03.03.2019

Auf dem Weg zu einer Grundlegung der Mathematik, Version 7.3

von Thomas Limberg

Zusammenfassung

Wie der Titel schon verrät, ist es mein Ziel, eine neue Grundlegung der Mathematik zu erschaffen.
In diesem mathematischen Artikel definieren wir den Begriff „mathematisches System“ und führen ein simples mathematisches System namens System 1.1 ein, in dem eine Beweisskizze des Beweises der Existenz von All-/Universal- und Leermenge innerhalb des Systems angefertigt wird.

Keywords

Grundlegung, Prädikatenlogik, Mengenlehre, Allmenge, Universalmenge, Leermenge, Allmengenhypothese, Universalmengenhypothese, Leermengenhypothese, mathematisches System

Informationen zum Autor

Adresse:
Thomas Limberg
Parzellenstr. 98
03046 Cottbus
Germany

Geburtsdatum: 27.11.1986
eMail-Adresse: thomaslimberg@gmx.de

Einordnung gemäß „Mathematics Subject Classification 2010“

03-XX	Mathematical logic and foundations
03Bxx	General logic
03B60	Other nonclassical logic
03Exx	Set theory
03E20	Other classical set theory (including functions, relations and set algebra)
03E35	Consistency and independence results

§1, Einleitung

S.1: (Für eine Definition von „Axiom“ und „Hypothese“ siehe §6 !) In der Zermelo-Fraenkel-Mengenlehre mit Auswahlaxiom werden 10 Axiome eingeführt: Das Extensionalitätsaxiom, das Fundierungsaxiom, das Leermengenaxiom, das Paarmengenaxiom, das Vereinigungsaxiom, das Unendlichkeitsaxiom, das Potenzmengenaxiom, das Aussonderungsaxiom, das Ersetzungsaxiom und das Auswahlaxiom.
S.2: Ich hingegen betrachte die 8 letztgenannten dieser Aussagen nicht als Axiome sondern als Hypothesen und spreche so von der Leermengenhypothese, der Paarmengenhypothese, der Vereinigungshypothese, der Unendlichkeitshypothese, der Potenzmengenhypothese, der Aussonderungshypothese, der Ersetzungshypothese und der Auswahlhypothese.
S.3: Des weiteren sei die All-/Universalmengenhypothese eingeführt, welche besagen soll: Es gibt eine Menge, die alles enthält, d.h., die alle Entitäten (siehe §4) als Element enthält. (Dies wird dadurch möglich, dass die Potenzmengenhypothese falsch sein könnte.)
S.4: Die Leermengenhypothese besagt: Es gibt eine Menge, die nichts enthält, d.h., die keine Entität als Element enthält.
S.5: In diesem Artikel wird NICHT eine Beweisskizze des Beweises der All-/Universalmengenhypothese oder der Leermengenhypothese angefertigt!
S.6: Es wird lediglich ein Schritt in diese Richtung gemacht!
S.7: Es wird NUR eine Beweisskizze des Beweises der All-/Universalmengenhypothese und der Leermengenhypothese INNERHALB EINES BESTIMMTEN SIMPLEN MATHEMATISCHEN SYSTEMS angefertigt!

§2, Abkürzungen

B.	Beweis
D.	Definition
f	falsch
g.d.w.	genau dann, wenn
q.e.d.	quod erat demonstrandum (lat. für „was zu beweisen war“)
S.	linguistischer oder prädikatenlogischer (siehe §11) Satz
T.	Theorem
vkm.	verkettet mit
w	wahr

§3, Zweiwertige Logik

S.1: In diesem Artikel sei die zweiwertige Logik (auch Boolesche Logik genannt) (und keine drei- oder mehrwertige, Fuzzy- oder irgendeine andere Logik) verwendet, d.h. Aussagesätze können genau einen der beiden Wahrheitswerte annehmen (Prinzip der Zweiwertigkeit)!
S.2: „wahr“ und „falsch“ seien die beiden Wahrheitswerte der zweiwertigen Logik!
S.3: Wahre Aussagesätze dürfen aufgestellt werden, falsche hingegen nicht.

