to +\infty$, то знак при их скорости будет соответствовать их векторной скорости с правильным знаком. Решим (18) для положительного знака скорости источника, движущегося в сторону $x \to +\infty$:

$$\begin{gathered}A' = \sin\frac{\omega}{c - v}\big(t(c - v) - (x - vt)\big) = \\ = \sin\frac{\omega}{c - v}(ct - vt - x + vt) = \\ = \sin\frac{\omega}{c - v}(ct - x) = \sin\frac{\omega}{1 - \frac{v}{c}}\left(t - \frac{x}{c}\right) = \to \\ A' = \sin\omega'\left(t - \frac{x}{c}\right) : \omega' = \frac{\omega}{1 - \frac{v}{c}};\end{gathered} \tag{19}$$

Изменение частоты волны в соответствии с (19) называется эффектом Доплера и соответствует классическому эффекту Доплера классической волны. Это уравнение ничем не отличается от случая галилеева пространства. Его свойства:

1) скорость движения волны вдоль оси x' относительно источника не изменяется и остается инвариантной;

2) изменится круговая частота волны относительно приемника: $\omega' = \omega/(1 \pm v/c)$;

3) длина волны λ в АСО изменяется в соответствии с уравнением:

$$A' = \sin\frac{\omega}{1-\frac{v}{c}}\left(t-\frac{x}{c}\right) \rightarrow$$

$$A' = \sin\omega\left(\frac{-\frac{x}{c}}{1\pm\frac{v}{c}}\right) = -\sin\omega\left(\frac{x}{c-v}\right) \rightarrow \tag{20}$$

$$\lambda = \frac{c-v}{\omega}.$$

В направлении движения источника в сторону приемника длина волны уменьшается ($v > 0$), частота увеличивается. В направлении движения источника от приемника длина волны увеличивается ($v < 0$), частота уменьшается.

Из уравнения (19) видно, что ни форма уравнения волны, ни скорость ее распространения от движения источника волн не изменились, т.е. она ковариантна относительно ДРПТК, изменилась только частота волны на приемнике в соответствии с эффектом Доплера. Вопрос: является ли эта волна классическим объектом типа м.т.? Нет. Эта волна с преобразованиями координат ДРПТК не является классическим или галилеевым объектом. У него свои особые свойства.

2.3 Эффект Доплера на движущемся приемнике волн в ДРП

За исходное уравнение волны примем уравнение волны (20) от движущегося со скоростью v_i источника:

$$A' = \sin\frac{\omega}{1-\frac{v_i}{c}}\left(t - \frac{x}{c}\right). \tag{21}$$

Это соответствует случаю движущегося источника частоты в с.о. "покоящегося" приемника. Сделаем ДПТК со скоростью $v = v_x$ в направлении движения фронта волны и посмотрим, что получится:

$$t = t' + v_p x'/c^2, \qquad x = x' + v_p t'. \tag{22}$$

Здесь v_p – скорость приемника. Уравнение волны относительно новой с.о.:

$$A' = \sin\frac{\omega}{1-\frac{v_i}{c}}\left(t' + \frac{v_p x'}{c^2} - \frac{x' + v_p t'}{c}\right) \rightarrow$$

$$A' = \sin\frac{\omega}{1-\frac{v_i}{c}}\left(t' + \frac{v_p x'}{c^2} - \frac{x' + v_p t'}{c}\right) = \sin\frac{\omega}{1-\frac{v_i}{c}}\left(t' - \frac{v_p t'}{c} + \frac{v_p x'}{c^2} - \frac{x'}{c}\right) =$$

$$= \sin\frac{\omega}{1-\frac{v_i}{c}}\left(t'\left(1-\frac{v_p}{c}\right) + \frac{x'}{c}\left(\frac{v_p}{c} - 1\right)\right) = \sin\omega\frac{1-\frac{v_p}{c}}{1-\frac{v_i}{c}}\left(t' - \frac{x'}{c}\right) = \tag{23}$$

$$= \sin\omega\frac{c-v_p}{c-v_i}\left(t' - \frac{x'}{c}\right).$$

При v_p, $v_i << c$ (23) можно упростить:

$$A' = \sin\omega \frac{c - v_p}{c - v_i}\left(t' - \frac{x'}{c}\right) \rightarrow$$
$$A' = \sin\omega \left(1 - \frac{v_p - v_i}{\mathrm{c}}\right)\left(t' - \frac{x'}{c}\right). \qquad (24)$$

