

Transformación de valoraciones numéricas de candidatos y partidos en órdenes débiles de preferencia

RICARDO ALVIRA

Universidad de Murcia

índice

- **INTRODUCCIÓN:**
 - ALGUNOS PROBLEMAS NO RESUELTOS DE NUESTROS SISTEMAS ELECTORALES
- **PROPUESTA:**
 - ALGORITMO PARA GENERAR PERFILES DE PREFERENCIA
- **RESULTADOS:**
 - REVISIÓN DOS ELECCIONES
- **CONCLUSIONES:**

PARTE I

INTRODUCCIÓN

introducción

- La **importancia de los sistemas para elegir las Cámaras de Representación**, contrasta con el hecho de que su origen y evolución ha sido en general poco estudiado, y que existen **algunos problemas no resueltos en relación a su consistencia**.
- En líneas generales, nuestro modelo parlamentario actual deriva del **Parlamento Modelo** implementado en Inglaterra a final del SXIII [Simón de Monfort -Eduardo I]

introducción

- El sistema de elección de representantes fue evolucionando y poco a poco se impuso un sistema en el que el país entero se divide en distritos plurinominales y **cada ciudadano puede emitir tantos votos como puestos se ocupan.**
- Esto permite que **un grupo bien organizado pueda obtener todos los cargos en un distrito** si ese grupo es apoyado por el grupo más numeroso de ciudadanos, incluso si su apoyo es muy inferior al 50% de habitantes.

introducción

- Algunas voces comienzan a cuestionar **este sistema que permite que una sociedad muy plural esté representada por un parlamento monocolor**, las minorías quedan sin representación, y la ‘mayoría’ de representantes con frecuencia ha sido votada por un porcentaje pequeño de ciudadanos.
- Comienzan a proponerse algunas alternativas:
 - **Condorcet, 1793**: propone un *voto limitado* [2 votos por ciudadano en distritos de hasta 18 diputados]
 - **Saint-Just, 1793**: propone un *voto único* siendo toda Francia un único distrito.

introducción

- En el siglo XIX se concretan numerosas propuestas de reforma electoral, que toman **tres caminos diferentes**:
 - Una de ellas lleva hasta los **sistemas basados en cuotas**, que derivan en el ‘voto único transferible’ [Gergonne, Andrae, Hare]
 - Otra lleva a los **sistemas de representación proporcional** con listas de partido [d’Hondt, Sainte Lague,...]
 - Otra reduce la magnitud de los distritos a un representante llevando a los **sistemas mayoritarios** [First Past The Post].

introducción

- En el siglo XX asistimos fundamentalmente a la evolución de estos tres caminos, y desarrollo de algunas pequeñas modificaciones que permiten corregir defectos que se van detectando:
 - Se crean sistemas con **dos niveles [e.g., Alemania]** para maximizar la proporcionalidad global votos asientos.
 - Se imponen **umbrales legales [3%, 5%...]** para limitar la fragmentación parlamentaria
 - Se plantean nuevos diseños con **listas abiertas**
 - ...

introducción

¿Qué sucede durante el siglo XX con las Paradojas /Imposibilidades que se descubren en la elección social?

¿No se descubren paradojas en las reglas de agregación de preferencias subyacentes a los sistemas electorales?

introducción

- Sorprendentemente, **mientras en la Elección Social, se publica un gran número de resultados ‘paradójicos’ y de imposibilidad [Nurmi, 2016], apenas encontramos estudios referidos a los sistemas electorales:**
 - En 1949, Black publica un breve estudio mostrando que los sistemas electorales estarían produciendo resultados diferentes a la preferencia ciudadana...
 - En 1978, Colman & Pountney, detectan paradojas de Borda en las elecciones generales del RU.
 - Van Deemen [1993] y Kurrild-Klitgard [2008] muestran también la prevalencia de la paradoja de Borda en elecciones en Holanda y Dinamarca

introducción

- ¿Dónde estamos ahora?

introducción

- Pese a ser un tema importantísimo, el número de estudios realizados ha sido muy pequeño, apenas conocemos la dimensión del problema:
- **Cualquier paradoja que es posible en las reglas de elección social es posible en los sistemas electorales, que las utilizan como base [van Deemen, 1993].**
- Sin embargo, dado que las preferencias políticas tienden a tener estructuras espaciales, no podemos extrapolar cálculos realizados con conjuntos de preferencias aleatorias, por tanto **desconocemos si es un problema que se produce con frecuencia o pocas veces.**

introducción

- Parte de la dificultad de saberlo es por la **dificultad de obtener [a veces inexistencia de] datos.**
- En la mayoría de sistemas políticos, se utiliza el voto único, y por tanto desconocemos la preferencia real de la ciudadanía.

introducción

- La presente propuesta busca facilitar la realización de este tipo de evaluación de los sistemas electorales, proveyendo un **método sencillo para generar un perfil de preferencia de la ciudadanía a partir de información de encuestas a los ciudadanos que podemos encontrar con relativa facilidad.**

introducción

- Es importante destacar que **no se trata de «averiguar el perfil de preferencia verdadero de la ciudadanía» en un sentido absoluto, sino de generar un perfil de preferencia ciudadana suficientemente ‘probable’, como para contrastar contra él las asignaciones de asientos que producen diferentes sistemas electorales.**

PARTE II

UN ALGORITMO PARA GENERAR EL PERFIL DE PREFERENCIA CIUDADANA

propuesta

- Por mayor utilidad, revisamos la información disponible en las encuestas del Centro de Investigaciones Sociológicas [CIS]
- Encontramos dos tipos de información de las preferencias de los votantes en las encuestas del CIS:

propuesta

- En ciertas encuestas, encontramos el valor medio de la preferencia de los votantes de cada partido por cada uno de los candidatos o partidos políticos sobre una escala numérica [0-10]:

Pregunta 37

Le voy a citar ahora los nombres de algunos/as líderes políticos/as. Le agradecería me indicara con respecto a cada política. Puntúelos/as de 0 a 10, sabiendo que el 0 significa que 'lo/la valora muy mal' y el 10 que 'lo/la valora muy bien'.

	Recuerdo de voto en las elecciones generales								
	TOTAL	PP	PSOE	Unidos Podemos	C's	En Comú Podem	Compromís-Podemos-EUPV	ERC	CDC
Alberto Garzón									
Valora	74,8	78,8	79,2	91,1	81,7	85,5	92,7	75,2	60
No conoce	10,9	9,8	10,6	4,4	7,5	3,8	3,2	6,6	21
N.S.	12,6	11,4	9,9	4,0	9,8	9,7	3,2	16,8	15
N.C.	1,8	0,1	0,3	0,5	0	1	0,8	1,5	1
(N)	(6.175)	(1.196)	(1.089)	(654)	(518)	(186)	(124)	(137)	(6)
Media	4,50	2,56	4,84	7,26	3,93	6,59	7,18	5,12	4,7
Desviación típica	2,94	2,40	2,48	2,23	2,49	2,38	2,07	2,51	2,2
(N)	(4.616)	(942)	(863)	(596)	(423)	(159)	(115)	(103)	(3)

Pregunta 37

Le voy a citar ahora los nombres de algunos/as líderes políticos/as. Le agradecería me indicara con respecto a cada política. Puntúelos/as de 0 a 10, sabiendo que el 0 significa que 'lo/la valora muy mal' y el 10 que 'lo/la valora muy bien'.

	TOTAL	PP	P
Alberto Garzón			
Valora	74,8	78,8	
No conoce	10,9	9,8	
N.S.	12,6	11,4	
N.C.	1,8	0,1	
(N)	(6.175)	(1.196)	
Media	4,50	2,56	
Desviación típica	2,94	2,40	
(N)	(4.616)	(942)	

propuesta

- En otras encontramos escalas [léxicas] de valoración que podemos transformar para obtener un valor medio [es 3087. Madrid]

Pregunta 23

Respecto a los siguientes partidos políticos, me gustaría que me dijera si se encuentra muy cercano, cercano o muy distante de cada uno de ellos.

	Recuerdo de voto en las elecciones autonómicas de la Comunidad								Vo
	TOTAL	PP	PSOE	Podemos	C's	IUCM-LV	UPyD	Otro partido	
PP									
Muy cercano	3,4	17,4	-	-	1,1	-	-	-	-
Cercano	15,7	52,7	2,3	0,5	14,6	-	20,0	-	
Ni cercano ni distante	16,0	22,2	5,7	4,9	41,6	-	10,0	10,3	
Distante	15,3	4,2	18,9	12,0	2,5	8,7	50,0	31,0	
Muy distante	43,5	1,8	22,6	81,0	20,2	91,3	20,0	31,0	
N.S.	2,8	1,8	0,6	1,1	-	-	-	3,4	
N.C.	3,3	-	-	0,5	-	-	-	-	
(N)	(973)	(167)	(175)	(184)	(89)	(23)	(10)	(29)	

Pregunta 23

Respecto a los siguientes partidos políticos, me gustaría que me dijera si se encuentra muy cercano, cercano o muy distante de cada uno de ellos.