§4, Entitäten

S.1, vollständige Bedeutungsfestlegung des Wortes „Entität“: Alles sei eine Entität!
S.2: Es folgen Beispiele.
S.3: Du, ich, Platon, Pythagoras, Katzen, Meerschweinchen, die Sonne, das Brandenburger Tor, der Eiffelturm, Tische, Stühle, Elektronen, Protonen, Neutronen, Photonen, das Prinzip der Zweiwertigkeit, Wörter wie „lesen“ und „schreiben“, Eigenschaften wie „rot sein“ oder „ein Bein haben“, Gefühle wie Liebe, Schmerz und Fröhlichkeit, Ereignisse und andere Geschehen wie der Fall der Berliner Mauer und der 30-jährige Krieg, Wolfsrudel, Schulklassen, die Erde, Galaxien und das Universum sind Entitäten.

§5, Definitionen

S.1: In der Mathematik (und so auch in diesem Artikel) wird unter einer Definition die Festlegung der Bedeutung einer Entität (also z.B. eines Wortes) verstanden.
S.2: Eine Definition soll zudem nicht notwendigerweise die gesamte Bedeutung einer Entität festlegen müssen (, sodass weitere Bedeutungsteile später noch durch weitere Definitionen hinzugefügt werden können).
S.3: Wegen der Beachtung von §3.S.3 darf das Aufstellen einer Definition nicht zu einem falschen Aussagesatz führen.
S.4: Führt es hingegen zu einem falschen Aussagesatz, so soll die Definition nicht aufgestellt werden dürfen.
S.5: Es folgt ein Beispiel.
S.6, D.: In Gruppe 1 (Gültigkeitsbereich S.6 – S.12) seien alle Personen Mitglied, deren Name mit „P“ anfängt!
S.7, D.: In Gruppe 1 (Gültigkeitsbereich S.7 – S.12) seien alle Personen kein Mitglied, deren Name mit „l“ aufhört!
S.8: Beim Namen „Paul“ entsteht ein Widerspruch.
S.9: Nach S.6 ist Paul in Gruppe 1 Mitglied.
S.10: Nach S.7 ist Paul in Gruppe 1 kein Mitglied.
S.11: Der Widerspruch (also S.9 und S.10, verknüpft mit dem Operator „und“) ist ein falscher Aussagesatz.
S.12: Es darf also nur eine der beiden D.-en S.6 oder S.7 aufgestellt werden.

§6, Sätze, Theoreme, Hypothesen und Axiome

S.1: Beispiele für linguistische Sätze sind: „Heute ist das Wetter schön.“, „Geh in den Garten!“ und „Wie spät ist es jetzt?“.
S.2, D.: Ein mathematischer Satz bzw. ein Theorem sei eine Aussage, für die ein Beweis gefunden wurde!
S.3: Sie ist demzufolge wahr.
S.4, D.: Eine Hypothese hingegen sei eine Vermutung!
S.5: Hypothesen können sich demnach als wahr oder falsch herausstellen.
S.6, D.: Ein Axiom sei eine Aussage, die ohne Beweis als wahr angenommen werde!

