Pierwsza Prędkość Kosmiczna a Siła Coriolisa

Zbigniew Osiak

E-mail: zbigniew.osiak@gmail.com

http://orcid.org/0000-0002-5007-306X

http://vixra.org/author/zbigniew_osiak

Streszczenie

Pokazano, że wartość pierwszej prędkości kosmicznej satelity krążącego po orbicie kołowej w płaszczyźnie równikowej wirującej Ziemi jest mniejsza w kierunku wschodnim niż w kierunku zachodnim. Efekt ten spowodowany jest przez siły bezwładności – odśrodkową i Coriolisa.

Słowa kluczowe: pierwsza prędkość kosmiczna, odśrodkowa siła bezwładności, siła Coriolisa

1. Wprowadzenie

W dalszej części tej pracy pokażemy, że wartość pierwszej prędkości kosmicznej satelity krążącego po orbicie kołowej w płaszczyźnie równikowej wirującej Ziemi jest mniejsza w kierunku wschodnim niż w kierunku zachodnim. Efekt ten spowodowany jest przez siły bezwładności – odśrodkową i Coriolisa.

2. Pierwsza prędkość kosmiczna dla orbity kołowej w przypadku niewirującej planety

Pierwszą prędkością kosmiczną ($\mathbf{v}_I$) nazywamy prędkość, jaką należy nadać cząstce o masie (m), aby poruszała się ruchem jednostajnym po okręgu o promieniu $r \geq R$ w polu punktowego źródła lub jednorodnej kuli o masie (M) i promieniu (R). Pierwsza prędkość kosmiczna jest prostopadła do promienia wodzącego cząstki zaczepionego w centrum źródła.

W przypadku niewirującej planety siła grawitacyjna spełnia rolę siły dośrodkowej, utrzymującej satelitę krążącego po orbicie kołowej.

$$F_G = F_D$$

$$F_G = -\frac{GMm}{r^2}$$ – radialna współrzędna wektora siły grawitacyjnej

$$F_D = -\frac{mv_I^2}{|r|}$$ – radialna współrzędna wektora siły dośrodkowej

$$\boxed{v_I = \sqrt{\frac{GM}{|r|}}}$$

3. Nieinercjalne układy odniesienia

Z definicji, w układzie inercjalnym cząstka pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym wtedy i tylko wtedy, gdy suma działających na nią sił zewnętrznych jest równa zeru. Układy niespełniające tego warunku nazywane są układami nieinercjalnymi. Są nimi układy poruszające się względem układu inercjalnego ruchem postępowym (przyspieszonym lub opóźnionym), drgającym, obrotowym, krzywoliniowym, itp. W takich układach pojawiają się siły pozorne, zwane siłami bezwładności. Aby można było stosować drugą zasadę dynamiki również w układach nieinercjalnych, należy wśród sił działających na cząstkę uwzględnić także siły bezwładności.

Według obserwatora związanego z układem nieinerjalnym, który stanowi wirująca planeta, siła dośrodkowa utrzymująca satelitę krążącego po orbicie kołowej w płaszczyźnie równikowej, jest sumą siły grawitacyjnej i sił bezwładności – odśrodkowej i Coriolisa.

4. Odśrodkowa siła bezwładności

W płaszczyźnie równikowej wirującej planety z prędkością kątową ($\boldsymbol{\omega}$) wartość odśrodkowej siły bezwładności ($|\mathbf{F}_O|$) działającej na cząstkę o masie (m) poruszającej się po orbicie kołowej o promieniu (r) jest największa i wynosi:

$$\left|\mathbf{F}_O\right| = m\omega^2\left|r\right|$$

Siła ta skierowana jest wtedy radialnie od centrum źródła pola niezależnie od zwrotu prędkości kątowej. Radialna współrzędna odśrodkowej siły bezwładności $F_O = +|\mathbf{F}_O|$ jest dodatnia.

5. Siła Coriolisa

Na cząstkę o masie (m) poruszającą się z prędkością liniową ($\mathbf{v}$) w układzie wirującym z prędkością kątową ($\boldsymbol{\omega}$) działa siła Coriolisa ($\mathbf{F}_C$).

$$\mathbf{F}_C = 2m\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}$$

Dla prostoty, w dalszym ciągu ograniczymy się do sytuacji gdy cząstka porusza się po orbicie kołowej w płaszczyźnie równikowej wirującej planety.

Gdy cząstka porusza się w kierunku zgodnym z obrotem planety, to kąt zawarty między wektorami prędkości liniowej cząstki ($\mathbf{v}$) i prędkości kątowej planety ($\boldsymbol{\omega}$) wynosi +90º. Siła Coriolisa ($\mathbf{F}_C$) skierowana jest wtedy radialnie od centrum źródła pola. Radialna współrzędna wektora ($\mathbf{F}_C$) jest w tym przypadku dodatnia.

$$F_C = +2m\left|v\right|\left|\omega\right|$$

Gdy cząstka porusza się w kierunku przeciwnym do obrotu planety, to kąt zawarty między wektorami prędkości liniowej cząstki ($\mathbf{v}$) i prędkości kątowej planety ($\boldsymbol{\omega}$) wynosi –90º. Siła Coriolisa ($\mathbf{F}_C$) skierowana jest wtedy radialnie do centrum źródła pola. Radialna współrzędna wektora ($\mathbf{F}_C$) jest w tym przypadku ujemna.

$$F_C = -2m\left|v\right|\left|\omega\right|$$

6. Pierwsza prędkość kosmiczna dla orbity kołowej w przypadku wirującej planety

W przypadku wirującej planety siła dośrodkowa, utrzymująca satelitę krążącego po orbicie kołowej w płaszczyźnie równikowej, jest sumą siły grawitacyjnej oraz sił bezwładności – odśrodkowej i Coriolisa.