	TOTAL	PP	PSOE
PP			
Muy cercano	3,4	17,4	-
Cercano	15,7	52,7	-
Ni cercano ni distante	16,0	22,2	-
Distante	15,3	4,2	-
Muy distante	43,5	1,8	-
N.S.	2,8	1,8	-
N.C.	3,3	-	-
(N)	(973)	(167)	

propuesta

- A partir de la información anterior **una forma de construir el perfil de preferencia es considerar que si el valor medio de preferencia de los votantes de un partido por un partido P_1 es mayor que por otro partido P_2 , entonces TODOS LOS VOTANTES de dicho partido prefieren estrictamente P_1 a P_2 :**

$$v[P_1] > v[P_2] \leftrightarrow P_1 \succ P_2$$

propuesta

- Por ejemplo: Si revisamos los datos de «simpatía por los líderes de otros partidos políticos» en la encuesta poselectoral de 2016, la media del valor de simpatía expresado por los votantes de UP es la siguiente:

	UP	EH-BILDU	EAJ-PNV	PSOE	CCa	C's	PP
UP	6,99	4,59	3,89	3,63	2,97	2,78	1,39

- Podemos entonces decir que la preferencia de los votantes de UP sería:

$$UP \succ EH \succ PNV \succ PSOE \succ CCa \succ Cs \succ PP$$

propuesta

- Si expresamos un voto de un votante de UP como una matriz de comparación por parejas, tendríamos que:

	UP	EH-BILDU	EAJ-PNV	PSOE	CCa	C's	PP
UP	-	1	1	1	1	1	1
EH-BILDU	0	-	1	1	1	1	1
EAJ-PNV	0	0	-	1	1	1	1
PSOE	0	0	0	-	1	1	1
CCa	0	0	0	0	-	1	1
C's	0	0	0	0	0	-	1
PP	0	0	0	0	0	0	-

propuesta

- El problema de este acercamiento es que parece aceptable cuando la diferencia entre la valoración media para dos opciones políticas es muy diferente, pero no parece aceptable cuando la diferencia es muy reducida.
- Por ejemplo, si revisamos la preferencia de los votantes del PSOE por los líderes de CDC, ERC y PP, en las mismas elecciones generarles, son prácticamente iguales:

	PSOE	CP	Cca	C's	ECP	EM	UP	EAJ PNV	CDC	ERC	PP	EH- BILDU
PSOE	6,77	4,67	4,53	4,23	3,51	3,40	3,07	2,50	2,09	2,08	2,07	2,00

propuesta

- Podemos decir que los votantes del PSOE son en gran parte indiferentes entre dichos partidos.
- ¿Cómo podemos valorar esta cuasi-indiferencia de los votantes de un partido respecto a otros partidos?

propuesta

- Hemos dicho anteriormente que

$$v[P_1] > v[P_2] \leftrightarrow P_1 \succ P_2$$

- Pero en algunos casos podemos encontrar que dos opciones sean igual de preferidas, lo que a su vez implicaría:

$$v[P_1] = v[P_2] \leftrightarrow P_1 \sim P_2$$

propuesta

- Desde un paradigma binario se ha sostenido que las dos ecuaciones anteriores son excluyentes es decir:

$$\begin{aligned} v[P_1] > v[P_2] &\leftrightarrow P_1 \succ P_2 \\ \vee \\ v[P_1] = v[P_2] &\leftrightarrow P_1 \sim P_2 \end{aligned}$$

- **Esto plantea el problema de como modelizar ordenes de preferencia cuando la diferente valoración entre las opciones elegibles es casi cero.**

propuesta

- El algoritmo que se propone se basa en **considerar que cuando la diferencia entre la valoración de dos opciones es muy reducida, implica tanto un grado de preferencia estricta como un grado de indiferencia:**
- Establecemos que **una preferencia menor que 1 implica un grado de indiferencia.** Tenemos entonces tres situaciones posibles:

propuesta

- **Indiferencia Estricta**

$$v(A) - v(B) = 0 \rightarrow A \sim B$$

- **Preferencia Estricta**

$$v(A) - v(B) \geq 1 \rightarrow A \succ B$$

- **Indiferencia parcial y Preferencia Parcial**

$$1 > v(A) - v(B) > 0 \rightarrow \left(1 - (v(A) - v(B))\right) (A \sim B) \\ \wedge (v(A) - v(B))(A \succ B)$$

propuesta

- No se trata de adaptar el orden de preferencia según la intensidad de preferencia, sino según el **grado en que la afirmación “X es preferido a Y” se cumple para cada pareja de opciones elegibles.**
- Se considera que **si el diferencial de intensidad de preferencia afirmado es superior a 1, entonces la afirmación es completamente cierta.**
- Y por el contrario, **si el diferencial de intensidad de preferencia afirmado es inferior a 1, entonces la afirmación es parcialmente falsa.**

propuesta

- Es decir, si el diferencial de Valoración media de dos partidos es menor que 1, asumimos que existe un porcentaje de votantes con una preferencia estricta entre ambos partidos, pero que existe también un porcentaje de votantes que son estrictamente indiferentes entre ellos.
- Este último porcentaje se incrementa hasta el 100% de votantes sosteniendo indiferencia [cuando la diferencia de Valoración se aproxima al valor cero] mientras que el primero, se incrementa hasta el 100% de los votantes sosteniendo preferencia estricta [si la diferencia de Valoración se aproxima al valor 1].

propuesta

- Siguiendo este planteamiento, podemos obtener fácilmente la MCP en dos pasos. En primer lugar dibujamos una Matriz V consignando la diferencia de valoración entre cada par de opciones:

	UP	EH-BILDU	EAJ-PNV	PSOE	CCa	C's	PP
UP	-	2,40	3,10	3,36	4,02	4,21	5,60
EH-BILDU		-	0,70	0,96	1,62	1,81	3,20
EAJ-PNV			-	0,26	0,92	1,11	2,50
PSOE				-	0,66	0,85	2,24
CCa					-	0,19	1,58
C's						-	1,39
PP							-

propuesta

- A partir de V , calculamos la MCP utilizando las formulas:
- Celdas amarillas. Ecuación 01:

$$I_{ij} = \min \left[\max \left[V_{ij}; \frac{[1 - V_{ij}]}{2} + V_{ij} \right]; 1 \right]$$

- Celdas Grises: Ecuación 02 [valor complementario]

$$I_{ji} = 1 - I_{ij}$$

	UP	EH-BILDU	EAJ-PNV	PSOE	CCa	C's	PP
UP	-						
EH-BILDU		-					
EAJ-PNV			-				
PSOE				-			
CCa					-		
C's						-	
PP							-

propuesta

- Utilizando las formulas anteriores, obtenemos la MCP:

	UP	EH-BILDU	EAJ-PNV	PSOE	CCa	C's	PP
UP	-	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
EH-BILDU	0,00	-	0,85	0,98	1,00	1,00	1,00
EAJ-PNV	0,00	0,15	-	0,63	0,96	1,00	1,00
PSOE	0,00	0,02	0,37	-	0,83	0,93	1,00
CCa	0,00	0,00	0,04	0,17	-	0,60	1,00
C's	0,00	0,00	0,00	0,08	0,41	-	1,00
PP	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-

- Dado que habíamos ordenado las opciones de la mejor a la peor valorada, en la mitad derecha superior quedan siempre valores mayores o [en caso de indiferencia estricta] iguales que en la mitad izquierda inferior.

propuesta

- Para ver la diferencia entre ambos acercamientos, es útil comparar la MCP generada para un votante tipo de UP considerando preferencia binaria y difusa:

	UP	EH-BILDU	EAJ-PNV	PSOE	CCa	C's	PP
UP	-	1	1	1	1	1	1
EH-BILDU	0	-	1	1	1	1	1
EAJ-PNV	0	0	-	1	1	1	1
PSOE	0	0	0	-	1	1	1
CCa	0	0	0	0	-	1	1
C's	0	0	0	0	0	-	1
PP	0	0	0	0	0	0	-

	UP	EH-BILDU	EAJ-PNV	PSOE	CCa	C's	PP
UP	-	1	1	1	1	1	1
EH-BILDU	0	-	0,85	0,98	1	1	1
EAJ-PNV	0	0,15	-	0,63	0,96	1	1
PSOE	0	0,02	0,37	-	0,83	0,93	1
CCa	0	0	0,04	0,17	-	0,60	1
C's	0	0	0	0,08	0,41	-	1
PP	0	0	0	0	0	0	-

propuesta

- El algoritmo aquí propuesto **nos permite valorar que muchas veces la preferencia de un grupo de votantes por dos partidos puede ser similar, es decir, puede implicar un grado de indiferencia.**
- Es importante destacar que el procedimiento **no se basa en considerar comparaciones interpersonales de utilidad sino en los conceptos de grado de verdad difuso y valor complementario.**

propuesta

- Una vez explicado el procedimiento revisamos dos ejemplos de elecciones reales.

PARTE III

EVALUACIÓN ELECCIONES

(37)

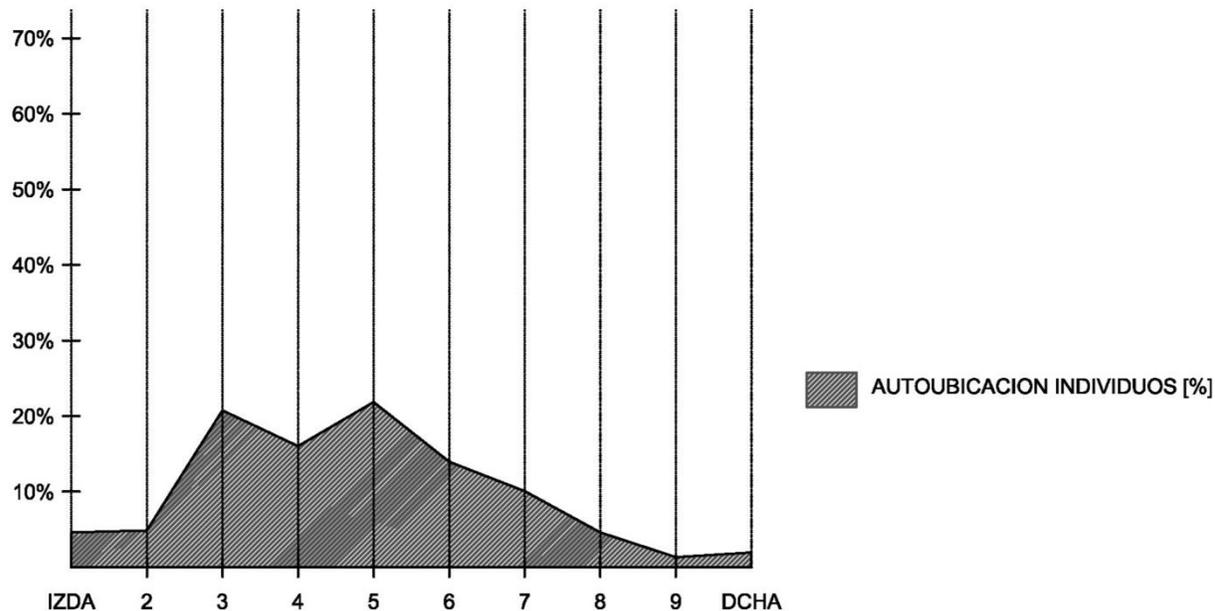
evaluación elecciones reales

- En primer lugar, revisamos las **elecciones autonómicas de la Comunidad de Madrid en 2015**, utilizando dos **criterios de contrastación**:
 - El primero es si la **asignación de asientos** satisface el **criterio de ganador de Condorcet**.
 - El segundo es la **correlación entre la asignación de asientos a los partidos y la preferencia agregada de la ciudadanía...** [Miller & Stokes, 1963; Alvira, 2017]. Este ultimo criterio lo adaptamos ligeramente, así que lo explicamos brevemente a continuación.

