La función máximo común divisor es simétrica

Pedro Hugo García Peláez

Supongamos que tenemos dos números a y b cuyo máximo común divisor de ahora en adelante m.c.d sea d

La suma de a y b o sea a+b y su resta a-b tienen el mismo m.c.d

La simetría se extiende mucho más ya que a, b+(b-a),b+(b-a)*n tienen el mismo m.c.d
siendo (n) un número natural.

Esto nos da un conjunto de números cuyos m.c.d son iguales al de a y b o sea una sucesión aritmética de razón (b-a) tanto sumándosela a nuestro número (a) o restándosela sucesivamente a nuestro número (b) nos da un conjunto de números con el mismo m.c.d

Por ejemplo tenemos dos números muy grandes a,b y queremos saber su m.c.d

Restaríamos b-a al número a b-a otra vez hasta que tuviésemos dos números más manejables o al menos uno de ellos sería tan pequeño como quisiésemos y podríamos hallar el m.c.d de ambos fácilmente.

La simetría del m.c.d Se extiende todavía más allá.

Supongamos que tenemos dos números a y b con m.c.d. = d

Entonces los números que son la suma de los dos anteriores como si fuese una sucesión de Fibonacci también tienen el mismo m.c.d

O sea

a+b = n
b+n = n1
n+n1 = n2
…..

Esta simetría explica porque dos números consecutivos son primos entre si.

Ya que si 1 y 2 tienen m.c.d=1
la suma del siguiente número por esa diferencia que tienen sería 2+1 el siguiente 3+1 o sea iríamos añadiendo todos los números naturales y todas las parejas tendrían m.c.d = 1

Cambien como explicación se puede ver que si tomamos un primo y los comparamos con 1 obviamente tendrán de m.c.d=1 y como su resta seria p-1 hasta el número p+(p-1) seguiría teniendo m.c.d=1 pero para 2p esos dos números ya tendrían un m.c.d= p

Para hallar el m.c.d de cualquier polinomio también seguiríamos este procedimiento

Visto esto es obvio que si queremos construir una sucesión aritmética de números naturales y queremos que contenga primos no la deberemos hacer con un comienzo donde los dos primeros números no tengan m.c.d = 1