Учитывая, что $v_p - v_i = v$ – скорость приемника относительно источника волн, имеем

$$A' = \sin\omega \left(1 - \frac{v}{\mathrm{c}}\right)\left(t' - \frac{x'}{c}\right). \qquad (25)$$

Это изменение частоты волны называется эффектом Доплера и соответствует классическому эффекту Доплера классической волны.

Как видно, эффект Доплера зависит от скорости приемника v_p и ее скорости относительно источника волн. В связи с этим, что в дорелятивистском пространстве скорость распространения волны не зависит от скорости приемника, (см. 23), расчеты этой части можно было не проводить и удовлетвориться результатом второй части этого раздела.

2.4 Выводы

Волновое движение в дорелятивистском пространстве, также как и в галилеевом, не является классическим движением объектов галилеевой механики, хотя и частично сохраняет их свойства. Так как в дорелятивистском пространстве нет АСО и все ИСО равноправны, то эффект Доплера зависит только от скорости приемника относительно источника волн.

1) Уравнения (19), (25) являются ковариантными волновыми уравнениями: скорость распространения волны при ДРПТК не изменяется (выделены зеленым цветом).

2) при поперечном направлении распространения волны наблюдается эффект аберрации, имеющий величину, соответствующую классической; при этом "щелевого (или лучевого)" эффекта не наблюдается;

3) при продольном направлении распространения волны наблюдается классический эффект Доплера.

4) скорость распространения волны остается постоянной в каждом из возможных ИСО.

5) невозможно выделить какую либо из ИСО в качестве выделенной АСО.

6) в связи с инвариантностью описания распространения волны и ее независимостью от скоростей приемника и передатчика эффект Доплера зависит только от взаимной скорости приемника и передатчика;

7) Как следствие из п.6, с точки зрения волны теряется вся информация о сопутствующей с.с. и связанной с ним АСО, сопутствующей волновым процессам, в любых опытах с волнами (в т.ч. и "лучами" через "щели"), невозможно восстановить параметры этой АСО.

3. Уравнение волны в пространстве РП с РПТК

Используемые сокращения

РП – релятивистское пространство,

РФ – релятивистская физика,

РПТК – релятивистские преобразования тензоров и координат.

Релятивистским пространством называется пространство, представляющее собой 4–мерное пространство–время, включающее в себя 1–мерное пространство "время" и 3–мерное "пространство". Эти пространства также не являются абсолютными и их не абсолютность заключается в том, что при преобразованиях координат их "плоскости" одновременности не остаются инвариантными, а значения координат "перемешиваются". При этом преобразуются линейно, взаимозависимо и пропорционально скорости новой с.о. При движении новой с.о. со скоростью v_x вдоль оси x преобразования координат выглядят так:

$$\begin{cases} t = t' + \dfrac{v_x x'}{c^2}, \\ x = x' + v_x t', \\ y = y', \\ z = z'. \end{cases} \tag{26}$$

Обратные преобразования отличаются получаются из этих же заменой знака "+" на "–". При произвольном направлении движения преобразования координат выглядят гораздо сложнее.

Как видно из (26), при переходе в другое ИСО оси x и t теряют свойство абсолютности, в отличие от ГПТК. При таком преобразовании координат промежутки времени между любыми двумя точками и расстояния между любыми двумя точками 3–мерного подпространства не остаются инвариантными. Как и раньше, здесь также особо отмечу следующий момент: промежутки времени и расстояния между двумя точками являются физически измеримыми параметрами, в то время как "галилеевость", "дорелятивизм" и "релятивизм" являются "математическими" "абстрактным" модельными свойствами интерпретации (или описания) пространства физической реальности. Эта "релятивистская" модель пространства применяется в релятивистской механике и физике, в которой изучается движение всех материальных объектов. У него свои модели эталонов, более близкие к реальным. Практически эти эталоны являются "электромагнитными" "релятивистскими" эталонами длины, времени и массы. И они правильно описывают реальные свойства волнового движения в ПВ и поэтому преобразования (26) надо считать реальными.