evaluación elecciones reales

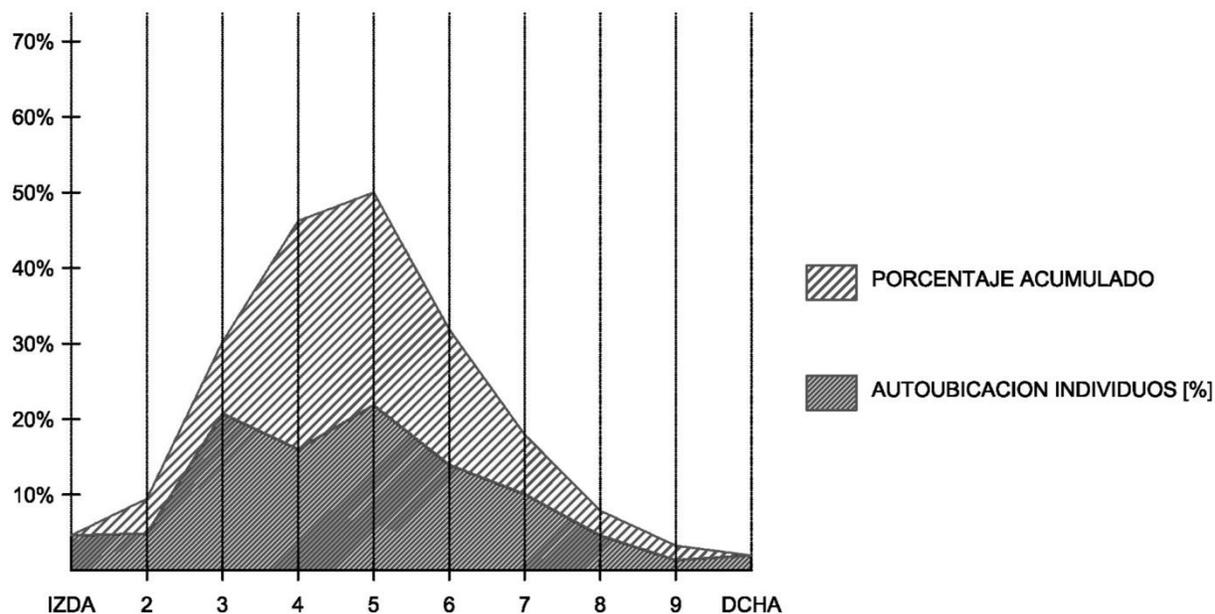
- Para modelizar la preferencia agregada, primero situamos a los votantes según su autoubicación en cada dimensión relevante...

IZDA.DCHA [p. 34]



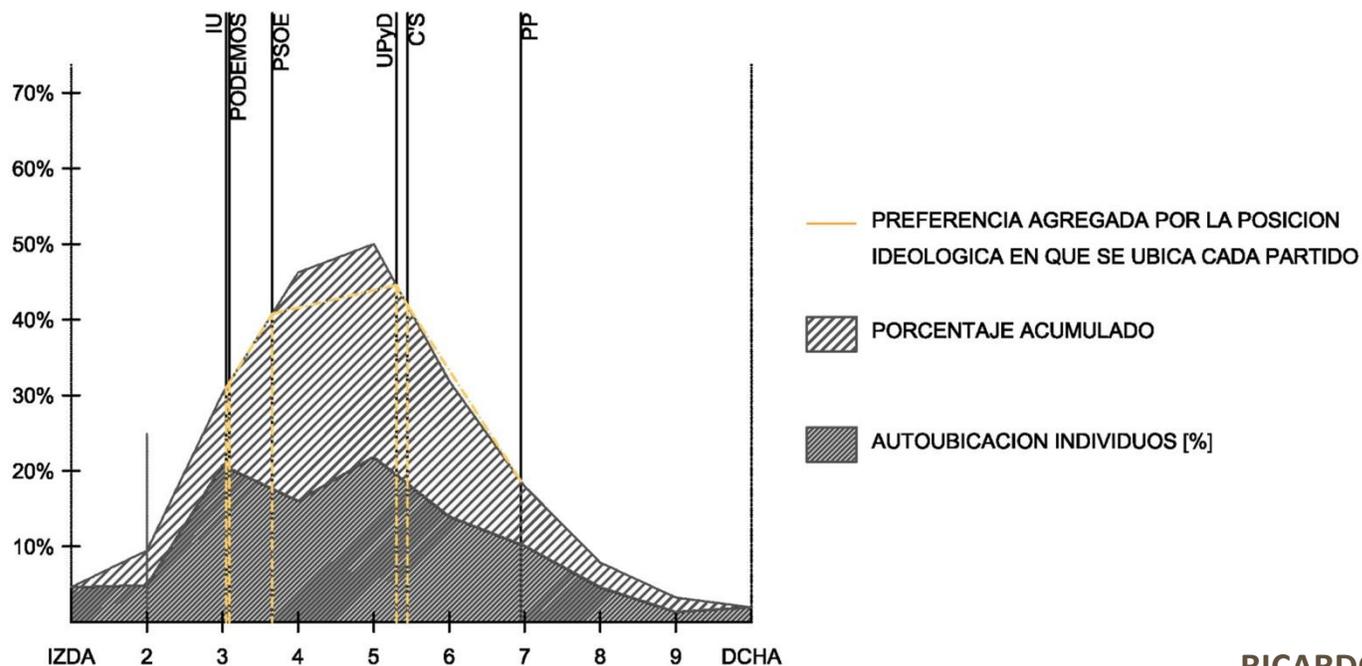
evaluación elecciones reales

- ...en segundo lugar, calculamos la preferencia agregada suponiendo que las preferencias son direccionales [single peaked], y que por tanto la preferencia crece desde los extremos hasta el punto donde se sitúa el votante mediano [Black, 1948]



evaluación elecciones reales

- Por ultimo ubicamos los partidos en la dimensión, y comparamos el porcentaje de asientos que recibe cada uno con la preferencia agregada de la ciudadanía por la posición de dicho partido en el espacio ideológico.



evaluación elecciones reales

- Una vez explicado el criterio, vamos a revisar las elecciones. Revisamos también brevemente el sistema electoral vigente en la Comunidad de Madrid.

evaluación: Madrid 2015

- La *Ley 11/1986, de 16 de diciembre, Electoral de la Comunidad de Madrid* define el sistema electoral [Art 18]:
 1. La circunscripción electoral es la Comunidad de Madrid.
 2. Para la distribución de escaños sólo serán tenidas en cuenta las listas que hubieran obtenido, al menos, el 5 por 100 de los sufragios válidamente emitidos.
 3. La atribución de escaños se hará en la forma establecida por la Ley Orgánica de Régimen Electoral General para la atribución de escaños de Diputado del Congreso en las circunscripciones provinciales [Regla d'Hondt].

evaluación: Madrid 2015

- En 2015, este sistema electoral lleva a esta asignación de asientos:

			ASIENTOS	
			Nº	%
P.P.	1.050.256	33,08%	48	37,21%
P.S.O.E.	807.385	25,43%	37	28,68%
PODEMOS	591.697	18,64%	27	20,93%
C's	385.836	12,15%	17	13,18%
IUCM - LV	132.207	4,16%	-	-
UPyD	64.643	2,04%	-	-
			129	

- Por tanto, según la *Ley 11/1986*, el orden de preferencia colectiva por los partidos políticos es:

$PP \succ PSOE \succ PODEMOS \succ Cs \succ IUCM - LV \sim UPyD$

evaluación: Madrid 2015. Pr.01

- **Procedimiento 1:** Utilizamos la encuesta CIS es 3087. P23 [cercanía a los diferentes partidos políticos]. Asignamos a cada posición el siguiente valor:

Muy cercano	10
Cercano	7,5
Ni cercano ni distante	5
Distante	2,5
Muy distante	0

- Calculamos para cada grupo de votantes el valor medio de valoración de cada partido. Por ejemplo, la valoración de los partidos según los votantes de UPyD:

8,00		4,75		3,25		3,25		2,50		2,25
UPyD	>	C's	>	PP	~	PSOE	>	IUCM-LV	>	Podemos

evaluación: Madrid 2015. Pr.01

- En consecuencia obtenemos para los votantes de cada partido una matriz que implica solo preferencia o indiferencia estricta. Por ejemplo, la matriz para un votante tipo de UPyD es:

	UPyD	C's	PP	PSOE	IUCM-LV	Podemos
UPyD	-	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
C's	0,00	-	1,00	1,00	1,00	1,00
PP	0,00	0,00	-	0,50	1,00	1,00
PSOE	0,00	0,00	0,50	-	1,00	1,00
IUCM-LV	0,00	0,00	0,00	0,00	-	1,00
Podemos	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-

evaluación: Madrid 2015. Pr.01

- Si multiplicamos el número de votantes de cada partido por su matriz, obtenemos la siguiente MCP [reordenamos los partidos según la dimensión Izda. a Dcha. y reducimos el umbral legal al 3%]

	IUCM-LV	Podemos	PSOE	C's	PP
IUCM-LV	-	2.440.327	723.904	1.531.289	1.531.289
Podemos	591.697	-	723.904	1.531.289	1.531.289
PSOE	2.308.120	2.308.120	-	1.531.289	1.563.611
C's	1.500.735	1.500.735	1.500.735	-	1.981.768
PP	1.500.735	1.500.735	1.468.414	1.050.256	

- Por tanto, el orden de preferencia colectiva es:

$$PSOE \succ IUCM - LV \succ PODEMOS \succ Cs \succ PP$$

evaluación: Madrid 2015. Pr.01

- Utilizando la matriz anterior, podemos obtener las asignaciones de asientos [en porcentaje] que producirían otras reglas. Por ejemplo, utilizando las **reglas de Borda** [Borda, 1771] y **Prll** [Alvira, 2016]:

	BORDA	Prll
IUCM - LV	20,54%	20,39%
PODEMOS	14,44%	20,00%
P.S.O.E.	25,43%	20,78%
C's	21,38%	19,61%
P.P.	18,21%	19,22%

- Según estas reglas el orden de preferencia por los partidos es:

BORDA: $PSOE \succ Cs \succ IUCM - LV \succ PP \succ PODEMOS$

PRLL: $PSOE \succ IUCM - LV \succ PODEMOS \succ Cs \succ PP$

evaluación: Madrid 2015. Pr.01

- Por otra parte, podemos calcular la asignación utilizando **Score Voting** [Heckscher, 1896], sumando las valoraciones medias que los votantes de cada partido hace de los demás partidos y multiplicando por el número de votos. Obtenemos la siguiente asignación de asientos [en porcentaje]:

IUCM-LV	Podemos	PSOE	C's	PP
18,09%	18,96%	22,63%	22,10%	18,22%

- Por tanto, según esta regla el orden de preferencia de los partidos es:

$$PSOE \succ Cs \succ PODEMOS \succ PP \succ IUCM - LV$$

evaluación: Madrid 2015. Pr.01

- Consistencia de los resultados: **ordenes de preferencia colectiva**

evaluación: Madrid 2015. Pr.01

	LOREG	SCORE VOTING	BORDA op 1	PRL op 1
IU	0,00%	18,09%	20,54%	20,39%
PODEMOS	20,93%	18,96%	14,44%	20,00%
P.S.O.E.	28,68%	22,63%	25,43%	20,78%
C's	13,18%	22,10%	21,38%	19,61%
P.P.	37,21%	18,22%	18,21%	19,22%
	1,000	1,000	1,000	1,000

LEY 11/1986	PP	>	PSOE	>	Podemos	>	C's	>	IUCM-LV
SCORE VOTING	PSOE	>	C's	>	Podemos	>	PP	>	IUCM-LV
BORDA	PSOE	>	C's	>	IUCM-LV	>	PP	>	Podemos
PRL	PSOE	>	IUCM-LV	>	Podemos	>	C's	>	PP

evaluación: Madrid 2015. Pr.01

- **Evaluación de los resultados:** ordenes de preferencia
- Vemos una **Paradoja de Borda estricta:** la opción mas preferida según la *Ley 11/1986* seria en realidad el Perdedor de Condorcet.
- Sin embargo llama la atención que la única regla consistente con el criterio de Condorcet [PrII] sitúa en 2ª y 3ª posición a partidos alejados del centro político, cuestionando la validez de los resultados...

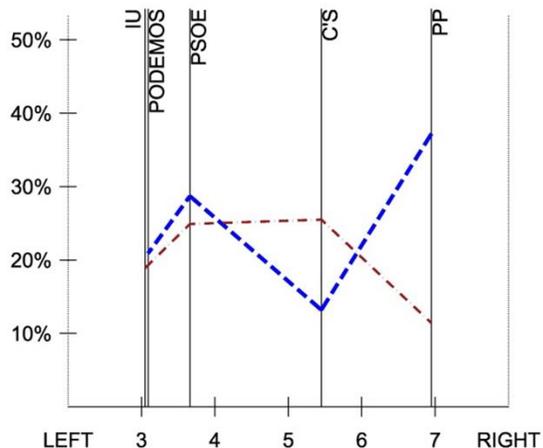
evaluación: Madrid 2015. Pr.01

- Consistencia de los resultados: correlación entre la preferencia agregada y la asignación de asientos a los partidos

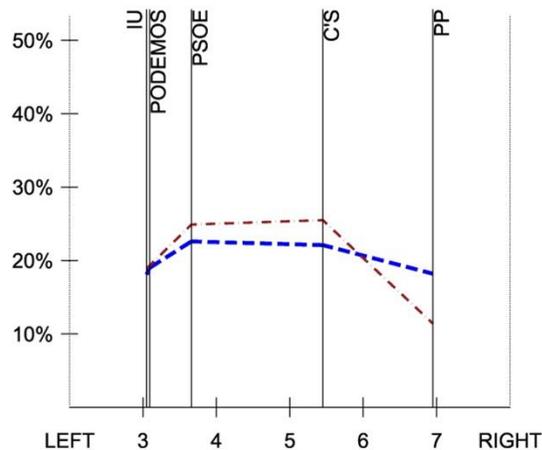
evaluación: Madrid 2015. Pr.01

Dimensión Izda Dcha

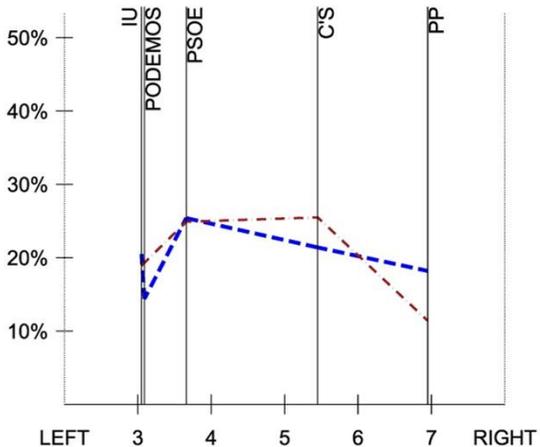
LOREG



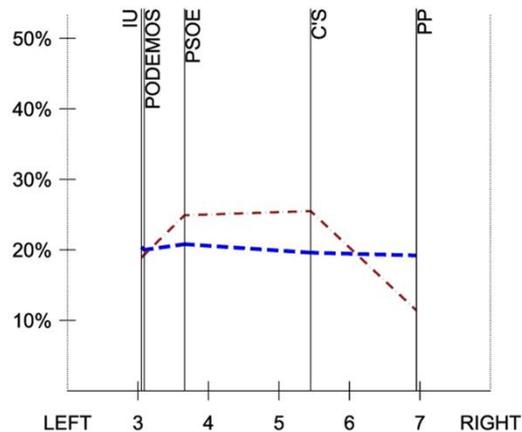
SCORE VOTING



BORDA PR 1



PRLI PR 1

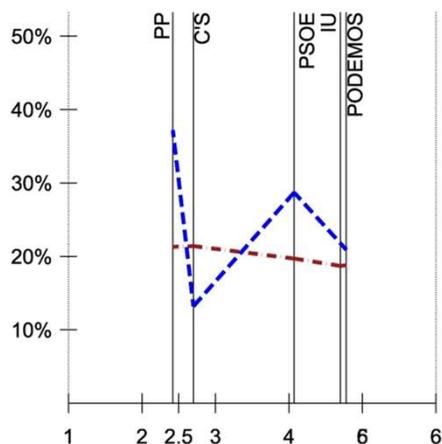


--- PREFERENCIA CIUDADANIA
 --- ASIGNACION ASIENTOS PARTIDOS

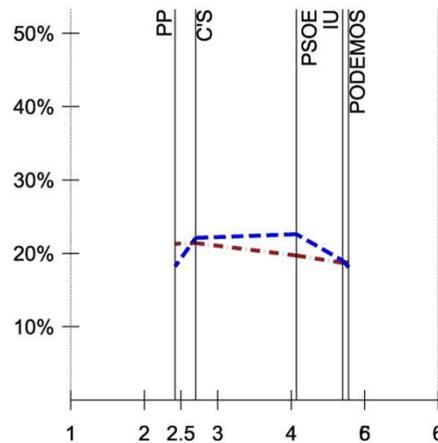
evaluación: Madrid 2015. Pr.01

Modelo Territorial

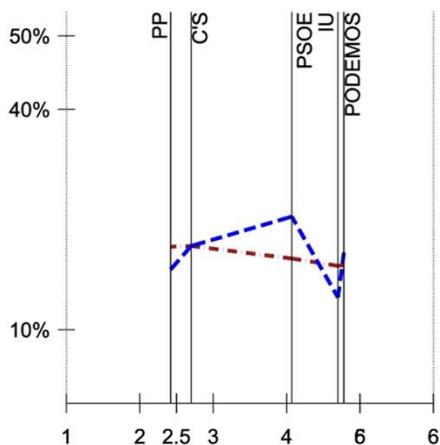
LOREG



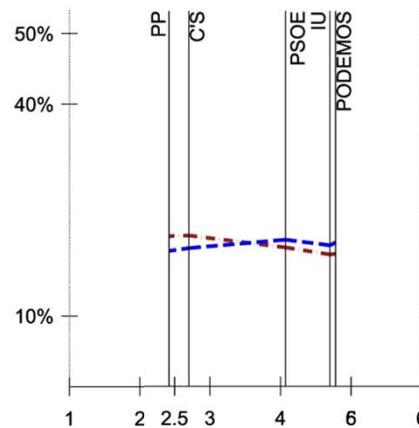
SCORE VOTING



BORDA PR 1



PRLI PR 1



--- PREFERENCIA CIUDADANIA
 - - - ASIGNACION ASIENTOS PARTIDOS

evaluación: Madrid 2015

[los resultados de las correlaciones se detallan/revisan posteriormente]

evaluación: Madrid 2015

- Vamos a revisar ahora la asignación de escaños utilizando el algoritmo propuesto [Pr 02]

evaluación: Madrid 2015. Pr.02

- Utilizando el Pr02, transformamos los diferenciales reducidos de preferencia en un porcentaje de indiferencia. Por ejemplo, la MCP de un votante tipo del PSOE según el procedimiento binario [Pr 01] o difuso [Pr 02] es:

Pr 01

	PSOE	IUCM-LV	Podemos	C's	UPyD	PP
PSOE	-	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
IUCM-LV	0,00	-	1,00	1,00	1,00	1,00
Podemos	0,00	0,00	-	1,00	1,00	1,00
C's	0,00	0,00	0,00	-	1,00	1,00
UPyD	0,00	0,00	0,00	0,00	-	1,00
PP	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-

Pr02

	PSOE	IUCM-LV	Podemos	C's	UPyD	PP
PSOE	-	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
IUCM-LV	0,00	-	0,52	1,00	1,00	1,00
Podemos	0,00	0,48	-	1,00	1,00	1,00
C's	0,00	0,00	0,00	-	0,88	1,00
UPyD	0,00	0,00	0,00	0,12	-	1,00
PP	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-

evaluación: Madrid 2015. Pr.02

- Y la MCP contabilizando todos los votantes es:

Pr.01 [binario]:

	IUCM-LV	Podemos	PSOE	C's	PP
IUCM-LV	-	2.440.327	723.904	1.531.289	1.531.289
Podemos	591.697	-	723.904	1.531.289	1.531.289
PSOE	2.308.120	2.308.120	-	1.531.289	1.563.611
C's	1.500.735	1.500.735	1.500.735	-	1.981.768
PP	1.500.735	1.500.735	1.468.414	1.050.256	

Pr.02 [fuzzy]:

	IUCM-LV	Podemos	PSOE	C's	PP
IUCM-LV	-	1.501.088	731.984	1.531.289	1.539.369
Podemos	1.530.936	-	723.904	1.531.289	1.531.289
PSOE	2.300.040	2.308.120		1.494.102	1.626.309
C's	1.500.735	1.500.735	1.537.922	-	1.981.768
PP	1.492.655	1.500.735	1.405.715	1.050.256	

evaluación: Madrid 2015. Pr.02

- **Al modelizar las preferencias de forma difusa [Pr 02] vemos que aparece una relación de mayoría relativa cíclica [paradoja de Condorcet] que involucra a 4 opciones**

evaluación: Madrid 2015. Pr.02

- Evaluamos la consistencia de los resultados. Comenzamos por los ordenes de preferencia

evaluación: Madrid 2015. Pr.02

	LEY 11/1986	SCORE VOTING	BORDA Pr 2	PRL Pr 2
IUCM-LV	-	18,09%	17,49%	14,05%
PODEMOS	20,93%	18,96%	17,54%	14,33%
P.S.O.E.	28,68%	22,63%	25,49%	28,72%
C's	13,18%	22,10%	21,51%	29,12%
P.P.	37,21%	18,22%	17,97%	13,77%

LEY 11/1986	PP	>	PSOE	>	Podemos	>	C's	>	IUCM-LV
SCORE VOTING	PSOE	>	C's	>	Podemos	>	PP	>	IUCM-LV
BORDA	PSOE	>	C's	>	PP	>	Podemos	>	IUCM-LV
PRL	C's	>	PSOE	>	Podemos	>	IUCM-LV	>	PP

[.....majoria ciclica.....]

evaluación: Madrid 2015. Pr. 02

- **Evaluación de los resultados:** ordenes de preferencia
- Se mantiene la **Paradoja de Borda estricta: la opción mas preferida según la LEY 11/1986 es el perdedor de Condorcet.**
- La preferencia cíclica impide saber cual seria el ordenamiento de Condorcet de los demás partidos [el PP seguiría siendo la opción menos preferida, ya que se sitúa por detrás del Conjunto de Smith].
- Los dos partidos mas cercanos al votante mediano aparecen en 1ª y 2ª posición, siendo más consistente que en la modelización de preferencias binarias, Pr. 01.

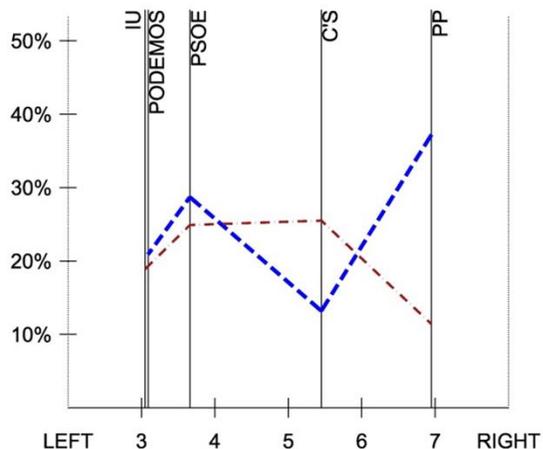
evaluación: Madrid 2015. Pr.02

- Consistencia de los resultados: correlación entre la preferencia agregada de la ciudadanía y la asignación de asientos a los partidos

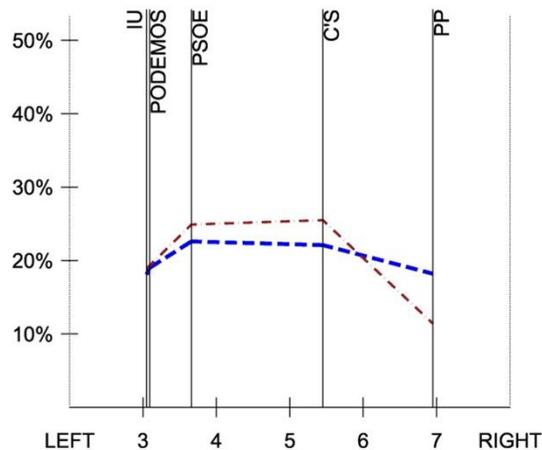
evaluación: Madrid 2015. Pr.02

Dimensión Izda. Dcha.

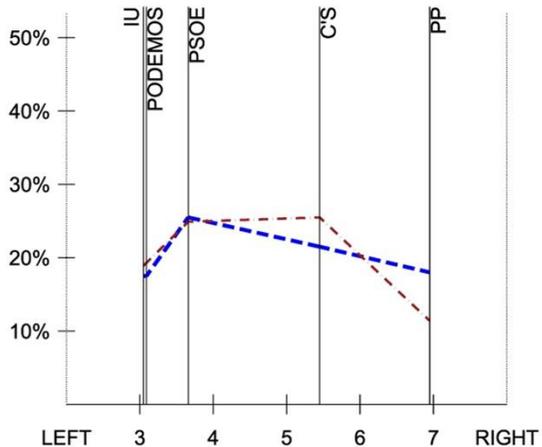
LOREG



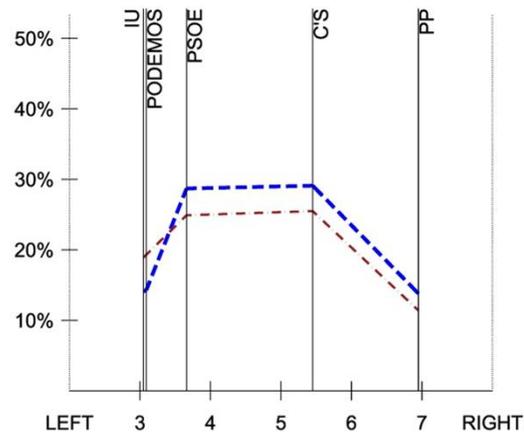
SCORE VOTING



BORDA PR 2



PRLI PR 2

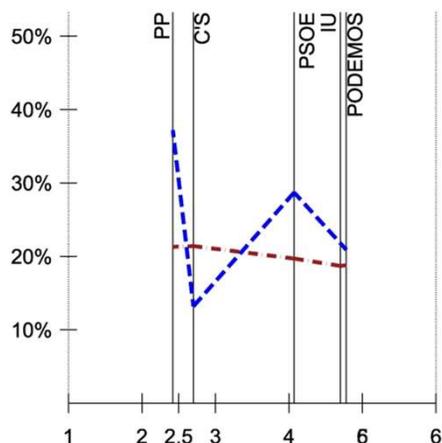


--- PREFERENCIA CIUDADANIA
 --- ASIGNACION ASIENTOS PARTIDOS

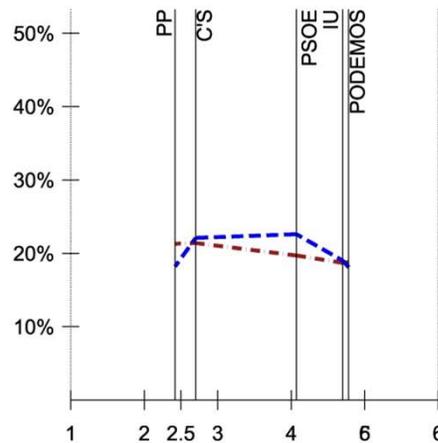
evaluación: Madrid 2015. Pr.02

Modelo Territorial

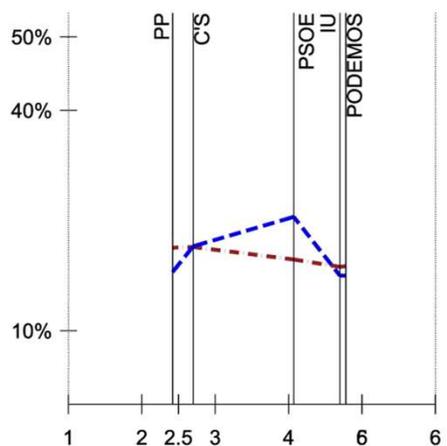
LOREG



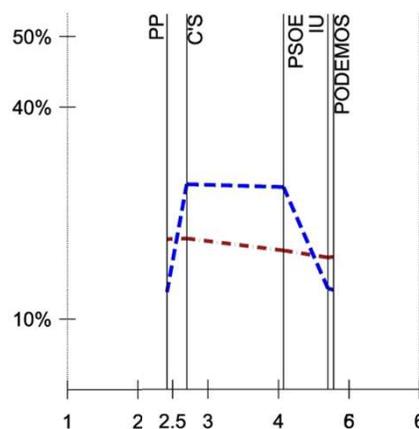
SCORE VOTING



BORDA PR 2



PRLI PR 2



--- PREFERENCIA CIUDADANIA
 - - - ASIGNACION ASIENTOS PARTIDOS

evaluación: Madrid 2015

- **Correlación entre la asignación de asientos y la preferencia agregada:**

	LEY	SCORE	BORDA		PRLL	
	11/1986	VOTING	Pr. 01	Pr. 02	Pr. 01	Pr. 02
IZDA DCHA	-0,376	0,850	0,571	0,714	0,565	0,844
MOD. TERRIT	0,461	0,287	0,162	0,193	-0,731	0,366
MEDIA	0,043	0,568	0,366	0,454	-0,083	0,605

- **Correlación entre la asignación de asientos y score voting**
[maximización utilidad colectiva]

		BORDA		PRLL	
	LEY 11/1986	Pr. 01	Pr. 02	Pr. 01	Pr. 02
SCORE VOTING	0,121	0,707	0,932	0,347	0,986

evaluación: Madrid 2015

- **Vemos que la correlación entre las asignaciones de asientos de acuerdo a Borda y Prll y la preferencia colectiva de los ciudadanos mejoran notablemente al modelar el perfil de preferencias siguiendo el procedimiento difuso [Pr 02]. La maximización de la utilidad colectiva también aumenta para el procedimiento difuso. Ambas cuestiones sostienen la validez del procedimiento aquí propuesto, Pr 02.**
- **Por otro lado, vemos que el actual sistema electoral lleva a una correlación casi nula entre la asignación de escaños y la preferencia colectiva de los ciudadanos, así como a una utilidad colectiva casi nula, desafiando enormemente su adecuación al sistema.**

evaluación: Cataluña 2017

- Vamos a revisar las **elecciones autonómicas de la Comunidad de Cataluña en diciembre 2017**

evaluación: Cataluña.2017

- La ley electoral actual establece la provincia como circunscripción, y reparto de diputados mediante la regla d'Hondt. En las elecciones de 2017, lleva al siguiente reparto:

CANDIDATURA	VOTOS		DIPUTADOS	
	Nº	%	Nº	
CUP	195.246	4,53%	4	2,96%
ERC-CATSI	935.861	21,72%	32	23,70%
CATCOMU	326.360	7,58%	8	5,93%
PSC-PSOE	606.659	14,08%	17	12,59%
JUNTSXCAT	948.233	22,01%	34	25,19%
C's	1.109.732	25,76%	36	26,67%
PP	185.670	4,31%	4	2,96%
	4.307.761	100,00%	135	

- Por tanto, el orden de preferencia de los partidos sería:

Cs > JxCat > ERC > PSC > CatComu > CUP > PP

evaluación: Cataluña.2017

- Utilizamos la encuesta CIS es 3202. P26.

evaluación: Cataluña.2017. Pr. 1

- Si consideramos preferencias estrictas obtenemos la siguiente MCP:

	CUP	CatComú-Podem	ERC-CatSí	PSC-PSOE	JUNTSxCAT	C's	PP
CUP	-	2.079.340	195.246	2.444.443	521.606	2.444.443	3.051.102
CatComú-Podem	2.267.164	-	2.228.421	2.444.443	2.081.494	2.444.443	3.051.102
ERC-CatSí	4.151.258	2.118.083	-	2.444.443	1.496.210	2.444.443	3.051.102
PSC-PSOE	1.902.061	1.902.061	1.902.061	-	2.228.421	3.012.359	4.160.834
JUNTSxCAT	3.824.898	2.265.010	2.850.294	2.118.083	-	2.444.443	3.051.102
C's	1.902.061	1.902.061	1.902.061	1.334.145	1.902.061	-	4.160.834
PP	1.295.402	1.295.402	1.295.402	185.670	1.295.402	185.670	-

- Por tanto, el orden de preferencia de los partidos sería:
 $[JxCat > ERC > PSC > CatComu > CUP] > Cs > PP$

evaluación: Cataluña.2017. Pr. 1

- **Por tanto, siguiendo la modelización binaria de las preferencias, vemos que aparece una relación cíclica que involucra a 5 opciones**

evaluación: Cataluña.2017. Pr. 1

- A partir de la matriz anterior, obtenemos las siguientes asignaciones de asientos [en porcentaje] utilizando las **reglas de Borda y Prll**:

	BORDA	Prll
CUP	11,76%	15,64%
ERC-CATSI	17,21%	17,69%
CATCOMU	15,90%	18,11%
PSC-PSOE	16,55%	13,59%
JUNTSXCAT	18,14%	18,53%
C's	14,36%	11,54%
PP	6,08%	4,90%

- Por tanto, el orden de preferencia de los partidos es:

BORDA: $JxCAT \succ ERC \succ PSC \succ CatComu \succ Cs \succ CUP \succ PP$

PRLL: $JxCAT \succ CatComu \succ ERC \succ CUP \succ PSC \succ Cs \succ PP$

evaluación: Cataluña.2017. Pr. 1

- Por otra parte, si sumamos las valoraciones medias que los votantes de cada partido hace de los demás partidos y multiplicamos por el numero de votos [**score voting**] obtenemos la siguiente asignación de asientos [en porcentaje]:

C's	JxCAT	ERC-CatSí	PSC-PSOE	CatComú	CUP	PP
0,141	0,204	0,228	0,133	0,123	0,120	0,052

- Por tanto, el orden de preferencia de los partidos es:
 $ERC > JxCAT > Cs > PSC > CatComu > CUP > PP$

evaluación: Cataluña.2017. Pr. 1

- Consistencia de los resultados: **ordenes de preferencia**

evaluación: Cataluña.2017. Pr. 1

	LOREG	SCORE	BORDA PR.1	PRLL PR.1
CUP	2,96%	12,01%	11,76%	15,64%
ERC-CATSI	23,70%	22,77%	17,21%	17,69%
CATCOMU	5,93%	12,30%	15,90%	18,11%
PSC-PSOE	12,59%	13,27%	16,55%	13,59%
JUNTSXCAT	25,19%	20,41%	18,14%	18,53%
C's	26,67%	14,09%	14,36%	11,54%
PP	2,96%	5,15%	6,08%	4,90%

LOREG	C's >	JxCAT >	ERC >	PSC >	CatComu >	CUP >	PP
SCORE VOTING	ERC >	JxCAT >	C's >	PSC >	CatComu >	CUP >	PP
BORDA	JxCAT >	ERC >	PSC >	CatComu >	C's >	CUP >	PP
PRLL	JxCAT >	CatComu >	ERC >	CUP >	PSC >	C's >	PP

[.....majoria ciclica.....]

evaluación: Cataluña.2017. Pr. 1

- **Evaluación de los resultados:** ordenes de preferencia
- Vemos una **Paradoja de Borda casi estricta: la opción mas preferida según la LOREG seria en realidad la opción preferida en penúltimo lugar** [aunque aparece un ciclo, C's se sitúa por debajo del conjunto de Smith, siendo únicamente estrictamente preferida al PP].

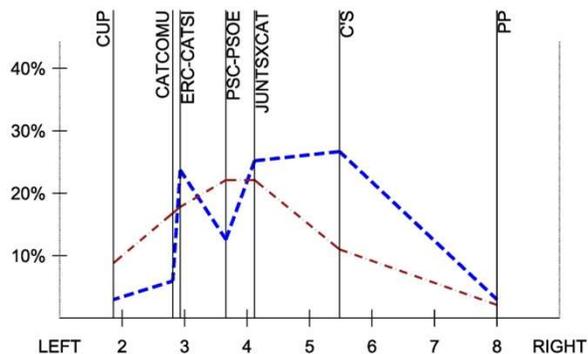
evaluación: Cataluña.2017. Pr. 1

- Consistencia de los resultados: correlación de la preferencia agregada de la ciudadanía con la asignación de asientos.

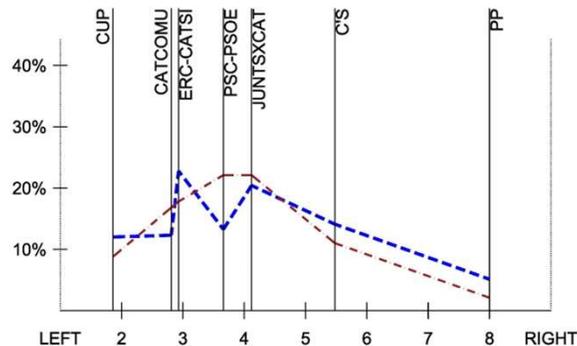
evaluación: Cataluña.2017. Pr. 1

Dimensión Izda.-Dcha.

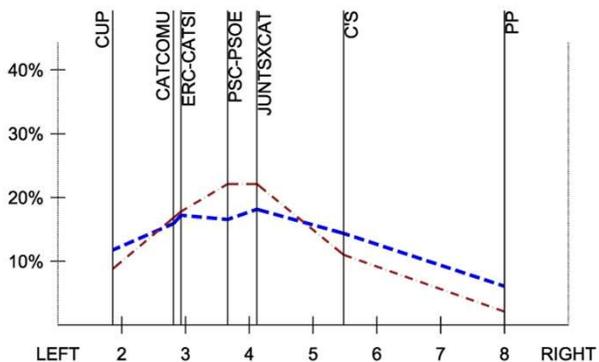
LOREG



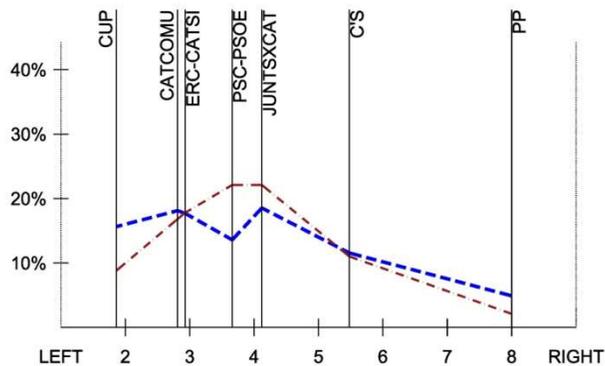
SCORE VOTING



BORDA PR.01



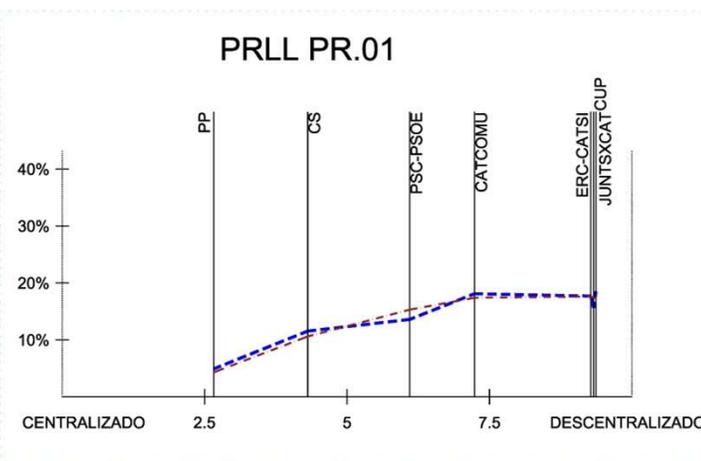
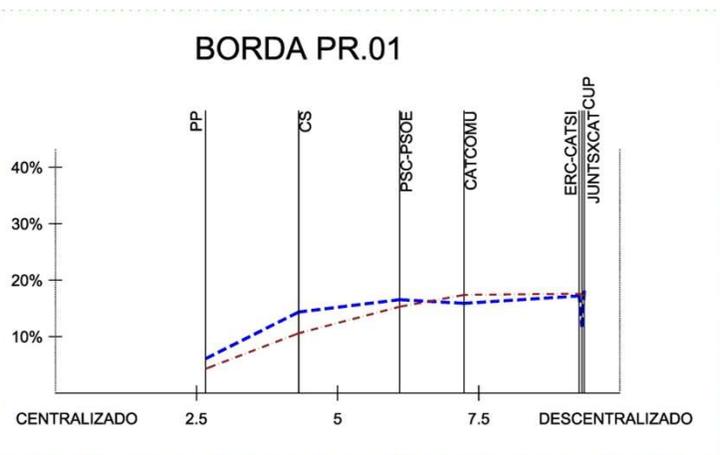
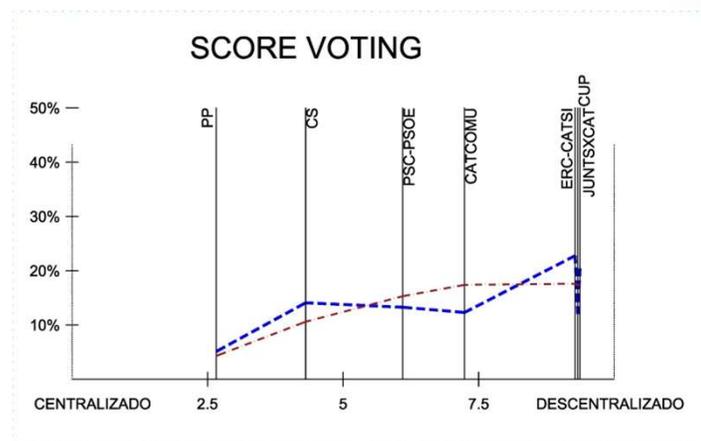
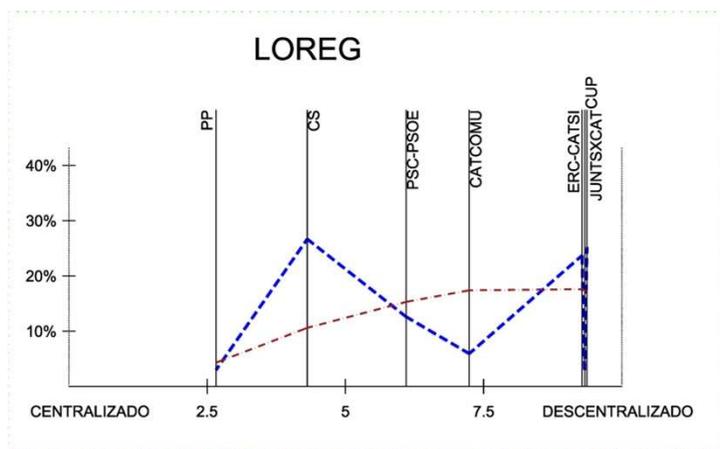
PRLL PR. 01