§7, Bezeichner, Konstanten und Variablen

S.1, D.: Ein Bezeichner sei ein Wort mit einem Gültigkeitsbereich, über das etwas definiert werden kann, was danach für logische Schlussfolgerungen verwendet werden kann!
S.2, D.: Eine Konstante sei ein Bezeichner, in den genau eine Entität eingesetzt werden darf!
S.3, D.: Eine Variable sei ein Bezeichner, in den mehrere Entitäten eingesetzt werden dürfen!
S.4: Es folgen Beispiele (S.5 – S.19).
S.5: Sokrates und Shakespeare waren Menschen.
S.6: Menschen sind sterblich.
S.7, D.: P (Gültigkeitsbereich S.7 – S.19) sei Sokrates oder Shakespeare!
S.8: Durch diese D. wurde der Bezeichner „P" eingeführt.
S.9: Nun können aus dieser D. logische Schlussfolgerungen gezogen werden.
S.10: P kann Sokrates oder Shakespeare sein.
S.11: In beiden Fällen gilt aufgrund von S.5: P war ein Mensch.
S.12: Und mithilfe von S.6 gilt: P war sterblich.
S.13, D.: Q (Gültigkeitsbereich S.13 – S.19) sei Sokrates!
S.14: Durch diese D. wurde die Konstante Q eingeführt.
S.15: Auch hier gilt mithilfe von S.5 und S.6: Q war ein Mensch und Q war sterblich.
S.16, D.: R (Gültigkeitsbereich S.16 – S.19) war ein Mensch!
S.17: Durch diese D. wurde die Variable R eingeführt.
S.18: Während in Q nur „Sokrates" eingesetzt werden darf, darf in R jeder Name einer Person eingesetzt werden, die ein Mensch war.
S.19: Aus der D. in S.16 und S.6 folgt: R war sterblich.
S.20: Bezeichner können auch für Bezeichner stehen.
S.21: Auch dazu sei ein Beispiel gegeben!
S.22, D.: Sei P gleich Goethe mit Gültigkeitsbereich S.23 & S.24!
S.23, D.: Sei B ein Bezeichner mit Gültigkeitsbereich S.24, für den gilt: B = „P"!
S.24: Dann gilt B aneinandergereiht mit „ = Goethe", denn es gilt P = Goethe nach S.22.

§8, Gleichheit

S.1: In der Mathematik (und so auch in diesem Artikel) wird unter Gleichheit Identität verstanden.
S.2: Aus der Gleichheit zweier Entitäten folgt demnach, dass sie in allen ihren Eigenschaften übereinstimmen.
S.3, D.: Das Zeichen für die Gleichheit (Gleichheitszeichen) sei „="!
S.4, D.: Das Zeichen für die Ungleichheit (Ungleichheitszeichen) sei „≠"!

§9, Klammern

S.1: Zur Strukturierung linguistischer Sätze seien eckige Klammern verwendet!
S.2: Strukturierung bedeutet hier: Der Text innerhalb der Klammern bildet eine Einheit, wohingegen der Text außerhalb der Klammern vom Text innerhalb der Klammern

abgegrenzt wird.
S.3: Es folgen Beispiele.
S.4: Der folgende Satz ist zweideutig: „Das Buch, das ich las, war nicht schön und kurz.“.
S.5: Man kann aber die eckigen Klammern verwenden, um Klarheit zu schaffen.
S.6: Es kann „Das Buch, das ich las, war nicht [schön und kurz].“ gemeint worden sein oder „Das Buch, das ich las, war [nicht schön] und kurz.“.
S.7: Weiterhin kann man schreiben: „Das Buch [das ich las] war schön.“.
S.8: Sowie: „ [[Heute regnet es.] oder [Heute regnet es nicht.]] und [Morgen wird es sonnig.] “.

§10, Zeichenketten

S.1, D.: „“ sei eine Zeichenkette!
S.2, D.: Ein einzelnes Zeichen sei eine Zeichenkette!
S.3, D.: Eine Verkettung, d.h. Aneinanderreihung, von Zeichen sei eine Zeichenkette!
S.4: Beispiele für Zeichenketten sind: „“ (leere Zeichenkette) , „a“, „ “ (Leerzeichen) , „Anton“ und „Es brennt Licht.“.
S.5: Zeichenketten können miteinander verkettet, d.h. aneinandergereiht, werden.
S.6: So gilt z.B.: [„Peter“ vkm. „ “ vkm. „Schulze“] = „Peter Schulze“.