$$\mathbf{F}_D = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_O + \mathbf{F}_C$$

$F_D = -\dfrac{mv^2}{|r|}$ – radialna współrzędna wektora siły dośrodkowej

$F_G = -\dfrac{GMm}{r^2}$ – radialna współrzędna wektora siły grawitacyjnej

$F_O = m\omega^2|r|$ – radialna współrzędna wektora odśrodkowej siła bezwładności

$F_C = \pm 2m|v||\omega|$ – radialne współrzędne wektora siły Coriolisa

$\mathbf{F}_C = 2m(\mathbf{v}\times\boldsymbol{\omega})$

$$\frac{1}{r}|v|^2 + 2|\omega||v| + \omega^2|r| - \frac{GM}{r^2} = 0, \qquad v = +|v| > 0$$

$$\frac{1}{r}|v|^2 - 2|\omega||v| + \omega^2|r| - \frac{GM}{r^2} = 0, \qquad v = -|v| < 0$$

Wśród czterech rozwiązań powyższych równań kwadratowych względem |v|, tylko dwa rozwiązania są fizyczne.

$$|v_1| = -|\omega||r| + \sqrt{\frac{GM}{|r|}}, \qquad v_1 = +|v_1| > 0$$

$$|v_2| = +|\omega||r| + \sqrt{\frac{GM}{|r|}}, \qquad v_2 = -|v_2| < 0$$

PRZYKŁAD

Przykładowe obliczenia wykonamy dla satelity krążącego tuż nad powierzchnią Ziemi.

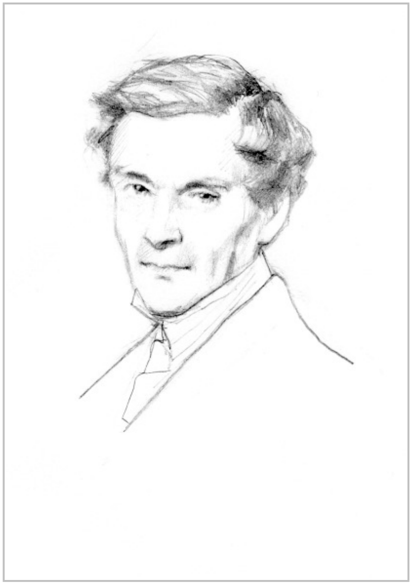
$$\omega = 2\pi\frac{\text{rad}}{\text{doba}} = 7{,}3\cdot 10^{-5}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$
$$r = 6{,}4\cdot 10^{6}\,\text{m}$$
$$M = 6\cdot 10^{24}\,\text{kg}$$
$$G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{\text{m}^3}{\text{kg}\cdot\text{s}^2}$$

$$\omega r = 467{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0{,}5\cdot 10^3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}, \qquad \sqrt{\frac{GM}{r}} = 7{,}9\cdot 10^3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$v_1 = +7{,}4\cdot 10^3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$v_2 = -8{,}4\cdot 10^3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Prędkość $\mathbf{v}_1$ należy nadać satelicie w kierunku wschodnim, siła Coriolisa skierowana jest wtedy radialnie od centrum źródła pola. Prędkość $\mathbf{v}_2$ należy nadać satelicie w kierunku zachodnim, siła Coriolisa skierowana jest wtedy radialnie ku centrum źródła pola.

Czas powrotu nad ten sam punkt Ziemi, przy poruszaniu się satelity w kierunku ruchu wirowego Ziemi, jest większy niż w kierunku przeciwnym.

7. Coriolis



Gaspard Gustave de Coriolis (1792-1843)
francuski fizyk i inżynier

1792 – Urodził się 21 maja w Paryżu.
1808 – Rozpoczął studia w École Polytechnique, które kontynuował w École des Ponts et Chaussées.
1816 – Został profesorem w École Polytechnique.
1836 – Wybrano go na członka Paryskiej Akademii Nauk.
1843 – Zmarł 19 września w Paryżu.

Coriolis znany jest przede wszystkim z tego, że:
• Podał (1829) definicję pracy i energii kinetycznej (force vive) [1].
• Odkrył (1835) nową siłę bezwładności, co pozwoliło mu sformułować równania ruchu w wirującym układzie odniesienia [2].

8. Uwagi końcowe

Dwie różne wartości pierwszej prędkości kosmicznej otrzymuje się również [3], analizując w ramach ogólnej teorii względności swobodny spadek cząstki próbnej na wirującą planetę. Jeżeli założyć, że promień planety jest dużo większy od promienia Schwarzschilda, a szybkość satelity oraz iloczyn szybkości kątowej i promienia planety są dużo mniejsze od szybkości światła, to uzyskuje się identyczny wynik jak w rachunku klasycznym [4].

Podziękowania
Dziękuję mojej córce Małgosi za wykonanie portretu Coriolisa.

Cytowane prace

[1] G. G. Coriolis: *Du calcul de l'effet des machines, ou Considérations sur l'emploi des moteurs et sur leur évaluation : pour servir d'introduction a l'étude spéciale des machines.* Carilian-Goeury, Paris 1829.
[2] G. G. Coriolis: *Sur les équations du mouvement relatif des systemes de corps.* Journal de l'École Polytechnique **15**, 24 (1835) 144-154.
[3] Zbigniew Osiak: *Ogólna Teoria Względności*. viXra: 1804.0178 (2018) Self Publishing (2012), ISBN: 978-83-272-3515-2, http://vixra.org/abs/1804.0178
[4] Zbigniew Osiak: *Pierwsza prędkość kosmiczna a siła Coriolisa.* Delta **4**, 371 (2005) 10-11.