O Erro na 2ª Solução Exata de Schwarzschild para Fluído Incompressível e uma Solução Realista de Fluído Segundo a Teoria da Relatividade Total

PEREYRA,P.H.

pereyraph.com

É mostrado que a 2ª solução exata de Schwarzschild para a Teoria da Relatividade Geral não é fisicamente plausível devido a violação da conservação da energia na 5ª dimensão interpretada como sendo massa. É dada uma solução realista fisicamente plausível de Fluído segundo a Teoria da Relatividade Total onde densidade e pressão são diretamente proporcionais à força gravitacional no interior da distribuição do fluído.

Utilizamos a equação tensorial da Relatividade Total [1] para mostrar que o tensor energia momento da 2ª Solução de Schwarzschild [2] não satisfaz as condições de conservação de energia que correspondem à equação tensorial de Laplace, divergência nula, para as dimensões maiores que 4, ou seja

$$P_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = \omega Q_{\mu\nu} = 0 \ \ (\mu, \nu > 4) \tag{1}$$

Pelo tensor da 2ª solução de Schwazschild [2] para fluído incompressível com densidade ρ constante e pressão p

$$T_{\mu}^{\nu} = \begin{bmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p \end{bmatrix} \tag{2}$$

obtemos as 5 componentes do tensor quantum Q_{μ}^{ν} para a métrica com simetria esférica (em unidades naturais) dada por

$$ds^2 = A(r)dt^2 - B(r)dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin(\theta)^2 \, d\phi^2 - d\eta^2 \tag{3}$$

onde η representa massa como a 5ª dimensão, com funções potenciais

$$\mathrm{B}(r) = \frac{1}{-\frac{r^2 \rho}{3} + 1} \tag{4}$$

e

$$A(r) = \frac{\left(\_C1\,\sqrt{r^2\,\rho - 3} + \_C2\,\rho\right)^2}{4\,\rho^2} \tag{5}$$

com *_C1* e *_C2* constantes, que corresponde à 2ª solução para fluído incompressível de Schwarzschild [2].

Por (1) o tensor Quantum resulta

$$
\begin{aligned}
Q_t^{\ t} &= \frac{(\_C1\,r^2\,\rho + \sqrt{r^2\,\rho - 3}\,\_C2\,\rho - 3\,\_C1)\,\omega\,\rho}{\sqrt{r^2\,\rho - 3}\,(\_C1\,\sqrt{r^2\,\rho - 3} + \_C2\,\rho)} \\
Q_r^{\ r} &= \frac{(3\,\_C1\,r^2\,\rho + \sqrt{r^2\,\rho - 3}\,\_C2\,\rho - 9\,\_C1)\,\omega\,\rho}{3\,(\_C1\,\sqrt{r^2\,\rho - 3} + \_C2\,\rho)\,\sqrt{r^2\,\rho - 3}} \\
Q_\theta^{\ \theta} &= \frac{(3\,\_C1\,r^2\,\rho + \sqrt{r^2\,\rho - 3}\,\_C2\,\rho - 9\,\_C1)\,\omega\,\rho}{3\,(\_C1\,\sqrt{r^2\,\rho - 3} + \_C2\,\rho)\,\sqrt{r^2\,\rho - 3}} \\
Q_\phi^{\ \phi} &= \frac{(3\,\_C1\,r^2\,\rho + \sqrt{r^2\,\rho - 3}\,\_C2\,\rho - 9\,\_C1)\,\omega\,\rho}{3\,(\_C1\,\sqrt{r^2\,\rho - 3} + \_C2\,\rho)\,\sqrt{r^2\,\rho - 3}} \\
Q_\eta^{\ \eta} &= \frac{(2\,\_C1\,r^2\,\rho + \sqrt{r^2\,\rho - 3}\,\_C2\,\rho - 6\,\_C1)\,\omega\,\rho}{\sqrt{r^2\,\rho - 3}\,(\_C1\,\sqrt{r^2\,\rho - 3} + \_C2\,\rho)}
\end{aligned}
\tag{6}
$$

que não possui solução para $Q_\eta^\eta = 0$, e portanto por (1) a 2ª solução de Schwarzschild [2] não satisfaz a condição de conservação de energia na 5ª componente gerada pela variável massa η, que correspondem às relações entre os observáveis densidade e pressão. Esta distribuição de fluído dada por (2), (4) e (5) nunca acontece na natureza.

