시간팽창과 길이수축에 대하여

저자 : 강 대 현(Daehyeon KANG, 姜大鉉)
전자메일 : samplemoon@korea.kr
글작성일 : 2018.10.22

요약
특수상대성이론에 나오는 길이수축, 시간팽창이 많이 혼동된다. 이 논문에서 로렌츠변환식을 가지고 쉽고 명백하게 설명하고자 한다.

1. 현 황

1860년대에 맥스웰 방정식에서 빛의 속도가 계산되었는데 진공에서 상수 c로 표기하고 한다. 이즈음에 빛이 전자기파이므로 파동을 전달하는 매질을 에테르라 부르고 이 에테르를 운동기준계로 해서 자연의 물리현상을 이해하려고 했던 것 같다.
그래서 1887년 마이클슨 몰리 실험이 행해졌던 것이라 볼 수 있다. 널리 알려진 것처럼 빛의 간섭장치로 지구속도와 에테르의 상대속도를 검출하려고 했으나 실험에서 예상했던 결과를 얻지를 못하게 된다. 이 실험에서 에테르 가설이 부정되었다고 볼 수도 있었다.
그런데 에테르 가설을 지지하는 측에서 물체가 운동방향으로 수축한다는 가설을 1889년 피츠제랄드가 제안했고 1900년 헨드릭 로렌츠가 상대성원리와 빛의 전파방정식을 기초로 로렌츠변환식을 만든다음 길이수축을 유도하는 상황되었다.
1905년 아인슈타인이 상대성원리와 광속불변원리 기초로 특수상대성이론을 등장시면서 로렌츠변환식은 재해석되기에 이른다.

1-1. 로렌츠변환식

상대성원리란 어디서나 어느때나 역학법칙은 동일하다는 원리이다. 여기서는 등속운동하는 관성계에서 역학법칙은 동일하게 작동한다는 뜻이다.
광속불변원리는 관성계에서 광속은 광원의 속도나 관측자의 속도에 무관하게 동일하다는 뜻이다. 보통 경험상 땅위에서 공을 던질 때 속도와 빠르게 달리는 차에서 공을 던졌을 때 공의 속도는 분명히 다르다. 그런데 빛은 어느 경우든 항상 광속 c 라는 것이다.
상대성원리와 광속불변원리를 이용해서 로렌츠변환식을 만들어낸다.

$X = r\,(x + vt) \qquad X = c\,T$

$x = r\,(X - vT) \qquad x = c\,t$

위의 X-관성계, x-관성계는 서로 속도가 v 이고 시간은 각각 T, t로 표시했다.
r 은 계수인데. 위의 4개의 방정식으로 구할 수 있다.

$$r = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

그리고

$X = r(x + vt)$로부터 $cT = r(ct + \frac{v}{c}x)$를 거쳐 $T = r(t + \frac{v}{c^2}x)$ 이 나온다

결과적으로 로렌츠변환식은 간단하게 쓰면 아래와 같다.

$X = r(x + vt)$ --(1)

$T = r(t + \frac{v}{c^2}x)$ --(2)

1-2. 동시성의 상대성

이 말은 X-관성계에서 속도 v로 운동하는 x-관성계의 막대 양끝에 동시에 빛을 쏘아 맞혀도 x-관성계에서는 동시에 사건이 일어난 것이 아니고 시차가 있게 된다는 뜻이다.
이건 광속이 유한하고 막대길이가 존재하고 막대가 운동방향으로 놓여있기 때문이다.

로렌츠 변환식은 이럴 때 써먹을 수 있다.

$T_2-T_1 = r((t_2-t_1) + \frac{v}{c^2}(x_2-x_1))$

$T_2-T_1 = 0 = r((t_2-t_1) + \frac{v}{c^2}(x_2-x_1))$

그러므로 $(t_2-t_1) = -\frac{v}{c^2}(x_2-x_1)$ 가 나온다.

X-관성계에 볼 때 속도 v로 운동하는 x-관성계의 막대 양끝에 동시에 빛을 쏘아 맞혀도 x-관성계에서 보면 막대 양 끝에 동시에 빛이 닿은 것이 아니다. 그 시간 차는 로렌츠변환식에서 얻은 $(t_2-t_1) = -\frac{v}{c^2}(x_2-x_1)$ 가 된다.

1-3. 길이수축에 대한 설명의 오류

로렌츠변환식을 가지고 시간팽창,길이수축을 보여주는 방법을 꼼꼼하게 들여다보았다.

$X_2-X_1 = r((x_2-x_1) + v(t_2-t_1))$ --(3)

$T_2-T_1 = r((t_2-t_1) + \frac{v}{c^2}(x_2-x_1))$ --(4)

위의 2개의 방정식은 로렌츠변환식에서 얻어낸 것이다.

