

# Logique mathématique sur un monoïde $M$

A.Balan

January 26, 2019

## Abstract

Une structure monoïdale code les tables de vérité de la logique mathématique

## 1 Le monoïde $M$

Le monoïde  $M$  est engendré par trois générateurs  $1, 0, \eta, \eta'$ . On a :

$$V = 1$$

$$F = 0$$

$$et = 10$$

$$ou = 01$$

$$( = \eta$$

$$) = \eta'$$

## 2 Les relations

Les relations sont données par les tables de vérité.

$$\eta\eta' = \emptyset$$

$$\eta 1\eta' = 1$$

$$\eta 0\eta' = 0$$

Pour le "et", on a :

$$\eta 0 1 0 1 \eta' = 0$$

$$\eta 1 1 0 0 \eta' = 0$$

$$\eta 0 1 0 0 \eta' = 0$$

$$\eta 1 1 0 1 \eta' = 1$$

Pour le "ou", on a :

$$\eta 1 0 1 0 \eta' = 1$$

$$\eta 0 0 1 1 \eta' = 1$$

$$\eta 1 0 1 1 \eta' = 1$$

$$\eta 0 0 1 0 \eta' = 0$$

### 3 Le "non"

Le "non" est une involution du monoïde  $M$ . Elle est donnée par :

$$\text{non}(0) = 1$$

$$\text{non}(1) = 0$$

$$\text{non}(\eta) = \eta$$

$$\text{non}(\eta') = \eta'$$

$\forall X \in M :$

$$\text{non}(\text{non}(X)) = X$$