--- PREFERENCIA CIUDADANIA
 - - - ASIGNACION ASIENTOS PARTIDOS

evaluación: Cataluña 2017. Pr. 1

Modelo Territorial



--- PREFERENCIA CIUDADANIA
 - - - ASIGNACION ASIENTOS PARTIDOS

evaluación: Cataluña 2017. Pr. 1

[los resultados de las correlaciones se detallan/revisan
posteriormente]

evaluación: Cataluña.2017. Pr. 2

- Vamos a revisar ahora la asignación de escaños utilizando el algoritmo propuesto [Pr. 02]

evaluación: Cataluña.2017. Pr. 2

- **Propuesta:** Obtenemos la siguiente MCP:

	CUP	CatComú-Podem	ERC-CatSí	PSC-PSOE	JUNTSxCAT	C's	PP
CUP	-	2.226.363	913.157	2.363.520	935.898	2.434.515	2.788.044
CatComú-Podem	2.120.141	-	1.743.683	2.238.345	1.631.387	2.746.249	3.346.433
ERC-CatSí	3.433.347	2.602.821	-	2.397.685	2.288.980	2.598.476	3.009.751
PSC-PSOE	1.982.984	2.108.159	1.948.819	-	2.046.812	2.924.514	3.734.577
JUNTSxCAT	3.410.606	2.715.117	2.057.524	2.299.692	-	2.533.905	3.087.610
C's	1.911.989	1.600.255	1.748.028	1.421.990	1.812.599	-	3.318.903
PP	1.558.460	1.000.071	1.336.753	611.927	1.258.894	1.027.601	-

- Por tanto, el orden de preferencia de los partidos sería:
 $ERC \succ JxCat \succ CUP \succ CatComu \succ PSC \succ Cs \succ PP$

evaluación: Cataluña.2017. Pr. 2

- Consistencia de los resultados: **ordenes de preferencia**

evaluación: Cataluña.2017. Pr. 2

	LOREG	SCORE	BORDA_ PR.2	PRLL_ PR.2
CUP	2,96%	12,01%	12,78%	16,44%
ERC-CATSI	23,70%	22,77%	17,89%	18,24%
CATCOMU	5,93%	12,30%	15,15%	16,12%
PSC-PSOE	12,59%	13,27%	16,16%	15,74%
JUNTSXCAT	25,19%	20,41%	17,64%	17,56%
C's	26,67%	14,09%	12,94%	11,32%
PP	2,96%	5,15%	7,44%	4,58%

LOREG	C's	>	JxCAT	>	ERC	>	PSC	>	CatComu	>	CUP	>	PP
SCORE VOTING	ERC	>	JxCAT	>	C's	>	PSC	>	CatComu	>	CUP	>	PP
BORDA	ERC	>	JxCAT	>	PSC	>	CatComu	>	C's	>	CUP	>	PP
PRLL	ERC	>	JxCAT	>	CUP	>	CatComu	>	PSC	>	C's	>	PP

evaluación: Cataluña.2017 .Pr.2

- Vemos otra vez una **Paradoja de Borda casi fuerte: la opción mas preferida según la LOREG seria en realidad la opción preferida en penúltimo lugar** [esta vez no existe relación cíclica]

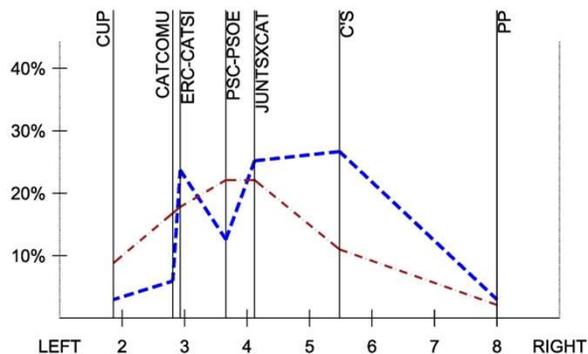
evaluación: Cataluña.2017. Pr.2

- Consistencia de los resultados: correlación de la preferencia agregada de la ciudadanía con la asignación de asientos

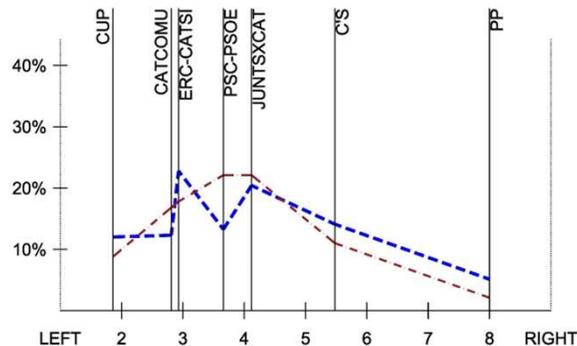
evaluación: Cataluña.2017. Pr.2

Dimensión Izda Dcha

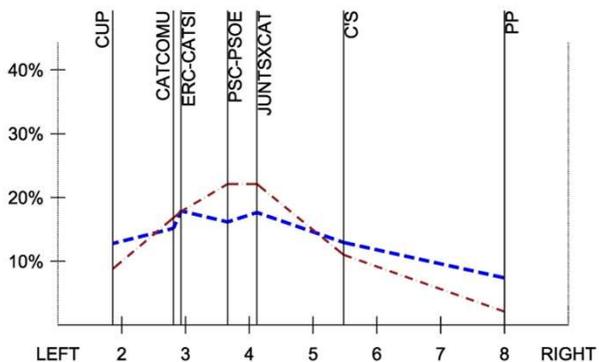
LOREG



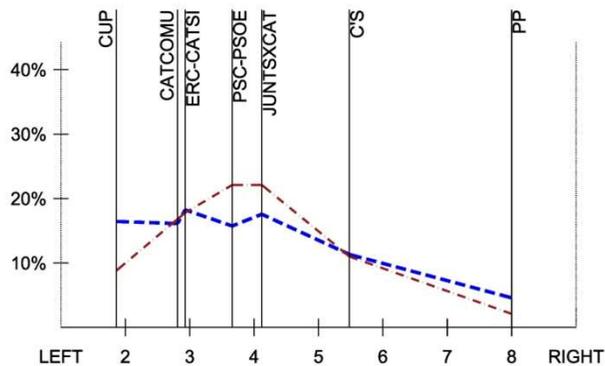
SCORE VOTING



BORDA PR. 02



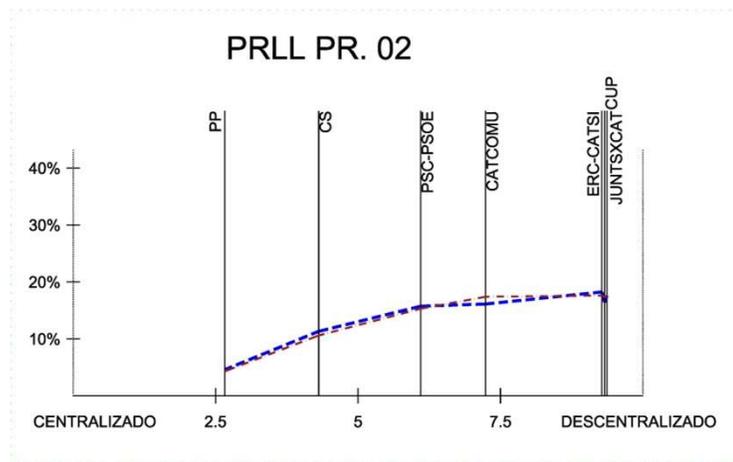
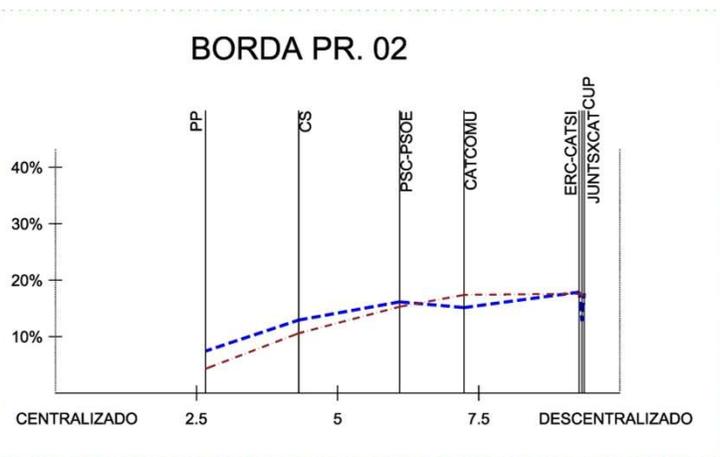
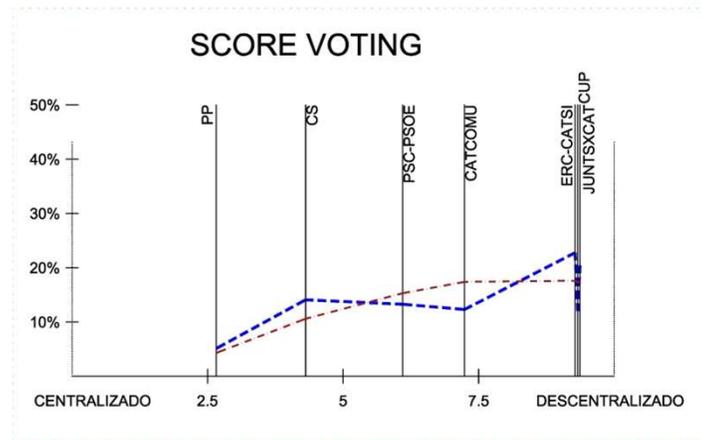
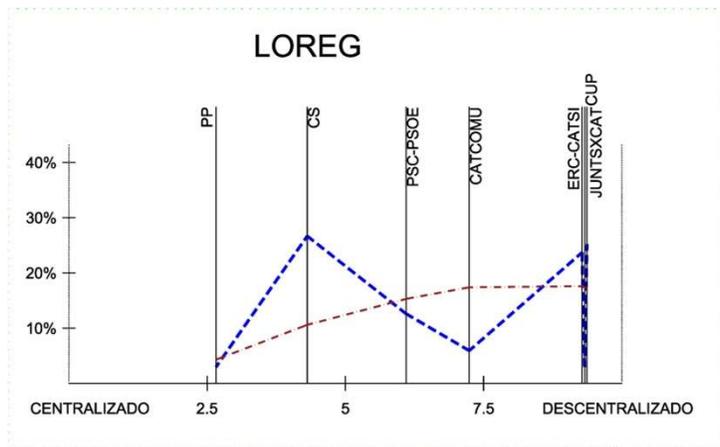
PRLL PR. 02



