

Великая теорема Ферма

Памяти МАМЫ

Все целые числа рассматриваются в системе счисления с простым основанием $p > 2$.

Обозначения:

A', A'', A''' $A_{(t)}$ – первая, вторая, третья, t -я цифра от конца в числе A .

$A_{[t]}$ – k -значное окончание числа A (т.е. $A_{[t]} = A \bmod p^t$).

0°) Лемма.

Сумма чисел a_i^n , где $i=1, 2, \dots, p-1$, оканчиваются на $d00$, где цифра $d=(p-1)/2$.

Доказательство Первого случая (ABC не кратно p) методом реставрации

Итак, пусть для взаимно простых натуральных A, B, C , $(ABC)' \neq 0$, и простого $p > 2$

1°) $[D =] A^n + B^n - C^n = 0$, где, как известно [см. [viXra:1707.0174](https://arxiv.org/abs/1707.0174)],

$(A+B-C)_{[2]} = 0$ и $A'+B'-C'=0$ или p , следовательно, цифра

2°) $u'' = (A''+B-C'')' = 0$ (если $A'+B'-C'=0$) либо $p-1$ (если $A'+B'-C'=p$).

3°) Умножение 1° на $g^{n''}$, где $g=1, 2, \dots, p-1$, даёт $p-1$ эквивалентных равенств $D = \dots$

Оставим во всех равенствах 3° лишь последние цифры, т.е. положим $A=A', B=B',$

$C=C'$. Тогда сумма степеней для каждой из букв A, B, C , как и общая сумма всех

$p-1$ чисел D из 3°, имеет окончание $d00$ [где $d=(p-1)/2 \neq 0$ – см. 0°]. При этом в

каждом равенстве 3° цифра $D''' > 0$ [в противном случае после серии операций 3° с

этим равенством цифра D''' в общей сумме тоже равна нулю] и есть равенство с

4°) $D''' > 1$ [в противном случае в общей сумме $p-1$ равенств 3° цифра $D''' \neq (p-1)/2$].

Однако восстановление в равенстве 4° цифр A'', B'', C'' не может превратить эту

цифру в 0, поскольку, как следует из биномов Ньютона

5°) $A^n = (\dots + A''^n + A')^n$, $B^n = (\dots + B''^n + B')^n$, $C^n = (\dots + C''^n + C')^n$,

и малой теоремы Ферма, третья цифра в сумме предпоследних трех слагаемых в

разложении биномов – $(A^{n-1}A'' + B^{n-1}B'' - C^{n-1}C'')$ [$=u''$, т.е. 0 or $p-1$, – см. 3°],

где $A^{n-1'} = B^{n-1'} = C^{n-1'} = 1$, –

равна либо 0, либо $n-1$ (см. 2°).

Таким образом, равенство Ферма в первом случае противоречиво по третьей цифре также и при двузначных числах A, B, C . Ну а третьи и последующие цифры оснований A, B, C вообще НЕ участвуют в образовании третьих цифр степеней (см. 5°). Из чего следует истинность ВТФ для первого случая.

Доказательство Второго случая (A кратно n)

Итак, пусть для взаимно простых натуральных $A [=n^k A^\circ]$, B, C и простого $n > 2$

1°) $A^n + B^n - C^n = 0$ и $C^n - B^n = (C-B)P$, где, как известно [см. viXra:1707.0174],

1.1°) $(C-B)_{[kn-1]} = 0$, $P = P^\circ n$, $A^n = n^{kn} A^{\circ n}$, $U = A + B - C = n^k u$ ($u \neq 0$, $k > 1$).

1.2°) $C - A = b^n$, $B = bq$; $A + B = c^n$, $C = cr$; $q^n = Q$, $r^n = R$, $P^\circ = Q' = R' = 1$; числа $A^\circ, P^\circ, n, b, q, c, r$ – взаимно простые.

2°) Рассмотрим число $D = (A+B)^n - (C-B)^n - (C-A)^n$, где $(C-B)_{[k+2]}^n = 0$, откуда

2.1°) $D_{[k+2]} = [(A+B)^n - (C-B)^n - (C-A)^n + (A^n + B^n - C^n)]_{[k+2]} = \{[(A+B)^n - C^n] - [(C-A)^n - B^n]\}_{[k+2]}$, или

2.2°) $D_{[k+2]} = \{[c^n(c^{n-1}-r)V] - [b^n(b^{n-1}-q)W]\}_{[k+2]}$, где $c' = b'$, $V_{[2]} = W_{[2]} = 10$, $(c^{n-1}-r)_{[k]} = (b^{n-1}-q)_{[k]} = 0$,

$(c^{n-1}-r)_{(k+1)} = (b^{n-1}-q)_{(k+1)}$ (т.к. $[(A+B-C)/cn^k]' = [(A+B-C)/bn^k]'$, где $c' = b'$) и, следовательно,

3°) $D_{[k+2]} = 0$.

Но после раскрытия биномов Ньютона в 2° и группировки слагаемых с равными степенями в пары, мы видим, что все пары оканчиваются на $k+2$ нулей и только пара

4°) $n^{k+1} A^\circ C^{n-1} + n^{k+1} A^\circ B^{n-1}$ оканчивается на $k+1$ нулей, ибо $(k+2)$ -я цифра равна $(2A^\circ)'$ (т.к. числа C^{n-1} и B^{n-1} оканчиваются на цифру 1 – см. МТФ), что противоречит 3°!

Из чего следует истинность ВТФ.

Мезос, август-октябрь 2018

Публикации: <http://math.luga.ru/forum/viewforum.php?f=5>