EFFECT OF GRAVITATION ON HEAT CONDUCTIVITY OF PERFECT GAS

V.S. Vasilenko, .A. Malgota,T.I. Maklygina, V.O. Komar, A.Yu. Yurkovskaya

Odessa State Environmental University
Odessa State Research Institute of Transport Medicine

vladimir2.phd@gmail.com, malgota_aa@ukr.net, maklyginat@gmail.com ,
vikucyakomar68@gmail.com, allaovcherenko17@gmail.com

The effect of gravity on the vertical thermal conductivity of a gas is theoretically investigated. To do this, we used the law of energy conservation and added to the average energy of the thermal motion of the molecule its potential energy in the gravitational field: $< E >= \frac{ik}{2}T + mgz$. The formula for calculating the vertical heat flux $j_E = -\lambda \frac{dT}{dz} - \lambda \frac{g}{C_V}$ was obtained. From the formula it follows that in a gravitational field in an ideal gas with a temperature uniform in volume there a heat flux will exist $j_E^0 = -\lambda \frac{g}{C_V}$. For dry nitrogen, calculations give $j_E^0 = 1{,}3 \cdot 10^{-4}\ \frac{Вт}{м^2}$.

ВЛИЯНИЕ ГРАВИТАЦИИ НА ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

В.С. Василенко, А.А. Мальгота, Т.И. Маклыгина, В.О. Комар,
А.Ю. Юрковская

Одесский государственный экологический университет
Одесский государственный НИИ медицины транспорта

Теоретически исследовано влияние гравитации на вертикальную теплопроводность газа. Для этого мы использовали закон сохранения энергии и к средней энергии теплового движения молекулы добавили её потенциальную энергию в гравитационном поле: $< E >= \frac{ik}{2}T + mgz$. Получена формула расчёта вертикального теплового потока $j_E = -\lambda \frac{dT}{dz} - \lambda \frac{g}{C_V}$. Из формулы следует, что в гравитационном поле в идеальном газе с однородной по объёму температурой будет существовать тепловой поток $j_E = -\lambda \frac{g}{C_V}$. . Для сухого азота при нормальных условиях расчёты дают $j_E^0 = 1{,}34 \cdot 10^{-4}\ \frac{Вт}{м^2}$

Теплопроводность и конвекции – два основных механизма переноса тепла в газе. Конвекция не существует без гравитации, поэтому вопрос о влиянии гравитации на конвекцию изучен досконально. Например, для расчета сухоадиабатического градиента температур решалась система из трёх уравнений: Менделеева - Клапейрона, Пуассона и основного уравнения статики атмосферы [1 - 3]. Полученное выражение для сухоадиабатического градиента температуры А содержит величину ускорения свободного падения g:

$$\mathrm{A} = \frac{dT}{dz} = -\frac{g}{C_p}, \qquad (1)$$

где T- абсолютная температура, $\frac{dT}{dz}$ - градиент температуры, ось z направлена вертикально вверх, c_p - удельная теплоёмкость газа при постоянном давлении.

В то же время вопрос о влиянии гравитации на доминирующий механизм теплопроводности для области градиента температур $\frac{dT}{dz} > A$ изучен недостаточно.

Поэтому в настоящей работе ставилась задача исследовать влияние гравитации на теплопроводность газа. С этой целью нами был проведен вывод закона Фурье для обычного горизонтального переноса тепла в газе, а также вертикального переноса тепла в гравитационном поле.

1 ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ГАЗА В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ

Перенос энергии в форме теплоты подчиняется закону Фурье [4]:

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx}, \tag{2}$$

где j_E – плотность теплового потока, λ – теплопроводность, $\frac{dT}{dx}$ - градиент температуры. Для газа теплопроводность связана с микроскопическими параметрами выражением:

$$\lambda = -\frac{1}{3} c_V \rho < v > < l >, \tag{3}$$

где c_v – удельная теплоёмкость газа при постоянном объёме, ρ - плотность газа, $< v >$ - средняя скорость теплового движения, $< l >$ - средняя длина свободного пробега.

При выводе соотношений (2), (3) рассматривалась следующая модель процесса теплопроводности [5]. Сквозь площадку S (Рис.1) с координатой x_0 (площадка была расположена перпендикулярно оси 0X), слева направо и справа налево пролетали по N молекул за 1с и переносили энергию $N<E_1>$ и $N<E_2>$ соответственно. Поток j тепла сквозь площадку S в позитивном направлении оси 0X равнялся:

$$q = N(<E_1> - <E_2>) \quad (4)$$

где $<E>$ - средняя энергия одной молекулы, которая соответствовала температуре в том месте, где произошло её последнее столкновение с другой молекулой. Считалось, что молекулы двигались вперёд или назад только вдоль трёх взаимно перпендикулярных направлений. Тогда каждая молекула должна была иметь шесть равновероятных направлений движения. Поэтому количество молекул, пролетавших за 1 с сквозь площадку S в одном направлении:

$$N = \frac{1}{6} n < v > S, \quad (5)$$

где n - концентрация и $< v >$ - средняя скорость молекул в сечении S. Подстановка (5) в формулу (4) давала:

$$q = \frac{1}{6} n < v > S(< E_1 > - < E_2 >). \quad (6)$$

Средняя энергия $<E>$ согласно закону равного распределения энергии по степеням свободы молекулы i:

$$< E > = \frac{ikT}{2}, \quad (7)$$

где k – постоянная Больцмана. Сквозь поверхность S пролетали молекулы, с которыми произошло столкновение на разных от неё расстояниях. Однако, в среднем, последнее соударение происходило на расстоянии, равном длине свободного пробега $< l >$ от поверхности S. Поэтому в качестве температуры T_1 бралось её значение в плоскости (x-$<l>$), а в качестве T_2 – её значение в плоскости (x_0+$<l>$). И эта разность температур равнялась:

$$T_{(x-<l>)} - T_{(x+<l>)} = -\frac{dT}{dx} 2 < l > \quad (8)$$

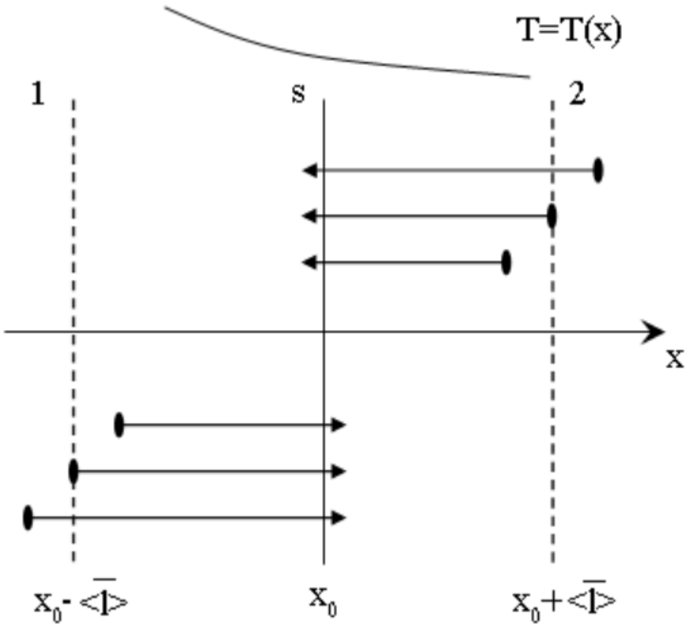

Рис.1. Вывод закона Фурье для горизонтальной теплопроводности газа.

Подставив(7) и (8) в (6) получали тепловой поток q через площадку S:

$$q = -\frac{1}{3} n < v >< l > S \frac{ik}{2} \cdot \frac{dT}{dx}. \tag{9}$$

Учитывали, что

$$\frac{ik}{2} n = \frac{ik}{2} N_A \frac{\rho}{\mu} = C_V \frac{\rho}{\mu} = c_V \rho, \tag{10}$$

где c_V - удельная теплоёмкость газа при постоянном объёме, N_A – число Авогадро, μ – молярная масса газа. Подставив (10) в (9) и разделив на площадь S, получили для плотности потока тепловой энергии закон Фурье (2) с теплопроводностью (3):

$$j_E = -\frac{1}{3} < v >< l > \rho c_V \cdot \frac{dT}{dz}, \tag{11}$$

2 ВЕРТИКАЛЬНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ГАЗА В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

Проделаем те же самые процедуры для расчёта переноса теплоты в идеальном газе в гравитационном поле в отсутствие конвекции, когда вертикальный градиент температуры больше сухоадиабатического: $\frac{dT}{dz} > A$

Направим ось Z вверх (Рис2.). Выберем перпендикулярную оси Z площадку S на произвольной высоте z_0. Положим $z_0=0$. Через эту площадку пролетают за 1с N_1 молекул снизу вверх и N_2 сверху вниз и переносят энергию $N_1<E_1>$ и $N_2<E_2>$ соответственно. Поскольку переноса вещества при теплопроводности не происходит , то

$$N_1 = N_2 = N, \tag{13}$$

и поток тепла сквозь площадку S в позитивном направлении оси Z равен:

$$q = N_1<E_1> – N_2<E_2> = N(<E_1> - <E_2>) . \tag{14}$$

При изучении вертикального перемещения молекул к средней энергии теплового движения молекулы (5) добавляется потенциальная энергия mgz молекулы в поле сил тяготения:

$$< E >= \frac{ik}{2}T + mgz , \tag{15}$$

Где m – масса молекулы. Подставим поток молекул N (6) и среднюю энергию молекулы $<E>$ (15) в поток тепла q (14):

$$q = \frac{1}{6}n < v > S\left[\frac{ik}{2}(T_1 - T_2) + mg(z_1 - z_2)\right], \tag{16}$$

Сквозь поверхность S пролетают молекулы, с которыми произошло столкновение на разных высотах. Однако в среднем последнее соударение происходило на расстоянии S, равном средней длине свободного пробега $< l >$. Поэтому в качестве температуры T_1 бралось её значение в плоскости (z_0 - $<l>$), а в качестве T_2 – её значение в плоскости (z_0 + $<l>$). Разность координат между этими плоскостями - $z_1 - z_2$ = (z_0-$<l>$)-(z_0+$<l>$) = -2$< l >$. Следовательно разность температур равнялась:

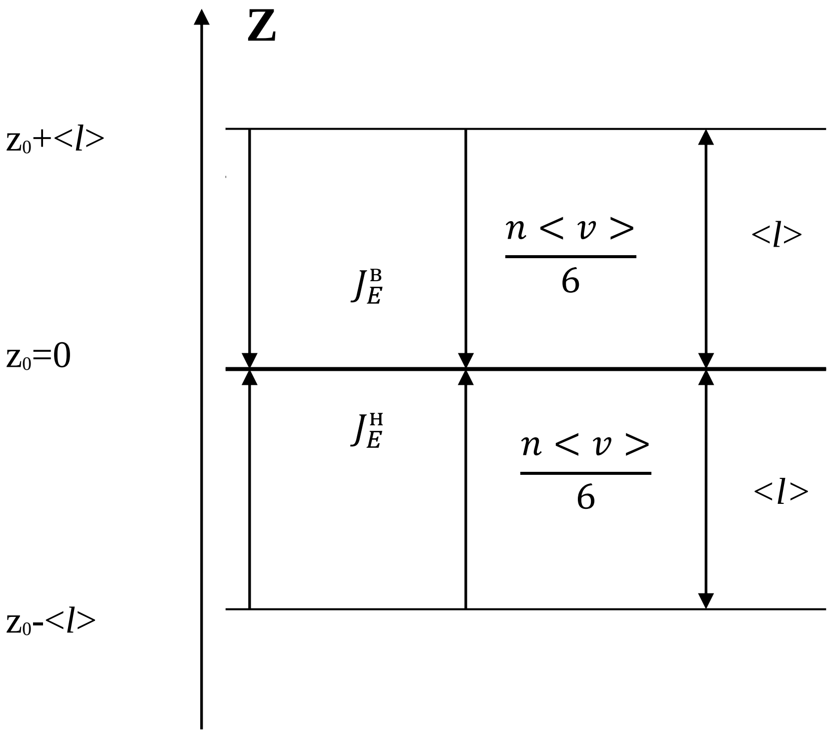

Рис.2. Вывод закона Фурье для вертикальной теплопроводности газа. Здесь <*l*> - средняя длина свободного пробега, $\frac{n<v>}{6}$ - число молекул пересекающих единичную площадку S = 1 сверху вниз и снизу вверх за 1 с, $j_E^{\text{в}}$, $J_E^{\text{н}}$ – плотность потока энергии сверху и снизу ,соответственно, через выбранную площадку.

$$T_{(z-<l>)} - T_{(z+<l>)} = -\cdot \frac{dT}{dx} \cdot 2 < l > . \tag{17}$$

Подставив (17) в (16), получим поток тепловой энергии q, который зависит от веса mg молекулы газа:

$$q = -\frac{1}{3} n < v >< l > S\left(\frac{ik}{2} \cdot \frac{dT}{dz} + mg\right) . \tag{18}$$

Подставим (10) в (18) и поделим на площадь потока S, получим плотность вертикального потока тепла j_E в отсутствие конвекции:

$$j_E = -\frac{1}{3} < v >< l > \rho\left(c_V \cdot \frac{dT}{dz} + g\right) , \tag{19}$$

или

$$j_E = -\frac{1}{3} < v >< l > \rho c_V \left(\frac{dT}{dz} + \frac{g}{c_V}\right). \qquad (20)$$

Получен закон Фурье для переноса теплоты в газе в гравитационном поле:

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dz} - \lambda \frac{g}{c_V}, \qquad (21)$$

где коэффициент теплопроводности

$$\lambda = \frac{1}{3} < v >< l > \rho c_V . \qquad (22)$$

Из формулы (21) следует, что в гравитационном поле в идеальном газе с однородной по объёму температурой будет существовать тепловой поток $j_E^0 = -\lambda \frac{g}{c_V}$. . Для сухого воздуха при нормальных условиях расчёты дают $j_E^0 = 1{,}3 \cdot 10^{-4}\ \frac{Вт}{м^2}$. Обычно этот тепловой поток маскируется другими атмосферными процессами. Однако возможно доминирование этого явления в 1)ультрацентрифугах с ускорением десятки - сотни тысяч g и в 2)долговременном (миллионы лет) разогреве атмосферы формирующихся газовых планет- гигантов из непрозрачного в ИК области газового облака.

Литература

1. Википедия. Адиабатический градиент температуры.
2. Матвеев А.Т. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы. Гидрометеорологическое издательство. Ленинград, 1965, 876 с.
3. Школьный С.П. Физика атмосферы. Учебник. (укр.яз.) - Киев, КНТ, 2007, 506 с.
4. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2001, - 542 с..
5. Курятников В.В., Затовська О.А., Крутцова К.Л., Януш Е.О., Молекулярна фізика та термодинамика. Методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу «ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА» для студентів

фізико-техничних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Одеса: ОГМІ, 1999, 51 с.