4-1 시간팽창

$T_2-T_1 = r((t_2-t_1) + \frac{v}{c^2}(x_2-x_1))$에서 $x_2-x_1=0$ 으로 놓아 $T_2-T_1 = r(t_2-t_1)$ 가 나온다.

4-2 길이수축

$X_2-X_1 = r((x_2-x_1) + v(t_2-t_1))$에서 $t_2-t_1 = 0$ 으로 놓아 $X_2-X_1 = r(x_2-x_1)$ 가 나온다.

일반적으로 오해를 유발하는 것은 방정식 형태가 같은데 위에서는 시간팽창이라하고
아래에선 길이수축이라고 하냐는 것이다.
틀림없이 맞는 지적이다. 정말 꼼꼼하게 대학물리교과서를 보니 이상하게 저래 되어있다.

X-관성계에 볼 때 속도 v로 운동하는 x-관성계의 시계나 막대는 팽창하는 것이라고 해야 하는데 시간팽창, 길이수축이라 되어있다. 교과서 내용을 보면 그렇다.

길이수축을 설명하는 부분이 잘못되어 있었다.
식(1)이 원래는 X-관성계에 볼 때 속도 v로 운동하는 x-관성계의 시계나 막대를 관측할 때 쓰는 것인데, x-관성계에서 속도 v로 운동하는 X-관성계를 관측하는 것으로 바꿔서
$X_2-X_1 = r(x_2-x_1)$ $X_2-X_1 = L_o$, $(x_2-x_1) = L$ 로 놓았는데......................
거기에는 $L_o = r\,L$ 로 한다음 $L = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,L_o$ 라고 표기가 되어있다.
L_o 는 정지상태 길이, L은 운동상태 길이라 표기되어 있다.그래서 길이수축이라고 설명한다.
이게 문제가 있는 거는 시간에 대해 해보면 나온다. 시간도 똑같이 표기가 된다.

$t = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,T$ 표시가 되는데 t 는 운동상태 시간, T 는 정지상태 시간이다.
시간이 길어진다는 시간팽창은 실험에 의해 확실하게 검증이 끝난 사항이므로 위의 방식은 명백한 오류다.
이것은 길이수축을 설명하기 위해 로렌츠변환식을 혼동해서 사용한 것이다.

2. 길이수축에 대한 새로운 방식

위의 로레츠변환식을 이용해서 길이수축을 정확하게 이끌어내는 방식은 이러하다.
길이수축을 유도할 때 로렌츠변환식에서 동시성의 상대성이 존재한다는 사실을 넣어야 한다.

위의 (3),(4)식을 다시 써본다.
$X_2-X_1 = r((x_2-x_1) + v(t_2-t_1))$ --(3)
$T_2-T_1 = r((t_2-t_1) + \frac{v}{c^2}(x_2-x_1))$ --(4)
X-관성계의 관측자가 볼 때 빛이 속도v로 운동하는 x-관성계의 막대 양 끝에 동시에 닿아서 막대길이를 측정해도 동시성의 상대성으로 말미암아 x-관성계에선 $(t_2-t_1) = -\frac{v}{c^2}(x_2-x_1)$ 와 같은 시간차가 나도록 되어 있다.

이 $(t_2-t_1) = -\frac{v}{c^2}(x_2-x_1)$을 (3)식에 대입하여 정리하면 이러하다.

$$X_2 - X_1 = r((x_2 - x_1) - \frac{v^2}{c^2}(x_2 - x_1)) \quad \text{--(5)}$$

$$X_2 - X_1 = r(1 - \frac{v^2}{c^2})\ (x_2 - x_1)) \quad \text{--(6)}$$

$$(X_2 - X_1) = (x_2 - x_1)\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{-- (7)}$$

$$L(=(X_2 - X_1)\text{운동상태길이}) = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\quad L_o(=(x_2 - x_1)\text{정지상태길이}) \quad \text{---------------------(8)}$$

여기서 (7)식은 운동중인 막대의 길이는 줄어든다는 뜻인데, 로렌츠변환식에 동시성의 상대성으로부터 간단하게 설명되었다.

3. 맺는말

특수상대성이론이 출현한 지 어느덧 110여년이 흘렀다. 이 이론을 다시 공부하다보니 세월이 화살처럼 빠르게 흘러 무상함을 느끼게 된다.
교과서에 길이수축 설명이 오류가 있다고 해서 특수상대성이론을 뭔가 기초원리가 잘못된 것이 아닌가 의구심을 갖고 보는 것은 지나치다는 생각이 든다. 많은 실험을 통과한 이론이고. 이제 길이수축이 로렌츠변환식에서 얻어진 동시성의 상대성을 포함하므로 명쾌하게 설명된다.
오늘은 스산한 가을날이다.

About time expansion and length contraction

Abstract
Length contraction and time expansion in special theory of relativity are much confused. In this paper, we will explain it easily and clearly by Lorentz transfor mation equation.

Daehyeon KANG
e-mail : samplemoon@korea.kr