--- PREFERENCIA CIUDADANIA
 - - - ASIGNACION ASIENTOS PARTIDOS

evaluación: Cataluña.2017. Pr.2

Modelo Territorial



--- PREFERENCIA CIUDADANIA
 - - - ASIGNACION ASIENTOS PARTIDOS

evaluación: Cataluña.2017. Pr. 2

- **Correlación entre la asignación de asientos y la preferencia agregada:**

	LOREG	SCORE VOTING	BORDA		PRLL	
			Pr.01	Pr.02	Pr. 01	Pr.02
IZDA						
DCHA	0,209	0,702	0,806	0,861	0,969	0,988
MOD.						
TERRIT	0,520	0,744	0,951	0,944	0,776	0,808
MEDIA	0,364	0,723	0,878	0,902	0,872	0,898

- **Correlación entre la asignación de asientos y score voting**

	LOREG	BORDA		PRLL	
		Pr. 01	Pr. 02	Pr. 01	Pr. 02
SCORE VOTING	0,779	0,846	0,895	0,772	0,789

evaluación: Madrid 2015

- **Vemos que la correlación entre las asignaciones de asientos de acuerdo a Borda y Prll y la preferencia colectiva de los ciudadanos mejoran al modelar el perfil de preferencias siguiendo el procedimiento difuso [Pr 02]. La maximización de la utilidad colectiva también aumenta para el procedimiento difuso. Ambas cuestiones sostienen de nuevo la validez del procedimiento aquí propuesto, Pr 02.**
- **Por otro lado, vemos que el sistema electoral actual conduce a una correlación mucho más baja entre la asignación de escaños y la preferencia colectiva de los ciudadanos, y una menor utilidad colectiva, lo que de nuevo desafía su validez.**

PARTE IV

CONCLUSIONES

conclusiones

- Mientras que las propiedades y paradojas de las reglas de votación han sido muy estudiadas en el campo de la Elección Social, encontramos **pocos estudios de paradojas referidos a los sistemas de elección de cámaras de representantes.**
- Esta escasez de estudios, que contrasta con la **importancia fundamental que las Cámaras de Representación han adquirido en nuestros sistemas políticos,** puede deberse a la dificultad de obtener datos para realizar los análisis.
- En muchos casos, los datos disponibles para analizar elecciones pasadas no son los ordenes de preferencia individual, sino valores medios de preferencia.

conclusiones

- Estamos asistiendo en España a una situación de **creciente desafección ciudadana** con el sistema político actual, desafección **que se suele relacionar –al menos en parte- con el diseño *sesgado* del sistema electoral vigente.**
- Sin embargo, diferentes expertos no están de acuerdo con el diseño final que debería tener el sistema electoral, lo que ha llevado a que **en los últimos años se hayan presentado varias propuestas diferentes de reforma electoral** [para una revisión de las últimas propuestas, ver Crespo et Al, 2019]

conclusiones

- Como forma de avanzar en este debate, resulta útil evaluar la validez del sistema electoral actual y sus posibles modificaciones comparando la asignación de escaños con la preferencia colectiva de los ciudadanos. Ésta última solo la podemos conocer revisando la **preferencia completa de cada votante**, no su primera preferencia expresada mediante el voto único.
- Sin embargo, esta información no suele ser accesible. Para suplir esta carencia, **hemos propuesto un procedimiento sencillo para estimar un perfil de preferencia *probable* de la ciudadanía a partir de los datos habitualmente disponibles:** valores publicados con relativa frecuencia por el CIS.

conclusiones

- Utilizando esa información, hemos modelizado dos elecciones celebradas recientemente en España.
- En los dos ejemplos revisados, la **modelización del perfil de preferencia siguiendo el procedimiento difuso aquí propuesto [Pr.02] refleja en mayor medida las preferencia colectiva de la ciudadanía y maximiza la utilidad colectiva comparado con el perfil de preferencia generado a partir de preferencias estrictas [Pr. 01].**
- Los resultados sustentan por tanto la utilidad del procedimiento aquí explicado [Pr 02]

conclusiones

- Adicionalmente, **la evaluación ha puesto de manifiesto algunas cuestiones importantes:**

conclusiones

- **La ubicuidad de la Paradoja de Borda** [se observa una paradoja estricta en Madrid, y casi estricta en Cataluña] **sugiere la existencia de un alejamiento importante de la ideología de los gobernantes respecto a la de la ciudadanía.**
- Este alejamiento adquiere mayor importancia por el hecho de que los gobiernos regionales son elegidos por las cámaras de representantes, y **podría ser la principal causa de la actual inestabilidad política y descontento ciudadano con el sistema de representación**, reforzando la importancia de reformar los actuales sistemas electorales en España [tanto LOREG como sistemas regionales].

conclusiones

- La **gran mejora de la correlación entre preferencia de la ciudadanía y asignación de asientos a los partidos** que proporcionan las reglas que contabilizan el orden de preferencia completo de los votantes [Score Voting, Borda y Prll] muestra que **el camino para reformar el actual sistema electoral español debe pasar por abandonar el voto único y adoptar el voto preferencial.**

CORRELACIÓN MEDIA ENTRE PREFERENCIA CIUDADANÍA Y ASIGNACIÓN DE ASIENTOS PARA LAS DOS ELECCIONES REVISADAS				
	VOTO ÚNICO	VOTO PREFERENCIAL		
	LOREG	SCORE VOTING	BORDA [PR 02]	PRLL [PR 02]
IZDA DCHA	-0,08	0,78	0,79	0,92
MOD. TERR	0,49	0,52	0,57	0,59
MEDIA	0,20	0,65	0,68	0,75

conclusiones

- El caso de Madrid 2015 es ilustrativo porque siendo un único distrito con 129 diputados, **la asignación de asientos es casi estrictamente proporcional a los votos recibidos por cada partido, y sin embargo se produce una Paradoja de Borda estricta; i.e., la opción más votada es la menos preferida.**
- **La reforma que necesita el sistema electoral español no se basa en incrementar la proporcionalidad entre votos y asientos, sino en sustituir el voto único por voto preferencial, y utilizar una regla de votación que contabilice todo el orden de preferencia.**

conclusiones

- Por último, hay que estacar que **la presencia frecuente [50% de los casos] de la Paradoja de Condorcet**, obliga a que la regla de elección que se utilice resuelva las relaciones de mayorías cíclicas de manera satisfactoria.

PARTE V

BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía

Alvira, R. (2016). *Mnll, Psll & Prll*

Alvira, R. (2017). 'Borda and Condorcet Paradoxes in Proportional representation. Evidence from Spain General Elections, June 2016' comunicación en XIV Encuentro REES, Barcelona

Black, D. (1949). Some Theoretical Schemes of Proportional Representation. *Canadian Journal of Political Science* , 15(3)

Borda, J. C. (1781). Mémoire sur les élections au scrutin, *Mémoires de L'Académie Royale des Science* : 657-664

Colman, A. & Pountney, I. (1978). Borda's voting paradox: theoretical likelihood and electoral occurrences, *Behavioral Science*, Volume 2(1).

Bibliografía

Colomer, J. M. (2004). *Handbook of Electoral System Choice*. New York, Palgrave-Macmillan.

Crespo, I. ; Nohlen, D. y Alvira, R. (2019). 'El sistema electoral español' en *Política y gobierno en España*. Editorial: Tirant lo Blanch

Hägele, G. & Pukelsheim, F. (2008). 'The electoral systems of Nicholas of Cusa in the Catholic Concordance and beyond' in *The Church, the Councils, & Reform: The Legacy of the Fifteenth Century*, ed. Christianson et Al, Washington, DC

Kurrild - Klitgaard, P. (2008). Voting Paradoxes under Proportional Representation: Evidence from Eight Danish Elections, *Scandinavian Political Studies*, 31(3)

Bibliografía

Lagerspetz, E. (2014). Albert Heckscher on collective decision-making.

Miller, W., & Stokes, D. [1963]. Constituency Influence in Congress. *Journal of American Political Science*, 57(1), 45-56.

Nurmi, H. (2016) *Voting Procedures under Uncertainty*, Springer

Urdánóz, J. (2009). La representación proporcional: génesis histórica de un paradigma confuso. *Revista de Estudios Políticos*, (139), 65-96

Van Deemen, A. [1993]. Paradoxes of Voting in List Systems of Proportional Representation

Gracias por vuestra atención !!