3.1 Уравнение волны в пространстве СТО с РПТК

Здесь будем рассматривать то же самое уравнение (1) волнового движения скалярной волны вдоль оси x:

$$A = \sin\omega(t - x/c). \tag{1}$$

в трех ситуациях:

1) при поперечном по отношению к волне движении приемника;
2) при движении источника волн по отношению к относительно "покоящемуся" приемнику;

Рассмотрим, как изменяется уравнение движения волны при релятивистских преобразованиях координат или соответствующих им движениях источника и приемника волн. Заметим, что для нас важно, как будет восприниматься волна приемником.

> *Хочу здесь особо отметить: это то же самое пространство и та же самая волна, что и в ГП и ДРП, только для изучения законов ее распространения используется другая с.о. с другими эталонами и метрическими свойствами. Также напомню: РПТК применимы при любых допустимых скоростях, меньших или равных скорости света.*

3.2 РПТК поперек направления движения волны

Это уравнение соответствует движению волны с частотой ω со скоростью с вдоль положительного направления движения координатной оси x. Сделаем преобразование

Лоренца со скоростью v в направлении y, перпендикулярном направлению движения волны и посмотрим, что получится:

$$t = (t' + vy'/c^2)/\beta,$$
$$y = (y' + vt')/\ \beta, \qquad (27)$$
$$x = x'.$$

Здесь $\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$. Уравнение волны относительно новой с.о.:

$$A\ =\ \sin\omega\left(\frac{\left(t' + \frac{vy'}{c^2}\right)}{\beta} - \frac{x'}{c}\right) =\ \sin\frac{\omega}{\beta}\left(t' + \frac{vy'}{c^2} - \frac{\gamma x'}{c}\right) =$$
$$= \sin\frac{\omega}{\beta}\left(t' + \frac{\frac{vy'}{c} - \beta x'}{c}\right). \qquad (28)$$

Из этого уравнения видно, что поперечная к направлению движения волна изменяет свою частоту и, вдобавок, наблюдается аберрация в направлении движения волны и релятивистская добавка к нему. Скорость волны при этом не изменяется. Найдем уравнение фронта волны для $t' = 0$:

$$\frac{vy'}{c} - \beta x' = 0 \rightarrow$$
$$x' = y' \cdot \frac{1}{\beta} \cdot \frac{v}{c}. \qquad (29)$$

Коэффициент аберрации состоит из двух частей–сомножителей. Вторая часть, равная v/c, соответствует классической величине аберрации. Первая часть соответствует релятивистскому коэффициенту $1/\beta$.

Найдем угол аберрации волнового движения φ:

$$\operatorname{tg}\varphi\ = \frac{x'}{y'} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{v}{c} = \frac{v}{\beta c}. \qquad (30)$$

Это выражение полностью соответствует наблюдаемому отклонению луча света от звезд в телескопе – но эффект аберрации в этом случае можно заметить только специальными приборами. Тем более с релятивистским эффектом β (см. рис.3).

