Series of numbers whose factors are the list of prime numbers from the beginning and listing all without exception

Pedro Hugo García Peláez

La suma de todos los números desde Fibonacci(n-1) hasta Fibonacci(n) tiene dos propiedades.

Si sumamos todos los números naturales desde Fibonacci(n-1) hasta Fibonacci(n).

Por ejemplo la suma entre 13 y 21 es:

$$\sum_{Fibonacci(7)}^{Fibonacci(8)} = 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20 + 21 = 153$$

La suma inmediatamente inferior sera la suma de todos los naturales entre los dos números de Fibonacci anteriores.

$$\sum_{Fibonacci(6)}^{Fibonacci(7)} = 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 63$$

Podemos ver que el cociente se acerca a Phi al cuadrado.

En este caso 153/63 = 2.428 vemos que se acerca algo al número $Phi^2 = 2.618...$

La expresión matemática de esta relación es:

$$\lim_{x \to inf} \frac{\sum_{n=Fibonacci(x)}^{Fibonacci(x+1))} n}{\sum_{n=Fibonacci(x-1))}^{Fibonacci(x))} n} = \phi^2$$

Y la prueba es bastante fácil

Usando la fórmula de una suma aritmética

$$Sn = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

Vemos que (a1) es Fibonacci(x) (an) es Fibonacci (x+1) y (n) que es el número total de de términos es Fibonacci (x-1) al que hay que sumarle 1 ya que el número total de términos es:

n = Fibonacci(x+1) – Fibonacci (x) +1 = Fibonacci(x-1) + 1

$$\frac{\frac{(Fibonacci(x) + Fibonacci(x+1)) * (Fibonacci(x-1)+1)}{2}}{\frac{(Fibonacci(x-1) + Fibonacci(x)) * (Fibonacci(x-2)+1)}{2}}$$

Simplificando ambos 2 y por las propiedades de los números de Fibonacci

Fibonacci(x)+Fibonacci(x+1) = Fibonacci(x+2)
Fibonacci(x-1)+Fibonacci(x) = Fibonacci(x+1)

Por lo que tenemos

$$\frac{Fibonacci(x+2) * (Fibonacci(x-1)+1)}{Fibonacci(x+1) * (Fibonacci(x-2)+1)}$$

El primer término tiende a Phi y el segundo también tiende a Phi aunque se le sume una unidad a cada término para números de Fibonacci que tiendan a infinito esa unidad es despreciable, y por otra parte esa unidad va a ser fundamental para demostrar la siguiente propiedad.

La relación también funciona para sumas cuyo primer término sea 1 y el último un número de Fibonacci cualquiera.

O sea:

$$lim_{x->inf} \frac{\sum_{n=1}^{Fibonacci(x+1)} n}{\sum_{n=1}^{Fibonacci(x)} n} = \phi^2$$

Por otra parte cada término de estas series no contiene números primos

La prueba es:

Si observamos la fórmula de la suma aritmética

Tenemos la posibilidad de que Fibonacci(x)+Fibonacci(x+1) sea par entonces el resultado de la suma es divisible por F(x+2) / 2

Si Fibonacci(x)+Fibonacci(x+1) es impar significa que uno de los dos números es par y el otro impar con lo que la resta será un número impar, osea en este caso Fibonacci(x+1)-Fibonacci(x) será impar, con lo que Fibonacci(x-1) será impar y al sumarle 1 nos da un número par, por lo que el resultado de la suma es divisible entre (Fibonacci(x-1)+1) / 2

En cualquier caso no puede haber ningún número primo en los términos de estas sumas.

```
These numbers have a very important property, at least as far as I calculated.

They have a curious relationship with their permutations.

If we divide the permutations of a number of this series with the permutations
of the immediately preceding number it gives us a number whose factors are the
list of the prime numbers from the beginning and enumerating all, without
exception.

The permutations of these numbers are obviously very large numbers. Below I
detail the last calculation made.

The example will be with the factorials of 153 and 385
```

Thel factorial of 153 is:

2006343905095682394778288746989117185662461496161611719342310992848409460252380923396132940626035884355303931450486630471730519135077116322163056671295549006202966031885431224918389668811347951359973163056400715716299430410396578611200000000000000000000000000000000000000

The factorial of 385 is:

777892582000226828572625246114153091498470558300330341098826896502521949696790850946250041606147771428400327497009600180168802571506007609733870636254651519739779798797772387966375122498596369895634883960793900534593215676317537476329592543545109117233552740097522503021673187473807397908143222788674481178587577495625904846826489297027870222627460510207286421817876401822851010097940376433869650508927547884192162259601875597861476842621186793880884778355237322973159034585174157438524589002638317612068101579842670618142271527465820874530480379765491556993265804183489474196132360265360619437032037025355682646278404978448305384867837791914952613317278558824650270815748037120433119762669486679161877759742663529258702750409258172416000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000

If we divide the factorial of 385 between the factorial of 153 we have the next number already factored.

387 716472 746545 008675 990020 112895 291029 842733 487663 682259 600860 866841 154103 311964 677157 468269 890908 182176 308444 474514 805274 475541 514948 116520 784292 610753 197282 369334 840796 442560 395723 489653 761220 826191 733626 468347 709543 163493 429643 549910 059652 172756 539746 506172 377219 135488 043931 967643 150092 648617 806095 323548 600959 430663 963448 324342 447349 312979 084206 570006 299500 598313 180517 946573 182961 142320 623192 381019 261718 844504 699324 787900 114288 724610 284133 644400 470280 199919 850957 647004 086897 279894 143823 962439 680000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 (561 digits) = $2^{233} \times 3^{115} \times 5^{58} \times 7^{39} \times 11^{24} \times 13^{20} \times 17^{14} \times 19^{13} \times 23^{10} \times 29^{8} \times 31^{8} \times 37^{6} \times 41^{6} \times 43^{5} \times 47^{5} \times 53^{5} \times 59^{4} \times 61^{4} \times 67^{3} \times 71^{3} \times 73^{3} \times 79^{3} \times 83^{3} \times 89^{3} \times 97^{2} \times 101^{2} \times 103^{2} \times 107^{2} \times 109^{2} \times 113^{2} \times 127^{2} \times 131 \times 137 \times 139 \times 149 \times 151 \times 157^{2} \times 163^{2} \times 167^{2} \times 173^{2} \times 179^{2} \times 181^{2} \times 191^{2} \times 193 \times 197 \times 199 \times 211 \times 223 \times 227 \times 229 \times 233 \times 239 \times 241 \times 251 \times 257 \times 263 \times 269 \times 271 \times 277 \times 281 \times 283 \times 293 \times 307 \times 311 \times 313 \times 317 \times 331 \times 337 \times 347 \times 349 \times 353 \times 359 \times 367 \times 373 \times 379 \times 383$

For numbers smallers of that series it also works and the larger the factorials are, the more prime factors are added to the list in perfect order and without exception.