Сомсиков А.И.

Математический парадокс

Примеры возможных противоречий математических преобразований

Настоящее творческое начало
присуще именно математике
А. Эйнштейн

В статье Б.М.Попова «Социотехнические мнимости» http://technic.itizdat.ru/docs/bmp49/FIL15401216200N021881001/1 приведены два интересных примера с парадоксальными математическими преобразованиями.

1. *Мнимое* число i, определяемое как $i = \sqrt{-1}$, равняется *действительному* числу единица: $i = 1$.
   Предлагаемое доказательство выражается цепочкой математических преобразований:

$$i = \sqrt{-1} = (-1)^{\frac{1}{2}} = (-1)^{\frac{2}{4}} = \sqrt[4]{(-1)^2} = \sqrt[4]{1} = 1 .$$

То есть $i = 1$.

2. *Натуральное* число единица равно *относительному* числу минус единица.
   Предлагаемое доказательство аналогично:

$$1 = \sqrt{1} = \sqrt{(-1) \times (-1)} = \sqrt{-1} \times \sqrt{-1} = i \times i = i^2 = -1 .$$

То есть $1 = -1$.

Здесь перед нами своего рода математические парадоксы, когда по видимости *правильные* преобразования приводят к заведомо *неправильным* результатам.

Как же они разрешаются?

В работе «Определение комплексных чисел» http://sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/8514.html показано, что «мнимое число i» означает угловой поворот вектора на 90^0 по или против часовой стрелки, а выражение i^2 – двойной угловой поворот на 90^0, т.е. поворот вектора на 180^0 с приписыванием ему противоположного знака. Поэтому «мнимое число» i вовсе не является обычным числом. Больше того, это вообще не число («мнимое число» – его условное наименование), а символический оператор углового поворота вектора на 90^0 в ту или иную сторону, в зависимости от приписываемого ему знака. Поэтому действия с мнимым числом i отличается от действий с обычными числами по математическим правилам. Например, i^2 означает вовсе не возведение мнимого числа i в степень, а двойной угловой поворот на 90^0. То есть получение отрицательного значения $i^2 = -1$.

Поэтому в первом предлагаемом примере $i = \sqrt{-1} = (-1)^{\frac{1}{2}} = (-1)^{\frac{2}{4}}$ продолжение должно быть таким: $(-1)^{\frac{2}{4}} = [(-1)^{\frac{1}{2}}]^{\frac{2}{2}} = i^{\frac{2}{2}} = \sqrt{i^2} = \sqrt{-1} = i$.

То есть $i = i$ с устранением предполагаемого математического парадокса.

В другом примере

$$1 = \sqrt{1} = \sqrt{(-1) \times (-1)} = \sqrt{-1} \times \sqrt{-1} = i \times i = i^2 = -1 .$$

Здесь предлагаемый переход $\sqrt{(-1)\times(-1)} = \sqrt{-1}\times\sqrt{-1}$ невозможен.

Тождественные преобразования с использованием мнимого числа i таковы:

$$\sqrt{(-1)\times(-1)} = \sqrt{[(-1)^{\frac{1}{2}}]^2 \times [(-1)^{\frac{1}{2}}]^2} = \sqrt{[i]^2\times[i]^2} = \sqrt{(-1)\times(-1)} = \sqrt{1} = 1\ .$$

То есть 1=1 с устранением предполагаемого математического парадокса.

Так разрешаются предложенные Б.М. Поповым *кажущиеся* математические противоречия.