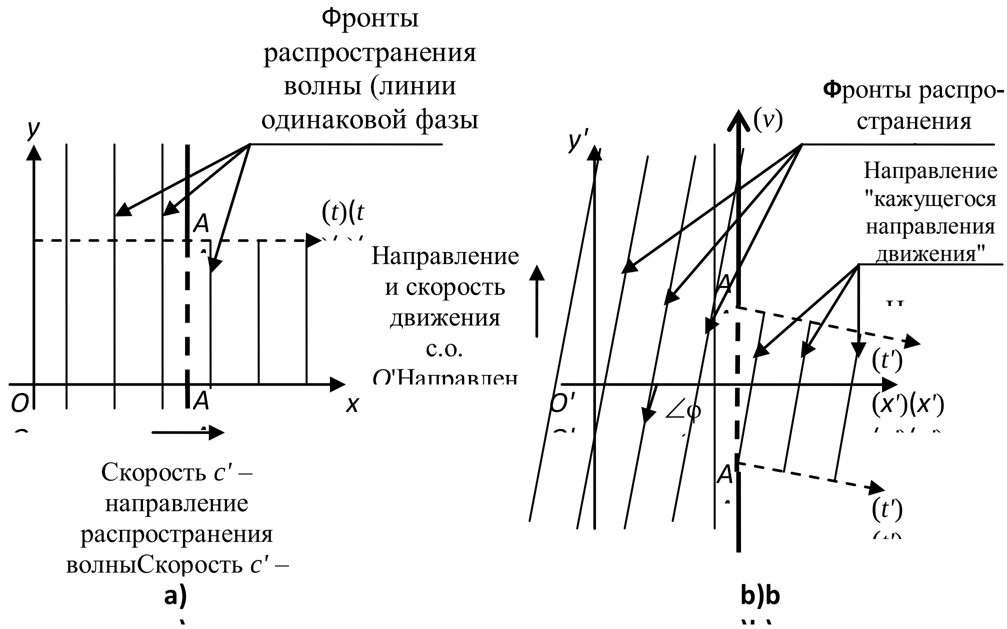

Рис. 3. Распространение волны при дорелятивистских преобразованиях координат, перпендикулярных направлению распространения волны: a) в исходной, "покоящейся" с.о., b) в с.о., движущейся со скоростью v в направлении оси y. Линия А–А соответствует движущейся с той же скоростью щели на пути прохождения волны.

Пример с косым направлением падения капелек дождя в этом случае не подходит – это всего лишь механический эффект сложения скоростей в галилеевом пространстве, а пример с телескопом – это фундаментальное свойство пространства и времени. Это также означает, что линейная волна, распространяющаяся перпендикулярно к направлению движения с.о., не является галилеевым объектом:

1) скорость распространения волны остается постоянной и равной c, но изменяются направление фронта волны и значение координаты времени в соответствии с РПТК,

2) она не получает какого–либо параметра, зависящего от скорости с.о., кроме угла аберрации, соответствующего закону сложения скоростей.

3) Для только что рассмотренной волны также не существует аномалий распространения ее через щель: направление распространения луча волны за щелью соответствует фронту волны.

3.3 Эффект Доплера от движущегося источника волн

Если источник волн движется, например, в сторону оси x со скоростью v, а приемник покоится, то уравнением волны в с.о. приемника будет

$$A' = \sin\omega\gamma\left(t - \frac{x \pm vt}{c \pm v}\right). \tag{31}$$

Здесь $(c \pm v)$ – это скорость распространения волны в с.о. движущегося источника, γ – релятивистский коэффициент. Будем считать, что если источник (точнее, волна) и приемник движутся от $x = -\infty$ к $x \to +\infty$, то знак при их скорости будет соответствовать их векторной скорости с правильным знаком. Решим (6) для положительного знака скорости источника, движущегося в сторону $x \to +\infty$:

$$A' = \sin\frac{\omega\beta}{c - v}\big(t(c - v) - (x - vt)\big) = \tag{32}$$

$$= \sin\frac{\omega\beta}{c-v}(ct{-}vt{-}x+vt) =$$

$$= \sin\frac{\omega\beta}{c-v}(ct{-}x) = \sin\frac{\omega\beta}{1-\frac{v}{c}}\left(t{-}\frac{x}{c}\right) = \rightarrow$$

$$A' = \sin\omega'\left(t{-}\frac{x}{c}\right) : \omega' = \frac{\omega\beta}{1-\frac{v}{c}};$$

Изменяется длина волны λ в соответствии с уравнением:

$$A' = \sin\frac{\omega\beta}{1-\frac{v}{c}}\left(t-\frac{x}{c}\right) \rightarrow$$

$$A' = \sin\omega\beta\left(\frac{-\frac{x}{c}}{1\pm\frac{v}{c}}\right) = -\sin\omega\beta\left(\frac{x}{c-v}\right) \rightarrow \tag{33}$$

$$\lambda = \frac{c-v}{\omega\beta}.$$

В направлении движения источника в сторону приемника длина волны уменьшается ($v > 0$), частота увеличивается. В направлении движения источника от приемника длина волны увеличивается ($v < 0$), частота уменьшается.