§11, Prädikatenlogik

S.1, D.: „wahr.“ und „falsch.“ seien atomare prädikatenlogische Aussagesätze!
S.2, D.: Es seien x und M (beide Gültigkeitsbereich S.3 – S.6) Bezeichner!
S.3, D.: Dann seien [„fida(∈ ;“ vkm. x vkm. „;“ vkm. M vkm. „).“] und [„fida(∉ ;“ vkm. x vkm. „;“ vkm. M vkm. „).“] atomare prädikatenlogische Aussagesätze!
S.4: „fida“ steht für „function is defined at“.
S.5, D.: Weiter sei „ist_Menge(“ vkm. M vkm. „).“ ein atomarer prädikatenlogischer Aussagesatz!
S.6, D.: Und es seien [„ ∈ (“ vkm. x vkm. „;“ vkm. M vkm. „).“] und [„ ∉ (“ vkm. x vkm. „;“ vkm. M vkm. „).“] atomare prädikatenlogische Aussagesätze!
S.7, D.: Es sei A ein prädikatenlogischer Aussagesatz und B (beide Gültigkeitsbereich S.8 & S.9) ein Bezeichner, der in A nicht quantifiziert (siehe S.9) wird!
S.8, D.: Dann seien [„ ∀ “ vkm. B vkm. „(“ vkm. A vkm. „).“] und [„ ∃ “ vkm. B vkm. „(“ vkm. A vkm. „).“] prädikatenlogische Aussagesätze!
S.9, D.: B heiße dann „quantisierte Variable“!
S.10, D.: Sei A (Gültigkeitsbereich S.11) ein prädikatenlogischer Aussagesatz!
S.11, D.: Dann sei „Def(“ vkm. A vkm. „).“ eine Prädikatenlogische D.!
S.12, D.: Prädikatenlogische Aussagesätze und prädikatenlogische D.-en seien prädikatenlogische Sätze!

§12, mathematische Systeme und Konsistenz

S.1: In diesem Artikel sei unter einem „System“ immer ein mathematisches System verstanden!

S.2, D.: Ein (mathematisches) System sei die Verkettung einer Systembasis mit einem Systemrumpf, der zu der Systembasis dazugehört!
S.3, D.: Eine Systembasis sei die Verkettung von Regeln zur Ableitung prädikatenlogischer Sätze!
S.4, D.: Ein Systemrumpf, der zu einer Systembasis SB gehört, sei die Verkettung von [Ableitungen aus den Regeln aus SB und dazugehörige abgeleitete prädikatenlogische Sätze] !
S.5, D.: Eine Systembasis oder ein Systemrumpf heiße „inkonsistent“ g.d.w. „falsch.“ ableitbar ist, andernfalls „konsistent“!

