

Еще один способ суммирования ряда Гранди.

Иващенко А.В.

Воронежский Государственный Университет

2019 г.

Аннотация: в статье рассматривается оригинальный метод суммирования ряда Гранди, основанный на ряде эвристических соображений. Результат суммирования совпадает с результатом суммирования по Чезаро.

Рассмотрим бесконечный, безначальный знакочередующийся ряд:

.....-1+1-1+1-1+1-1+1-1+1-1+1-.....

Если положить, что 1 - это угловое отклонение идеального маятника из левой крайней точки в правую, а -1, наоборот - из правой крайней точки в левую, то данный ряд будет выражать модель колебаний маятника, который безначально вечно совершал свободные колебания в прошлом и будет вечно колебаться в будущем. С физической точки зрения это значит, что данный маятник никогда ни с чем не взаимодействовал и не будет взаимодействовать, поэтому его невозможно обнаружить, и, можно сказать, что его не существует. Математически несуществование маятника выражается в приравнении исходного ряда нулю:

.....-1+1-1+1-1+1-1+1-1+1-1+1-.....=0

Теперь мысленно вычленим в произвольном месте этого ряда -1:

$$\dots\dots\dots-1+1-1+1-1+1(-1)+1-1+1-1+1-\dots\dots\dots=0$$

и перенесем её в правую часть, вычтя -1 из обеих сторон равенства:

$$\dots\dots\dots-1+1-1+1-1+1+1-1+1-1+1-\dots\dots\dots=1$$

Разобьем левую часть равенства в том месте где стояла -1 на 2 части:

$$\dots\dots\dots-1+1-1+1-1+1|1-1+1-1+1-1+\dots\dots\dots$$

Обратим внимание на то, что получили 2 одинаковые по составу части, каждая из которых является зеркальным отображением другой и которые в сумме дают 1. Бессмысленно говорить о том, что стоит в "конце" каждой части, поскольку каждая из них бесконечна и не имеет этого самого конца. Поэтому, просто приравняем эти части друг другу, ведь они начинаются одинаково и одинаково не заканчиваются. Т.к. сумма этих частей равна 1, а сами части тождественны друг другу, то очевидно, что каждая из частей равна 0.5:

$$\dots\dots\dots-1+1-1+1-1+1=1-1+1-1+1-\dots\dots\dots=0.5$$

При этом одна из представленных частей тождественна ряду Гранди, а результат суммирования эквивалентен

результату суммированию по Чезаро. При получении суммы мы не выходили за рамки простых арифметических операций, руководствуясь оригинальной эвристикой.