Agora queremos encontrar um tensor energia momento para fluído que seja plausível fisicamente, ou seja, que aconteça na natureza. Para isto utilizamos a métrica (3) nas equações da Relatividade Total (1) e impomos as relações entre densidade e pressão dadas pelo tensor energia momento (2). Impondo a conservação da energia (divergência tensorial nula) na 5ª componente como $Q_\eta^\eta = 0$, encontramos a função *B(r)* como

$$B(r) = \frac{e^{\left(\int \frac{2\left(\frac{d^2}{dr^2}A(r)\right)A(r)\,r^2 - \left(\frac{d}{dr}A(r)\right)^2 r^2 + 4\left(\frac{d}{dr}A(r)\right)A(r)\,r + 4\,A(r)^2}{A(r)\,r\left(\left(\frac{d}{dr}A(r)\right)r + 4\,A(r)\right)}\,dr\right)}}{\displaystyle\int \frac{4\,e^{\left(\int \frac{2\left(\frac{d^2}{dr^2}A(r)\right)A(r)\,r^2 - \left(\frac{d}{dr}A(r)\right)^2 r^2 + 4\left(\frac{d}{dr}A(r)\right)A(r)\,r + 4\,A(r)^2}{A(r)\,r\left(\left(\frac{d}{dr}A(r)\right)r + 4\,A(r)\right)}\,dr\right)}A(r)}{\left(\left(\frac{d}{dr}A(r)\right)r + 4\,A(r)\right)r}\,dr + \_C1} \tag{7}$$

e pela condição das componentes de pressão no tensor energia momento (2) impomos

$$Q_r^r = Q_\theta^\theta = Q_\phi^\phi \tag{8}$$

que resulta na função *A(r)* como

$$A(r) = r \tag{9}$$

sendo a única solução possível que determina a componente em *t* como

$$Q_t^t = -3Q_r^r = -3Q_\theta^\theta = -3Q_\phi^\phi \tag{10}$$

ou seja

$$\rho = 3p \tag{11}$$

Obtemos então por (7) e (9) que

$$B(r) = \frac{7}{4} \tag{12}$$

onde obrigatoriamente deve ser por (8) e (10) _*C1=0* , e a métrica de fluído fisicamente plausível é

$$ds^2 = rdt^2 - \frac{7}{4}dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin(\theta)^2 \, d\phi^2 - d\eta^2 \tag{13}$$

com o tensor Quantum da Relatividade Total com índices de 1 a 5 (que contém o tensor energia momento da Relatividade Geral) dado por

$$\begin{aligned} Q_t^{\ t} &= \frac{3\,\omega}{7\,r^2} \\ Q_r^{\ r} &= -\frac{\omega}{7\,r^2} \\ Q_\theta^{\ \theta} &= -\frac{\omega}{7\,r^2} \\ Q_\phi^{\ \phi} &= -\frac{\omega}{7\,r^2} \end{aligned} \tag{14}$$

Vemos que em (14) a condição de conservação de energia na componente massa $Q_\eta^\eta = 0$ é satisfeita, portanto a distribuição de fluído é fisicamente plausível e acontece na natureza. Vemos também que tanto os observáveis de densidade e pressão correspondem à força gravitacional no interior da distribuição do fluído, onde a constante ω representa uma quantidade fixa para a massa mesmo no interior da distribuição do fluído e ambos observáveis densidade e pressão são variáveis com o raio *r*. Pela métrica (13) vemos que existe uma dilatação espacial constante (réguas se esticam) no interior da distribuição do fluido independente da posição, por um fator $\frac{7}{4}$. Também vemos que existe uma contração temporal (relógios se atrasam) no interior do fluído para $r<1$, e uma dilatação temporal (relógios se adiantam) no interior do fluído para $r>1$.

Como conclusão vemos que a Relatividade Total impõe relações mais precisas entre os observáveis da natureza do que a Relatividade Geral. Sendo que estes respeitam a lei de conservação de energia contidas nas dimensões superiores a 4, representando uma generalização para medidas em dimensões superiores pela aplicação do teorema de Noether. A Relatividade Total contém a Relatividade Geral, porém é mais precisa.

REFERÊNCIAS

[1] http://vixra.org/abs/1810.0470

[2] Karl Schwarzschild (1916). "Über das Gravitationsfeld einer Kugel aus inkompressibler Flüssigkeit nach der Einsteinschen Theorie" [On the gravitational field of a ball of incompressible fluid following Einstein's theory]. *Sitzungsberichte der Königlich-Preussischen Akademie der Wissenschaften* (in German). Berlin: 424–434.