§13, Systembasis 1

S.1, D.: Systembasis 1 enthalte die im folgenden (S.2 – S.6) beschriebene **Regel 1**!
S.2: Jede prädikatenlogische D. soll gebildet werden dürfen, sofern kein nicht wohlgeformter Satz (siehe S.5 & S.6) ableitbar wird, und, sofern der Systemrumpf dadurch nicht inkonsistent wird.
S.3: Ein B. für die Nichtableitbarkeit eines nicht wohlgeformten Satzes sowie einer für die Konsistenz soll angegeben werden müssen.
S.4, D.: Es seien x und M (Gültigkeitsbereich S.5 & S.6) Bezeichner!
S.5, D.: Ein prädikatenlogischer Aussagesatz „ ∈ (“ vkm. x vkm. „;“ vkm. M vkm. „).“ sei ein nicht wohlgeformter Satz, sofern kein prädikatenlogischer Satz „fida(∈ ;“ vkm. x vkm. „;“ vkm. M vkm. „).“ ableitbar ist!
S.6, D.: Ein prädikatenlogischer Aussagesatz „(∉ “ vkm. x vkm. „;“ vkm. M vkm. „).“ sei ein nicht wohlgeformter Satz, sofern kein prädikatenlogischer Satz „fida(; ∉ “ vkm. x vkm. „;“ vkm. M vkm. „).“ ableitbar ist!
S.7, D.: Systembasis 1 enthalte die im folgenden (S.8) beschriebene **Regel 2**!
S.8: Besteht ein abgeleiteter Satz des Systemrumpfes aus „Def(“ vkm. einem prädikatenlogischen Aussagesatz A (Gültigkeitsbereich S.8) vkm. „).“, so soll A abgeleitet werden können.
S.9, D.: Systembasis 1 enthalte die im folgenden (S.10 & S.11) beschriebene **Regel 3**!
S.10, D.: Sei x (Gültigkeitsbereich S.11) ein Bezeichner!
S.11: Besteht ein abgeleiteter Satz des Systemrumpfes aus „ist_Menge(“ vkm. einem Bezeichner M (Gültigkeitsbereich S.11) vkm. „).“, so seien [im Falle x ≠ M] [„ ∀ “ vkm. x vkm. „(“ „fida(∈ ;“ vkm. x vkm. „;“ vkm. M vkm. „)).“] und [„ ∀ “ vkm. x vkm. „(“ „fida(; ∉ “ vkm. x vkm. „;“ vkm. M vkm. „)).“] ableitbar!
S.12, D.: Systembasis 1 enthalte die im folgenden (S.13 – S.15) beschriebene **Regel 4**!
S.13, D.: Sei B (Gültigkeitsbereich S.14 & S.15) ein Bezeichner!
S.14: Besteht ein abgeleiteter Satz des Systemrumpfes aus „ ∀ “ vkm. einem Bezeichner C (Gültigkeitsbereich S.14 & S.15) vkm. „(“ vkm. einem prädikatenlogischen Aussagesatz A vkm. „).“, so sei D (Gültigkeitsbereich S.14 & S.15) ein prädikatenlogischer Aussagesatz, der dadurch gebildet wird, dass jedes Vorkommen von C in A durch B ersetzt wird!
S.15: Es soll dann D abgeleitet werden dürfen.
S.16, D.: Systembasis 1 enthalte die im folgenden (S.17 – S.20) beschriebene **Regel 5**!
S.17, D.: Es seien B und C (beide Gültigkeitsbereich S.18 – S.20) Bezeichner!
S.18, D.: Es sei A (Gültigkeitsbereich S.19 & S.20) ein prädikatenlogischer Aussagesatz des Systemrumpfes!
S.19, D.: Ferner sei D (Gültigkeitsbereich S.20) diejenige Zeichenkette, die dadurch gebildet wird, dass jedes Vorkommen von C in A durch B ersetzt wird!

S.20: Es soll dann [„ ∃ “ vkm. B vkm. „(“ vkm. D vkm. „).“] abgeleitet werden dürfen.
S.21, D.: Systembasis 1 enthalte die im folgenden (S.22) beschriebene **Regel 6**!
S.22: Besteht ein prädikatenlogischer Aussagesatz des Systemrumpfes aus [„ ∈ (“ vkm. einem Bezeichner x (Gültigkeitsbereich S.22) vkm. „;“ vkm. einem Bezeichner M (Gültigkeitsbereich S.22) vkm. „).“] und ein weiterer prädikatenlogischer Aussagesatz des Systemrumpfes aus [„ ∉ (“ vkm. x vkm. „;“ vkm. M vkm. „).“], so soll „falsch.“ abgeleitet werden dürfen.
S.23: Es folgen kurze Umschreibungen der Regeln 1 – 6.
S.24: Eine **kurze Umschreibung von Regel 1** ist: Jede Definition darf aufgestellt werden, solange kein nicht wohlgeformter und kein falscher Satz ableitbar wird.
S.25: Eine **kurze Umschreibung von Regel 2** ist: Was definiert wurde, das gilt.
S.26: Eine **kurze Umschreibung von Regel 3** ist: Für Mengen ist das Element-Prädikat ∈ und das Nicht-Element-Prädikat ∉ definiert.
S.27: Eine **kurze Umschreibung von Regel 4** ist: Allquantisierte Aussagen dürfen „instanziiert“ werden, d.h. bei allquantisierten Aussagen darf vom Allgemeinen auf das Spezielle geschlossen werden.
S.28: Eine **kurze Umschreibung von Regel 5** ist: Aus einem Beispiel darf auf die Existenz geschlossen werden.
S.29: Eine **kurze Umschreibung von Regel 6** ist: Ein Widerspruch führt zu einer falschen Aussage.

