

Zmodyfikowana dynamika newtonowska.

### Wprowadzenie.

Zanim przejdziemy do MOND przywołajmy znaną rzecz jaką jest dylatacja czasu. Często słyszymy o tym zjawisku jednak rzadko przywołujemy je we wzorach, jak i w przypadku Einsteina tak i Newtona.

Aby trzymać się jak najbliżej wzorów Einsteina fakty wynikające z dylatacji są pomijane. Weźmy przykład z dwóch układów inercjalnych.

Jeden jest w spoczynku na Ziemi (hipotetycznie statyczną), a drugi porusza się z prędkością bliską prędkości światła przy, której dylatacja czasu powoduje, że czas na poruszającym się obiekcie płynie dwa razy wolniej. Do tego momentu wszystko się zgadza. Jednak dalsza interpretacja różni się od tego co możemy wysnuć.

Jeżeli czas dla obiektu płynie dwa razy wolniej niż dla obserwatora statycznego to prędkość jaką będzie rejestrował będzie inna niż ta, którą rejestruje obserwator statyczny. Jeżeli natomiast chciałby określić prędkość światła to poda on inną wartość niż obserwator na Ziemi. Według jego wyliczeń światło przebędzie 600000km/s bo zaobserwuje, że promień światła przebył drogę 600000km w ciągu jego sekundy. Nie oznacza to, że światło będzie leciało szybciej, inny będzie tylko jej pomiar.

Jeżeli obserwator zewnętrzny jest poddany dylatacji czasu to jego wyliczenia będą się różnić od wyliczeń obserwatora na Ziemi. Na przykład wyliczenie energii kinetycznej. Obserwator na Ziemi wyliczy to według wzorów Newtona, które jednak nie uwzględniają dylatacji czasu i potrzebnej energii kiedy czas obserwatora poruszającego się z prędkością światła jest „zamrożony”. Policzy tylko energię podczas aktywnego czasu podróżnika. Tak samo jest w naszym świecie. Też jesteśmy poddani dylatacji czasu ze względu na ruch Ziemi i całej galaktyki we Wszechświecie. Nie stosujemy wzorów, które pominią nasze opóźnienie tylko liczymy bez uwzględniania tego efektu. To samo dotyczy naszego obserwatora. Będzie liczył nie uwzględniając jakiej jest poddany dylatacji czasu. Dlatego energia jaką wyliczy będzie się zgadzać z faktyczną energią kinetyczną jaką posiada ze względu na to, że w swoich wyliczeniach uwzględnił wspomnianą dylatację czasu.

Na początku możemy policzyć jaką energię kinetyczną rzeczywiście posiada nasz podróżnik.

Podstawiając pod wzór Newtona, a dokładniej do wyliczenia prędkości dylatację czasu otrzymujemy:

$$v_r = \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Jest to wyliczenie jaką prędkość zarejestruje obserwator, który porusza się z prędkością bliską prędkości światła i jaką może wyliczyć obserwator statyczny uwzględniając dylatację czasu.

Wstawiamy wzór na prędkość do wzoru na energię kinetyczną Newtona i otrzymujemy:

$$E_k = \frac{mv^2}{2 * (1 - \frac{v^2}{c^2})}$$

Jest to wzór przy pomocy którego obserwator statyczny obliczy poprawną wartość energii kinetycznej naszego podróżnika. Natomiast podróżnik zastosuje wzór Newtona nie uwzględniając wpływu dylatacji tak jak to robimy na Ziemi.

Teraz bez żadnych przeszkód możemy wyprowadzić wzór na pęd relatywistyczny, który będzie miał postać:

$$p_r = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Kiedy podstawimy ten wzór na wyliczenie prędkości ucieczki otrzymamy:

$$\frac{mv^2}{2 * (1 - \frac{v^2}{c^2})} = \frac{GMm}{R^2}$$

Gdy spróbujemy hipotetycznie podstawić prędkość światła jak to zrobił Schwarzschild otrzymamy nieskończoność i zerowy promień Schwarzschilda.

Zatem przy uwzględnieniu dylatacji czasu nasze wzory nie załamują się w tak zwanym horyzoncie zdarzeń.

Sprawdźmy co się stanie kiedy uwzględnimy dylatację czasu przy wzorach na przyspieszenie grawitacyjne:

Standardowy wzór na przyspieszenie grawitacyjne :

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

Dylatacja czasu musi być uwzględniona we wzorze na przyspieszenie:

$$a = \frac{s}{t^2}$$

Po uwzględnieniu dylatacji czasu mamy wzór:

$$a = \frac{s}{t^2 * (1 - \frac{v^2}{c^2})}$$

Zatem postać relatywistyczna przyspieszenia będzie miała postać:

$$a_r = \frac{a_r}{(1 - \frac{v_r^2}{c_r^2})}$$

$v_r$ -prędkość relatywistyczna jaką mierzy obserwator na obiekcie lecącym z prędkością światła;

$a_r$ - przyspieszenie jakie rejestruje nasz obserwator;

$c_r$ - prędkość światła wyliczana przez naszego obserwatora;

Jest to subiektywne odczucie naszego podróżnika ponieważ cały czas zmienia swój układ inercyjny zmieniając swoją prędkość. Kiedy analizuje swoją prędkość rośnie ona do nieskończoności, jak i jego pomiar prędkości światła oraz przyspieszenie.

Obserwator zewnętrzny zauważy natomiast, że nasz podróżnik będzie przyspieszał coraz wolniej i aby wyliczyć jego przyspieszenie uwzględniając dylatację czasu jakiej jest poddany nasz podróżnik może analizować jego prędkość lub wyliczyć przyspieszenie ze wzoru:

$$a = a * \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$$

Zatem jeżeli analizujemy siłę z uwzględnieniem dylatacji czasu powinniśmy również uwzględnić dylatację czasu.

Wzór będzie miał postać :

$$F = m * a * \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$$

Zatem wzór na przyspieszenie grawitacyjne to:

$$g * \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{GM}{R^2}$$

Konkluzja:

Z podanych wyżej wzorów wynika, że jeżeli uwzględnimy dylatację czasu we wzorach jak i na prędkość tak i energię oraz oddziaływania grawitacyjne pozbywamy się paradoksów, osobliwości i co najważniejsze ciemnej materii.

Możemy przekształcać wzory bez obawy, że po przekształceniach wpadniemy w jakiś paradoks lub osobliwość.