Это уравнение почти ничем не отличается от случая галилеева и дорелятивистского пространств. Волновое движение в релятивистском пространстве не является классическим движением объектов ни галилеевой, ни дорелятивистской механик, хотя частично сохраняет их свойства.

Волновое движение в релятивистском пространстве, также как и в галилеевом, не является классическим движением объектов галилеевой механики, хотя и частично сохраняет их свойства. Так как в релятивистском пространстве, как и в дорелятивистском, нет АСО и все ИСО равноправны, то эффект Доплера зависит только от скорости приемника относительно источника волн.

3.4 Выводы

1) Уравнения (32) являются ковариантными волновыми уравнениями: скорость распространения волны при РПТК не изменяется (выделены зеленым цветом).

2) при поперечном направлении распространения волны наблюдается эффект аберрации, имеющий величину, соответствующую классической; при этом "щелевого (или лучевого)" эффекта не наблюдается;

3) при продольном направлении распространения волны наблюдаются классические эффекты Доплера: изменяется круговая частота волны относительно приемника: ω' = ωβ/(1 ± v/c). В отличие от галилеева и дорелятивистского пространств, здесь имеется еще один множитель – релятивистский коэффициент β.

4) скорость распространения волны остается постоянной в каждом из возможных ИСО.

5) невозможно выделить какую либо из ИСО в качестве выделенной АСО.

6) В силу того, что с точки зрения волны теряется вся информация о сопутствующей с.с., невозможно восстановить параметры с.с. и связанной с ним АСО, сопутствующей волновым процессам, в любых опытах с волнами (в т.ч. и "лучами" через "щели").

4. Уравнение волны в других пространствах

В различных альтернативных теориях ПВ рассматриваются и другие пространства с другими преобразованиями координат. При этом каждому типу преобразований должны будут соответствовать другие модельные эталоны. Соответствие их реальным физическим – это вопрос эксперимента. В реальности наиболее подходящими и экспериментально обоснованными являются рассмотренные выше типы пространств. Их всего три, у каждого из них свои области применения. Наиболее универсальным и экспериментально обоснованным из них является определенное локально релятивистское пространство-время и как ее прямое глобальное расширение – пространство общей теории относительности (ОТО).

В соответствии с рассмотренными выше случаями, ПВ может быть абсолютным и не абсолютным. Абсолютным ПВ является галилеево пространство с преобразованиями координат с выбором выделенной оси координат вдоль направления движения новой ИСО

$$\begin{cases} t = t', \\ x = x' + v_x t', \end{cases} \tag{2}$$

В альтернативных физических теориях рассматриваются ПВ с похожими преобразованиями, но с некоторыми "релятивистскими" множителями β_t и β_x (типа СЭТ – стационарного эфира теория):

$$\begin{cases} t = \beta_t t', \\ x = \beta_x (x' + v_x t'). \end{cases} \tag{34}$$

Эти преобразования сохраняют элементы "абсолютности", в частности – "плоскости" одновременности остаются инвариантными.

В не абсолютных пространствах "плоскости" одновременности не остаются инвариантными. В наиболее простом случае это осуществляется в дорелятивистском пространстве в соответствии с уравнениями:

$$\begin{cases} t = t' + \dfrac{v_x x'}{c^2}, \\ x = x' + v_x t', \end{cases} \tag{13}$$

В релятивистских физических теориях рассматриваются ПВ с похожими преобразованиями, но с некоторым "релятивистским" множителем β:

$$\begin{cases} t = \beta\left(t' + \dfrac{v_x x'}{c^2}\right), \\ x = \beta(x' + v_x t'), \end{cases} \tag{35}$$

Область определения пространств с преобразованиями координат в соответствии с (2), (34) и (13) ограничиваются бесконечно малыми скоростями, хотя при наличии "релятивистских" коэффициентов имеются претензии на неограниченное скоростью применение. Область определения пространства с преобразованиями координат в соответствии с (35) неограничен.