§14, Beweis der Konsistenz von Systembasis 1

S.1: Durch Systembasis 1 können nur prädikatenlogische Definitionen aufgestellt werden und daraus prädikatenlogische Sätze abgeleitet werden.
S.2: Die prädikatenlogischen Definitionen sind dabei so beschaffen, dass daraus abgeleitete prädikatenlogische Sätze den Systemrumpf nicht inkonsistent machen dürfen (gemäß Regel 1).
S.3: Aus S.1 und S.2 folgt die Konsistenz von Systembasis 1. (q.e.d.)

§15, Systemrumpf 1.1 und System 1.1

S.1, D.: **Ableitung 1** sei im folgenden (S.2 & S.3) angegeben!
S.2: Gemäß §11.S.5 ist mit [M = „U“] [[„ist_Menge(“ vkm. M vkm. „).“] = „ist_Menge(U).“] ein atomarer prädikatenlogischer Aussagesatz.
S.3: Gemäß §11.S.10 & §11.S.11 ist mit [A = „ist_Menge(U).“] „Def(ist_Menge(U).).“ eine prädikatenlogische Definition und somit gemäß Regel 1 ableitbar (Auf einen B. für die Nichtableitbarkeit eines nicht wohlgeformten Satzes sowie einen für die Konsistenz sei an dieser Stelle verzichtet!).
S.4, D.: **Abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 1** sei im folgenden (S.5) angegeben!
S.5: Def(ist_Menge(U).).
S.6, D.: **Ableitung 2** sei im folgenden (S.7 – S.9) angegeben!
S.7: Gemäß §11.S.6 ist mit [x = „x“ und M = „U“] [[„ ∈ (“ vkm. x vkm. „;“ vkm. M vkm. „).“] = „ ∈ (x;U).“] ein atomarer prädikatenlogischer Aussagesatz.
S.8: Gemäß §11.S.8 ist mit [A = „ ∈ (x;U).“] und [B = „x“] [[„ ∀ “ vkm. B vkm. „(“ vkm. A vkm. „).“] = „ ∀ x(∈ (x;U).).“] ein prädikatenlogischer Aussagesatz.

S.9: Gemäß §11.S.10 & §11.S.11 ist mit [A = „ ∀ x(∈ (x;U).).“] „Def(∀ x(∈ (x;U).).).“ eine prädikatenlogische Definition und somit gemäß Regel 1 ableitbar (Auf einen B. für die Nichtableitbarkeit eines nicht wohlgeformten Satzes sowie einen für die Konsistenz sei an dieser Stelle verzichtet!).
S.10, D.: **Abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 2** sei im folgenden (S.11) angegeben!
S.11: Def(∀ x(∈ (x;U).).).
S.12, D.: **Ableitung 3** sei im folgenden (S.13) angegeben!
S.13: Gemäß Regel 2 mit [A = „ ∀ x(∈ (x;U).).“ (aus abgeleitetem prädikatenlogischen Satz 2)] ist „ ∀ x(∈ (x;U).).“ ableitbar.
S.14, D.: **Abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 3** sei im folgenden (S.15) angegeben!
S.15: ∀ x(∈ (x;U).).
S.16, D.: **Ableitung 4** sei im folgenden (S.17) angegeben!
S.17: Gemäß Regel 5 mit A = „ ∀ x(∈ (x;U).).“ (abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 3), B = „M“, C = „U“ und D = „ ∀ x(∈ (x;M).).“ ist „ ∃ “ vkm. B vkm. „(“ vkm. D vkm. „).“ = „ ∃ M(∀ x(∈ (x;M).).).“ ableitbar.
S.18, D.: **Abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 4** sei im folgenden (S.19) angegeben!
S.19: ∃ M(∀ x(∈ (x;M).).).
S.20, D.: **Ableitung 5** sei im folgenden (S.21 & S.22) angegeben!
S.21: Gemäß §11.S.5 ist mit [M = „ ∅ “] [[„ist_Menge(“ vkm. M vkm. „).“] = „ist_Menge(∅).“] ein atomarer prädikatenlogischer Aussagesatz.
S.22: Gemäß §11.S.10 & §11.S.11 ist mit [A = „ist_Menge(∅).“] „Def(ist_Menge(∅).).“ eine prädikatenlogische Definition und somit gemäß Regel 1 ableitbar (Auf einen B. für die Nichtableitbarkeit eines nicht wohlgeformten Satzes sowie einen für die Konsistenz sei an dieser Stelle verzichtet!).
S.23, D.: **Abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 5** sei im folgenden (S.24) angegeben!
S.24: Def(ist_Menge(∅).).
S.25, D.: **Ableitung 6** sei im folgenden (S.26 – S.28) angegeben!
S.26: Gemäß §11.S.6 ist mit [x = „x“ und M = „ ∅ “] [[„ ∉ (“ vkm. x vkm. „;“ vkm. M vkm. „).“] = „ ∉ (x; ∅).“] ein atomarer prädikatenlogischer Aussagesatz.
S.27: Gemäß §11.S.8 ist mit [A = „ ∉ (x; ∅).“] und [B = „x“] [[„ ∀ “ vkm. B vkm. „(“ vkm. A vkm. „).“] = „ ∀ x(∉ (x; ∅).).“] ein prädikatenlogischer Aussagesatz.
S.28: Gemäß §11.S.10 & §11.S.11 ist mit [A = „ ∀ x(∉ (x; ∅).).“] „Def(∀ x(∉ (x; ∅).).).“ eine prädikatenlogische Definition und somit gemäß Regel 1 ableitbar (Auf einen B. für die Nichtableitbarkeit eines nicht wohlgeformten Satzes sowie einen für die Konsistenz sei an dieser Stelle verzichtet!).
S.29, D.: **Abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 6** sei im folgenden (S.30) angegeben!
S.30: Def(∀ x(∉ (x; ∅).).).
S.31, D.: **Ableitung 7** sei im folgenden (S.32) angegeben!
S.32: Gemäß Regel 2 mit [A = „ ∀ x(∉ (x; ∅).).“ (aus abgeleitetem prädikatenlogischen Satz 6)] ist „ ∀ x(∉ (x; ∅).).“ ableitbar.
S.33, D.: **Abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 7** sei im folgenden (S.34) angegeben!
S.34: ∀ x(∉ (x; ∅).).
S.35, D.: **Ableitung 8** sei im folgenden (S.36) angegeben!
S.36: Gemäß Regel 5 mit A = „ ∀ x(∉ (x; ∅).).“ (abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 7), B = „M“, C = „ ∅ “ und D = „ ∀ x(∉ (x;M).).“ ist „ ∃ “ vkm. B vkm. „(“ vkm. D vkm. „).“ = „ ∃ M(∀ x(∉ (x;M).).).“ ableitbar.
S.37, D.: **Abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 8** sei im folgenden (S.38) angegeben!
S.38: ∃ M(∀ x(∉ (x;M).).).
S.39, D.: Systemrumpf 1.1 bestehe aus

Ableitung 1 vkm. abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 1 vkm.
Ableitung 2 vkm. abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 2 vkm.
Ableitung 3 vkm. abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 3 vkm.
Ableitung 4 vkm. abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 4 vkm.
Ableitung 5 vkm. abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 5 vkm.
Ableitung 6 vkm. abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 6 vkm.
Ableitung 7 vkm. abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 7 vkm.
Ableitung 8 vkm. abgeleiteter prädikatenlogischer Satz 8!

S.40, D.: System 1.1 sei die Verkettung von Systembasis 1 mit Systemrumpf 1.1!

S.41: In System 1.1 wird eine Beweisskizze eines Beweises der All-/Universalmengenhypothese (S.19) und der Leermengenhypothese (S.38) innerhalb von System 1.1 angefertigt. (q.e.d.)